

Durchführung: 22.05.2018
Abgabe: 29.05.2018

PRAKTIKUMSPROTOKOLL V602

RÖNTGENEMISSION UND ABSORPTION

Carolin Harkort¹,
Jacqueline Schlingmann²

¹carolin.harkort@tu-dortmund.de

²jacqueline.schlingmann@tu-dortmund.de

1 Einleitung

In diesem Versuch wird das Energiespektrum und verschiedene Absorptionssektren einer Kupferröntgenröhre untersucht werden.

2 Theorie

Innerhalb einer evakuierten Röhre kann Röntgenstrahlung erzeugt werden. Aus einer Glühkathode werden Elektronen emittiert und auf eine Anode beschleunigt. Durch das Auftreffen der beschleunigten Elektronen auf die Anode entsteht Röntgenstrahlung, die aus einem kontinuierliches Bremspektrum und charakteristische Strahlung besteht.

Durch das Abbremsen eines Elektrons im Coulombfeld eines Atomkerns wird ein Photon ausgesendet. Dabei entspricht die Energie des Photons dem Energieverlust des abgebremsten Elektrons. Für den Fall, dass die gesamte kinetische Energie in Strahlungsenergie umgewandelt wird, ist die Energie maximal. Die minmiale Wellenlänge des kontinuierlichen Bremspektrums wird durch

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U} \quad (1)$$

beschrieben. Dabei ist U die Beschleunigungsspannung.

Durch die Ionisation des Anodenmaterials entsteht eine Leerstelle in einer inneren Schale. Diese Leerstelle wird unter Aussendung eines Röntgenquants von einem Elektron aus einer äußeren Schale aufgefüllt. Dabei entspricht die Energie des ausgesendeten Röntgenquants der Differenz des Energieniveaus $h\nu = E_m - E_n$. Die Energie ist dabei charakteristisch für das Anodenmaterial der Röntgenröhre, weshalb hier von einem charakteristischen Spektrum gesprochen wird. Durch Abschirmungseffekte der Hüllenelektronen und der Wechselwirkungen der Elektronen untereinander, verringert sich die Bindungsenergie eines äußeren Elektrons. Für diese Bindungsenergie gilt

$$E_n = -R_{\text{ryd}} z_{\text{eff}}^2 \frac{1}{n^2}. \quad (2)$$

Dabei ist die effektive Kernladung $z_{\text{eff}} = z - \sigma$, wobei σ die Abschirmkonstante ist und R_{ryd} die Rydbergenegie. Zu jedem Elektron können aufgrund unterschiedlicher Bindungsenergien charaktertistische Linien zugeordnet werden. Diese werden als Feinstruktur bezeichnet.

Für diesen Versuch werden allerdings nur K_α - und K_β Kupferlinien betrachtet. Der Comptoneffekt und der Photoeffekt sind für die Absorption von Röntgenstrahlung unter 1 MeV die dominanten Absorptionsprozesse. Die Absorption nimmt mit zunehmender Energie ab und steigt sprunghaft wieder an, wenn die Photonenenergie größer ist als die Bindungsenergie eines Elektrons aus der nächsten tieferen Schale. Die Abschirmkonstante lässt sich durch

$$\sigma_L = Z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_{\text{ryd}}}} - \frac{5\Delta E_L}{R_{\text{ryd}}} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_{\text{ryd}}} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

berechnen. Hierbei ist ΔE_L die Energieidifferenz zwischen $E_{L_{II}}$ - und $E_{L_{III}}$ -Absorptionskante, Z die Ordnungszahl und α die Feinstrukturkonstante.

Mithilfe von dreidimensionalen Gittern kann experimentell die Wellenlänge und somit auch die Energie der Röntgenstrahlen ermittelt werden. Unter der Bragg'schen Reflexion werden Photonen an jedem Atom der Gitters gebeugt. In dem Glanzwinkel θ kommt es zur konstruktiven Interferenz der Wellenlängen. Die Bragg-Bedingung formuliert die folgende Abhängigkeit zwischen der Gitterkonstante d , der gebeugten Wellenlänge λ und der Beugungsordnung n :

$$2d \sin(\theta) = n\lambda. \quad (4)$$

3 Durchführung

Für diesen Versuch wird eine Kupfer-Röntgenröhre, ein LiF-Kristall und ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet. Bei allen Messungen wird eine Beschleunigerspannung von 35 kV und ein Strom von 1 mA verwendet.

Zu erst wird die Bragg-Bedingung überprüft. Dafür wird ein Glanzwinkel von $\Theta = 14^\circ$ eingestellt. Bei einer Winkeländerung von $\Delta\alpha_{GM} = 0,1^\circ$ wird in einem Winkelbereich des Geiger-Müller-Zählrohrs von $\alpha_{GM} = 26^\circ$ bis 30° die Intensität der Röntgenstrahlung gemessen.

Als nächstes wird das Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre bestimmt. Dabei wird wieder das Messgerät in den 2:1 Koppelmodus gestellt und in $\Theta = 0,2^\circ$ -Schritten die Winkel zwischen $\Theta = 4^\circ$ bis 26° gemessen. Die Integrationszeit jedes Winkels beträgt dabei $\Delta t = 5$ s.

Zum Schluss wird das Absorptionsspektrum von mehreren Absorbern bestimmt. Die Proben Brom, Strontium und Zirkonium werden für die Elemente mit einer Ordnungszahl zwischen $30 \leq Z \leq 50$ und Quecksilber für das Element mit einer Ordnungszahl $Z \geq 70$ ausgewählt.

4 Auswertung

4.1 Überprüfung der Bragg Bedingung

Der fest eingestellte Kristallwinkel liegt bei

$$\theta = 14^\circ$$

In Abbildung 1 sind die gemessenen Werte aufgetragen. Aus diesen Werten ergibt sich das Maximum bei

$$\theta = 14, 15^\circ \quad (5)$$

Der Winkel weicht um $\Delta\theta = 0,15^\circ$ ab, sodass die Bragg Bedingung erfüllt ist. Das entspricht einer prozentualen Abweichung zum Sollwinkel von 1,07%.

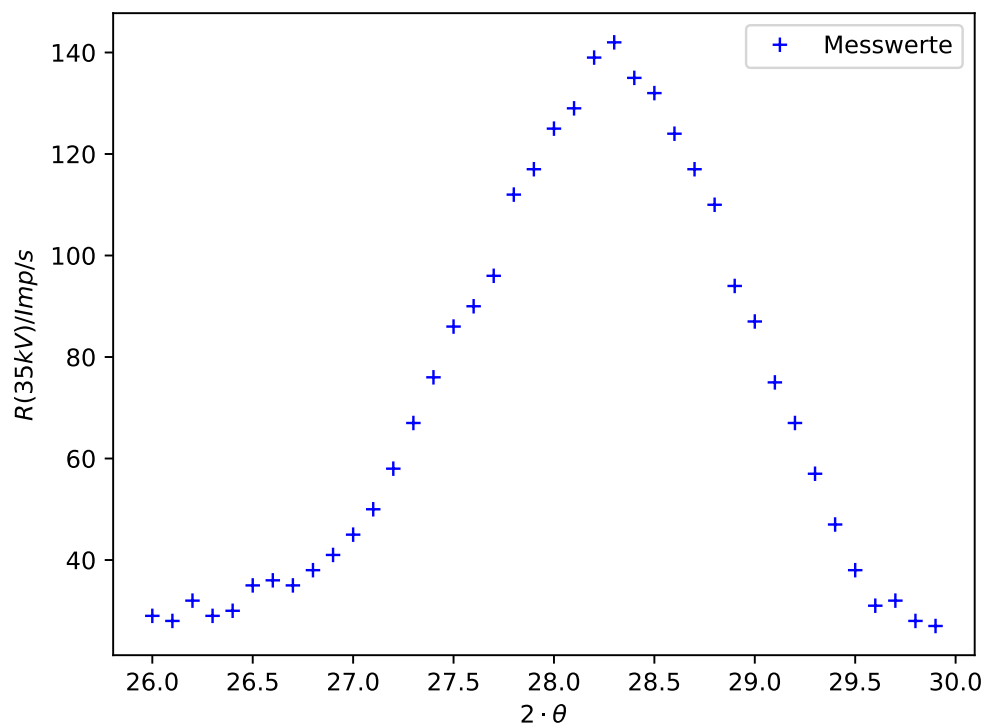


Abbildung 1: Die Intensität der Röntgenstrahlen

4.2 Das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

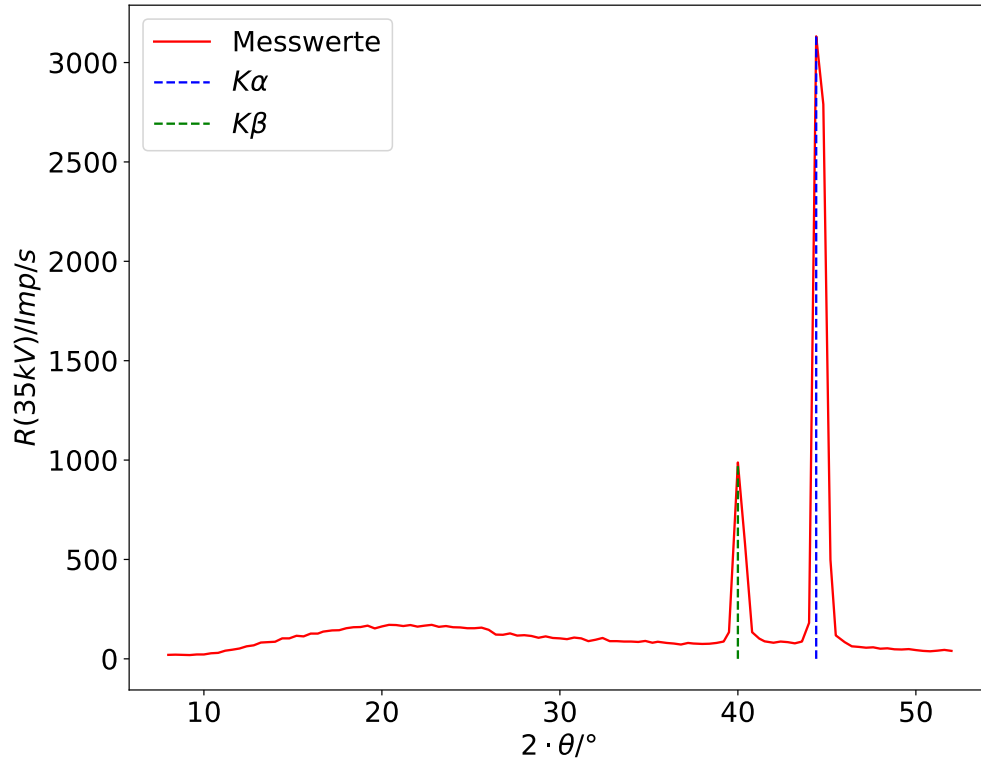


Abbildung 2: Röntgenspektrum der Cu-Röntgenröhre

In Abbildung 2 sind die K_α -, K_β -Linien, sowie der Bremsberg zu sehen. Der Bremsberg geht von $2\theta = 10^\circ$ bis ca 40° . Der Grenzwinkel wird aus den Messwerten entnommen und beträgt $\theta = 5^\circ \pm 0,1^\circ$. Daraus ergibt sich mit Formel (4)

$$\lambda_{min} = (35,106 \pm 0,703) \text{ pm}$$

Mit Formel (6) ergibt sich die Maximale Energie zu

$$E_{max} = (35,3 \pm 0,7) \text{ keV}$$

Die Energie hat somit eine prozentuale Abweichung von 0,91% zum theoretischen Wert von 35 keV

Mithilfe der Messwerte werden nun die Halbwertsbreiten bestimmt. Diese sind in den Abbildungen 3 und 4 dargestellt.

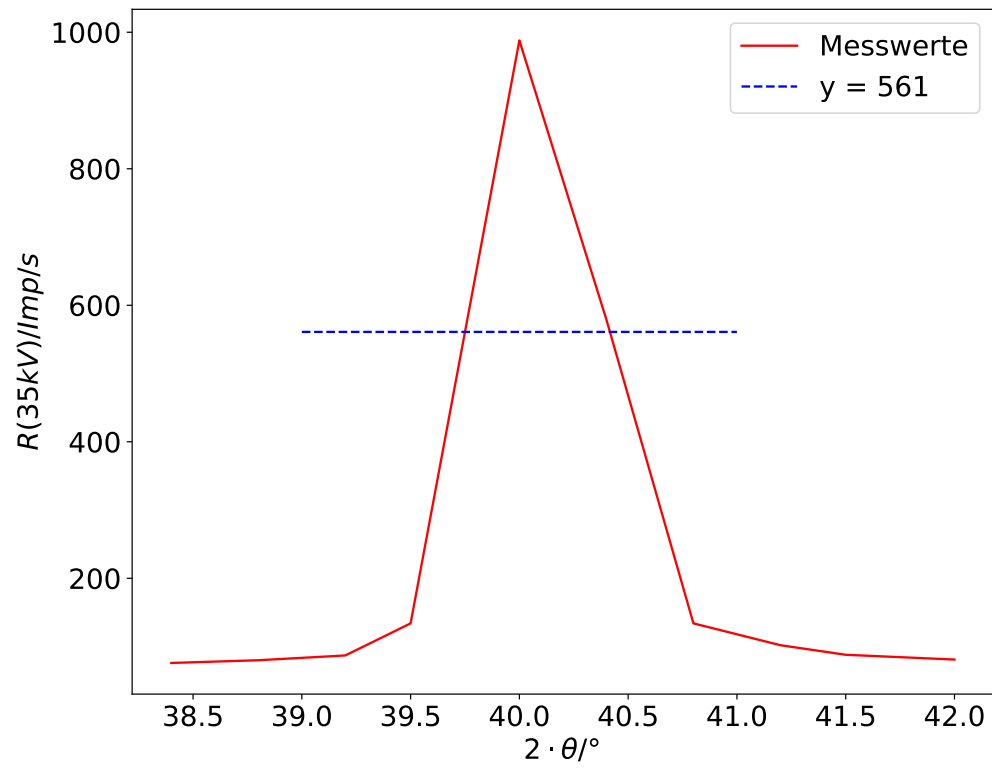


Abbildung 3: Halbwertsbreite von $K_\beta - Peaks$

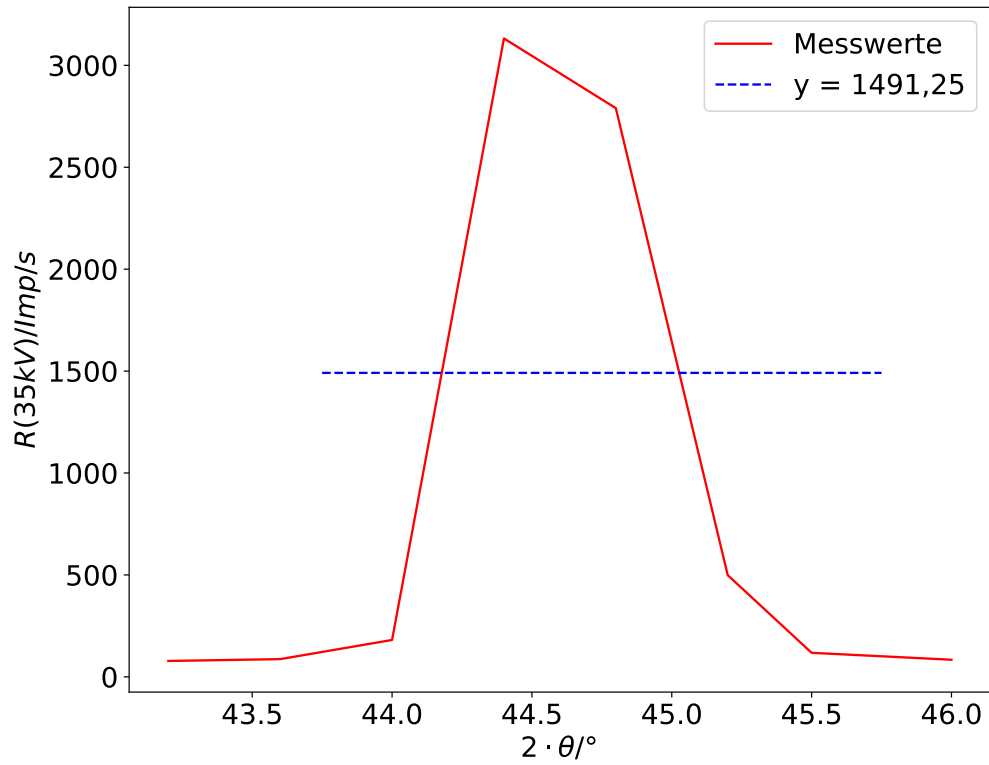


Abbildung 4: Halbwertsbreite von K_{α} – Peaks

Das Auflösungsvermögen berechnet sich mit der Formel

$$U = \frac{E}{\Delta E}$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Auflösungsvermögen

	$\theta_L / ^\circ$	E_L / keV	$\theta_R / ^\circ$	E_R / keV	$\Delta E / \text{keV}$	U
K_{α}	$44 \pm 0,1$	$4,431 \pm 0,008$	$45,5 \pm 0,1$	$4,316 \pm 0,007$	$0,084 \pm 0,001$	$51,86 \pm 0,63$
K_{β}	$39,5 \pm 0,1$	$4,839 \pm 0,010$	$40,75 \pm 0,1$	$4,715 \pm 0,010$	0,124	$38,52 \pm 0,08$

Die entnommenen Winkel für K_β und K_α lauten:

$$\theta_{K_\alpha} = 22,2^\circ$$

$$\theta_{K_\beta} = 20^\circ$$

Die bestimmten Wellenlängen und Energien werden mit den Formeln (4) und

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad (6)$$

bestimmt.

$$\lambda_{K_\alpha} = 152,194 \text{ pm}$$

$$\lambda_{K_\beta} = 137,766 \text{ pm}$$

$$E_{K_\alpha, \text{berechnet}} = 8,146 \text{ keV}$$

$$E_{K_\beta, \text{berechnet}} = 8,999 \text{ keV}$$

$$E_{K_\alpha, \text{theoretisch}} = 8,048 \text{ keV}$$

$$E_{K_\beta, \text{theoretisch}} = 8,906 \text{ keV}$$

Die theoretisch zu erwartenden Werte wurden [3] entnommen. Die prozentualen Abweichungen ergeben sich zu

$$\Delta E_{K_\alpha} = 1,22\% \quad (7)$$

$$\Delta E_{K_\beta} = 1,04\% \quad (8)$$

Mit den Formeln

$$E_{abs} = R_\infty (z - \sigma_1)^2 \quad (9)$$

$$E_{k_\alpha} = R_\infty (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \frac{1}{4} (z - \sigma_2)^2 \quad (10)$$

$$E_{k_\beta} = R_\infty (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \frac{1}{9} (z - \sigma_3)^2 \quad (11)$$

ergeben sich nun die Abschirmkonstanten σ_1 , σ_2 und σ_3 . E_{abs} ist hierbei 8980 eV, z ist die Ordnungszahl von Kupfer und hat einen Wert von 29.[2] R_∞ ist die Rydbergenergie mit einem Wert von 13,6 eV.[1]

$$\sigma_1 = 3,303 \quad (12)$$

$$\sigma_2 = 26,555 \quad (13)$$

$$\sigma_3 = 29,081 \quad (14)$$

4.3 Das Absorptionsspektrum

Die Winkel der K-Kanten von Brom, Strontium und Zirkonium werden aus den Messwerten entnommen, bzw. aus den Abbildungen 5, 6 und 7 entnommen.

$$\theta_{Brom} = 13,05^\circ$$

$$\theta_{Strontium} = 10,85^\circ$$

$$\theta_{Zirkonium} = 9,75^\circ$$

Mit den Formeln 4 und 6 werden zunächst die einzelnen Wellenlängen und dann die Energien bestimmt. Diese sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 2: Wellenlängen und Energien

	Wellenlänge / pm	Energie/ keV
Brom	90,95	13,632
Strontium	75,82	16,352
Zirkonium	68,21	18,176

Die Abschirmkonstante σ_K berechnet sich mit Hilfe der Formel (2). Dafür wird der Zusammenhang

$$z_{\text{eff}} = z - \sigma$$

verwendet. Somit ergibt sich

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E}{R_\infty}}$$

mit $Z_{Br} = 35$, $Z_{Sr} = 38$ und $Z_{Zr} = 40$ ([2]) ergeben sich die Abschirmkonstanten zu

$$\sigma_{K_{Br}} = 3,340 \quad (15)$$

$$\sigma_{K_{Sr}} = 3,325 \quad (16)$$

$$\sigma_{K_{Zr}} = 3,442 \quad (17)$$

Im folgenden Wird \sqrt{E} gegen Z aufgetragen. Außerdem wird eine lineare Regression mit

$$\sqrt{E} = a \cdot Z + b$$

durchgeführt. Die bestimmten Parameter lauten

$$a = (1,449 \pm 0,026) \cdot 10^{-9} \sqrt{\text{J}}$$

$$b = (-3,9 \pm 1,0) \cdot 10^{-9} \sqrt{\text{J}}$$

Die Regression ist in Abbildung 8 zu sehen. Aufgrund der Formel (2) ergibt sich die Rydbergkonstante zu

$$R_\infty = a^2 = (13,105 \pm 0,470) \text{ eV}$$

Der Fehler berechnet sich mit

$$\Delta_{R_\infty} = 2a \cdot \Delta a$$

Im Folgenden wird das Absorptionsspektrum von Quecksilber betrachtet.

$$\theta_{L2} = 12,7^\circ$$

$$\theta_{L3} = 14,7^\circ$$

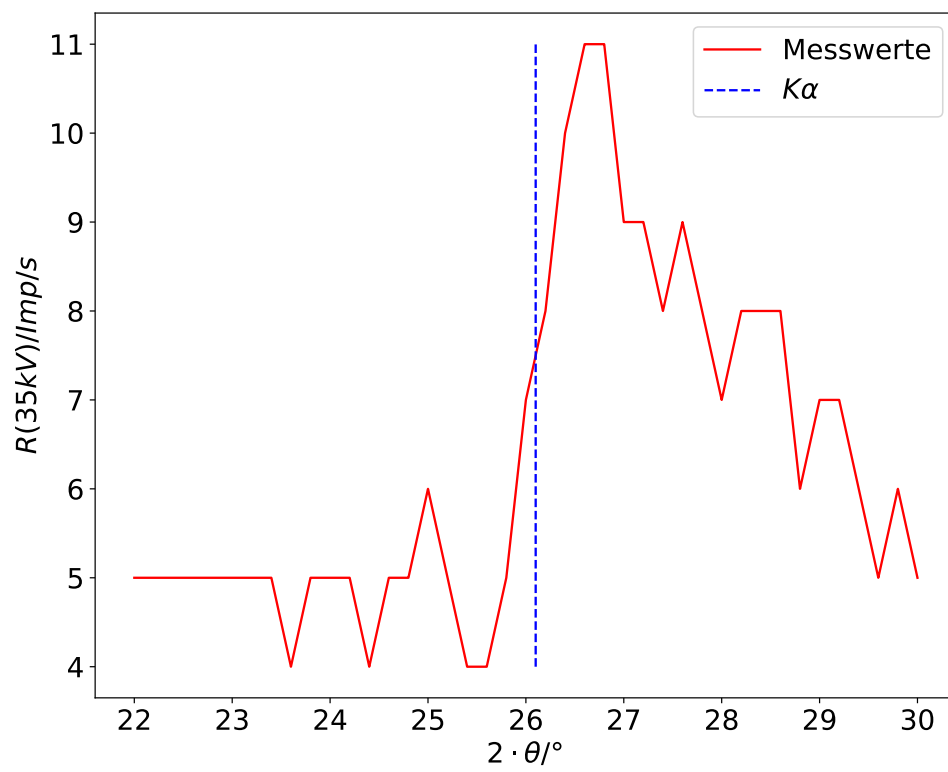


Abbildung 5: Absorptionsspektrum von Brom

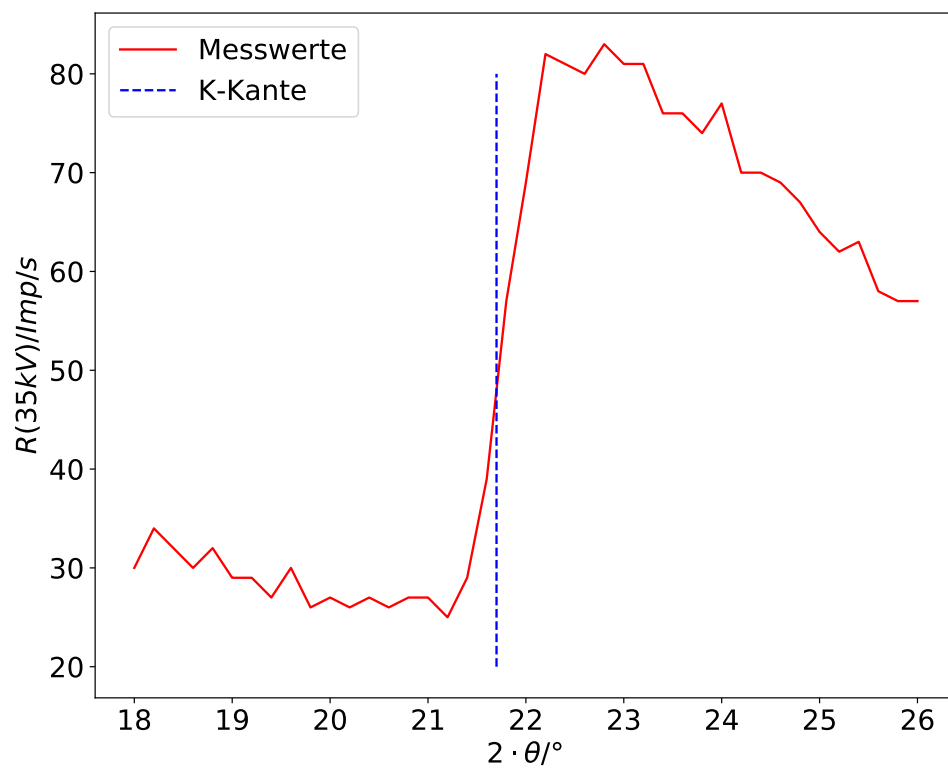


Abbildung 6: Absorptionsspektrum von Strontium

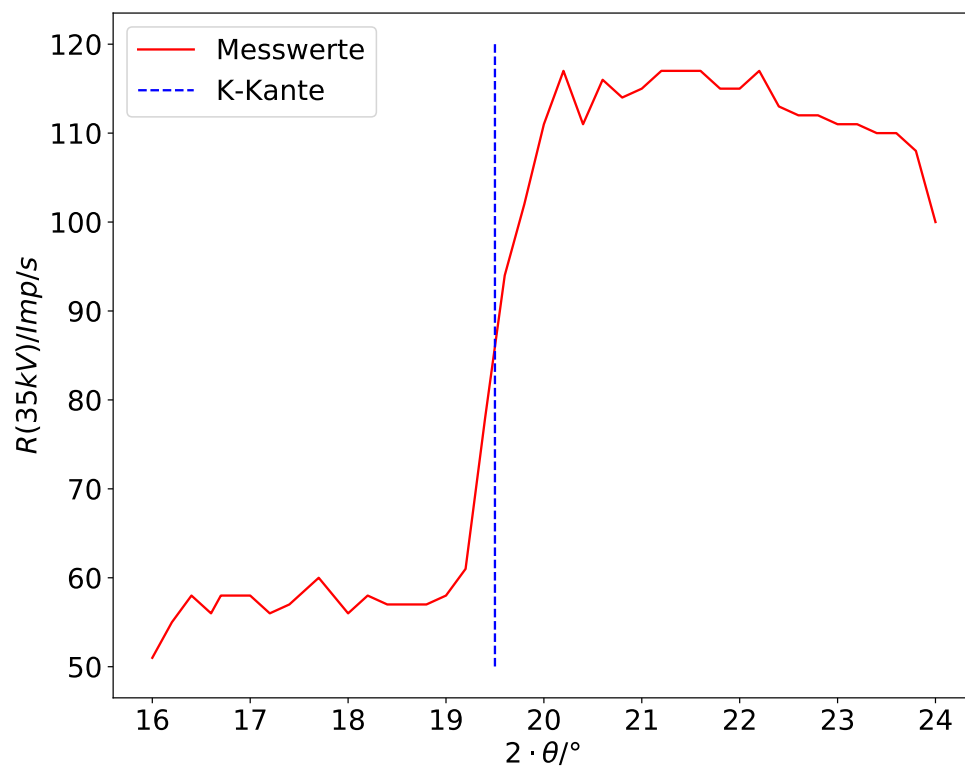


Abbildung 7: Absorptionsspektrum von Zirkonium

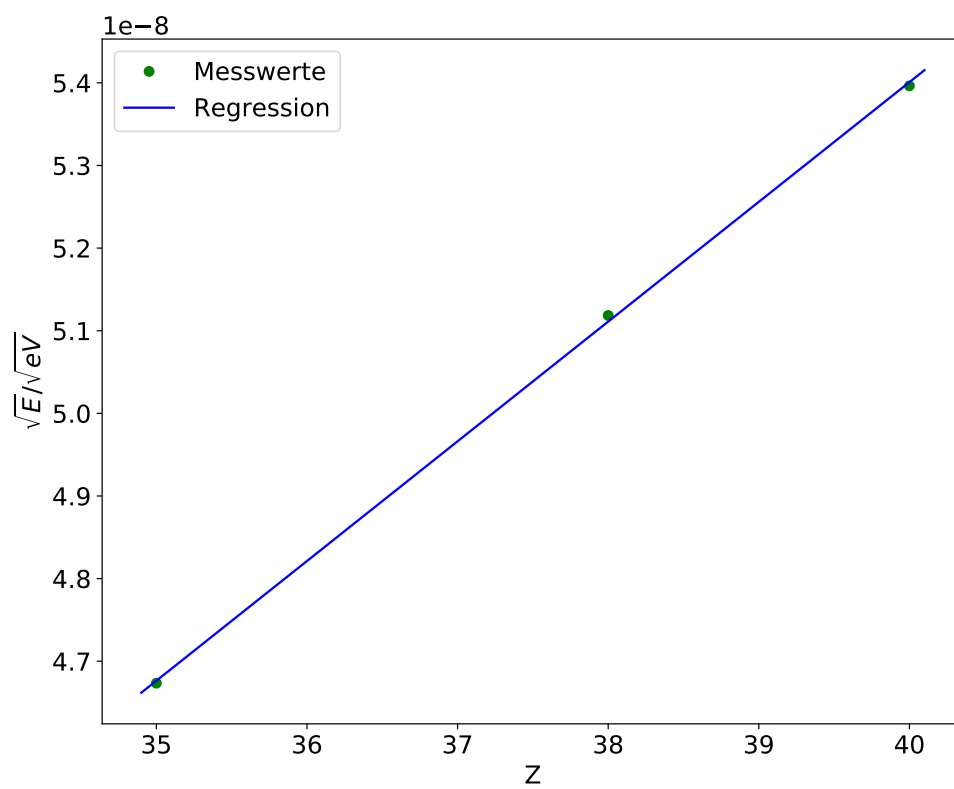


Abbildung 8: lineare Regression

Daraus ergeben sich mit den Formeln (4) und (1) die Energien und die Energiedifferenz

$$E_{\theta_{L_2}} = 14,00 \text{ keV}$$

$$E_{\theta_{L_3}} = 12,13 \text{ keV}$$

$$\Delta E = 1,87 \text{ keV}$$

Mit Formel (3) ergibt sich nun die Abschirmkonstante σ_L

$$\sigma_L = 4,074$$

Die Ordnungszahl von Quecksilber beträgt $Z = 80$.

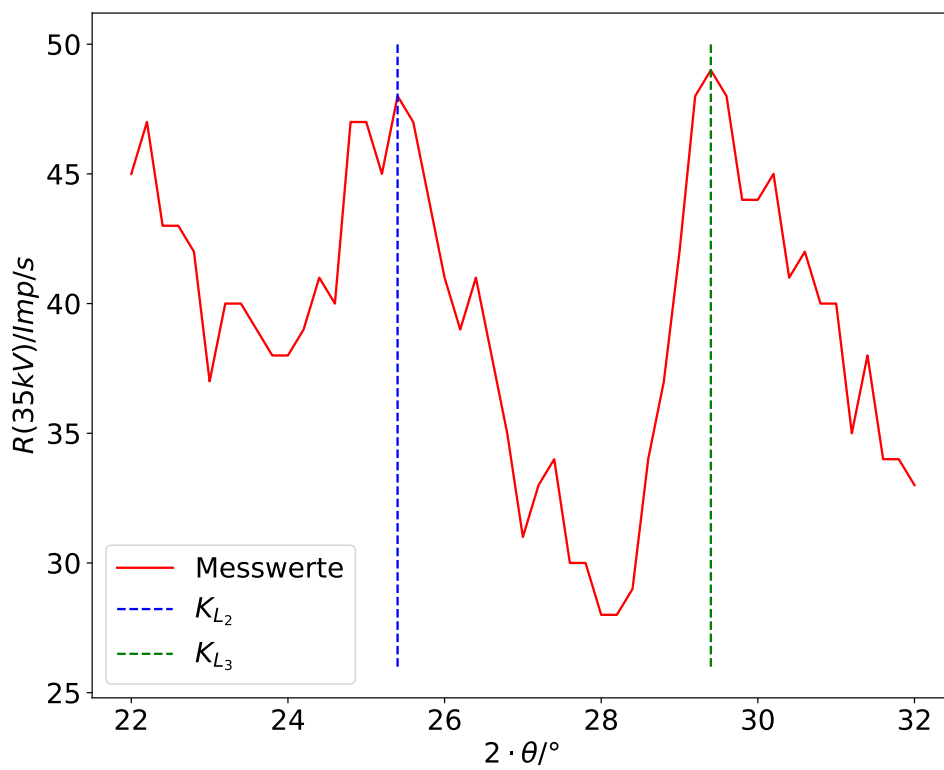


Abbildung 9: Absorptionsspektrum von Quecksilber

5 Diskussion

Im ersten Teil des Versuchs wurde der Sollwinkel bestimmt. Mit einer Abweichung von 1,07%, weist dieser keine große Abweichung zum eingestellten Wert auf.

$$\begin{aligned}\theta_{\text{eingestellt}} &= 14^\circ \\ \theta_{\text{bestimmt}} &= 14,15^\circ\end{aligned}$$

Im zweiten Teil wurde zunächst die maximale Energie des Bremsspektrums bestimmt. Auch diese weicht mit 0,91% nur gering von dem zu erwartenden Wert ab.

$$\begin{aligned}\theta_{\text{theo}} &= 35 \text{ keV} \\ \theta_{\text{exp}} &= 35,317 \text{ keV}\end{aligned}$$

Im dritten Teil wurden zunächst die Abschirmkonstanten für Brom, Strontium und Zirkonium bestimmt. Mit den Ergebnissen aus (15) und den Literaturwerten

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Brom}} &= 3,85 \\ \sigma_{\text{Strontium}} &= 4 \\ \sigma_{\text{Zirkonium}} &= 4,1\end{aligned}$$

ergeben sich die prozentualen Abweichungen zu:

$$\begin{aligned}p(\text{Br}) &= 13,25\% \\ p(\text{Sr}) &= 18,75\% \\ p(\text{Zr}) &= 16,05\%\end{aligned}$$

Die Abweichungen lassen sich auf die Bestimmung der Werte zurückführen. Die genutzten Werte wurden aus den erhaltenen Plots abgelesen. Dies führt zu Fehlern.

Mit Hilfe einer linearen Regression wurde nun die Rydbergkonstante bestimmt. Die Abweichung von 3,64% lässt sich mit den vorangegangenen Fehlern erklären. Aufgrund des entstandenen Plots war keine größere Abweichung zu erwarten.

Zum Schluss wurde die Abschirmkonstante für Quecksilber bestimmt. Die Abweichung von 13,80% wird mithilfe des Literaturwertes bestimmt. [4]

$$\begin{aligned}\sigma_{L,\text{theo}} &= 3,58 \\ \sigma_{L,\text{exp}} &= 4,074\end{aligned}$$

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 408*. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V606.pdf> (besucht am 22.04.2018).
- [2] *Ordnungszahlen*. URL: <http://www.periodensystem.info/elemente/> (besucht am 25.05.2018).
- [3] *Wert*. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html> (besucht am 25.05.2018).