Durchführung: 15.12.2017
Abgabe: 22.12.2017

Praktikumsprotokoll V206

Die Wärmepumpe

Carolin Harkort[1],
Jacqueline Schlingmann[2]

[1]carolin.harkort@tu-dortmund.de
[2]jacqueline.schlingmann@tu-dortmund.de

1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuchs ist es, die Funktionsweise der Wärmepumpe zu untersuchen. Dafür werden die Güteziffer, der Massendurchsatz und die mechanische Kompressionsleistung in Abhängigkeit von den Temperaturen und der Drücke in den Reservoirs bestimmt.

2 Theorie

In einem abgeschlossenen System fließt die Wärmeenergie immer vom wärmeren T_1 zum kälteren Medium T_2. Nur durch das Hinzufügen von Energie kann der Prozess umgekehrt werden und somit Wärmeenergie auch vom kälteren zum wärmeren Körper übergehen. Diese Energie kann zum Beispiel durch eine Wärmepumpe in das System gelangen.
Für den Wärmenergietransport zwischen zwei Medien gilt nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik:

$$Q_1 = Q_2 + A \tag{1}$$

Dieser beschreibt, dass die im wärmeren Medium aufgenommene Wärmemenge Q_1 gleich der Summe der aus der im kälteren Medium entnommene Wärmemenge Q_2 und der zugeführten Arbeit A ist. Die Güteziffer der Wärmepumpe, welche das Verhältnis zwischen transportierter Wärmemenge und der dazu benötigten Arbeit angibt, kann über folgende Formel berechnet werden:

$$\nu = \frac{Q_1}{A}. \tag{2}$$

Mit der Annahme, dass sich die Temperatur während der Wärmeübertragung nicht verändert, ergibt sich zwischen den Wärmemengen und den Temperaturen mithilfe des 2. Hauptsatz der Thermodynamik der Zusammenhang:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. \tag{3}$$

Dabei ist jedoch die Voraussetzung, dass der stattfindene Prozess reversibel ist. Das bedeutet, dass die während des Zyklus aufgenommene Wärme und mechanische Energie jederzeit vollständig zurückgewonnen werden können. Da es sich bei dieser Voraussetzung um eine idealisierte Annahme handelt, muss für den realistischen Fall die Formel zu

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0 \tag{4}$$

umformuliert werden. Dadurch stellt sich für die reale Wärmepumpe eine andere Güteziffer ν_{real} ein. Diese lässt sich durch die ideale Güteziffer

$$\nu_{id} = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \tag{5}$$

zu

$$\nu_{real} < \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \tag{6}$$

umschreiben.
Die Gleichung 5 und 6 verdeutlichen, dass die Effizienz der Wärmepumpe größer wird, je kleiner der Temperaturunteschied zwischen den beiden Reservoirs ist.

2.1 Bestimmung der realen Güteziffer

Anhand der gemessenen Werte zu T_1 und des Zeitintervalls kann die gewonnene Wärmemenge berechnet werden:

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_w + m_k c_k)\frac{\Delta T_1}{\Delta t}, \tag{7}$$

dabei entspricht $m_1 c_w$ der Wärmekapzität des Wassers in Reservoir 1 und $m_k c_k$ der Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers. Die Güteziffer kann unter Voraussetzung der gemittelte Leistung N mit

$$\nu = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t N}, \tag{8}$$

bestimmt werden.

2.2 Bestimmung des Massendurchsatzes

Der Massendurchsatz des Transportgases kann mit den Messwerten von T_2 und der Verdampfungwärme L durch

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = (m_2 c_W + m_k c_k)\frac{\Delta T_2}{\Delta t} \tag{9}$$

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = L\frac{\Delta m}{\Delta t} \tag{10}$$

berechnet werden. Dieser gibt an wie viel Masse abhänigig von der Zeit durch das Drosselventil gelangt.

2.3 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung

Wird ein Gas vom Volumen V_a auf das Volumen V_b verringert, kann die durch den Kompressor verrichtete Arbeit durch die folgende Formel bestimmt werden:

$$A_m = -\int_{V_a}^{V_b} p\mathrm{d}V. \tag{11}$$

Für den Kompressor wird näherungsweise davon ausgegangen, dass es sich um eine adiabatisch Kompression handelt, bei der durch die Poissonsche Gleichung

$$p_a V_a^\kappa = p_b V_b^\kappa = p V^\kappa \tag{12}$$

der Zusammenhang zwischen Druck und Volumen beschrieben werden kann.
Im gasförmigen Zustand kann die Kompressorleisteung N_{mech} mit der Dichte ρ bei dem Druck p_a mit

$$N_{mech} = \frac{\Delta A_m}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t} \tag{13}$$

bestimmt werden.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

In Abbildung 1 ist der schematische Aufbau einer Wärmepumpe dargestellt.

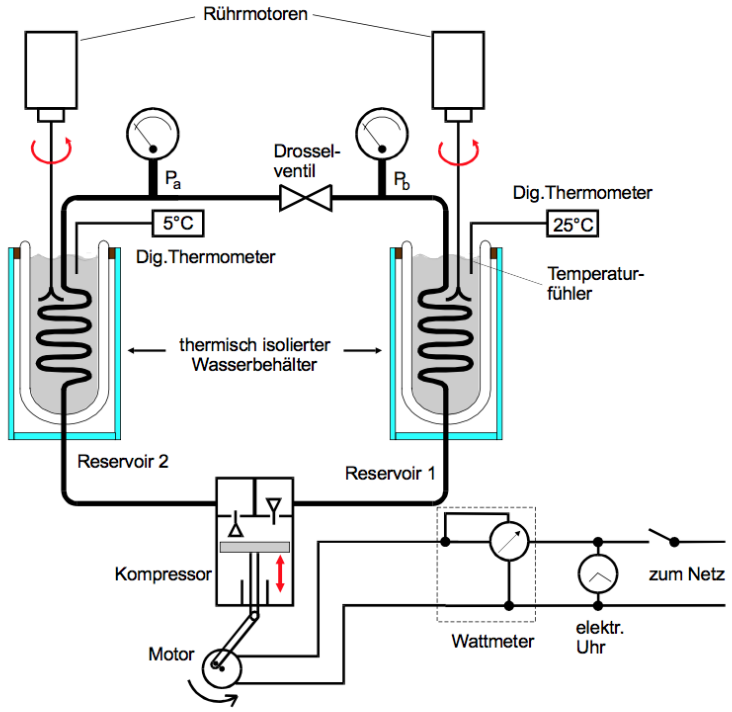

Abbildung 1: Schematischer Aufbau einer Wärmepumpe
[2]

Als Wärmetransportmittel wird in der Wärmepumpe das reale Gas Dichlodifluormethan

genutzt. Der Kompresser erzeugt einen Kreislauf des Systems, indem der Aggregatszustand des Gases von gasförmig zu flüssig und umgekehrt von ihm beeinflusst wird.
Durch das Drosselventil wird ein Druckunterschied zwischen p_a und p_b erzeugt. Unter der Temperatur T_1 und dem Druck p_b ist das Gas flüssig und unter der Temperatur T_2 und dem Druck p_a gasförmig. Außerdem dient das Drosselventil der Wärmepumpe als Steuerungsvorrichtung. Es sorgt dafür, dass kein flüssiges Gas in den Kompressor gelangt, sondern nur gasförmiges. Um eine eine blasenfreie Flüssigkeitszufuhr in das Drosselventil zu gewährleisten, fließt das verflüssigte Gas zuerst durch einen Reiniger.
Im wärmeabgebenden Reservoir 2 verdampft das Gas bei der Aufnahme der Verdampfungswärme L. Danach wird es im Kompressor adiabatisch komprimiert, was zu einem Wiederanstieg von Druck und Temperatur des Gases führt. In wärmeaufnehmende Reservoir 1 erhöht sich die Temperatur, da das Gas während des Verflüssigens eine Kondensationswärme abgibt. Dies führt zu einer Temperaturabnahme in Reservoir 2.

3.2 Durchführung

Vor dem Beginn des Versuchs werden die beiden Reservoirs mithilfe eines Messkolbens mit je 3 Liter Wasser befüllt. Nach Einschalten des Kompressors werden im Minutentakt von den Reservoirs 1 und 2 die Temperaturen T_1 und T_2, die Drücke p_a und p_b und die Leistungsaufnahme des Kompressors A gemessen und notiert. Dies geschieht solange, bis T_1 einen Wert von 50°C erreicht.

4 Auswertung

Zunächst werden die gemessenen Werte in einer Tabelle dargestellt. Diese ist in Tabelle (**??**) zu sehen.

4.1 Temperaturverlauf

Um den Temperaturverlauf darzustellen, werden die gemessenen Werte für die Temperatur gegen die Zeit augetragen. Dies ist in Abbildung (**??**) Mit der Funktion:

$$T(t) = At^2 + Bt + C$$

wird eine Ausgleichsrechnung durchgeführt. Die Parameter A, B und C werden mittels python bestimmt und lauten:
Für T_1:

$$A = (-3,8 \pm 2,0) \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}^2}$$
$$B = (0,0306 \pm 0,0023)\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}}$$
$$C = (293,9 \pm 0,6)\,\mathrm{K}$$

Tabelle 1: gemessene Werte

$Zeit[s]$	$T_1[°C]$	$T_1[K]$	$p_a[bar]$	$T_2[°C]$	$T_2[K]$	$p_b[bar]$	$N[W]$
0	20,2	293,35	5,1	20,2	293,35	5,5	170
60	22,3	295,45	2,8	20,2	293,35	7,5	173
120	23,8	296,95	3,0	19,4	292,55	8,0	185
180	26,2	299,35	3,1	18,0	291,15	8,5	195
240	28,7	301,85	3,1	16,2	289,25	9,0	200
300	31,4	304,55	3,1	14,4	287,55	9,5	204
360	33,7	306,85	3,1	12,7	285,85	10,0	206
420	31,5	304,65	3,1	11,0	284,15	9,25	206
480	33,4	306,55	3,1	9,5	282,65	9,5	203
540	35,4	308,55	3,1	7,6	280,75	10,0	207
600	37,2	310,35	3,1	6,0	279,15	10,25	210
660	38,9	312,05	3,1	4,5	277,65	10,75	210
720	40,7	313,85	3,1	2,7	275,85	11,0	210
780	42,2	315,35	3,1	1,5	274,65	11,5	212
840	43,9	317,05	3,1	0,6	273,75	12,0	212
900	45,4	318,55	3,1	-0,2	272,95	12,5	210
960	46,8	319,95	3,1	-0,7	272,45	12,5	210
1020	48,2	321,35	3,1	-1,0	272,15	13,0	208
1080	49,4	322,55	3,1	-1,4	271,75	13,5	204
1140	50,5	323,65	3,1	-1,8	271,35	14,0	204

für T_2:

$$A = (9,0 \pm 2,0) \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}^2}$$
$$B = (-0,0325 \pm 0,0024)\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}}$$
$$C = (295,6 \pm 0,6)\,\mathrm{K}$$

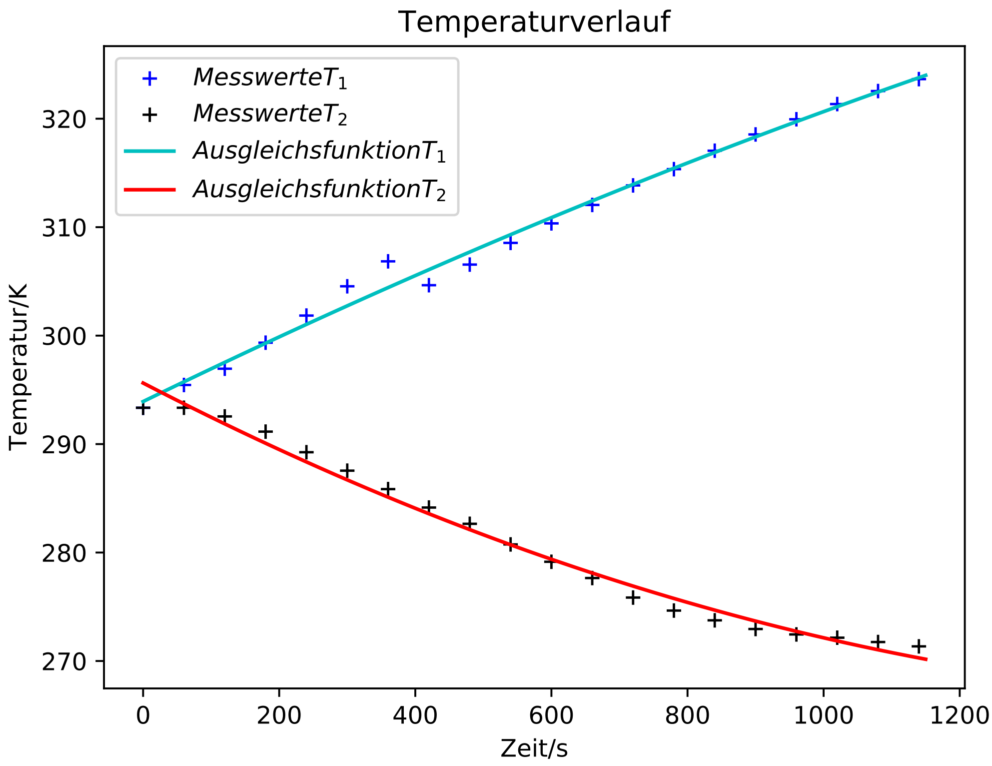

Abbildung 2: Temperaturverläufe

4.2 Differentialquotient unterschiedicher Temperaturen

$$\frac{dT(t)}{dt} = 2At + B \;:= f$$

Die Fehler zu den Quotienten bestimmen sich mit Formel:

$$\Delta f = \sqrt{(2t \cdot \Delta A)^2 + \Delta B^2} \tag{14}$$

Tabelle 2: Differentialquotieten

$Zeit[s]$	$T_1[K]$	$\frac{dT_1}{dt}$	$T_2[K]$	$\frac{dT_2}{dt}$
120	296,95	(0,0297±0,0023)	292,55	(-0,0303±0,0024)
300	304,55	(0,0283±0,0026)	287,55	(-0,0271±0,0027)
600	310,35	(0,0260 ±0,0033)	279,15	(-0,0217±0,0034)
1080	322,55	(0,022 ±0,005)	271,75	(-0,013±0,005)

4.3 Güteziffer

Mit den Formeln (7) und (8) kann die reale Güteziffer berechnet werden. es ergibt sich die Formel:

$$\nu_{real} = (m_w c_w + m_k c_k) \cdot \frac{dT_1}{dt} \cdot \frac{1}{N}$$

Der $m_k c_k$-Wert ist an der apparatur abzulesen und beträgt 660 J/K.
Der c_w-Wert beträgt $4,182$ kJ/kgK.[1, S. 272]
Der m_w-Wert ist durch das Reservoire gegeben, das mit drei Litern befüllt wurde. Smit ergibt sich:

$$c_w m_w = 12546 \frac{J}{K}$$

Die ideale Güteziffer wird mit Formel (5) bestimmt. Die Fehler für ν_{real} berechnen sich

Tabelle 3: reale und ideale Güteziffern

$Zeit[s]$	$N[W]$	$T_1[K]$	$T_2[K]$	ν_{ideal}	ν_{real}
120	185	296,95	292,55	67,489	(2,1 ±0,16)
300	204	304,55	287,55	17,914	(2,02±0,19)
600	210	310,35	279,15	9,947	(1,86±0,24)
1080	204	322,55	271,75	6,349	(1,6 ±0,4)

mit der Formel

$$\Delta\nu = \left| (m_w c_w + m_k c_k) \frac{1}{N} \cdot \left(\Delta \frac{dT_1}{dt} \right) \right|$$

4.4 Massendurchsatz des Transportgases

Um den Massendurchsatz bestimmen zu können muss zunächst die Verdampfungswärme L bestimmt werden. Dies geschieht durch eine Ausgleichsgerade. Dafür wird $ln(p)$ gegen $1/T$ aufgetragen. Aus der Formel

$$ln(p) = \frac{L}{R} \cdot \frac{1}{T}$$

und der Ausgleichsfunktion

$$f(x) = a \cdot x + b$$

folgt der Zusammenhang

$$L = -a \cdot R\,.$$

Dabei ist R die allgemeine Gaskonstanteund a der Parameter, der Aus der Dampfdruckkurve gewonnen wird. Diese ist in abbildung (**??**)zu finden. Die lineare Ausgleichsrechnung wurde mit Python durchgeführt. Mit

$$f(x) = a \cdot x + b$$

ergeben sich

$$a = (-2,23 \pm 0,14) \cdot 10^3\,\mathrm{K} \tag{15}$$

$$b = (9,5 \pm 0,5) \tag{16}$$

Mit $R = 8,3144621$ J/molK[1] folgt für L:

$$L = (1,85 \pm 0,12) \cdot 10^4\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}}$$

Der Fehler berechnet sich durch:

$$\Delta L = R \cdot \Delta a$$

Mit den Formeln (9) und (10) kann nun der Massendurchsatz ermittelt werden:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{1}{L}(m_w c_w + m_k c_k)\frac{dT_2}{dt}$$

Der Fehler berechnet sich durch:

$$\Delta\left(\frac{dm}{dt}\right) = \sqrt{\left(\frac{1}{L}(m_w c_w + m_k c_k) \cdot \left(\Delta\frac{dT_2}{dt}\right)\right)^2 + \left(\frac{-1}{L^2}(m_w c_w + m_k c_k)\frac{dT_2}{dt} \cdot \Delta L\right)^2}$$

Die ergebnisse sind in Tabelle (**??**) zu finden. Da der Massendurchsatz in mol/s angegeben ist, wird er in g/s umgerechnet. Dies geschieht, indem die molare Masse hinzu multipliziert wird. Sie beträgt $102,92$ g/mol.[3]

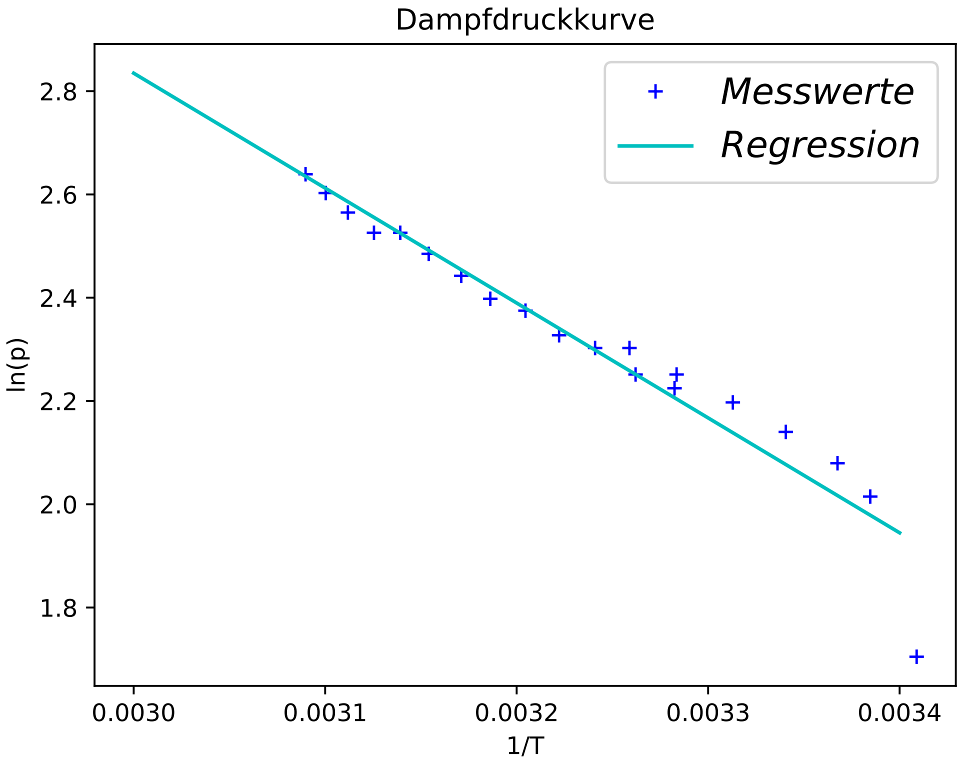

Abbildung 3: Dampfdruckkurve

Tabelle 4: Massendurchsatz

$Zeit[s]$	$dm/dt[mol/s]$	$dm/dt[g/s]$
120	(-0,0216 $\pm$0,0022)	(-2,223 $\pm$0,226)
300	(-0,0193 $\pm$0,0023)	(-1,986 $\pm$0,237)
600	(-0,0155 $\pm$0,0026)	(-1,595 $\pm$0,268)
1080	(-0,009 $\pm$0,004)	(-0,926 $\pm$0,412)

4.5 mechanische Leistung des Kompressors

Die mechanische Leistung wird mit Formel (13) bestimmt. Aus der idealen Gasgleichung

$$p \cdot V = R \cdot m \cdot T$$

und

$$V = \frac{m}{\rho}$$

folgt für die Dichte:

$$\rho = \frac{\rho_0 T_0 p_a}{p_0 T_2} .$$

Vorher gegeben sind:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 5,51 \cdot 10^{-3}\, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{L}} \\ T &= 273,15\,\mathrm{K} \\ p &= 1\,\mathrm{Bar} = 10^4\,\mathrm{Pa} \\ \kappa &= 1,14 \end{aligned}$$

[2]

Der Fehler berechnet sich mit der Formel

$$\Delta N = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \cdot \Delta \left(\frac{dm}{dt} \right) .$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle (**??**) zu finden.

Tabelle 5: Mechanische Leistung

$Zeit[s]$	$\rho[kg/m^3]$	$\sqrt{p_a/p_b}$	$N_{mech}[W]$
120	15,43	0,42300	(-4,0 ±0,4)
300	16,23	0,37443	(-4,0 ±0,5)
600	16,71	0,35028	(-3,3 ±0,6)
1080	17,17	0,27510	(-2,4 ±1,1)

5 Disskusion

Werden die beiden Temperaturverläufe in Abbildung (**??**) betrachtet, ist ein Sprung in den Messwerten vom Reservoire 1 zu sehen. Dieser entstand durch einen Defekt des Versuchsaufbaus. Die Heizspule im Inneren des Behälters drehte sich nicht mehr selbstständig, sodass das Wasser nicht gleichmäßig erhitzt wurde. Nach sechs Minuten wurde per Hand gedreht, sodass sich das Wasser vermischen konnte und der Sprung in den Messwerten entstand. Dieser Sprung ist auch in der Verdampfungskurve in Abbildung (**??**) gut zu sehen. Es ist zu sehen, dass die reale Güteziffer viel kleiner ist als der ideale Wert. Es wird davon ausgegangen, dass der Kompressor adibatisch ist. Das ist so nicht möglich. Beim idealen Wert wird außerdem von einer verlustfreien Isolierung ausgegangen, dies ist an dem Versuchsaufbau aber nicht komplett umsetztbar, sodass es hier zu Verlusten kommt. Der Wärmeaustausch der Reservoire mit der Umgebung kann nicht komplett verhindert werden. Somit kommt es zu Druckverlusten bzw. -zunahmen. Dies hat also auch Einfluss auf die Verdampfungswärme und somit auf den Massendurchsatz. Der negative Wert für den Massendurchsatz ist zu erklären, indem man den Temperaturverlauf von T_2 betrachtet. Der Wert ist von dem negativen Parameter abhängig.

Literatur

[1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1. Mechanik und Wärme*. 7. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014.

[2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 206*. URL: `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf` (besucht am 18. 12. 2017).

[3] *molare Masse Cl2F2C*. URL: `https://www.chemie-schule.de/KnowHow/Dichlorfluormethan` (besucht am 20. 12. 2017).