Westfälische
Wilhelms-Universität
Münster

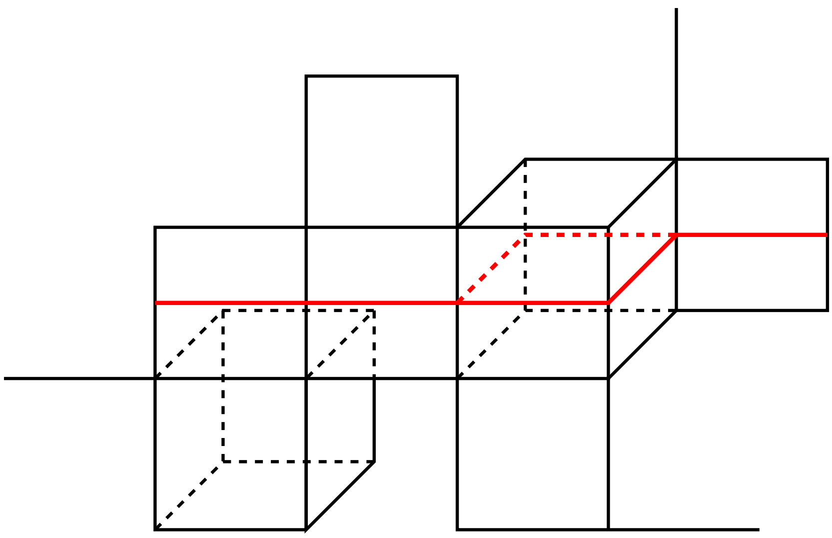
Fachbereich 10
Mathematik und
Informatik

CAT(0) kubische Komplexe

gelesen von

Dr. Olga Varghese

im Wintersemester 2015/2016



Vorlesungsmitschrift von Phil Steinhorst

Stand: 28. Oktober 2015

Vorwort

Der vorliegende Text ist eine Mitschrift zur Vorlesung CAT(0) kubische Komplexe, gelesen von Dr. Olga Varghese an der WWU Münster im Wintersemester 2015/2016. Der Inhalt entspricht weitestgehend dem Tafelanschrieb und den Vorlesungsnotizen, welche auf der Vorlesungswebsite bereitsgestellt werden. Dieses Werk ist daher keine Eigenleistung des Autors und wird nicht von der Dozentin der Veranstaltung korrekturgelesen. Für die Korrektheit des Inhalts wird keinerlei Garantie übernommen. Bemerkungen, Korrekturen und Ergänzungen kann man folgenderweise loswerden:

- persönlich durch Überreichen von Notizen oder per E-Mail
- durch Abändern der entsprechenden TeX-Dateien und Versand per E-Mail an mich
- direktes Mitarbeiten via GitHub. Dieses Skript befindet sich im `latex-wwu`-Repository von Jannes Bantje:

  `https://github.com/JaMeZ-B/latex-wwu`

Literatur

- Bridson, Haefliger: Metric Spaces of Non-Positive Curvature [BH99]
- Serre: Trees [Ser80]
- Bekka, de la Harpe, Valette: Kazhdan's Property (T) [BHV08]

Kommentar der Dozentin

In der geometrischen Gruppentheorie werden Gruppen als Symmetrien von Räumen betrachtet. Ihre algebraische Eigenschaften werden mittels geometrischer Eigenschaften der Räume, auf denen sie wirken, untersucht. Gruppen, die auf kubischen Komplexen wirken – das sind polyhedrische Komplexe, die aus Würfeln gebaut sind – sind dabei besonders gut verstanden.
Die Vorlesung wird eine Einführung in die Strukturtheorie CAT(0) kubischer Komplexe liefern, sowie Anwendungen in der Gruppentheorie diskutieren.

abstrakte Gruppen

- endliche Gruppen
- $\mathrm{GL}_n(\mathbb{Z})$, $\mathrm{SL}_n(\mathbb{Z})$
- $\mathrm{Aut}(F_n)$, $\mathrm{SAut}(F_n)$
- Coxetergruppen

$$\Psi\colon G \to \mathrm{Isom}(X)$$

Fixpunkt?

metrische Räume mit ”viel Geometrie”

- $(\mathbb{R}^n, d_2)$
- Hilberträume
- simpliziale Bäume
- $\mathrm{CAT}(0)$ kubische Komplexe

Geplante Themen

- $\mathrm{CAT}(0)$-Räume (simpliziale Bäume, kubische Komplexe)
- Gruppenwirkungen auf $\mathrm{CAT}(0)$ kubische Komplexe
- Bruhat-Tits-Fixpunktsatz für $\mathrm{CAT}(0)$ kubische Komplexe
- Helly's Theorem
- Kazhdan-Eigenschaft (T)

Vorlesungswebsite

Das handgeschriebene Skript sowie weiteres Material findet man unter folgendem Link:

`http://wwwmath.uni-muenster.de/u/ag_kramer/index.php?name=KubischeKomplexe_15&menu=teach&lang=de`

Phil Steinhorst
p.st@wwu.de

Inhaltsverzeichnis

1 CAT(0)-Räume

1.1 Definition (metrischer Raum)
Sei X eine Menge. Eine Abbildung $d\colon X \times X \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ heißt **Metrik**, wenn für alle $x, y, z \in X$ gilt:

(i) $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

(ii) $d(x, y) = d(y, x)$

(iii) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$

Das Paar (X, d) heißt dann **metrischer Raum**.

Literatur

[BH99] Martin R. Bridson, André Haefliger. *Metric Spaces of Non-Positive Curvature.* Springer, 1999 (siehe S. III).

[BHV08] Mohammed El Bachir Bekka, Pierre de la Harpe, Alain Valette. *Kazhdan's Property (T).* Cambridge Univ. Press, 2008 (siehe S. III).

[Ser80] Jean-Pierre Serre. *Trees.* Springer-Verlag, 1980 (siehe S. III).

Index