

# **V353 Relaxationsverhalten eines RC-Kreises**

Alina Landmann, [alina.landmann@tu-dortmund.de](mailto:alina.landmann@tu-dortmund.de)  
Jannine Salewski, [jannine.salewski@tu-dortmund.de](mailto:jannine.salewski@tu-dortmund.de)

Durchführung: 17.11.2017  
Abgabe: 24.11.2017

TU Dortmund - Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>1</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>3</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>4</b>
4.1 Entladevorgang eines Kondensators . . . . .	4
4.2 Frequenzabhängigkeit der Amplitude . . . . .	7
4.3 Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung . . . . .	8
4.4 RC-Kreis als Integrator . . . . .	10
<b>5 Diskussion</b>	<b>11</b>
<b>Literatur</b>	<b>13</b>

## 1 Zielsetzung

Im Versuch wird das Relaxationsverhalten beim Entladevorgang eines Kondensators in einem RC-Tiefpass auf sein Frequenzverhalten (bei niedrigen und hohen Frequenzen), sowie die Phasenverschiebung zwischen Kondensator und Generatorspannung hin untersucht. Weiter wird der Tiefpass auf seine Eigenschaft als Integrator betrachtet.

## 2 Theorie

Das Relaxationsverhalten eines Systems ist dadurch gekennzeichnet, dass es, nachdem es von seinem Ausgangszustand entfernt wurde, nicht oszillatorisch in diesen wieder zurückkehrt. Im Versuch wird als Beispiel für das Relaxationsverhalten der Auf- und Entladevorgang eines Kondensators in einem RC-Tiefpass betrachtet.

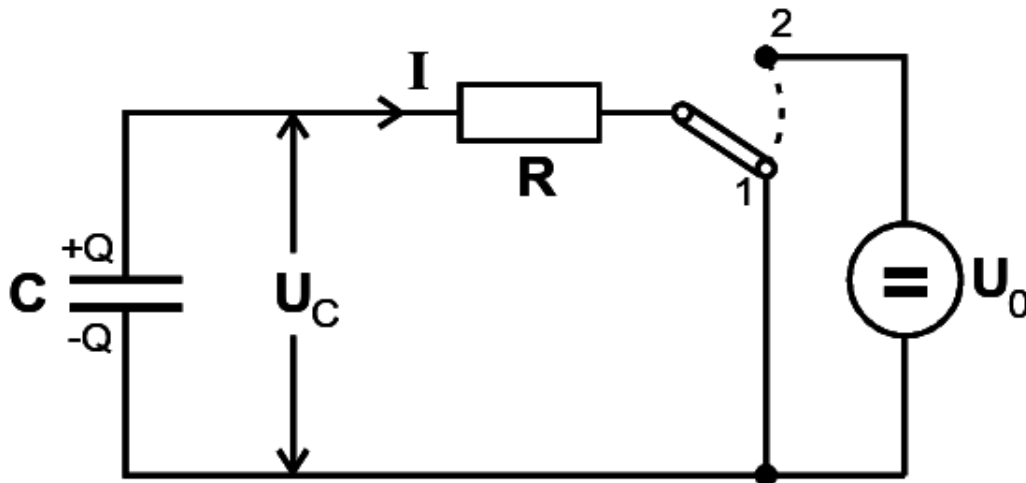


Abbildung 1: RC-Kreis [Dor]

Für den Aufladevorgang eines Kondensators ergibt sich mit den Anfangsbedingungen

$$Q(0) = 0$$

$$Q(\infty) = CU_0$$

folgende Gleichung für  $Q(t)$

$$Q(t) = CU_0(1 - \exp(\frac{-t}{RC}))$$

Dabei bezeichnet  $C$  die Kapazität des Kondensators,  $R$  den Widerstand und  $Q_0$  die Ladung des Kondensators zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Die Gleichung

$$Q(t) = Q_0(1 - \exp(\frac{-t}{RC}))$$

beschreibt den Entladevorgang des Kondensators. Das Produkt aus  $R$  und  $C$  wird dabei als Zeitkonstante bezeichnet und beschreibt, wie schnell das System in seinen Endzustand  $G(\infty)$  relaxiert. Werden die Geschehnisse am RC Kreis mit einem von außen sinusförmig angeregten System in der Mechanik verglichen, so lassen sich einige Analogien finden. Zum einen weisen die Schwingungsgleichungen Parallelen auf, zum anderen ist das Verhalten bei einem Widerstand sehr ähnlich. Wird nun ein RC-Kreis mit der Wechselspannung

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t)$$

angeregt, kann eine Phasenverschiebung zwischen der Eingangsspannung und der Spannung am Kondensator bei zunehmender Frequenz beobachtet werden. Betrachtet man jedoch sehr hinreichend geringe Frequenzen für  $\omega$ , also  $\omega \ll \frac{1}{RC}$ , so wird sich beobachten lassen, dass die Spannung am Kondensator  $U_C(t)$  ungefähr gleich der Eingangsspannung  $U(t)$  sin wird. Durch Erhöhen der Eingangsfrequenz wird eine Phasenverschiebung zwischen den beiden Spannungen erzwungen. Hierbei hinkt der Auf- und Entladevorgang am Kondensator zeitlich hinter der Erregerspannung zurück. Als Formel für die Phasenverschiebung  $\phi$  in Abhängigkeit der Frequenz  $\omega$  ergibt sich:

$$\phi(\omega) = \arctan(-\omega RC)$$

. Für niedrige Frequenzen nähert sich die Phasenverschiebung, wie bereits erwähnt, dem Wert 0. Für hohe Frequenzen wird sich die Phasenverschiebung asymptotisch dem Wert  $\frac{\pi}{2}$  nähern. Des weiteren können mit Hilfe der Gleichung

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

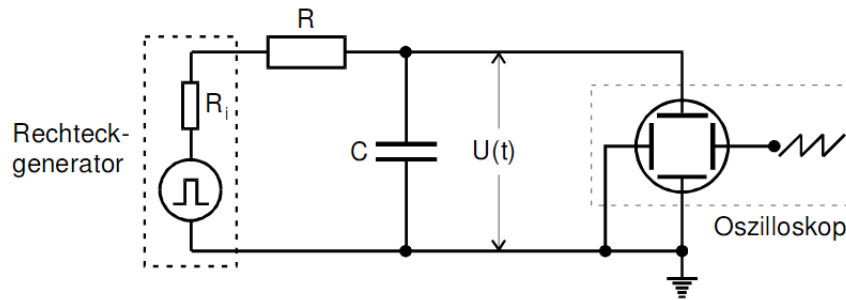
Aussagen über die Änderung der Amplitude mit zunehmender Erregerfrequenz getroffen werden. Geht  $\omega$  gegen 0, so gilt  $A(\omega) \rightarrow U_0$ , geht  $\omega$  gegen  $\infty$ , gilt dann umgekehrt:  $A(\omega) \rightarrow 0$ . Das Verhalten von Tiefpässen ist dadurch charakterisiert, dass Frequenzen, für die gilt  $\omega \gg \frac{1}{RC}$ , immer weiter gesperrt werden, wohingegen niedrigere Frequenzen  $\omega \ll \frac{1}{RC}$  durchgelassen werden. Außer der Eigenschaft als Tiefpass, kann ein RC-Schaltkreis auch als Integrator der Eingangsspannung dienen, solange die Erregerfrequenz ausreichend groß ist:  $\omega \gg \frac{1}{RC}$ . Dabei wird gelten:

$$U_C(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t U(t') dt'$$

.

### 3 Durchführung

Im Versuch wird der RC-Kreis durch einen Generatort angeregt, der sowohl Sinus-, als auch Rechteckspannung generieren kann. Außerdem ist an die Ausgangsspannung ein Zweikanaloszilloskop angeschlossen, mit dem sowohl die Spannung, als auch die Frequenz gemessen werden kann. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2 zu sehen. Im Versuch



**Abbildung 2:** Versuchsaufbau mit Spannungsgenerator, RC-Kreis und Oszilloskop  
[Dor]

wird zunächst die Zeitkonstante des RC Gliedes bestimmt, wozu mit dem Generator eine Rechteckspannung in den RC-Kreis eingespeist wird. Die Ausgangsspannung wird anschließend am Oszilloskop in Abhängigkeit der Zeit dargestellt. Hier ist besonders der Auf- und Entladevorgang des Kondensators von Interesse. Steigt der auf dem Oszilloskop zu sehende Graph auf die Spannungsamplitude an, stellt dies den Aufladevorgang des Kondensators dar. Hat dieser das Maximum erreicht, ist auf dem Graphen eine fallende Funktion zu sehen, die sich asymptotisch der Nulllinie nähert. Dies wiederum stellt den Entladevorgang dar. Für eine zur Auswertung geeigneten Darstellung, sollte hierbei darauf geachtet werden, dass sich die abgelesene Spannung um den Faktor fünf bis zehn ändert. Ist dies am Oszilloskop entsprechend eingestellt, werden zwischen dem Spannungsmaximum und Minimum 30 Messwerte abgelesen. Anschließend wird das erhaltene Bild abgespeichert.

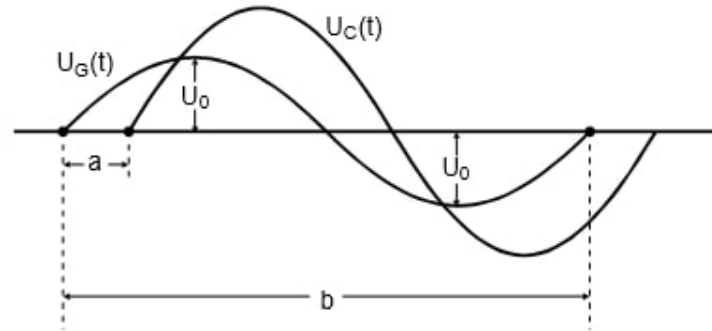
Im zweiten Teil der Durchführung wird die Frequenzabhängigkeit der Spannungsamplitude am Kondensator gemessen. Hierzu wird am Generator eine Sinusspannung eingestellt und wiederum die Ausgangsspannung  $U_C(t)$  am Kondensator gemessen. Um die Auswertung möglichst genau durchführen zu können, werden Werte für  $U_C$  zwischen 10 Hz und 30 kHz gemessen.

Des Weiteren wird die frequenzabhängige Phasenverschiebung zwischen Generator- und Kondensatorspannung bestimmt. Hierzu wird der zweite Kanal des Oszilloskops verwendet, in den die Generatorspannung  $U_G$  eingespeist wird. Somit zeigen sich, wie in 3 zu sehen, zwei Spannungsverläufe im Oszilloskop, deren Werte zur Berechnung der Phasenverschiebung abgelesen werden können. Hierbei ist der Wert  $a$  die Breite die zwischen den beiden Nulldurchläufen der Spannungen abgelesen werden kann und  $b$  die Schwingungs-

dauer der Generatorspannung. Gemessen werden hier ebenfalls wieder Werte zwischen 10 Hz und 30 kHz. Die Phasenverschiebung  $\phi$  kann mit folgender Formel anschließend berechnet werden:

$$\phi = \frac{a}{b} 2\pi.$$

Zuletzt wird der RC-Kreis auf seine Eigenschaft als Integrator hin untersucht. Die-



**Abbildung 3:** Darstellung der Generator- und Kondensatorspannung zur Bestimmung der Phasenverschiebung [Dor]

se Untersuchung findet qualitativ statt. Am Generator werden nacheinander Sinus-, Rechteck- und Dreiecksspannung eingespeist. Am Oszilloskop werden sowohl die Spannungsverläufe am Kondensator als auch der Spannungsverlauf der Generatorspannung abgebildet. Zu beachten ist hierbei, dass eine hinreichend große Eingangsfrequenz am Spannungsgenerator eingestellt wird. Im Versuch wurde eine Eingangsspannung von 100 kHz verwendet. Zur Auswertung werden die Abbildungen der beiden Ausgangsspannungen miteinander verglichen. Die Funktion der Kondensatorspannung wird dabei das Integral der Generatorspannung darstellen. Alle drei Darstellungen der Spannungsverläufe werden anschließend abgespeichert.

## 4 Auswertung

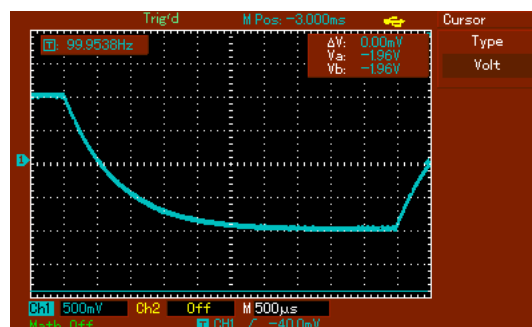
### 4.1 Entladevorgang eines Kondensators

Bei der ersten Methode zur Bestimmung von  $RC$  (Zeitkonstanten) wird der Entladevorgang eines Kondensators über einen Widerstand beobachtet. Zunächst werden die Werte so im Graphen verschoben, sodass  $U(t = 0) = U_{\max}$  und  $U(t \rightarrow \infty) = 0$  gilt.

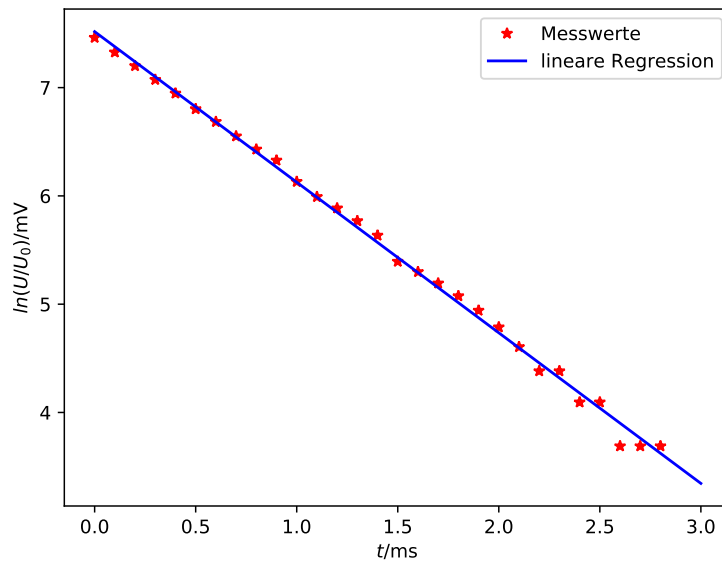
Aus dem Diagramm aus Abbildung 4 werden 30 Wertepaare entnommen, die Spannungen logarithmiert und in die Abbildung 5 eingetragen. Mit den Wertepaaren wird eine lineare Regression durchgeführt, wobei die Steigung  $m$  und der y-Achsenabschnitt  $b$  wie folgt definiert sind:

**Tabelle 1:** Messwerte: Entladung eines Kondensators.

$t / \text{ms}$	$U(t) / \text{mV}$
-5.500	720
-5.400	500
-5.300	320
-5.200	160
-5.100	20
-5.000	-120
-4.900	-220
-4.800	-320
-4.700	-400
-4.600	-460
-4.500	-560
-4.400	-620
-4.300	-660
-4.200	-700
-4.100	-740
-4.000	-800
-3.900	-820
-3.800	-840
-3.700	-860
-3.600	-880
-3.500	-900
-3.400	-920
-3.300	-940
-3.200	-940
-3.100	-960
-3.000	-960
-2.900	-980
-2.800	-980
-2.700	-980



**Abbildung 4:** Entladevorgang eines Kondensators.



**Abbildung 5:** Messwerte und lineare Regression zur Entladung eines Kondensators.

$$m = -\frac{1}{RC}$$

$$b = \ln(Q(0))$$

wobei  $R$  den Widerstand,  $C$  die Kapazität des Kondensators,  $Q(0)$  die Ladung des Kondensators zum Zeitpunkt  $t = 0$  beschreibt. Mit Hilfe der linearen Regression werden die Werte für  $m$  und  $b$  ermittelt

$$m = (-1391 \pm 14) \frac{1}{\text{s}}$$

$$b = (0.608 \pm 0.023) \ln(C).$$

Mit

$$RC = -\frac{1}{m},$$

folgt direkt

$$RC = (0.719 \pm 0.007) \text{ ms}.$$



## 4.2 Frequenzabhängigkeit der Amplitude

**Tabelle 2:** Messwerte: Frequenzabhängigkeit der Amplitude.

$\nu$ /Hz	$U$ /mV
10	940
20	960
30	980
40	960
50	940
60	940
70	920
80	900
90	880
100	860
200	700
300	540
400	432
500	360
600	312
700	272
800	240
900	216
1000	188
2000	96
3000	64.4
4000	48.8
5000	39.2
6000	32.8
7000	27.6
8000	24.0
9000	31.6
10000	19.2

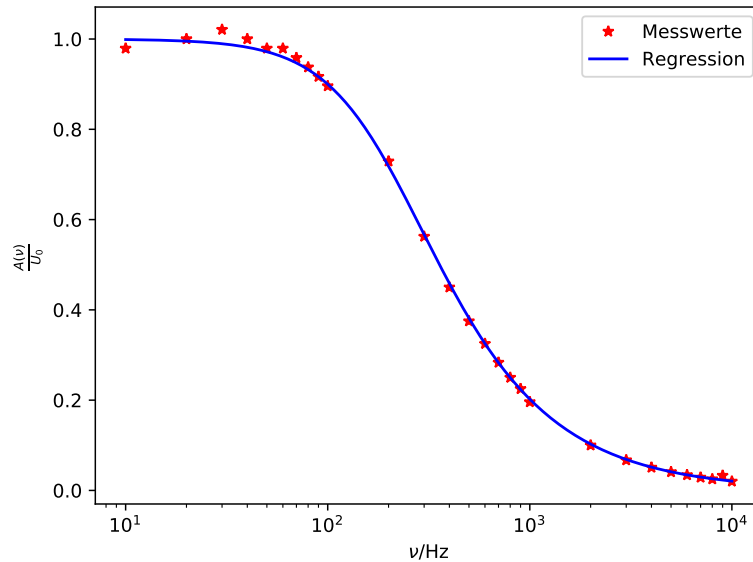
Bei der zweiten Methode zur Bestimmung der Zeitkonstanten  $RC$  wird die Abhängigkeit der Amplitude  $A(\nu)$  von der Frequenz ausgenutzt. Die Messwerte werden wieder in ein Diagramm eingetragen und es wird eine Regression der Form

$$\frac{A(\nu)}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi\nu RC)^2}}$$

durchgeführt, wobei  $U_0$  die Amplitude der ungedämpften Schwingung ist. Die Regression

ergibt den Wert der Zeitkonstanten

$$RC = (0.771 \pm 0.008) \text{ ms.}$$



**Abbildung 6:** Amplitude  $A(\nu)$  in Amhängigkeit der Frequenz  $\nu$

### 4.3 Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung

Zunächst in wird der Phasenunterschied  $\Delta\phi$  mit Hilfe der Formel

$$\Delta\phi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi$$

berechnet. Analog zu den Methoden vorher, werden die Werte in ein Diagramm eingetragen und eine Regression der Form

$$\Delta\phi(\nu) = \arctan(-2\pi\nu RC)$$

durchgeführt. Die Regression liefert den Wert für dei Zeitkonstante

$$RC = (0.767 \pm 0.025) \text{ ms}$$

**Tabelle 3:** Messwerte: Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung. Wobei  $\Delta t$  die Zeitdifferenz zwischen der gedämpften und ungedämpften Schwingung und  $T$  die Periodendauer einer Schwingung ist.

$\nu / \text{Hz}$	$\Delta t / \mu \text{s}$	$T / \text{ms}$
10	680	100
20	720	50
30	740	33
40	740	25
50	760	20
60	740	16.72
70	724	14.32
80	708	12.4
90	700	11.2
100	684	10
200	640	4.98
300	520	3.32
400	432	2.5
500	384	1.98
600	328	1.66
700	288	1.44
800	264	1.24
900	232	1.13
1000	216	0.992
2000	116	0.500
3000	80	0.332
4000	60	0.250
5000	47	0.200
6000	37	0.167
7000	33	0.142
8000	33	0.125
9000	27	0.111
10000	25	0.100

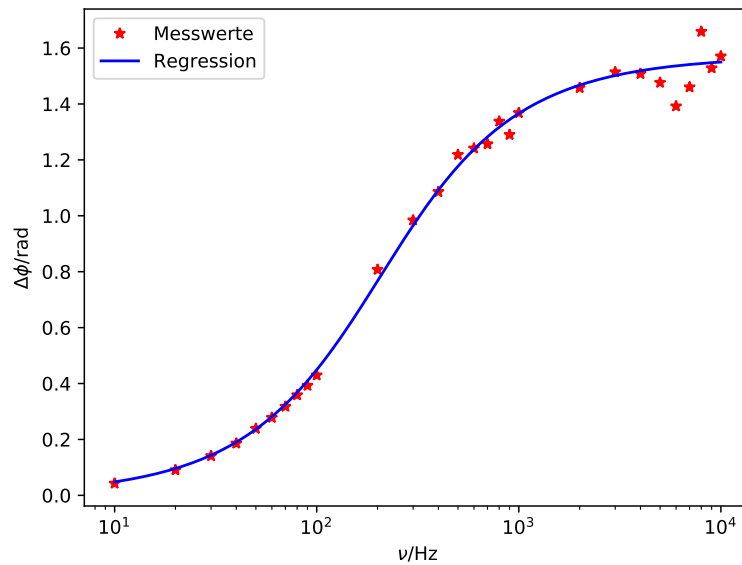


Abbildung 7: Phasenverschiebung  $\Delta\phi(\nu)$  in Abhängigkeit der Frequenz  $\nu$

#### 4.4 RC-Kreis als Integrator

Man kann für bestimmte Bedingungen den RC-Kreis auch als Integrator dienen. Eine Bedingung dafür ist eine hohe Frequenz, in unserem Versuch werden die Bilder mit einer Frequenz von 100 kHz aufgenommen. Folgend beschreiben die gelben Funktionen die Ausgangsspannung und die blauen Funktionen die Spannung über den RC-Kreis.

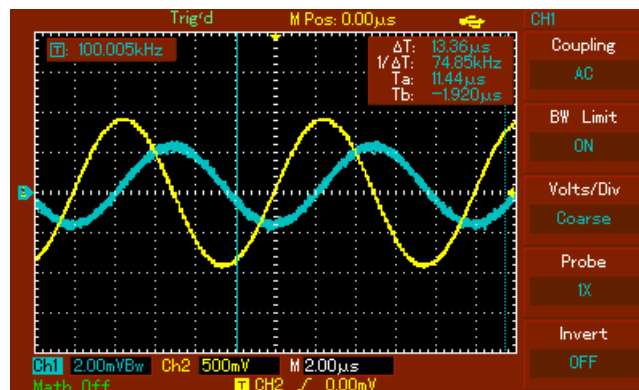


Abbildung 8: RC-Kreis als Integrator, Sinusschwingung.

In Abbildung 8 wird eine Sinusspannung durch den Spannungsgenerator erzeugt. Es lässt sich erkennen, dass die blaue Spannung eine negative Cosinusfunktion (an der x- Achse gespiegelt) darstellt, welchemathematisch auch das Integral einer Sinusfunktion ist.

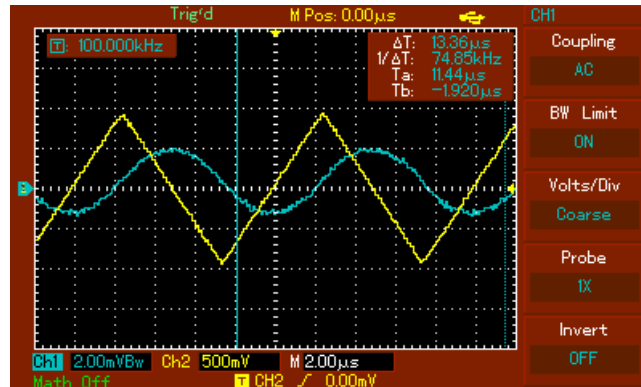


Abbildung 9: RC-Kreis als Integrator, Dreiecksspannung

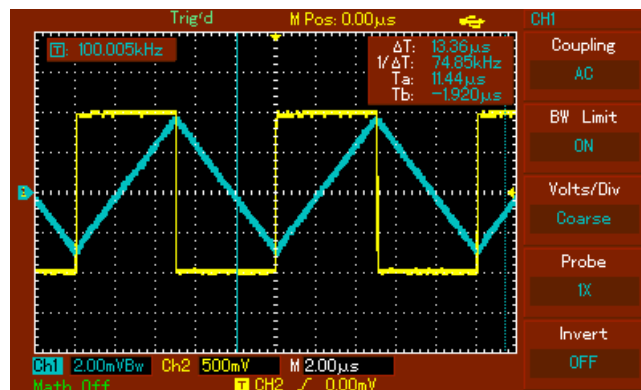


Abbildung 10: RC-Kreis als Integrator, Rechteckschwingung

In Abbildung 9 wird eine Dreiecksspannung erzeugt. Hier lässt sich erkennen, dass die Integrationsfunktion aus Parabeln besteht. Mathematisch gesehen wird aus einer Geraden nach der Integration eine Parabel, welches den RC-Kreis aus Integrator bestätigt.

In Abbildung 10 wird eine Rechteckschwingung angelegt. Mathematisch gesehen, ist das Integral einer konstanten Funktion eine Gerade, wobei der Wert der Funktion der Steigung entspricht. Hier ist zu erkennen, dass aus einer Rechteckfunktion nach der Integration eine Dreiecksfunktion wird, welche aus unendlich vielen Geraden besteht. Auch hier lässt sich die Funktion des RC-Kreises als Integrator gut erkennen.

## 5 Diskussion

In Tabelle 4 sind die einzelnen experimentell ermittelten Zeitkonstanten aufgelistet. Zu erkennen ist, dass alle Zeitkonstanten in der Gleichen Größenordnung liegen. Dennoch gibt es Abweichung, wobei dort auch systematische Fehler vorhanden sind, denn bei allen Versuchen wird der Innenwiderstand des Generators vernachlässigt. Weitere Fehler

**Tabelle 4:** Vergleich der Werte für die Zeitkonstante

	Entladung	Amplitude	Phase
$RC / \text{ms}$	$0.719 \pm 0.007$	$0.771 \pm 0.008$	$0.767 \pm 0.025$

lassen sich auf Messfehler zurückführen. Diese haben ihren Ursprung beim Errechnen der Werte des Oszilloskops, da bei größerern Frequenzen die zu messenden Größen immer kleiner werden und das Oszilloskop beispielsweise bei der Messung der Amplituden nur in 20mV-Schritten messen kann.

## Literatur

- [Dor] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 353 Relaxationsverhalten eines RC-Kreises*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/index.php?page=medizin&sub=bachelorSc> (besucht am ).