

Durchführung: 15.05.2018
Abgabe: 22.05.2018

PRAKTIKUMSPROTOKOLL V606

SUSZEPTIBILITÄT PARAMAGNETISCHER SUBSTANZEN

Carolin Harkort¹,
Jacqueline Schlingmann²

¹carolin.harkort@tu-dortmund.de

²jacqueline.schlingmann@tu-dortmund.de

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuchs ist die Bestimmung der Suszeptibilität unterschiedlicher paramagnetischer Substanzen.

2 Theorie

Die Suszeptibilität χ ist ein Maß für die Magnetisierung und kann aus dem Bahndrehimpuls und dem Spin der Elektronenhülle berechnet werden. Sie hängt von der magnetischen Feldstärke und der Temperatur ab. Hier wird zwischen zwei Arten von Magnetismus unterschieden. Der Diamagnetismus, der bei allen Atomen auftritt und auf der Induktion magnetischer Momente durch ein von außen angelegtes Magnetfeld beruht und der Paramagnetismus, der nur bei Atomen, Ionen und Molekülen auftritt, deren Drehimpuls nicht verschwindet. Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} für ein hinreichend kleines Magnetfeld setzt sich aus dem Eigendrehimpuls \vec{S} und dem Bahndrehimpuls \vec{L} zusammen. Mit dem Kosinussatz lässt sich das mittlere magnetische Moment bestimmen. Für hohe Temperaturen ergibt sich die paramagnetische Suszeptibilitätstabelle

$$\chi = \frac{1}{3k_B T} \cdot \mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N J(J+1) \quad (1)$$

Dabei ist N die Zahl der magnetischen Momente und g_J für den Landefaktor und μ_B für das Bohrsche Magneton.

$$g_J = \frac{3J(J+1) + (S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)} \quad (2)$$

$$\mu_B = \frac{e_0 \hbar}{2m_0} \quad (3)$$

Für den Versuch wird eine Brückenschaltung benötigt. Sie ist in Abbildung 1 zu sehen. \mathfrak{A}_{Sp} ist dabei die Sinusspannung und \mathfrak{A}_{Br} die Brückenspannung.

$$\mathfrak{A}_{Br} = \frac{R_4 R_1 - R_3 R_2}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \mathfrak{A}_{Sp} \quad (4)$$

Wird ein Stoff in die Spule geschoben ergibt sich die Induktivität zu

$$L_M = \mu_0 \frac{n^2 F}{l} + \chi \mu_0 \frac{n^2 Q}{l} = L + \Delta L \quad (5)$$

Dabei ist Q der Querschnitt des Stoffes

$$Q_{real} = Q \frac{p_p}{p_w}, \quad (6)$$

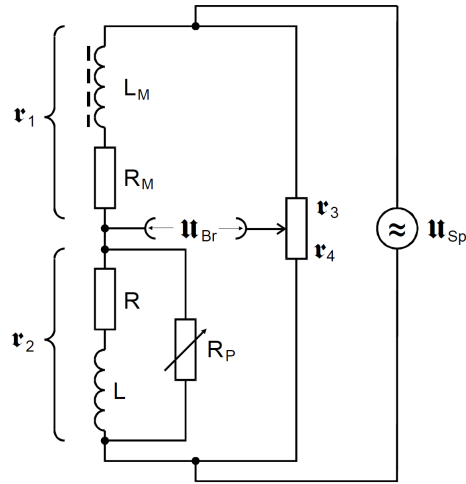


Abbildung 1: Die Brückenschaltung
[1]

n die Windungszahl, F der Querschnitt der Spule und l die Länge der Spule. L ist die Änderung der Induktivität nach einführen des Stoffes.

Für die Bestimmung der Suszeptibilität gibt es nun zwei Methoden. Zum einen wird die Näherung $R_3 \approx R_4$ verwendet, sodass sich mit (5)

$$\chi = \frac{U_{Br} 4l}{U_{Sp} \omega \mu_0 n^2 Q} \sqrt{R^2 + \omega^2 \left(\mu_0 F \frac{n^2}{l} \right)^2} \quad (7)$$

ergibt. Für $\omega^2 L^2 \gg R^2$ gilt:

$$\chi = \frac{4FU_{Br}}{QU_{sp}} \quad (8)$$

Wird die Brücke durch Variation von R_3 zu ΔR abgeglichen, ergibt sich mit (4)

$$\chi = \frac{2\Delta R F}{R_3 Q} \quad (9)$$

Die Güte Q des Selektivverstärkers ist der Quotient aus der Durchlassfrequenz ν_0 und der Differenz der Frequenzen ν_+ und ν_- .

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_+ - \nu_-} \quad (10)$$

3 Durchführung

Im ersten Teil wird die Filterkurve des Selektiv-Verstärkers untersucht. Die zu erwartende Filterkurve ist in Abbildung 2 zu sehen. Dafür wird eine Eingangsspannung von 10 mV

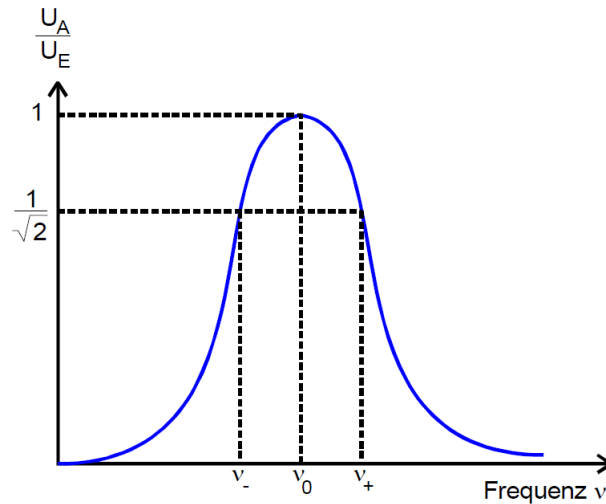


Abbildung 2: Filterkurve eines Selektivverstärkers
[1]

angelegt. Die Durchlassfrequenz wird im Bereich von 30 bis 40 kHz eingestellt und die zugehörige Ausgangsspannung wird gemessen.

Im nächsten Teil des Versuchs wird die Brückenschaltung zunächst auf Null abgeglichen. Der Widerstand wird solange verstellt, bis auf dem Oszillographen ein Minimum zu erkennen ist. Alle Werte werden notiert, danach wird die Probe C6O12Pr2 in die Spule gebracht. Der Widerstand wird wieder auf einen Wert gedreht, sodass ein Minimum zu erkennen ist. Diese Durchführung wird dreimal wiederholt.

4 Auswertung

4.1 Untersuchung der Filterkurve

Zur Bestimmung der Filterkurve des Selektivverstärkers wird die Frequenz ν gegen die Ausgangsspannung U_A aufgetragen. Die Messwerte sind aus Tabelle 1 zu entnehmen. Aus diesen folgt die Filterkurve in Abbildung 3.

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Filterkurve

ν / kHz	U_A / mV	ν / kHz	U_A / mV
30,0	5,84	35,1	126,00
31,0	6,72	35,2	138,00
32,0	8,80	35,3	120,00
33,0	9,12	35,4	92,00
33,5	15,20	35,5	72,00
33,8	18,80	35,6	58,00
34,0	21,60	35,7	48,00
34,1	23,20	35,8	40,00
34,2	25,60	35,9	36,00
34,3	28,40	36,0	32,00
34,4	31,60	36,2	26,40
34,5	34,30	36,5	21,60
34,6	43,20	37,0	16,00
34,7	50,40	38,0	9,60
34,8	61,60	39,0	7,20
34,9	74,00	40,0	6,00
35,0	98,00		

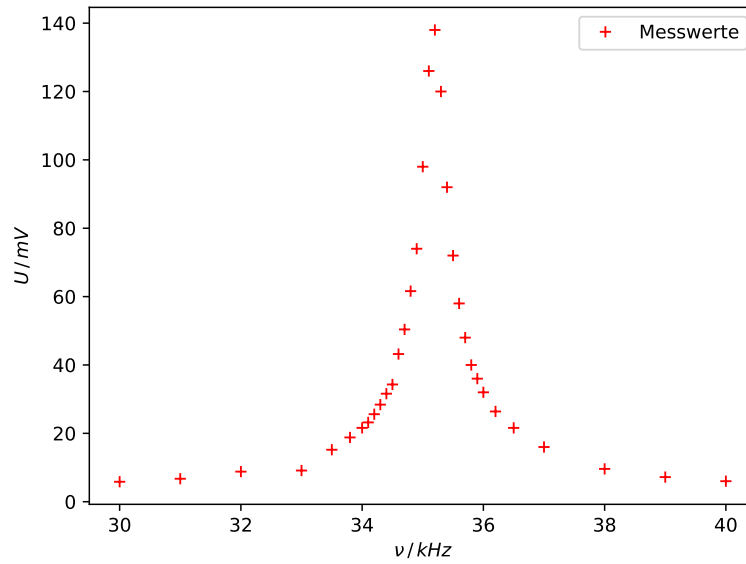


Abbildung 3: Filterkurve des Selektivverstärkers

4.2 Experimentelle Bestimmung der Suszeptibilität

Zur Berechnung der Querschnittsfläche werden die geometrischen Maße der Probe benötigt. Diese sind aus Tabelle 2 zu entnehmen.

Tabelle 2: Geometrische Eigenschaften der Probe

Probe	m / g	l / cm	$\rho / \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
$\text{C}_6\text{O}_{12}\text{Pr}_2$	7,87	15,9	6,30

Die reale Querschnittsfläche kann dann mit Formel 6 bestimmt werden. Für diese ergibt sich dann ein Wert von

$$Q_{\text{real}} = 78,57 \text{ mm}^2.$$

Die aufgenommenen Messwerte für die Probe sind in Tabelle 3 zu sehen.

Tabelle 3: Messwerte zur Bestimmung der Suszeptibilität für $\text{C}_6\text{O}_{12}\text{Pr}_2$

Messung	$U_{\text{vor}} / \text{mV}$	$U_{\text{nach}} / \text{mV}$	$\Delta U / \text{mV}$	R_{vor} / Ω	R_{nach} / Ω	$\Delta R / \Omega$
1	17,6	18,4	0,8	1,535	0,55	-0,985
2	17,6	16,8	-1,2	1,155	0,24	-0,915
3	17,6	17,6	0,0	0,35	0,16	0,19

Die Suszeptibilitätsbestimmung über die Spannung wird mithilfe von Formel 8 durchgeführt.

Für die Suszeptibilität über den Widerstand wird Formel 9 verwendet. Dabei ist der Widerstand $R_3 = 998 \Omega$.

Beide Messungen werden drei Mal durchgeführt. Der Mittelwert und die Standardabweichung errechnen sich dabei durch

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_n \quad (11)$$

und

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}}. \quad (12)$$

Für die experimentell bestimmten Suszeptibilitäten über die beiden Verfahren folgt dann

$$\begin{aligned} \chi_U &= (9,09 \pm 0,30) \cdot 10^{-4} \\ \chi_R &= (1,55 \pm 1,14) \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

4.3 Theoretische Bestimmung der Suszeptibilität

Zur Berechnung des theoretischen Wertes wird zu erst der Landé-Faktor mit 2 berechnet. Die dafür benötigten Quantenzahlen werden durch die Hund'schen Regeln festgelegt. Um den Gesamtspin S zu berechnen, wird die Elektronenkonfiguration der nicht abgeschlossenen Hüllen betrachtet. Dabei wird jedem Elektron einen Spin $s = \frac{1}{2}$ zugeordnet. In diesem Fall ist $S = 3 \cdot \frac{1}{2} = 1,5$.

Unter Berücksichtigung des Gesamtspins und des Pauli-Prinzips wird der Bahndrehimpuls berechnet. Der maximale Bahndrehimpuls von 4f-Elektronen beträgt $l_{\max} = 3$. Da $C_6O_{12}Pr_2$ drei freie 4f-Elektronen besitzt, folgt für den Gesamtbahndrehimpuls $L = 3 + 2 + 1 = 6$.

Da die Schale weniger als die Hälfte gefüllt ist, wird der Gesamtdrehimpuls durch $J = L - S = 6 - 1,5 = 4,5$ bestimmt.

Nach der Bestimmung des Landé-Faktors kann mit Formel 9 die theoretische Suszeptibilität berechnet werden. Dafür wird der Zusammenhang für die benötigte Anzahl pro Volumeneinheit N benötigt. Es ergibt sich

$$N = \frac{\rho}{M}. \quad (13)$$

M ist hierbei die molare Masse der Probe und beträgt 545,8723u [2].

In der folgenden Tabelle 4 sind die Quantenzahlen, sowie die benötigte Anzahl pro Volumeneinheit und der Landé-Faktor aufgelistet. Danach wird unter der Annahme $T = 293,15 K$ die theoretische Suszeptibilität von $C_6O_{12}Pr_2$ bestimmt. Es folgt

$$\chi_{\text{theoretisch}} = 8,09 \cdot 10^{-4}.$$

Tabelle 4: Quantenzahlen und Landé-Faktor

Probe	M / 10^{-25} kg	N / 10^{27} $1/m^3$	L	S	J	g_j
C ₆ O ₁₂ Pr ₂	9,064	6,95	6	1,5	4,5	0,73

5 Diskussion

In der folgenden Tabelle 5 sind die bestimmten Suszeptibilitäten und die jeweilige Abweichung zum Theoriewert dargestellt.

Tabelle 5: Vergleich der bestimmten Suszeptibilitäten für C₆O₁₂Pr₂

	$\chi_{\text{experimentell}}$	$\chi_{\text{theoretisch}}$	Abweichung / %
χ_U	$(9,09 \pm 0,30)10^{-4}$	$8,09 \cdot 10^{-4}$	12,36 %
χ_R	$(1,55 \pm 1,14)10^{-3}$	$8,09 \cdot 10^{-4}$	91,59 %

Für die über die Spannung bestimmte Suszeptibilität kommt es zu einer recht geringen Abweichung vom Theoriewert. Hier beträgt die prozentuale Abweichung ungefähr 12%. Dies lässt sich durch den gemessenen Spannungsunterschied erklären. Zwischen dem Abgleichen der Brücke und dem Hinzufügen der Probe hat sich die Spannung kaum bzw gar nicht verändert.

Für die über den Widerstand berechnete Suszeptibilität liegt die prozentuale Abweichung bei 92%. Diese große Abweichung lässt sich vor Allem durch die ungenaue Justierung des regelbaren Widerstands erklären. Der Widerstandsunterschied zwischen abgeglicherer Brücke und dem Abglichelement war bei jeder Messung sehr groß. Besonders bei den ersten beiden Messung ist dies der Fall. Allerdings sind diese in derselben Größenordnung. Nur bei der dritten Messung war diese Differenz geringer und weicht dadurch deutlich von den vorherigen Messungen ab. Ein Grund dafür ist vermutlich die gleichbleibende Spannung.

Die Filterkurve des Selektivverstärker entspricht dem erwarteten Verlauf. Deutlich ist der klare Peak und die flachen Ausläufe zu erkennen.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 408*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V606.pdf> (besucht am 22.04.2018).
- [2] Wert. URL: <https://www.webqc.org/mmcaltc.php> (besucht am 22.04.2018).