

V302 Elektrische Brückenschaltungen

Alina Landmann, alina.landmann@tu-dortmund.de
Jannine Salewski, jannine.salewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 01.12.2017

Abgabe: 08.12.2017

TU Dortmund - Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	1
2	Theorie	1
2.1	Wheatstone'sche Brückenschaltung	2
2.2	Kapazitätsmessbrücke	3
2.3	Induktivitätsmessbrücke	4
2.4	Maxwell-Brücke	5
2.5	Wien-Robinson-Brücke	6
3	Durchführung	7
3.1	Wheatstonebrücke	8
3.2	Kapazitätsmessbrücke	8
3.3	Induktivitätsmessbrücke	8
3.4	Maxwell-Brücke	8
3.5	Wien-Robinson-Brücke	8
	Literatur	9

1 Zielsetzung

Im Versuch werden unbekannte Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten mittels grundlegender Brückenschaltungen ermittelt.

2 Theorie

Brückenschaltungen kommen in der Messtechnik häufig zum Einsatz, da sie sehr genaue Messergebnisse liefern. Eine prinzipielle Brückenschaltung ist in 1 zu sehen.

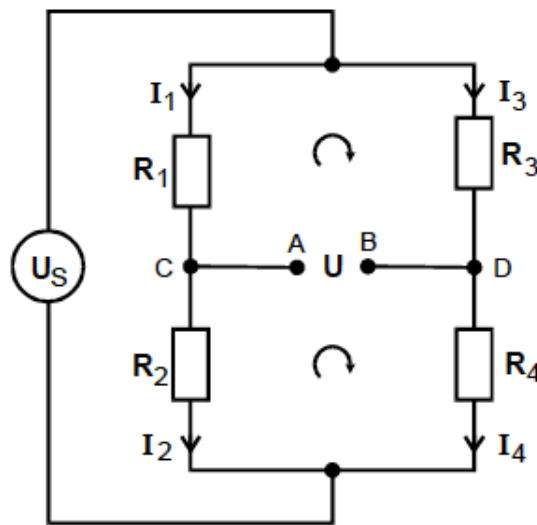


Abbildung 1: Abbildung einer prinzipiellen Brückenschaltung [Dor]

Zwischen den beiden stromdurchflossenen Leitern wird an der Stelle A und B in 1 eine Potentialdifferenz, die auch als Brückenspannung bezeichnet wird, gemessen. Verschwindet diese Brückenspannung auf Grund entsprechend eingestellter Widerstände R_1 bis R_4 , so wird die Brücke als abgeglichen bezeichnet. Mittels der Kirchhoff'schen Gesetze

$$\begin{aligned}\sum I_k &= 0 \\ \sum U_k &= 0\end{aligned}$$

ergeben sich folgende Bedingungen für Ströme und Spannung:

$$\begin{aligned}I_1 &= I_2 \quad I_3 = I_4 \\ U &= I_1 R_1 + I_3 R_3 - U = -I_2 R_2 + I_4 R_4.\end{aligned}$$

Diese Gleichungen und die Gleichung für die Speisespannung

$$U_s = I_1(R_1 + R_2)$$

ergeben folgenden Zusammenhang für die Brückenspannung U :

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)} U_s.$$

Damit die Brückenschaltung als abgeglichen gilt, muss folglich gelten:

$$R_2 R_3 = R_1 R_4 \quad (1)$$

Da dieser Zusammenhang lediglich vom Verhältnis der Widerstände zueinander und nicht von U_s abhängig ist, kann damit leicht ein unbekannter Widerstand bestimmt werden, solange die drei anderen bekannt sind. Wenn in einer Brückenschaltung nicht nur Ohm'sche Widerstände verbaut sind, sondern auch Kapazitäten und Induktivitäten, so werden Widerstände komplex dargestellt:

$$X + iY = Z.$$

Das macht aus Gleichung (1):

$$Z_2 Z_3 = Z_1 Z_4$$

Hierbei wird X als Wirkwiderstand und Y als Blindwiderstand bezeichnet. Auf Grund der Tatsache, dass zwei komplexe Zahlen gleich sind, wenn deren Imaginär- und Realteil gleich sind, muss folglich gelten:

$$X_2 X_3 - Y_2 Y_3 = X_1 X_4 - Y_1 Y_4 \quad (2)$$

$$X_1 Y_4 + X_4 Y_1 = X_2 Y_3 + X_3 Y_2 \quad (3)$$

2.1 Wheatstone'sche Brückenschaltung

Die Wheatstone'sche Brückenschaltung ist in 2 zu sehen und dient zur Ermittlung den unbekannten Widerstandes R_x . Hier sind ausschließlich Ohm'sche Widerstände verbaut, weshalb die Schaltung sowohl mit Gleich- als auch mit Wechselstrom betrieben werden kann, solange darauf geachtet wird, dass der Nullindikator der Stromart entsprechend gewählt wird.

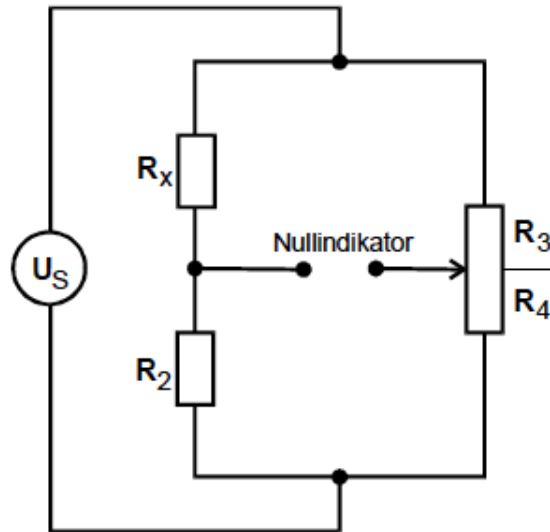


Abbildung 2: Wheatstone'sche Brückenschaltung [Dor]

Da es hier lediglich auf das Verhältnis zwischen R_3/R_4 ankommt, kann an dieser Stelle ein Potentiometer verwendet werden. Mit Hilfe von (1) ergibt sich folgende Formel für den unbekannte Widerstand R_x :

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}.$$

2.2 Kapazitätsmessbrücke

Der komplexe Widerstand eines realen Kondensators ist:

$$Z = R - \frac{i}{\omega C}$$

Eine Brückenschaltung zur Bestimmung einer unbekannten Kapazität ist in 3 zu sehen. Hier muss beachtet werden, dass sich hinter der unbekannten Kapazität noch ein unbekannter Ohm'scher Widerstand befindet, der eine Phasenverschiebung verursachen würde. Folglich müssen in der Schaltung zwei voneinander unabhängige veränderliche Widerstände eingebaut werden. In der Graphik sind diese R_2 und das Potentiometer für R_3 und R_4 .

Zum Bestimmen des unbekannten Widerstandes R_x und der unbekannten Kapazität C_x gelten die Gleichungen:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3}.$$

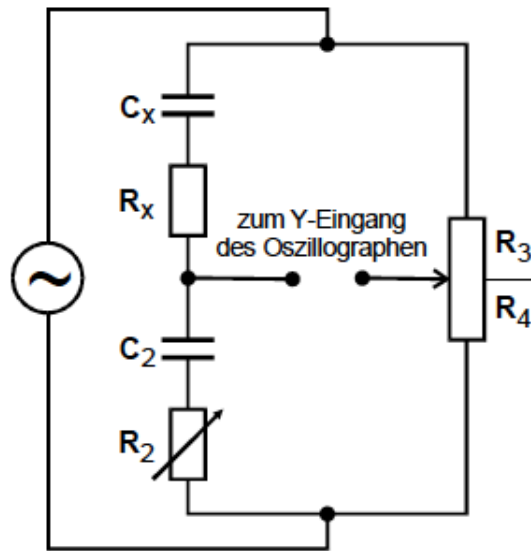


Abbildung 3: Kapazitätsmessbrücke [Dor]

2.3 Induktivitätsmessbrücke

Der Aufbau einer Induktivitätsmessbrücke ist analog zu dem der Kapazitätsmessbrücke. Ein Teil der elektromagnetischen Feldenergie der Spule geht in Form von Wärme verloren. Das Ersatzschaltbild einer solchen realen Induktivität ist eine ideale Induktivität in Reihe geschaltet mit einem unbekannten Widerstand. Analog zur Messung der unbekannten Kapazität, sind auch hier zwei voneinander unabhängig regelbare Widerstände verbaut. Im Schaltbild 4 sind dies zum einen R_2 und zum anderen das Potentiometer zur Bestimmung von R_3 und R_4 . Der komplexe Widerstand einer realen Spule ist:

$$Z = R + i\omega L$$

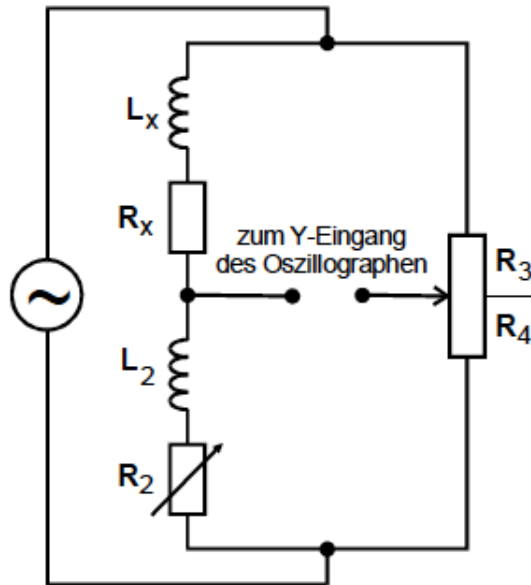


Abbildung 4: Induktivitätsmessbrücke [Dor]

Zur Bestimmung des unbekannten Widerstandes und der unbekannten Induktivität gelten folgende Gleichungen:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

$$L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4}$$

2.4 Maxwell-Brücke

Die Maxwellbrücke stellt eine Alternative zur Bestimmung einer unbekannten Induktivität dar. Die reale Induktivität wird auch hier wieder als Ersatzschaltung aus einer idealen Induktivität und einem unbekannten Widerstand, die in Reihe geschaltet sind dargestellt. Im Unterschied zur Induktivitätsmessbrücke ist hier anstelle der zweiten bekannten Induktivität eine möglichst verlustarme Kapazität C_4 parallel zu R_2 geschaltet.

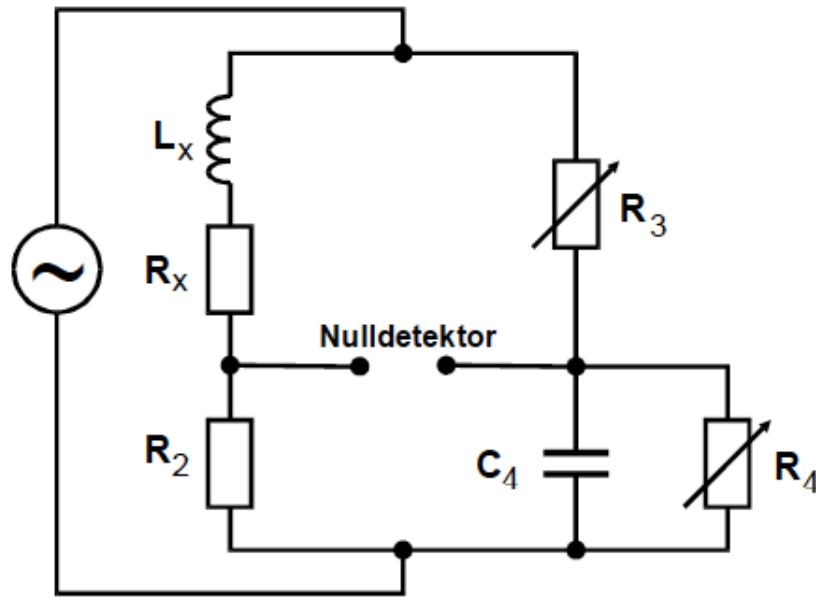


Abbildung 5: Maxwellbrückenschaltung zur Bestimmung einer unbekannten Induktivität [Dor]

Für den Widerstand der unbekannten Induktivität gilt:

$$Z_x = R_x + i\omega L_x \frac{1}{Z_4}.$$

Des weiteren gilt für die eingebaute Kapazität C_4 :

$$\frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R_4} + i\omega C_4.$$

Nun müssen zur Bestimmung des unbekannten Widerstandes und der unbekannten Induktivität die komplexen Abgleichbedingungen (2) und (3) beachtet werden:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \text{ und} \\ L_x = R_2 R_3 C_4$$

2.5 Wien-Robinson-Brücke

Die Wien-Robinson-Brücke ist im Gegensatz zu den zuvor beschriebenen Brücken frequenzabhängig. In 6 ist eine solche Brückenschaltung dargestellt. In der Schaltung werden keine Abgleichelemente verbaut. Hier wird das Verhältnis der Brückenspannung zur

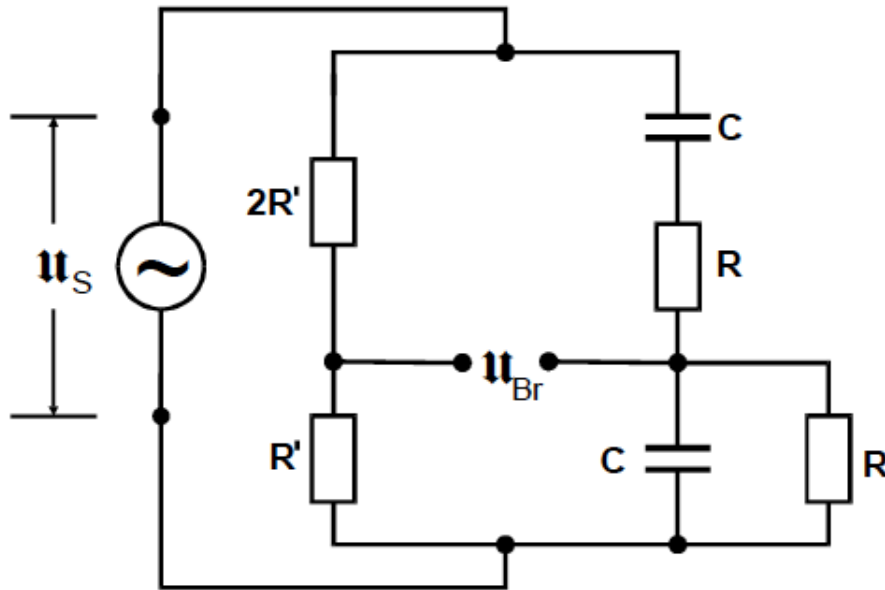


Abbildung 6: Schaltbild einer Wien-Robinson-Brücke [Quelle]

Speisespannung betrachtet, für welches folgende Gleichung gilt:

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_s} \right|^2 = \frac{(1 - (\omega RC)^2)^2}{9(1 - (\omega RC)^2)^2 + 81(\omega RC)^2}$$

An der Formel lässt sich erkennen, dass die Brückenspannung bei $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ verschwindet und die Brücke damit abgeglichen ist. Die Wien-Robinson-Brücke dient als Frequenzfilter, was aus der obigen Gleichung nicht direkt zu erkennen ist. Wird in dieses Verhältnis $\Omega := \frac{\omega}{\omega_0}$ eingebracht, so ist die Frequenzfiltereigenschaft der Brücke deutlich zu erkennen:

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_s} \right|^2 = \frac{1}{9} \frac{(1 - \Omega^2)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 9\Omega^2}$$

3 Durchführung

Zur Durchführung des Versuchs werden die in der Theorie beschriebenen Brückenschaltungen, ein Oszilloskop zur Messung der Brückenspannung, sowie ein Funktionengenerator, der die Brückenschaltungen mit einer Sinusspannung versorgt, benötigt.

3.1 Wheatstonebrücke

Mit Hilfe der Wheatstonebrücke werden die unbekannten Widerstände "Wert 14" und "Wert 12" bestimmt. Für das Verhältnis zwischen R_3 und R_4 wird ein Potentiometer verwendet. Es werden drei Messungen durchgeführt, mit jeweils unterschiedlichem R_2 , um den Fehler zu bestimmen. Bei jeder der Messungen gilt es, das Potentiometer so einzustellen, dass auf dem Oszilloskop eine Nulllinie zu erkennen ist.

3.2 Kapazitätsmessbrücke

Mit der kapazitätsmessbrücke werden verschiedene unterschiedliche Kapazitäten "Wert 13", "Wert 1" und "Wert 8" bestimmt. Das Vorgehen zur Fehlerermittlung erfolgt analog zur Wheatstonebrücke, es werden drei Messungen, mit jeweils unterschiedlicher Kapazität C_2 durchgeführt, bei denen das Potentiometer stets so eingestellt wird, dass im Oszilloskop eine Nulllinie zu erkennen ist. Zu beachten ist, dass zur Bestimmung verlustbehafteter Kapazitäten, ein variabler Widerstand R_2 verwendet werden muss, der alternierend mit dem Potentiometer für R_3 und R_4 verändert wird, um auf dem Oszilloskop die Nulllinie zu erzeugen.

3.3 Induktivitätsmessbrücke

Die Induktivitätsmessbrücke wird verwendet, um die verlustbehaftete Spule "Wert 17" zu bestimmen. Auch hier ist R_2 ein regelbarer Widerstand und für R_3 und R_4 wird ein Potentiometer verwendet. Wieder wird sich der Darstellung der Nulllinie auf dem Oszilloskop angenähert, indem R_2 und das Potentiometer alternierend geändert werden.

3.4 Maxwell-Brücke

Um die Maxwell-Brücke mit der Induktivitätsmessbrücke vergleichen zu können, wird anschließend "Wert 17" noch einmal mit der Maxwell-Brücke bestimmt. Hier wird ein fixer Widerstand R_2 für drei unterschiedliche Messungen variiert, um den Fehler bei der messung zu ermitteln. Das Potentiometer für R_3 und R_4 bleibt auch hier bestehen.

3.5 Wien-Robinson-Brücke

Mit der Wien-Robinson-Brücke wird die Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung untersucht. Dafür wird die Frequenz der Speisespannung für 30 Werte zwischen 20 Hz und 30 kHz variiert und die Brückenspannung abgelesen. Hierfür ist es sinnvoll, zunächst ω_0 zu ermitteln, um in diesem Bereich mehrere kleine Frequenzänderungen vorzunehmen. Mit Hilfe der gemessenen Werte wird schließlich der Klirrfaktor bestimmt, welcher ein Maß für die Qualität der Sinusschwingung ist.

Literatur

- [Dor] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 353 Relaxationsverhalten eines RC-Kreises*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/index.php?page=medizin&sub=bachelorSc> (besucht am).