

# **V354 Gedämpfte und Erzwungene Schwingungen**

Alina Landmann, [alina.landmann@tu-dortmund.de](mailto:alina.landmann@tu-dortmund.de)  
Jannine Salewski, [jannine.salewski@tu-dortmund.de](mailto:jannine.salewski@tu-dortmund.de)

Durchführung: 10.11.2017

Abgabe: 17.11.2017

TU Dortmund - Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>1</b>
2.1 Gedämpfte Schwingung . . . . .	1
2.2 Erzwungene Schwingung . . . . .	3
<b>3 Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1 Zeitabhängigkeit der gedämpften Schwingung . . . . .	7
4.2 Dämpfungswiderstand des aperiodischen Grenzfalls . . . . .	10
4.3 Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung . . . . .	10
4.4 Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger- und Kondensatorspannung . . . . .	12
<b>5 Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>Literatur</b>	<b>15</b>

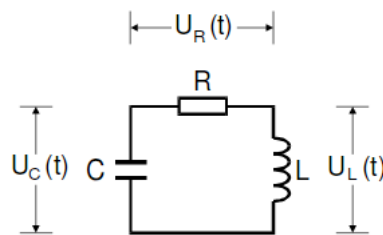
# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden Amplituden und effektiver Dämpfungswiderstand eines gedämpften, sowie die Frequenzabhängigkeit der Spannung und der Phasenverschiebung eines angeregten Schwingkreises untersucht. Außerdem wird der Widerstand ermittelt, bei dem in einem gedämpften Schwingkreis der aperiodische Grenzfall eintritt.

## 2 Theorie

Ein Schwingkreis besteht im einfachsten Fall aus einem Kondensator mit einer Kapazität  $C$  und einer Spule mit der Induktivität  $L$ . Die Energie in diesem System oszilliert zwischen dem elektrischen Feld des Kondensators und dem magnetischen Feld der Spule. Falls ein idealer Draht vorliegt, bleibt diese **ungedämpfte Schwingung** für  $t \rightarrow \infty$  unverändert.

### 2.1 Gedämpfte Schwingung



**Abbildung 1:** Schwingkreis einer gedämpften Schwingung.

Wenn in dem Schwingkreis noch ein endlicher Widerstand  $R$  eingebaut ist, dann wird dies als **gedämpft Schwingung** bezeichnet, denn hier geht Energie in Form von Wärme über den Draht oder den Widerstand verloren. Dadurch fallen die Amplituden der Schwingungen exponentiell ab. Der Abfall der Amplituden lässt sich aus dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz (Maschenregel) mit Hilfe der Spannungen aus der Abbildung(???) herleiten:

$$U_R(t) + U_L(t) + U_C(t) = 0.$$

Mit den folgenden Definitionen der Spannung  $U$ , der Stromstärke  $I$ , der Induktivität der Spule  $L$ , der Kapazität des Kondensators  $C$ , der Ladung  $Q$  des Kondensators und des Widerstandes  $R$

$$\begin{aligned}
U_R(t) &= RI(t) \\
U_C(t) &= L \frac{dI(t)}{dt} \\
U_L(t) &= \frac{Q(t)}{C},
\end{aligned}$$

lässt sich eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung aufstellen

$$\ddot{I}(t) + \frac{R}{L}\dot{I}(t) + \frac{1}{LC}I(t) = 0.$$

Die Lösung der Differentialgleichung lautet

$$I'(t) = e^{-2\pi\mu t}(Ae^{i2\pi\nu t} + Be^{-i2\pi\nu t}),$$

wobei  $A$  und  $B$  beliebige komplexe Zahlen sind und die Abkürzungen wie folgt definiert werden

$$2\pi\mu = \frac{R}{2L} \tag{1}$$

$$2\pi\nu = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \tag{2}$$

Für den weiteren Verlauf ist es notwendig zu ermitteln, ob  $\nu$  reell oder imaginär ist. Deshalb wird eine Fallunterscheidung durchgeführt:

- $\nu$  ist reell, bzw.  $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}$

Damit  $I'(t)$  reell wird, muss  $A = \overline{B}$  gelten, so erhält man durch den Ansatz

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2}A_0e^{i\eta} \\
B &= \frac{1}{2}A_0e^{-i\eta},
\end{aligned}$$

wobei  $A_0$  und  $\eta$  reell sein sollen, die Funktion

$$I(t) = A_0e^{-2\pi\mu t}\cos(2\pi\nu t + \eta).$$

Diese Gleichung stellt eine gedämpfte Schwingung mit der Frequenz  $\nu$  dar, dessen Amplitude exponentiell abfällt, mit der Schwingungsdauer

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

Die Abnahmegeschwindigkeit lässt sich aus dem Exponenten der e-Funktion herleiten. Daraus lässt sich die Abklingdauer  $T_{\text{ex}}$  definieren, als

$$T_{\text{ex}} := \frac{1}{2\pi\mu} = \frac{2L}{R}. \quad (3)$$

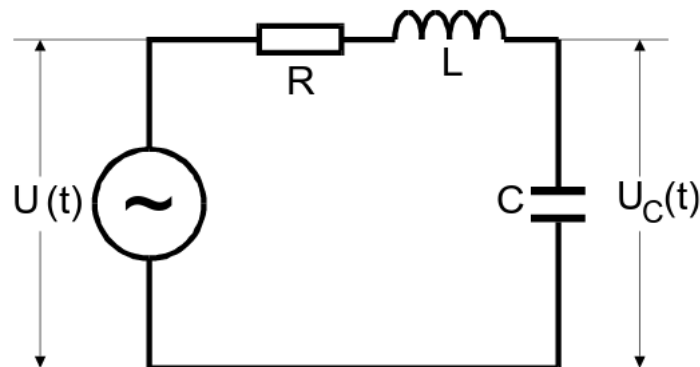
- $\nu$  ist imaginär, bzw.  $\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{4L^2}$

Es gibt keinen oszillatorische Anteil mehr in der Gleichung ( $???$ - $I'(t)$ ), da nur noch die reelle Exponentialfunktion vorkommt. Es kommt zu einer aperiodischen Dämpfung. Abhängig von  $A$  und  $B$  strebt  $I(t)$  monoton gegen 0 oder erreicht noch einen Extremwert. Für das Experiment von Bedeutung ist nur der Spezialfall

$$\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2} \quad (4)$$

hierbei geht die Funktion ohne Überschwingungen am schnellsten gegen 0.

## 2.2 Erzwungene Schwingung



**Abbildung 2:** Schwingkreis einer erzwungenene Schwingung.

Nun wird der RCL-Kreis durch eine äußere periodische Schwingung mit einer Eigenfrequenz ergänzt, in diesem Fall mit einer sinusförmigen Wechselspannung  $U(t)$ , dies wird nun als **erzwungene Schwingung** bezeichnet. Nach einer gewissen Einschwingzeit wird der RCL-Kreis mit derselben Frequenz wie die Wechselstromquelle schwingen. Mit

$$U(t) = U_0 e^{i\omega t}$$

wird die Differentialgleichung noch ergänzt. Die Differentialgleichung nimmt dann die Gestalt an:

$$L\dot{I}(t) + RI(t) + \frac{Q(t)}{C} = U_0 e^{i\omega t}$$

bzw.

$$LC\ddot{U}_C + RC\dot{U}_C + U_C = U_0 e^{i\omega t}$$

wobei  $Q(t)$  die Ladung auf dem Kondensator entspricht.

Um zu ermitteln, wie die Amplitude  $U_{C_0}$  der Kondensatorspannung mit dem Phasenunterschied von der Erregerspannung mit der Amplitude  $U_0$  und ihrer Frequenz abhängen, nimmt man den Ansatz

$$U_C(\omega t) = U_{C_0}(\omega) e^{i\omega t}$$

und setzt diese in die DGL (DGL3) ein, so erhält man für die Amplitude

$$U_{C_0} = \frac{U_0(1 - LC\omega^2 - i\omega RC)}{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \quad (5)$$

und die Phasenverschiebung  $\phi(\omega)$  zwischen  $U_C(t)$  und  $U(t)$

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2}\right) \quad (6)$$

Mit (???) erhält man für die Kondensatorspannung in Abhängigkeit von  $\omega$  die sogenannte Resonanzkurve

$$U_C(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (7)$$

Für die Frequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  bei denen die Phasenverschiebung genau  $\frac{\pi}{2}$  bzw.  $\frac{3\pi}{4}$  beträgt, gilt dann nach (???)

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \quad (8)$$

Bei näherer Betrachtung der Gleichung (7) ist zu erkennen, dass  $U_C$  für  $\omega \rightarrow \infty$  gegen 0 geht und für  $\omega \rightarrow 0$  gegen die Erregeramplitude  $U_0$  strebt.  $U_C$  erreicht aber auch bei einer bestimmten Frequenz ein Maximum, dieses Phänomen wird **Resonanz** bezeichnet. Die zugehörige Resonanzfrequenz lässt sich durch

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{R^2}{2L^2}} \quad (9)$$

berechnen. Falls die Resonanzfrequenz ungefähr der Frequenz der Erregerspannung ( $\omega_0 = \frac{1}{LC}$ ) entspricht, d.h.  $\frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{2L^2}$ , so wird dies als Schwache Dämpfung bezeichnet. Für diesen Fall wird  $U_C$  um den Faktor

$$q = \frac{1}{\omega_0 RC} \quad (10)$$

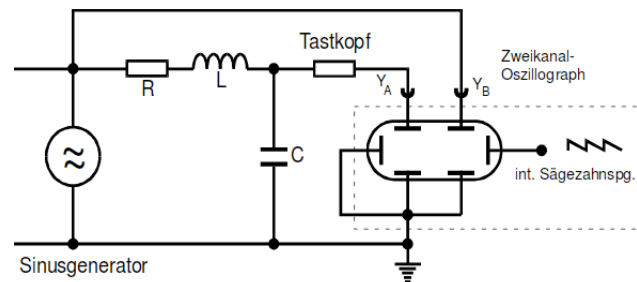
größer als  $U_0$ .  $q$  wird auch als Güte bezeichnet. Die Breite der Resonanzkurve ist eine weitere wichtige Größe, sie wird aus der Differenz der beiden Frequenzen  $\omega_-$  und  $\omega_+$  gewonnen. Wobei  $\omega_-$  und  $\omega_+$  die Eigenschaft besitzen, dass die zugehörigen Spannungen  $U_C(\omega_-)$  und  $U_C(\omega_+)$  um den Faktor  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  kleiner sind, als das Maximum  $U_C(\omega_{res})$  bei der Resonanzfrequenz. Mit der Näherung

$$\frac{R^2}{L^2} \ll \omega_0^2$$

folgt für die Differenz der Frequenzen

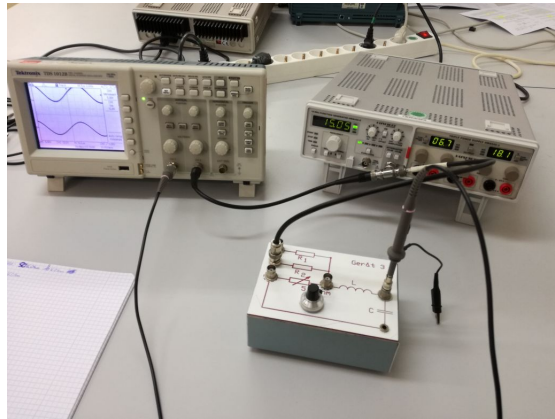
$$\omega_+ - \omega_- \approx \frac{R}{L} \quad (11)$$

### 3 Durchführung



**Abbildung 3:** Versuchsaufbau Schaltkreis.

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 4 und in Abbildung 3 dargestellt. Auf Abbildung 4 ist auf der rechten Seite den Sinuswellengenerator erkenne, welcher mit dem Bauteil, in welchem der RCL-Schwingkreis eingebaut ist, verbunden ist. Von dem RCL-Schwingkreis geht außerdem eine Verbindung zu dem 1. Eingang des Oszilloskop, um dort die erzeugte Schwingung anzeigen zu können. Die zu erkennnden Verbindung zwischen dem



**Abbildung 4:** Versuchsaufbau.

Sinuswellengenerator und dem Oszilloskop wird erst im späteren Verlauf des Versuchs hinzugefügt.

Im ersten Teil des Versuchs soll die Zeitabhängigkeit der Amplitude einer gedämpften Schwingung untersucht und daraus den Dämpfungswiderstand ermittelt werden. Es wird für die Messung der kleinere von den beiden festen Widerständen angeschlossen. Hierzu wird eine Rechteckspannung durch den Sinusgenerator erzeugt und auf dem Oszilloskop sichtbar gemacht. Folgend werden alle Hoch- und Tiefpunkte in Abhängigkeit der Zeit vermessen und notiert.

Im zweiten Teil des Versuchs soll der aperiodische Grenzfall der Schwingung ermittelt werden. Hierzu wird die Schaltung an den veränderbaren Widerstand angeschlossen, eine Rechteckspannung durch den Sinusgenerator erzeugt und auf dem Oszilloskop sichtbar gemacht. Zunächst wird der veränderbare Widerstand auf den höchstmöglichen Wert gestellt. Danach wird der Widerstand verringert, bis eine erste Überschwingung zu erkennen ist. Daraufhin wird der Widerstand etwas vergrößert, sodass gerade keine Überschwingung mehr vorhanden ist. Der Wert des Widerstandes wird notiert.

Der Aufbau der letzten beiden Versuchsteile ist identisch. Hierzu wird zusätzlich noch eine Verbindung von dem Sinuswellengenerator zu dem Oszilloskop hergestellt, um eine unveränderte Sinusschwingung anzeigen zu lassen. Der Sinuswellengenerator erzeugt bei beiden Teilen eine Sinusschwingung. Hierzu wird der größere von den beiden festen Widerständen angeschlossen.

Zunächst wird die Abhängigkeit der Kondensatorspannung von der Frequenz gemessen. Hierzu werden Frequenzen im Bereich von 15kHz bis 60kHz in 5kHz-Schritten abgetastet und die jeweiligen Amplituden der Kondensatorspannungen abgemessen. Da die Amplitude der Vergleichsspannung immer gleich bleibt, wird diese zuvor einmal gemessen und die Verbindung kann im weiteren Verlauf vom Oszilloskop getrennt werden. In dem Bereich der größten Amplituden werden weitere Messungen durchgeführt, diesmal in 1kHz-Schritten, um den Peak der Kondensatorspannung besser darstellen zu können.



Im letzten Teil des Versuches wird die Abhängigkeit der Phasenverschiebung von der Frequenz ermittelt. Hierzu wird analog wie zuvor vorgegangen: Es werden Frequenzen im Bereich von 15kHz bis 60kHz abgetastet und die jeweilige Schwingungsdauer  $T$  und die Phasenverschiebung der Kondensatorspannung gemessen. Hierbei kann die Ausgangsspannung nicht vom Oszilloskop getrennt werden, da diese für die Messung der Phasenverschiebung notwendig ist. Wie im vorherigen Teil des Versuchs, werden auch im kritischen Bereich der Resonanzfrequenz weitere Messwerte in 1kHz-Schritten aufgenommen.

## 4 Auswertung

Für alle gemittelten Werte wurde folgende Formel benutzt:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (12)$$

und deren Standardabweichung:

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n * (n - 1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (13)$$

Wurden berechnete Fehler für weitere Berechnungen benutzt, wurden diese mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\delta f(x)}{\delta x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\delta f(y)}{\delta y} \delta y\right)^2 + \dots} \quad (14)$$

Die Gerätedaten, die für die Berechnungen benutzt wurden, lauten

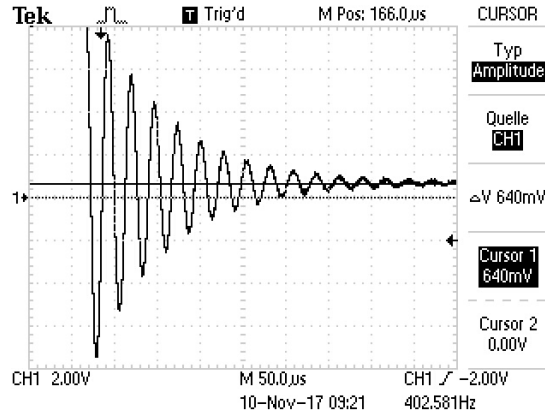
$$\begin{aligned} L &= (3.53 \pm 0.03) \cdot 10^{-3} \text{ mH} \\ C &= (5.015 \pm 0.500) \text{ mF} \\ R_1 &= (30.3 \pm 0.1) \Omega \\ R_2 &= (271.6 \pm 0.3) \Omega \end{aligned}$$

### 4.1 Zeitabhängigkeit der gedämpften Schwingung

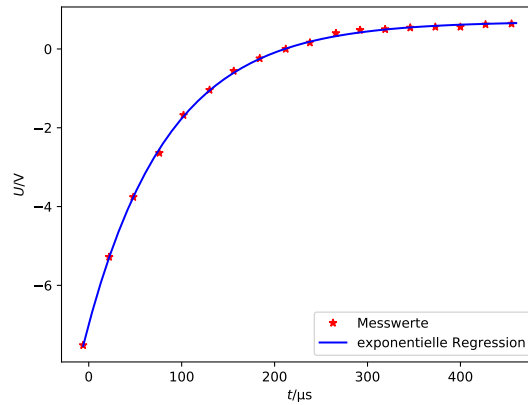
Tabelle 1 zeigt die mit Hilfe des Oszilloskops vermessenen Spannungsamplituden  $U_C$  mit den dazugehörigen Zeiten  $t$ .

**Tabelle 1:** Messwerte zur Bestimmung der Abklingdauer und des Dämpfungswiderstandes

$U_C / \text{V}$	$t / \mu\text{s}$
-7.52	-6
-5.28	22
-3.76	48
-2.64	76
-1.68	102
-1.04	130
-0.56	156
-0.24	184
0	212
0.160	238
0.400	266
0.480	292
0.500	319
0.540	346
0.560	373
0.560	400
0.620	427
0.640	455
0.700	415
0.700	440
0.720	388
0.760	360
0.800	333
0.880	307
0.920	279
1.06	252
1.22	225
1.42	198
1.68	171
2.0	144
2.64	117
3.28	91
4.24	63
5.68	36
7.6	9



**Abbildung 5:** Bild vom Oszilloskop, gedämpfte Schwingung



**Abbildung 6:** Messwerte und exponentieller Fit des unteren Teils der Einhüllenden

Abbildung 2 zeigt den Abklingvorgang des gedämpften  $RCL$ -Kreises mit eingezeichneter Einhüllenden. Diese Einhüllende hat die Form

$$A = A_0 e^{-2\pi\mu t} \quad (15)$$

Die Werte zur Erstellung des exponentiellen Fits wurden aus Tabelle 1 entnommen und mittels dem Programm "scipy optimize" ergeben sich folgende Werte für  $\mu$  und  $U_0$ :

$$U_0 = (0.6991 \pm 0.0016) \text{ V} \quad (16)$$

$$\mu = (1812 \pm 19) \frac{1}{\text{s}} \quad (17)$$

Aus Gleichung (5) und (8) folgt ein effektiver Dämpfungswiderstand  $R_{\text{eff}}$  und eine Abklingzeit  $T_{\text{ex}}$  von:

$$R_{\text{eff}} = (80.4 \pm 1.1) \Omega$$

$$T_{\text{ex}} = (87.8 \pm 0.9) \mu\text{s}$$

Es zeigt sich eine Abweichung von  $R_1$  um 30.1 ohm

## 4.2 Dämpfungswiderstand des aperiodischen Grenzfalls

Mit Hilfe der Gleichung

$$R_{\text{ap}} = \sqrt{\frac{4L}{C}}$$

und Gleichung 9 wird folgender Wert für den Dämpfungswiderstand, bei dem der aperiodische Grenzfall eintritt, berechnet:

$$R_{\text{ap}} = (1.68 \pm 0.08) \text{ k}\Omega$$

Gemessen wurde ein Wert von  $1.395 \Omega$ , was eine Abweichung von  $0.285 \text{ k}\Omega$  im Mittel bedeutet.

## 4.3 Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

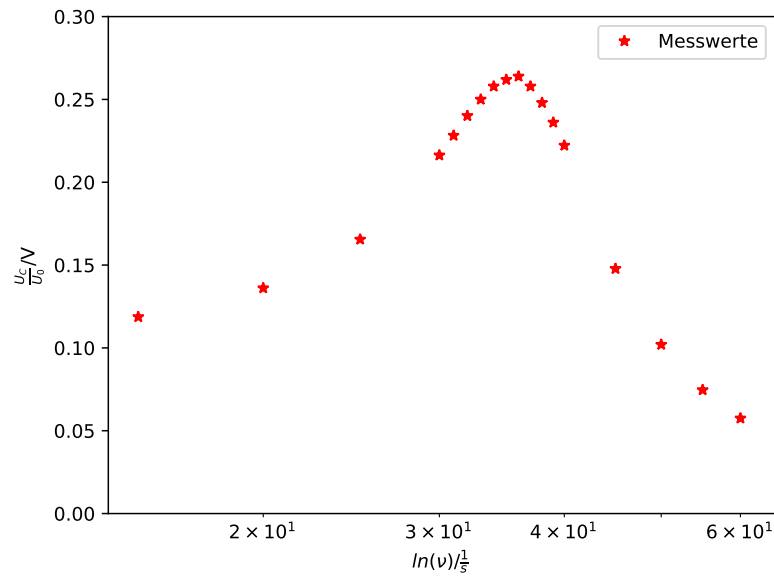
In der Tabelle 2 sind die Werte für die anregende Frequenz  $\nu$ , die Kondensatorspannung  $U_C$  und die berechneten Quotienten aus der Kondensatorspannung und der Erregerspannung eingetragen. Dieser Quotient wird in Abbildung 9 gegen die Erregerfrequenz sowohl auf einer halblogarithmischen als auf einer linearen Skala (Abbildung 10) aufgetragen. Beide Graphen zeigen das zu erwartende Bild, einer zunächst ansteigenden Kurve, die nach dem Erreichen ihres Maximums, der Resonanzfrequenz, wieder abfällt. Mit Hilfe der Gleichung 5 und 6 wird der theoretische Wert für die Resonanzüberhöhung  $q$ , sowie die Resonanzbreite  $\nu_+ - \nu_-$  berechnet. Aus dem Diagramm können die experimentell ermittelten Werte für beides gut abgelesen werden. Sie betragen für die Resonanzbreite  $\nu_1 - \nu_2 = 9.2 \text{ kHz}$  und für die Resonanzüberhöhung  $q = 2.7$ . Die Theoriewerte betragen

$$q = 2.15 \pm 0.21$$

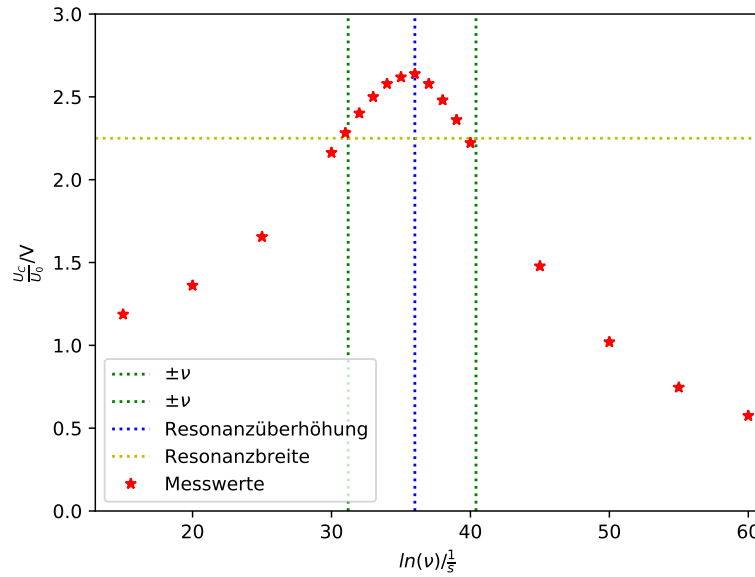
$$\nu_+ - \nu_- = (8.59 \pm 0.08) \text{ kHz}$$

**Tabelle 2:** Messwerte zur Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

$\nu/10^3$ Hz	$U_C$ / V	$U_C/U_0$
15	5.98	1.187
20	6.86	1.361
25	8.34	1.655
30	10.9	2.163
31	11.5	2.282
32	12.1	2.401
33	12.6	2.500
34	13.0	2.579
35	13.2	2.619
36	13.3	2.639
37	13.0	2.579
38	12.5	2.480
39	11.9	2.361
40	11.2	2.222
45	7.45	1.478
50	5.14	1.020
55	3.76	0.746
60	2.9	0.575



**Abbildung 7:** Hier wird der Quotient aus Erreger- und Kondensatorspannung gegen  $\nu$  halblogarithmisch aufgetragen.



**Abbildung 8:** Hier wird der Quotient aus Erreger- und Kondensatorspannung gegen  $\nu$  linear aufgetragen. Außerdem zeigt die Abbildung lediglich den Ausschnitt um die Resonanzüberhöhung

#### 4.4 Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger- und Kondensatorspannung

Um die Frequenzabhängigkeit darzustellen, wird die Phasenverschiebung  $\phi$  gegen die Frequenz der Erregerspannung  $\nu$  wieder in einer halb logarithmischen Skalierung gegeneinander aufgetragen. Die Werte für  $\phi$  und  $\nu$  können Tabelle 3 entnommen werden.  $\phi$  wird mit Hilfe folgender Formel bestimmt:

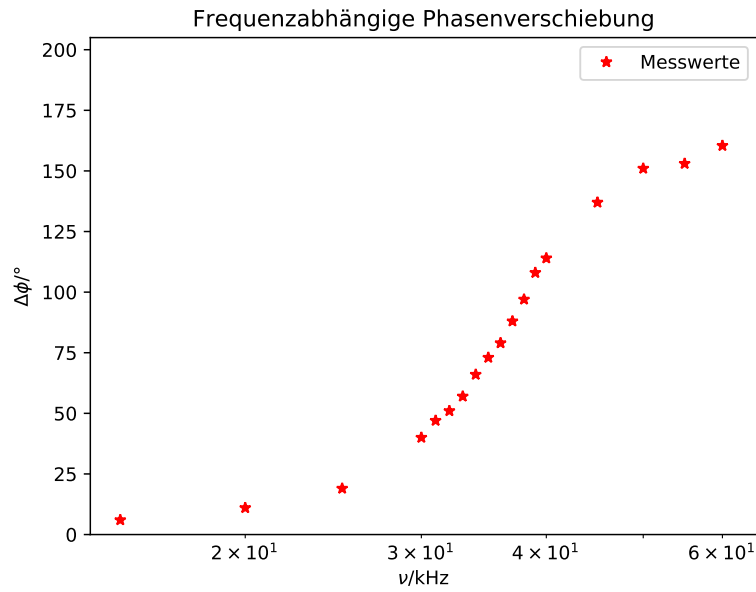
$$\phi = \frac{\Delta t}{T}$$

Abbildung 5 zeigt die halblogarithmische Darstellung, Abbildung 6 zeigt einen Ausschnitt des Frequenzbereichs um  $\phi = 90^\circ$  in einer linearen Skalierung, um das Ablesen der Frequenzen zu erleichtern. Hieraus wird die Resonanzfrequenz  $\nu_{\text{res}}$  und  $\nu_1$  und  $\nu_2$ , bei denen die Phasenverschiebung genau  $\frac{\pi}{4}$ , beziehungsweise  $\frac{3 \cdot \pi}{4}$  beträgt, abgelesen. Die experimentell ermittelten Werte betragen:

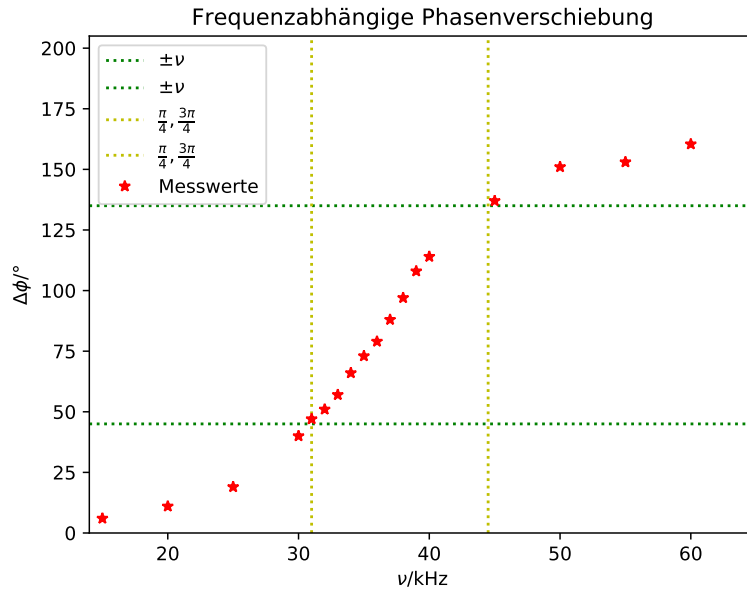
$$\begin{aligned}\nu_1 &= 31 \\ \nu_2 &= 44.5 \\ \nu_{\text{res}} &= 36\end{aligned}$$

**Tabelle 3:** Messwerte für die Frequenz und die Phasenverschiebung zwischen Erreger und Kondensatorspannung

$\nu$ / kHz	$\Delta t$ / 1/ $\mu$ s	$T = \frac{1}{\nu}$ $\mu$ s	$\phi$ / °
15	1.2	66.5	6
20	1.6	50.2	11
25	2.2	40.2	19
30	3.7	33.4	40
31	3.9	32.2	47
32	4.4	31.2	51
33	4.8	30.4	57
34	5.4	29.4	66
35	5.8	28.6	73
36	6.1	27.8	79
37	6.6	27.0	88
38	7.1	26.4	97
39	7.7	25.6	108
40	7.9	25.0	114
45	8.5	22.3	137
50	8.4	20	151
55	7.8	18.3	153
60	9.3	16.7	200



**Abbildung 9:** Hier wird die Frequenz  $\nu$  halblogarithmisch gegen die Phasenverschiebung  $\Delta\phi$  aufgetragen.



**Abbildung 10:** Hier wird die Frequenz  $\nu$  gegen die Phasenverschiebung  $\nu$  aufgetragen.

Die Theoriewerte werden mit Hilfe der Gleichungen 8 und 9 berechnet und ergeben folgende Werte:

Die Fehlerrechnung hierfür, wurde wie in allen Berechnungen, die fehlerbehaftete Größen enthalten mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet.

## 5 Diskussion

Bei der Bestimmung des effektiven Dämpfungswiderstandes zeigt sich eine große Abweichung des Theoriewertes von tatsächlich gemessenen Wert von  $30.1 \Omega$ , welche, genauso wie die relativ große Abweichung des Theoriewertes vom experimentell ermittelten Wert des Widerstandes beim aperiodischen Grenzfall durch nicht beachtete Widerstände zu erklären ist. Hier ist besonders der Innenwiderstand des Generators zu bedenken. Im Falle des Widerstandes, bei dem der aperiodische Grenzfall eintritt, muss die begrenzt maximale Auflösung des Oszilloskops und die Ungenauigkeit des regelbaren Widerstandes erwähnt werden, die ein exaktes Ablesen der gemessenen Werte erschwerten.

Die Abweichung bei der Bestimmung der Resonanzüberhöhung, also der Güte des Schwingkreises zeigt nicht allzu große Unterschiede zwischen dem experimentell ermittelten Wert von 2.7 und dem theoretischen von  $2.15 \pm 0.21$ . Die etwas größere Abweichung der Theoriewerte der Resonanzbreite vom experimentell Ermittelten, lassen sich durch die Methode zur Bestimmung der Werte erklären. Bei der graphischen Auswertung entstehen



durch Abschätzungen zwangsläufig Fehler. Die Aufzeichnung weiterer Messwerte könnte diese Fehler minimieren. Gleiches gilt für die experimentelle Ermittlung von  $\nu_1$  und  $\nu_2$ . Auch hier könnten weitere Messwerte das graphisch ermittelte Ergebnis von Fehlern befreien. Abschließend ist zu sagen, dass der Versuch Ergebnisse mit unterschiedlich großen Abweichungen liefert. Teilweise sind die experimentell ermittelten Werte nah an den Theoriewerten und auch die entstandenen Plots zeigen allesamt die erwarteten Verläufe, was auf einen sorgfältigen Messvorgang hindeuten kann. Die Grenzen der Genauigkeit sind durch die vorgegebenen Apparaturen gegeben. So konnte man beispielsweise die Erregerspannung nie ganz exakt auf den gewünschten Wert einstellen und auch der bereits erwähnte regelbare Widerstand war nur sehr ungenau zu bedienen.

## Literatur

- [Dor17] TU Dortmund. *V354 Gedämpfte und erzwungene Schwingungen*. 16. Nov. 2017.  
URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V354.pdf>.