

V406 Beugung am Spalt

Alina Landmann, alina.landmann@tu-dortmund.de
Jannine Salewski, jannine.salewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.04.2018

Abgabe: 24.04.2018

TU Dortmund - Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
3 Durchführung	4
4 Auswertung	5
4.1 Erster Einzelspalt	5
4.2 Zweiter Einzelspalt	8
4.3 Doppelspalt	10
5 Diskussion	13
Literatur	13

1 Zielsetzung

Im Versuch wird Licht als elektromagnetische Welle am Spalt gebeugt und anschließend das hinter dem Spalt entstehende Interferenzmuster untersucht. Es werden Spaltbreiten zweier Einzelspalten und die Spaltbreite eines Doppelspalts untersucht.

2 Theorie

Unter Beugung wird verstanden, dass Wellen an einem Hindernis abgelenkt werden und sich auf Grund dessen neue Wellenfronten nach dem Huygen'schen Prinzip bilden. Licht wird immer dann gebeugt, wenn es durch Öffnungen in Schirmen scheint, deren Breite etwas schmäler als der Strahldurchmesser des Lichtes ist. Es können dabei zwei Arten der Beugung beobachtet werden: Die Fresnel'sche und die Fraunhofer'sche Beugung. Beide Arten der Beugung sind schematisch in Abbildung 1 zu sehen. Bei der Fresnel'schen Beugung ist der Abstand zwischen Lichtquelle und Öffnung und zwischen Öffnung und Bild endlich. Bei der Fraunhofer'schen Beugung hingegen sind diese Abstände unendlich groß. Dadurch sind die miteinander interferierenden Lichtstrahlen parallel und werden im Gegensatz zur Fresnel'schen Beugung alle unter dem selben Winkel gebeugt. Da es mathematisch deutlich einfacher ist, wenn alle Lichtstrahlen unter dem selben Winkel gebeugt werden, wird im Versuch lediglich die Fraunhofer'sche Beugung betrachtet.

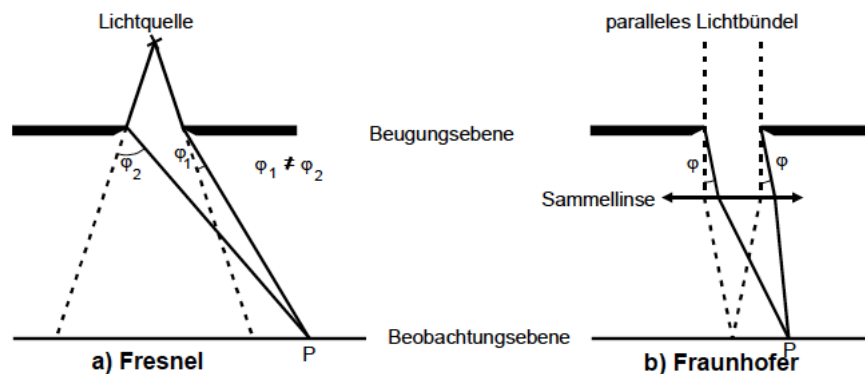


Abbildung 1: Fresnel'sche und Fraunhofer'sche Beugung im Vergleich mit der geometrischen Optik (gestrichelte Linien). [Dor]

Die Fraunhofer'sche Beugung ist lediglich die mathematische Formulierung des Huygen'schen Prinzips, welches besagt, dass von jedem Punkt einer Wellenfront eine Elementarwelle ausgeht, die eine Kugelwelle ist. Diese Elementarwellen interferieren miteinander und deren Einhüllende ist die neue Wellenfront. Der Schwingungszustand am Beobachtungspunkt ergibt sich, wenn alle an diesem Punkt gleichzeitig eintreffenden Elementarwellen aufsummiert werden. Am Einzelspalt muss demnach über alle Strahlen

summiert werden muss, die unter dem selben Winkel Φ gebeugt werden. Dabei beträgt die Feldstärke, der in z-Richtung einfallenden ebenen Welle:

$$A(z, t) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right)$$

In Abbildung 2 wird deutlich, dass der Phasenunterschied der einzelnen eintreffenden Lichtstrahlen

$$\delta = \frac{2 \pi s}{\lambda} = \frac{2 \pi x \sin(\varphi)}{\lambda}$$

beträgt.

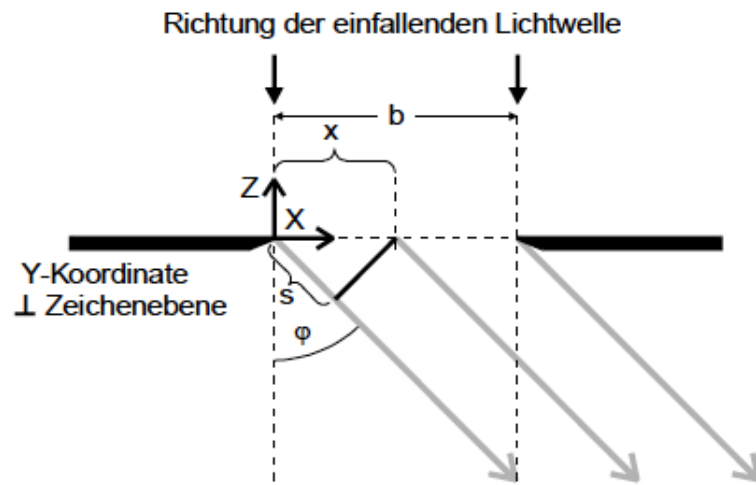


Abbildung 2: Phasenbeziehung zweier eintreffender Lichtstrahlen bei der Fraunhofer'schen Beugung am Spalt. [Dor]

Um die Amplitude in φ Richtung zu bekommen, wird über die gesamte Spaltbreite b integriert, da die einfallenden Lichtstrahlen infinitesimal klein sind:

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \exp \left(\frac{\pi i b \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \frac{\lambda}{\pi \sin(\varphi)} \sin \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right)$$

Dabei werden nur reellwertige Faktoren betrachtet. Eine Amplitudenfunktion ist in Abbildung 3 zu sehen. Aufgrund der sehr hohen Amplitude des einfallenden Lichts wird die zeitlich gemittelte Intensität des Lichts gemessen, welche sich mit Hilfe folgender Formel berechnen lässt:

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi \sin(\varphi)} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right)$$

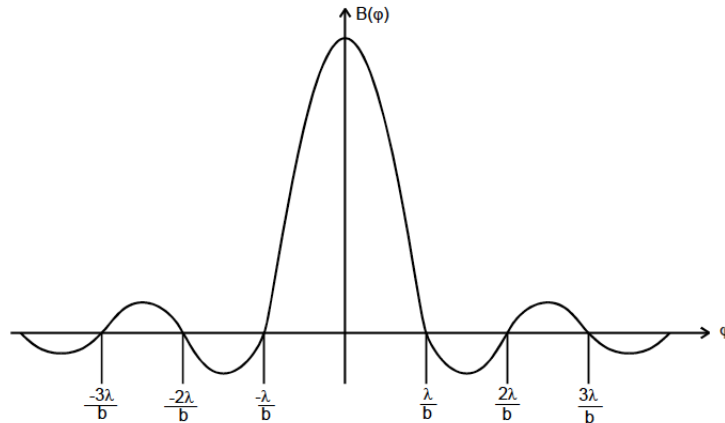


Abbildung 3: Amplitudenverteilung bei Fraunhofer'scher Beugung am Einzelspalt. [Dor]

Die Intensitätsverteilung bei der Beugung am Doppelspalt lässt sich als Überlagerung zweier Einzelspalte betrachten, was in Abbildung 4 gut zu sehen ist. Folglich ergibt sich für die Intensität am Beobachtungspunkt:

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{\pi \sin(\varphi)} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right).$$

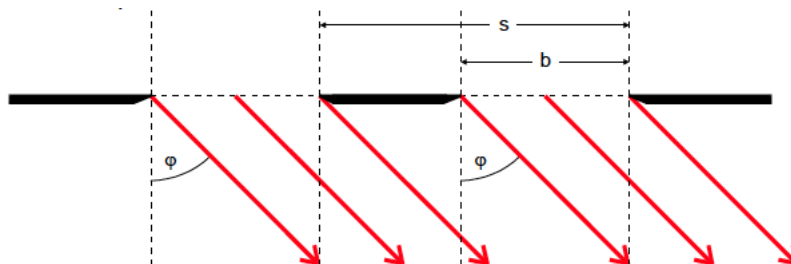


Abbildung 4: Schematische Darstellung der Beugung am Doppelspalt. [Dor]

3 Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5 gut zu sehen. Er besteht aus einem Helium-Neon-Laser, der eine möglichst ebene Lichtwelle emittiert. Um den, bei der Fraunhofer'schen Beugung geforderten, unendlichen Abstand zwischen Spalt und Detektor zu nähern, muss dieser Abstand L mindestens einen Meter betragen. Der Detektor muss dabei senkrecht zum Lichtstrahl zu verschieben sein. Da die Messung nicht bei absoluter Dunkelheit

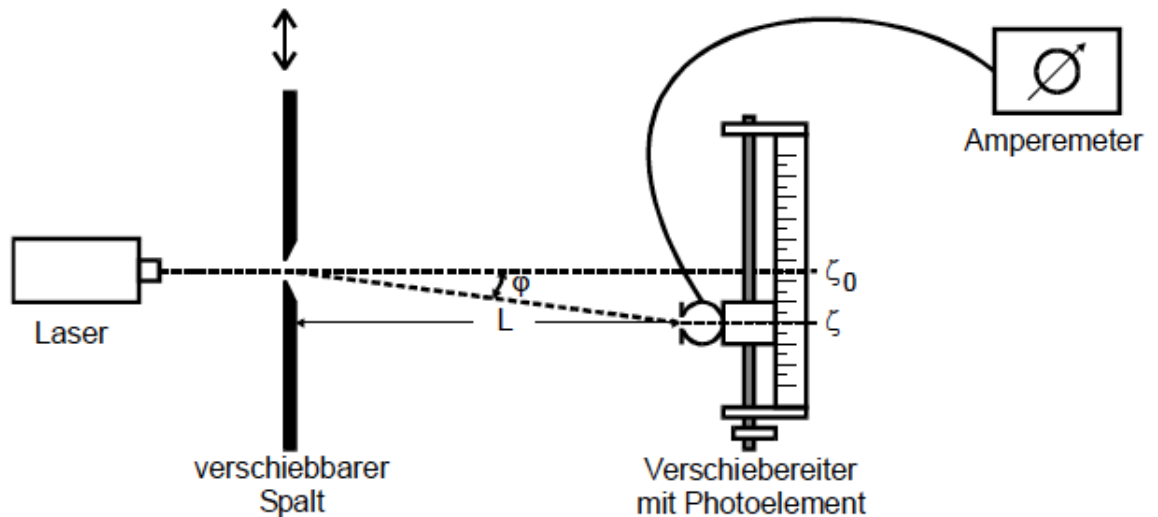


Abbildung 5: Versuchsaufbau [Dor]

durchgeführt werden kann, ist zu beachten, dass vor der Durchführung des Experiments der Dunkelstrom einmal gemessen wird und von den Messwerten abgezogen werden muss. Um die Längenskala am Detektor in den Beugungswinkel ϕ umzurechnen, wird folgende Formel verwendet:

$$\phi \approx \tan(\phi) = \frac{\zeta - \zeta_0}{L}.$$

ζ_0 beschreibt dabei die Detektorstellung für die Richtung des ungebeugten Strahls. Um die Beugungsmuster zu analysieren, werden zunächst die Maxima grob bestimmt, um zu ermitteln, in welchen Bereichen mehr Messwerte aufgenommen werden. anschließend werden die Beugungsmuster zweier Einzelspalte und eines Doppelspalts untersucht, indem die Intensitäten der einfallenden gebeugten und interferierenden Lichtstrahlen in verschiedenen Detektorstellungen gemessen werden. Die Lichtintensität und die jeweilig dazugehörige Detektorstellung werden notiert.

4 Auswertung

Der Abstand L zwischen dem optischen Element und der Messsonde und die Wellenlänge λ beträgt

$$\begin{aligned}L &= 1.12 \text{ m} \\ \lambda &= 633 \text{ nm.}\end{aligned}$$

Da der Raum nicht ganz abgedunkelt werden kann, wird der Dunkelstrom I_{du} von der Intensität bzw. dem Strom I abgezogen. Außerdem wird eine Verschiebung der Nulllinie um den Wert δd durchgeführt.

$$\begin{aligned}I_{\text{du}} &= 8 \text{ nA} \\ \Delta d &= 24.75 \text{ mm.}\end{aligned}$$

4.1 Erster Einzelspalt

Die Werte zur Messung des ersten Einzelspaltes sind in Tabelle 1 aufgelistet. Die nicht-lineare Regression (siehe Abbildung 6) der Form

$$I(\varphi) = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\varphi)} \right) \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \quad (1)$$

wobei b die Spaltbreite und A_0 eine Proportionalitätskonstante ist, ergibt

$$b = (14.97 \pm 0.07) \cdot 10^{-5} \text{ m.}$$

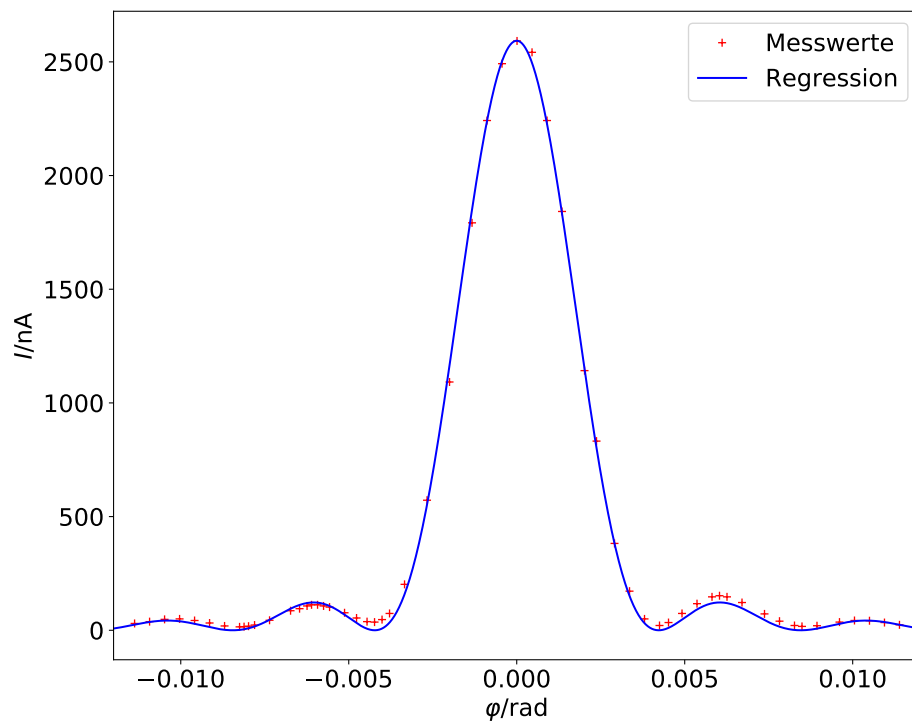


Abbildung 6: Messwerte und Regression der Messung am ersten Spalt.

Tabelle 1: Messwerte erster Einzelspalt.

d / mm	$I / \mu\text{A}$		d / mm	$I / \mu\text{A}$
12.00	0.038		23.75	2.25
12.50	0.046		24.25	2.50
13.00	0.056		24.75	2.60
13.50	0.058		25.25	2.55
14.00	0.051		25.75	2.25
14.50	0.040		26.25	1.85
15.00	0.027		27.00	1.15
15.50	0.023		27.40	0.84
15.65	0.024		28.00	0.39
15.80	0.026		28.50	0.18
16.00	0.031		29.00	0.058
16.50	0.052		29.50	0.029
17.20	0.094		29.80	0.042
17.50	0.103		30.25	0.082
17.75	0.115		30.75	0.125
17.90	0.120		31.25	0.155
18.10	0.120		31.50	0.160
18.30	0.115		31.75	0.155
18.50	0.110		32.25	0.130
19.00	0.085		33.00	0.080
19.75	0.046		33.50	0.048
19.40	0.062		34.00	0.029
20.00	0.044		34.25	0.025
20.25	0.055		34.75	0.028
20.50	0.082		35.50	0.044
21.00	0.21		36.00	0.051
21.75	0.58		36.50	0.050
22.50	1.10		37.00	0.042
23.25	1.80		37.50	0.032

4.2 Zweiter Einzelspalt

Die Werte zur Messung des zweiten Einzelspalt es sind in Tabelle 2 aufgelistet. Die nicht-lineare Regression (siehe Abbildung 7) der Form

$$I(\varphi) = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\varphi)} \right) \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \quad (2)$$

ergibt für die Spaltbreite b

$$b = (7.87 \pm 0.08) \cdot 10^{-5} \text{ m.}$$

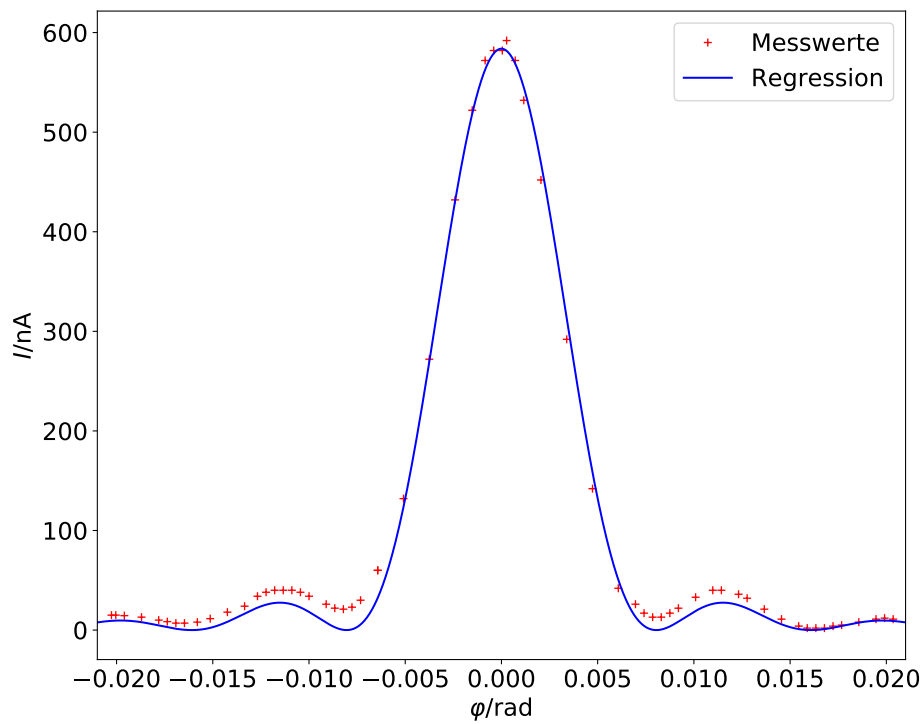


Abbildung 7: Messwerte und Regression der Messung am zweiten Spalt.

Tabelle 2: Messwerte zweiter Einzelspalt.

d / mm	$I / \mu\text{A}$	d / mm	$I / \mu\text{A}$
2.00	0.023	25.00	0.60
2.25	0.023	25.50	0.58
2.75	0.0225	26.00	0.54
3.75	0.0210	27.00	0.46
4.75	0.0180	28.50	0.30
5.25	0.0165	30.00	0.15
5.75	0.0150	31.50	0.05
6.25	0.0150	32.50	0.034
7.00	0.0160	33.00	0.025
7.75	0.0195	33.50	0.021
8.75	0.0260	34.00	0.021
9.75	0.032	34.50	0.025
10.50	0.042	35.00	0.030
11.00	0.046	36.00	0.041
11.50	0.048	37.00	0.048
12.00	0.048	37.50	0.048
12.50	0.048	38.50	0.044
13.00	0.046	39.00	0.040
13.50	0.042	40.00	0.029
14.50	0.034	41.00	0.019
15.00	0.030	42.00	0.012
15.50	0.029	42.50	0.010
16.00	0.031	43.00	0.010
17.50	0.068	43.50	0.010
17.50	0.068	44.00	0.012
19.00	0.14	44.50	0.013
20.50	0.28	45.50	0.016
22.00	0.44	46.50	0.019
23.00	0.53	47.00	0.020
23.75	0.58	47.50	0.019
24.25	0.59	48.50	0.016
24.75	0.59		

4.3 Doppelspalt

Zur Messung der Spaltbreite b und des Abstandes s der beiden Spalten wird eine Regression der Form

$$I(\varphi) = A_0^2 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\varphi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \quad (3)$$

zu den Messwerten aus Tabelle 3 durchgeführt, wobei A_0 erneut eine Proportionalitätskonstante ist. Diese Regression liefert die Werte

$$s = (47.2 \pm 0.5) \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$b = (15.7 \pm 0.6) \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

Die Messwerte und die Regression sind in Abbildung 8 dargestellt.

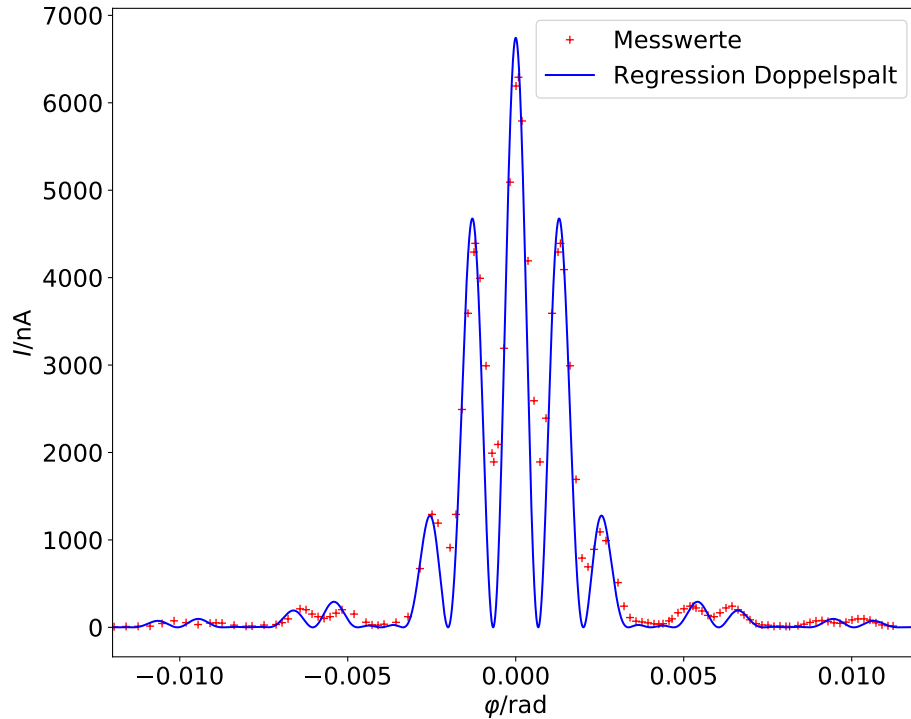


Abbildung 8: Messwerte und Regression des Doppelspaltes.

Eine Überlagerung der Regressionen von dem ersten Einzelspalt und dem Doppelspalt ist in Abbildung 9 zu sehen. Um die Regressionen vergleichen zu können, muss die Regression des Einzelspaltes mit einem Faktor von $a = 2,26$ multipliziert werden.

Tabelle 3: Messwerte Doppelspalt.

d / mm	$I / \mu\text{A}$	d / mm	$I / \mu\text{A}$	d / mm	$I / \mu\text{A}$
11.40	0.015	23.20	3.6	30.00	0.105
11.80	0.018	23.40	4.3	30.20	0.175
12.20	0.020	23.44	4.4	30.40	0.22
12.60	0.022	23.60	4.0	30.60	0.25
13.00	0.052	23.80	3.0	30.70	0.25
13.40	0.083	24.00	2.0	30.80	0.23
13.80	0.062	24.06	1.9	31.00	0.195
14.20	0.040	24.20	2.1	31.20	0.145
14.60	0.056	24.40	3.2	31.40	0.130
14.80	0.060	24.60	5.1	31.60	0.175
15.00	0.056	24.80	6.2	31.80	0.230
15.40	0.033	24.88	6.3	32.00	0.25
15.80	0.020	25.00	5.8	32.20	0.21
16.00	0.023	25.20	4.2	32.40	0.15
16.40	0.034	25.40	2.6	32.60	0.094
16.80	0.040	25.60	1.9	32.80	0.051
17.00	0.062	25.80	2.4	33.00	0.035
17.20	0.105	26.00	3.6	33.20	0.032
17.60	0.22	26.20	4.3	33.40	0.020
17.80	0.21	26.28	4.4	33.60	0.024
18.00	0.16	26.40	4.1	33.80	0.019
18.20	0.13	26.60	3.0	33.92	0.018
18.40	0.11	26.80	1.7	34.20	0.028
18.60	0.13	27.00	0.8	34.40	0.044
18.80	0.17	27.20	0.7	34.60	0.064
19.00	0.21	27.40	0.9	34.80	0.082
19.40	0.16	27.60	1.1	35.00	0.086
19.80	0.066	27.80	1.0	35.20	0.075
20.00	0.037	80.00	0.91	35.40	0.060
20.20	0.032	28.20	0.52	35.60	0.054
20.40	0.044	28.40	0.25	35.80	0.067
20.80	0.065	28.60	0.12	36.00	0.093
21.20	0.13	28.80	0.078	36.20	0.105
21.60	0.68	29.00	0.070	36.40	0.105
22.00	1.30	29.20	0.060	36.60	0.090
22.20	1.20	29.40	0.049	36.80	0.060
22.60	0.92	29.56	0.044	37.00	0.036
22.80	1.3	29.70	0.050	37.20	0.026
23.00	2.5	29.90	0.082	37.37	0.024

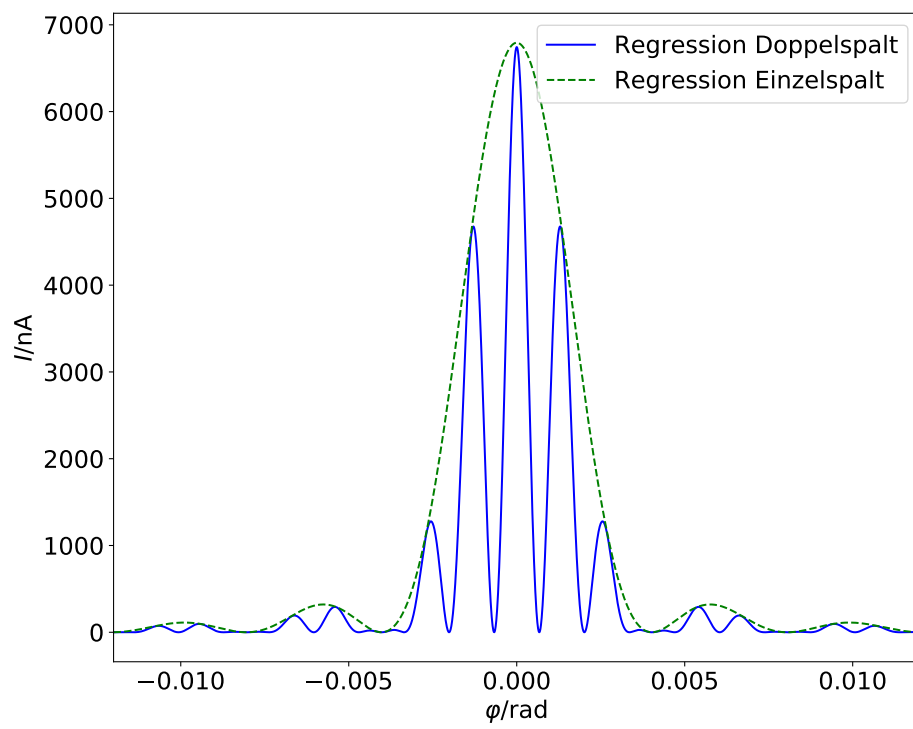


Abbildung 9: Überlagerung Einzelspalt und Doppelspalt

5 Diskussion

Die Messwerte werden mit den Literaturwerten mit Hilfe von prozentualen Abweichungen in Tabelle 4 verglichen. Zu erkennen sind geringe Abweichungen bis zu 6 %. Zu erklären lassen sich diese Abweichungen durch mögliche Messfehler. Einer davon könnte durch das Umgebungslicht entstanden sein, welches nie ganz abgeschirmt werden konnte, auch wenn der Dunkelstrom von dem gemessenen Strom schon abgezogen wird. In Abbildung 9 sind die Regressionen des ersten Einzelspaltversuches und des Doppelspaltversuches mit einem Proportionalitätsfaktor übereinander gelegt. Zu erkennen ist, dass die Einzelspaltfunktion die Doppelspaltfunktion perfekt einhüllt.

Tabelle 4: Vergleich Literaturwerte und Messwerte

	Literaturwert	Messwert	prozentuale Abweichung
Einzelspalt 1	$b = 15 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$b = (14.97 \pm 0.07) \cdot 10^{-5} \text{ m}$	0.02 %
Einzelspalt 1	$b = 7.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$b = (7.87 \pm 0.08) \cdot 10^{-5} \text{ m}$	4.93 %
Doppelspalt	$b = 15 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$b = (15.7 \pm 0.6) \cdot 10^{-5} \text{ m}$	4.67 %
	$s = 50 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$s = (47.2 \pm 0.5) \cdot 10^{-5} \text{ m}$	5.6 %

Literatur

- [Dor] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 406 Beugung am Spalt*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf> (besucht am).
- [Spe] Spektrum.de. *Brechzahl*. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/brechzahl/1958> (besucht am).