

V204 Wärmeleitung von Metallen

Alina Landmann, alina.landmann@tu-dortmund.de
Jannine Salewski, jannine.salewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 22.12.2017

Abgabe: 12.01.2018

TU Dortmund - Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
3 Durchführung	2
3.1 Statische Methode	2
3.2 Dynamische Methode	3
4 Auswertung	3
4.1 Statische Methode	3
4.2 Dynamische Methode	7
4.2.1 Wärmeleitkoeffizient Messing	7
4.2.2 Wärmeleitkoeffizient Aluminium	8
4.2.3 Wärmeleitkoeffizient Edelstahl	10
5 Diskussion	12
Literatur	12

1 Zielsetzung

Im Versuch soll die Wärmeleitfähigkeit von Aluminium, Messing und Edelstahl untersucht werden.

2 Theorie

Herrscht in einem Körper ein Temperaturungleichgewicht, so wird dieses mittels Wärmetransport ausgeglichen. Dieser kann auf drei Arten stattfinden. Durch Konvektion, den Wärmetransport makroskopischer Teilchen, durch Wärmestrahlung, den Wärmetransport mittels elektromagnetischer Wellen und mittels Wärmeleitung, wobei die Wärme unter anderem über frei bewegliche Elektronen und nicht durch makroskopische Teilchenbewegung, weitergegeben wird. Letzteres wird im folgenden Versuch untersucht. Dazu wird ein Stab der Länge L mit Querschnittsfläche A , der Dichte ρ , der spezifischen Wärme c und der materialabhängigen Wärmeleitfähigkeit κ betrachtet. Die Wärmemenge dQ , die pro Zeit dt transportiert wird, kann mittels folgenden Zusammenhangs beschrieben werden:

$$\frac{dQ}{dt} = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Das Minuszeichen bedeutete, dass die Wärme vom kälteren, zum wärmeren Teil des Stabes fließt. Die Wärmestromdichte beträgt folglich:

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$$

und mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung folgt daraus die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

Die Größe $\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c}$ beschreibt dabei, wie schnell sich der Temperaturunterschied wieder ausgleicht und wird als Temperaturleitfähigkeit bezeichnet.

Die Temperaturwelle, die sich in einem Stab ausbreitet, welcher periodisch erhitzt und abgekühlt wird, kann mit folgender Gleichung beschrieben werden:

$$T(x, t) = T_{\max} \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x\right) \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x\right),$$

die sich mit der Phasengeschwindigkeit

$$\nu = \sqrt{\frac{2\omega\kappa}{\rho c}}$$

ausbreitet.

Die Dämpfung wird aus dem Verhältnis zweier Amplituden A_{nah} und A_{fern} an zwei auseinanderliegenden Messstellen x_{nah} und x_{fern} , zueinander bestimmt. Wird außerdem

$$\omega = \frac{2\pi}{T^*} \qquad \Phi = \frac{2\pi\Delta t}{T^*}$$

, mit T^* für die Periodendauer der Phase Φ benutzt, so ergibt sich für die Wärmeleitfähigkeit:

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2\Delta t \ln(A_{\text{nah}}/A_{\text{fern}})}. \quad (1)$$

Δx ist die Entfernung der beiden Messstellen und Δt die Phasendifferenz der Temperaturwelle an den beiden Messstellen.

3 Durchführung

Abbildung 1 zeigt den Versuchsaufbau. Die vier Stäbe sind zweimal Messing, und jeweils einmal Aluminium und Edelstahl. Das Peltier Element dient dabei zum Erhitzen oder Abkühlen der Stäbe, je nach Schaltereinstellung. Zu Beginn werden die Abstände Δx zwischen den Thermoelementen gemessen und das Netz- und Messgerät angeschlossen. Es ist darauf zu achten, dass die Stäbe während jeder der Messungen isoliert sind, sodass der Wärmeaustausch mit der Umgebung möglichst gering gehalten wird.

3.1 Statische Methode

Zur Durchführung der statischen Methode wird die Spannung des Netzgeräts auf 8 V und die Abtastrate des Messgeräts auf 5/s eingestellt. Der Schalter am Peltier Element wird nun auf "Heat" gestellt, sodass sich die Stäbe erwärmen. Hat der Edelstahlstab eine Temperatur von 45° erreicht, so werden anschließend alle Stäbe auf 30° abgekühlt und die Messwerte exportiert.

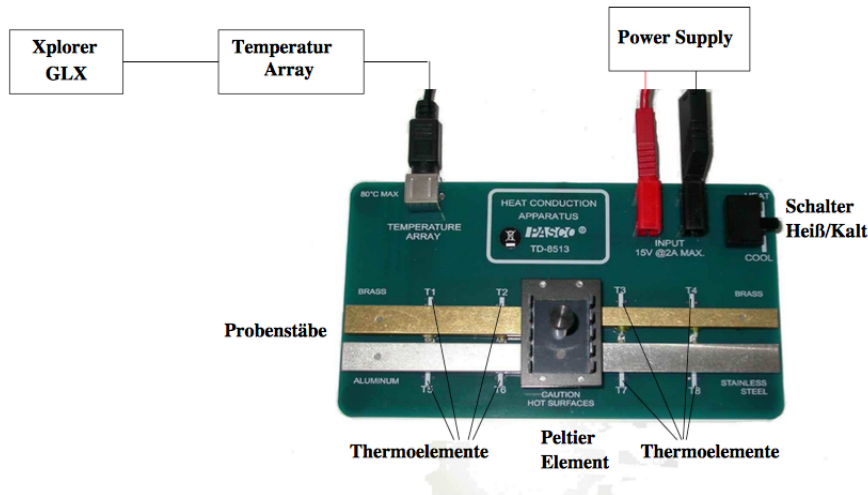


Abbildung 1: Versuchsaufbau [Dor]

3.2 Dynamische Methode

Bei der dynamischen Methode, wird eine Spannung am Netzgerät von 11 V und eine Abtastrate von 2 s benötigt. Dann werden alle vier Stäbe alternierend für 40 s erhitzt und abgekühlt. Dies wird für 12 Perioden durchgeführt. Abermals werden die Messwerte exportiert und die Stäbe auf 30° abgekühlt. Anschließend folgt analog der zweite Durchgang, in dem die Stäbe jeweils für 100 s alternieren erhitzt und abgekühlt werden, die Messwerte gespeichert und exportiert werden.

4 Auswertung

4.1 Statische Methode

Bei der statischen Methode werden die Stäbe ohne Unterbrechung erhitzt und die Temperaturen in der Nähe und 4 cm von der beheizten Stelle entfernt gemessen. Die gemessenen Temperaturen werden im Diagramm 2 dargestellt.

Nach 700 s lassen sich folgende Temperaturen aus der Wertetabelle ablesen:

$$\begin{aligned}
 T_{\text{Messing(breit)}} &= 33.64^\circ\text{C} \\
 T_{\text{Messing(schmal)}} &= 32.51^\circ\text{C} \\
 T_{\text{Aluminium}} &= 36.81^\circ\text{C} \\
 T_{\text{Edelstahl}} &= 26.95^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

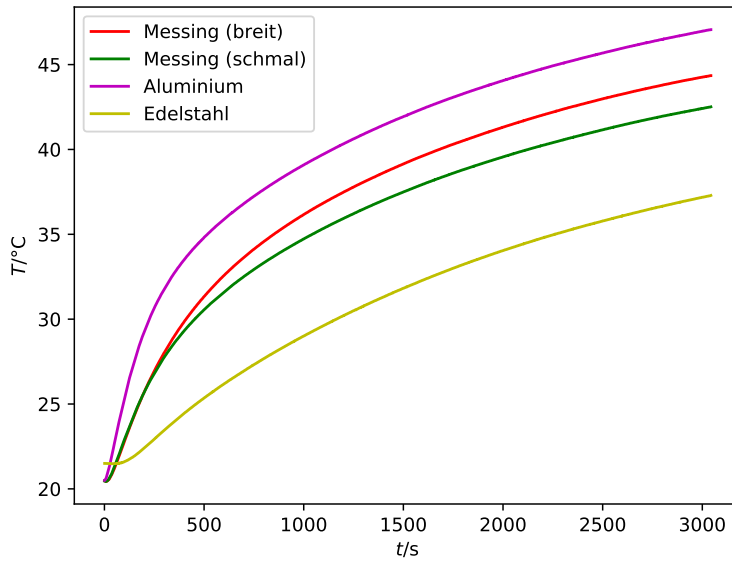


Abbildung 2: Messungen der Temperatur bei der statischen Methode.

Zu erkennen ist, dass Aluminium der beste Wärmeleiter der 4 Probestäbe darstellt und Edelstahl der schlechteste. Aus den Verläufen der Messingstäbe lässt sich schließen, dass schmale Stäbe die Wärme besser leiten, als dickere. Dennoch ist zu erkennen, dass die Verläufe der Messingstäbe sich am Anfang kaum unterscheiden, erst ab ca. 250 s laufen beiden Graphen auseinander. Alle Graphen steigen zunächst stark an und ab ca. 1500 s lässt sich fast ein geradliniiger Verlauf erkennen.

Zur Berechnung des Wärmestroms $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ zu 5 verschiedenen Messzeiten (500 s, 1000 s, 1500 s, 2000 s, 2500 s) die Messwerte abgelesen und in die Formel

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\kappa A \frac{T_1 - T_2}{dx} \quad (2)$$

eingesetzt. Dafür werden folgende Literaturwerte für

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{Messing}} &= 120 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \\ \kappa_{\text{Aluminium}} &= 236 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \\ \kappa_{\text{Edelstahl}} &= 20 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \end{aligned}$$

und die gegebenen Werte für die Querschnittsfläche A eingesetzt

$$\begin{aligned} A_{\text{Messing(breit)}} &= 0.48 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \\ A_{\text{Messing(schmal)}} &= 0.24 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \\ A_{\text{Aluminium}} &= 0.48 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \\ A_{\text{Edelstahl}} &= 0.48 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \end{aligned}$$

wobei $dx = 3 \text{ cm}$ den Messabstand der Temperaturen beschreibt. Die Messwerte und Ergebnisse sind in Tabelle 1 aufgelistet.

In Abbildung 3 sind die Temperaturdifferenzen der nahen und fernen Temperaturmessung für Messing (breit) und Edelstahl dargestellt. Der Graph der Temperaturdifferenz von Edelstahl nähert sich nach einiger Zeit ca. an den Wert 7.8°C wie eine Exponentialfunktion an. Bei Messing hingegen steigt der Wert zunächst auf ein Maximum bei ca. 3°C an, um darauf folgend sich einem Wert von 2°C anzunähern. Zusammenfassend ist zu erkennen, dass Aluminium der beste Wärmeleiter ist und Edelstahl der schlechteste von den Probestäben.

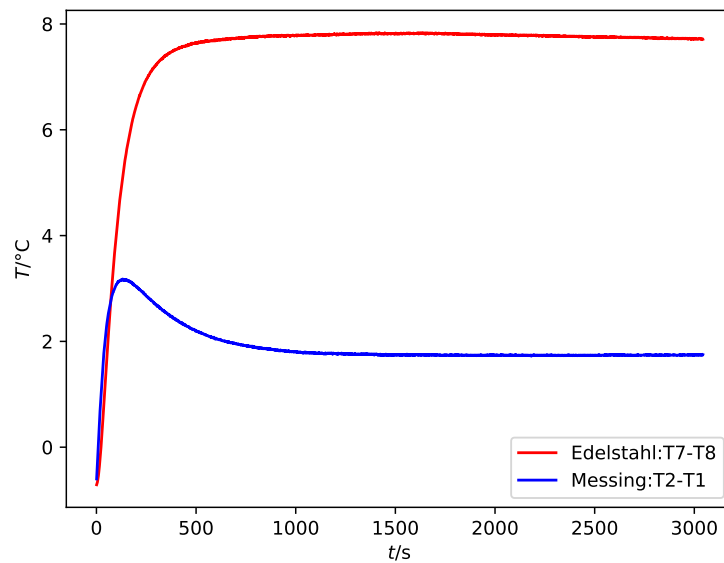


Abbildung 3: Temperaturdifferenzen für Messing(breit) und Edelstahl.

Tabelle 1: Wärmestrom

$T_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$T_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} / \text{W}$
Messing (breit)		
33.53	31.33	-0.422
37.96	36.13	-0.352
40.89	39.15	-0.334
43.05	41.31	-0.334
44.72	42.98	-0.334
Messing (schmal)		
33.45	30.55	-0.279
37.45	34.73	-0.261
40.25	37.49	-0.265
42.35	39.56	-0.268
43.97	41.16	-0.269
Aluminium		
36.20	34.82	-0.525
40.30	39.09	-0.457
43.14	41.93	-0.457
45.28	44.06	-0.461
46.90	45.68	-0.461
Edelstahl		
32.99	25.35	-0.244
36.79	29.00	-0.249
39.64	31.82	-0.251
41.84	34.04	-0.249
43.54	35.79	-0.248

4.2 Dynamische Methode

Bei der dynamischen Methode werden die Stäbe in Intervallen erhitzt und direkt wieder abgekühlt.

4.2.1 Wärmeleitkoeffizient Messing

Zunächst wird eine Messung mit einer Periodendauer von $T = 80\text{ s}$ durchgeführt bzw. mit einer Frequenz von $f = 0.0125/\text{s}$, und die Werte für Messing in Abbildung 4 und für Aluminium in Abbildung 5 dargestellt. Die Amplituden A_{nah} , A_{fern} und die Phasendifferenz Δt in Tabelle 2 werden der Wertetabelle für die Graphik in Abbildung 4 entnommen.

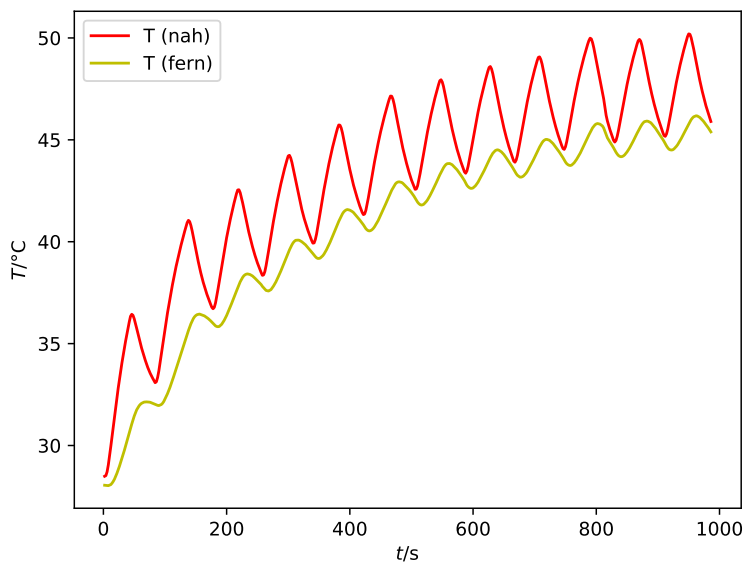


Abbildung 4: Dynamische Methode, Messing.

Aus den Werten aus Tabelle 2 und den Literaturwerten für die Dichte ρ und der spezifischen Wärmekapazität c

$$\rho_{\text{Messing}} = 8520 \text{ kg/m}^3$$

$$c_{\text{Messing}} = 385 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

Tabelle 2: Messung der Amplituden und der Phasendifferenz, Messing.

$A_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$A_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \text{W}/(\text{m K})$
2.05	3.98	24	92.53
2.05	3.99	16	138.79
1.30	2.92	14	129.67
1.25	2.95	12	143.54
1.20	2.90	14	119.49
1.21	2.91	14	119.59
1.02	2.69	12	126.85
0.95	2.62	12	120.63
0.93	2.56	12	121.07
1.03	2.73	12	126.19
0.88	2.52	12	116.29
0.84	2.52	10	134.60

lässt sich der Wärmeleitkoeffizient κ mit Hilfe der Formel (1) für Messing berechnen. Aus den einzelnen Werten für κ_{Messing} lässt sich der Mittelwert und der Fehler mittels Standardabweichung berechnen.

$$\bar{\kappa}_{\text{Messing}} = (124 \pm 4) \frac{\text{W}}{\text{m K}} \quad (3)$$

Zur Berechnung der Wellenlänge wird die Formel

$$\lambda = \sqrt{\frac{4\pi \bar{\kappa} T}{\rho c}} \quad (4)$$

verwendet, hierbei ist $\bar{\kappa}$ der vorher berechnete materialspezifische Wärmeleitkoeffizient, T die Periodendauer, ρ die Dichte des Mediums und c die spezifische Wärmekapazität. Durch einsetzen der Werte für Messing erhält man folgenden Wellenlänge

$$\lambda_{\text{Messing}} = (26.0 \pm 0.4) \text{ cm}$$

4.2.2 Wärmeleitkoeffizient Aluminium

Die Berechnung für den Wärmeleitkoeffizienten $\kappa_{\text{Aluminium}}$ für Aluminium läuft analog zu der für Messing. Die Frequenz der Messreihe bleibt bei $f = 0.0125/\text{s}$.

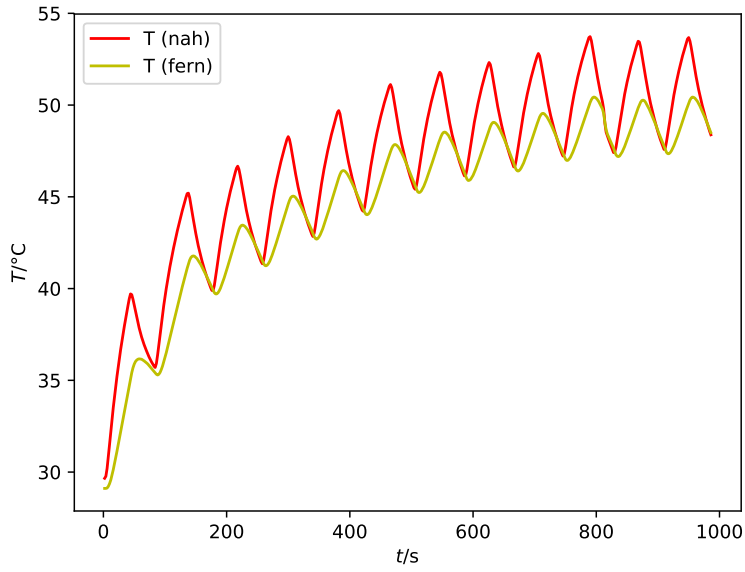


Abbildung 5: Dynamische Methode, Aluminium.

$$\rho_{\text{Aluminium}} = 2800 \text{ kg/m}^3$$

$$c_{\text{Aluminium}} = 830 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

Zunächst werden die Amplituden A_{nah} , A_{fern} und die Phasendifferenz Δt der Wertetabelle entnommen und in die Gleichung (1) eingesetzt. Die aus der Wertetabelle entnommenen Werte und die berechneten Werte für κ sind in Tabelle 3 aufgelistet.

Durch Bildung des Mittelwertes und des Fehlers mittels Standardabweichung folgt für den Wärmeleitkoeffizienten von Aluminium $\kappa_{\text{Aluminium}}$

$$\bar{\kappa}_{\text{Aluminium}} = (208 \pm 10) \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

Auch hier wird die Wellenlänge mit Hilfe der Formel 4 berechnet, durch einsetzen der Werte folgt

$$\lambda_{\text{Aluminium}} = (30.0 \pm 0.8) \text{ cm}$$

Tabelle 3: Messung der Amplituden und der Phasendifferenz, Aluminium.

$A_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$A_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \text{W}/(\text{m K})$
3.52	5.03	16	185.10
3.25	4.75	10	274.47
1.88	3.39	10	176.59
1.90	3.47	8	217.56
1.88	3.43	8	215.50
1.92	3.46	8	221.53
1.65	3.19	8	198.29
1.59	3.09	8	195.82
1.33	3.09	8	154.38
1.73	3.26	6	275.09
1.52	3.04	8	192.69
1.55	3.05	8	192.21

4.2.3 Wärmeleitkoeffizient Edelstahl

Die Berechnung des Wärmeleitkoeffizienten κ von Edelstahl läuft analog zu der von Messing und Aluminium. Die Messung wird hierbei mit einer Periodendauer von 200s, bzw. einer Frequenz von $f = 0.005/\text{s}$ durchgeführt. Hierzu werden aus den Messwerten die Werte für die Amplituden A_{nah} , A_{fern} und die Phasenverschiebung Δt entnommen. Die Literaturwerte für die Dichte ρ und die spezifische Wärmekapazität c sind durch

$$\rho_{\text{Edelstahl}} = 8000 \text{ kg/m}^3$$
$$c_{\text{Edelstahl}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

gegeben. Die gemessenen und berechneten Werte sind in Tabelle ?? aufgelistet.

Durch Bildung des Mittelwertes und der Standardabweichung konnte folgender Wert für die Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl ermittelt werden

$$\bar{\kappa}_{\text{Edelstahl}} = (14.4 \pm 0.3) \frac{\text{W}}{\text{m K}}.$$

Auch hier wird die Wellenlänge mit Hilfe der Formel 4 berechnet, durch einsetzen der Werte folgt

$$\lambda_{\text{Edelstahl}} = (10.6 \pm 0.1) \text{ cm}$$

Tabelle 4: Messung der Amplituden und der Phasendifferenz, Edelstahl.

$A_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$A_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \text{W}/(\text{m K})$
5.25	1.72	92	14.00
5.23	1.52	90	12.91
5.04	1.34	84	12.94
4.85	1.09	70	13.79
4.71	1.01	66	14.12
4.59	0.86	58	14.78
4.52	0.79	52	15.94
4.46	0.69	48	16.02
4.30	0.60	46	15.89
4.42	0.63	50	14.73
4.41	0.61	52	13.95
4.38	0.57	50	14.07

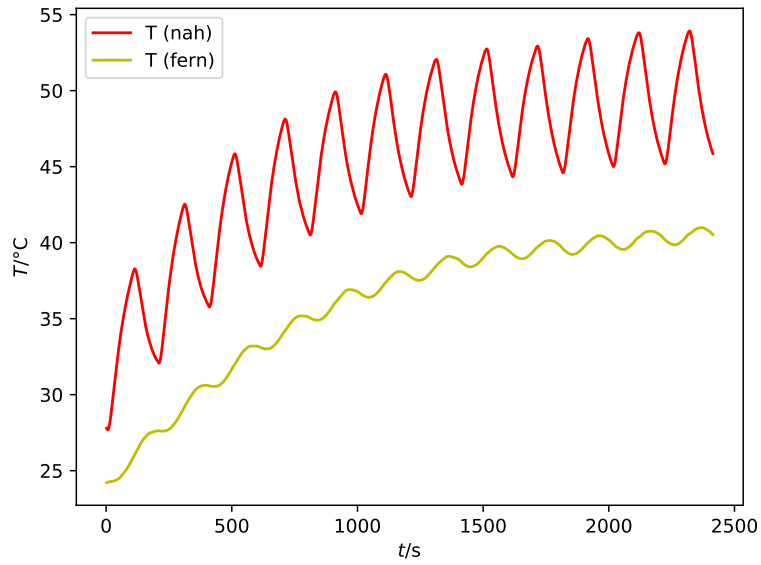


Abbildung 6: Dynamische Methode für Edelstahl.

5 Diskussion

In Tabelle 5 sind die berechneten Wärmekapazitäten den Literaturwerten gegenübergestellt. Zu erkennen sind Abweichungen von bis zu 28 %. Mögliche systematische Fehler können durch die nicht vollständige Wärmeisolation der Stäbe auftreten, da somit ein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet. Ein weiterer Fehler ist die Abtastrate des Geräts, da diese zwar vorher eingestellt wurde, aber die Einstellung so nicht stimmen kann, da wir sonst viel zu lange gemessen hätten.

Tabelle 5: Vergleich der Wärmekapazitäten mit den Literaturwerten.

	$\kappa_{\text{berechnet}} / \text{W}/(\text{m K})$	$\kappa_{\text{Literaturwert}} / \text{W}/(\text{m K})$	$\Delta\kappa / \%$
Messing	124 ± 4	120	3.3
Aluminium	208 ± 10	236	11.9
Edelstahl	14.4 ± 0.3	20	28.0

Literatur

- [Dor] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 204 Wärmeleitung von Metallen*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/WaermeleitfMP.pdf> (besucht am).