

Durchführung: 21.12.2017  
Abgabe: 12.01.2018

## PRAKTIKUMSPROTOKOLL V204

# WÄRMELEITUNG VON METALLEN

Carolin Harkort<sup>1</sup>,  
Jacqueline Schlingmann<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>carolin.harkort@tu-dortmund.de

<sup>2</sup>jacqueline.schlingmann@tu-dortmund.de

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Wärmeübertragung in Form der Wärmeleitung betrachtet. Dabei werden die drei Metalle Aluminium, Messing und Edelstahl mit der statischen und dynamische Methode untersucht.

# 2 Theorie

Bei einer nichtkonstante Temperaturverteilung entlang eines Körpers wird dieses Ungleichgewicht durch ein Temperaturgefälle ausgeglichen. Dies kann durch Konvektion, Wärmestrahlung oder Wärmeleitung passieren. Bei der Konvektion wird Wärme in Form von Materie übertragen und bei der Wärmestrahlung durch elektromagnetische Wellen. Die Wärmeleitung beruht auf dem Prinzip der Diffusion, wobei die Wärme über frei bewegliche Elektronen weitergegeben wird, welche in diesem Versuch genauer betrachtet wird.

Bei der Betrachtung eines Stabes der Länge  $L$  und der Querschnittsfläche  $A$  gilt für die zeitabhähnhige Wärmemenge  $dQ$  folgender Zusammenhang

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt. \quad (1)$$

$\kappa$  ist hierbei die materialabhängig Wärmeleitfähigkeit. Das Minuszeichen in der Gleichung bedeutet, dass der Wärmestrom vom wärmeren zum kälteren Teil des Stabes fließt. Für die Wärmestromdichte  $j_w$  gilt

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (2)$$

Aus dieser kann mithilfe der Kontinuitätsgleichung die eindimensional Wellengleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3)$$

formuliert werden.

Durch periodisches Erhitzen und Abkühlen eines langen Stabes breitet sich eine räumliche und zeitliche Temperaturwelle

$$T(x, t) = T_{\max} \exp \left( -\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x \right) \cos \left( \omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x \right) \quad (4)$$

in ihm aus, wobei

$$v = \sqrt{\frac{2\omega\kappa}{\rho c}}. \quad (5)$$

die Phasengeschwindigkeit beschreibt.

Zur Berechnung des Dämpfungsfaktors der Welle werden die Amplituden  $A_{nah}$  und  $A_{fern}$

im Abstand  $\Delta x$  gemessen. Mit den Zusammenhänge  $\omega = 2\pi/T^*$  und  $\Phi = 2\pi\Delta t/T^*$  kann nun die Wärmeleitfähigkeit mit

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2\Delta t \ln(A_{\text{nah}}/A_{\text{fern}})} \quad (6)$$

berechnet werden.

### 3 Durchführung

Der Versuch wird wie in Abbildung 1 aufgebaut.

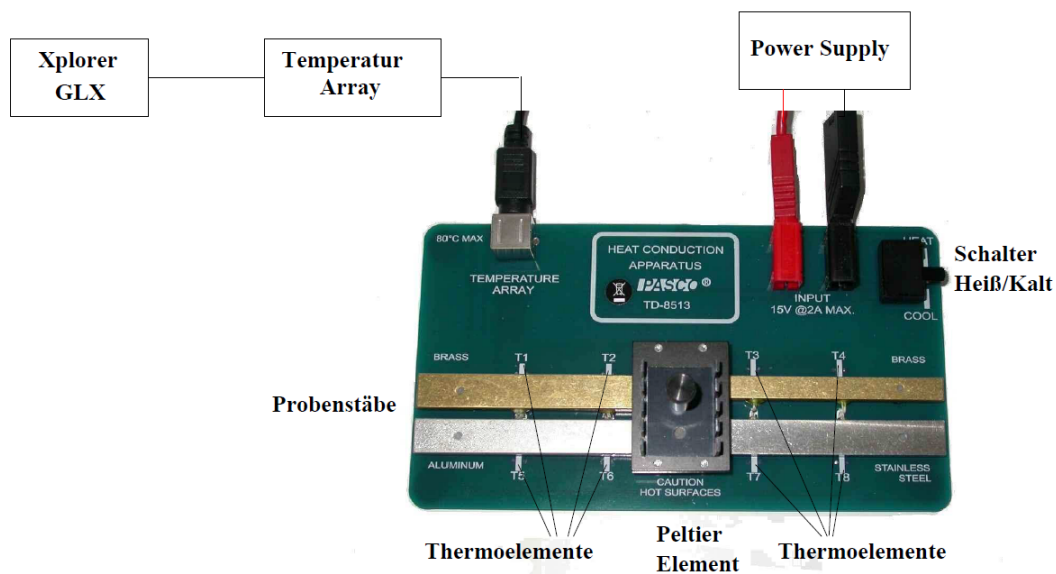


Abbildung 1: Versuchsaufbau.[anleitung]

Vor Beginn des Versuchs müssen zuerst die Verkabelungen überprüft werden. Zusätzlich ist es wichtig zu beachten, dass die Wärmeisolierungen während des Versuchs über die Stäbe gelegt werden, damit möglichst wenig Wärme mit der Umgebung ausgetauscht werden kann. Die drei Messtäbe, für welche die Wärmeleitfähigkeit bestimmt werden sollen, werden durch das Peltier-Element erhitzt und gekühlt. Dieses erzeugt eine Temperaturänderung bei Stromfluss. Im Abstand von  $\Delta x$  zweier Stellen auf dem Stab werden die Temperaturen mithilfe von Thermoelementen gemessen. Über ein Temperatur-Array werden die Thermoelemente an einen Datenlogger übertragen. Nach jeder Messung werden die Wärmeisolierung entfernt und der Schalter auf 'COOL' gestellt, um die Probestäbe zu kühlen.

### 3.1 Statische Methode

Bei der statischen Methode wird über den zeitlichen Temperaturverlauf an zwei gemessenen Stellen auf dem Stab die Wärmeleitfähigkeit bestimmt. Dafür wird die Abtastrate am Datenlogger auf  $\Delta t = 10\text{ s}$  und am Power Supply bei maximalen Strom eine Spannung von  $U_P = 12.2\text{ V}$  eingestellt. Erreicht das Thermoelement T7 eine Temperatur von  $45^\circ\text{C}$  wird die Messung gestoppt.

### 3.2 Dynamische Methode

Bei der dynamischen Methode mit dem Angström-Messverfahren wird der Stab periodisch erwärmt und über die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Temperaturwelle die Wärmeleitfähigkeit bestimmt. Dafür wird die Abtastrate am Datenlogger auf  $\Delta t = 2\text{ s}$  und die Spannung auf  $U_P = 12.2\text{ V}$  umgestellt. Der Stab wird dann für  $80\text{ s}$  erhitzt und gekühlt. Dieses Verfahren wird für 10 Perioden durchgeführt.

Nach Abkühlung der Stäbe wird eine erneute Messung mit einer Periodendauer von  $200\text{ s}$  durchgeführt bis eines der Thermoelemente eine Temperatur von  $80^\circ\text{C}$  erreicht hat.

## 4 Auswertung

### 4.1 Statische Methode

#### 4.1.1 Temperaturverläufe

Die Temperaturverläufe von dem breiteren ( $T_1$ ) und dem dünneren ( $T_4$ ) Messingstab sind in Abbildung (2) zu sehen. Der Verlauf der beiden Graphen ist sehr ähnlich. Die Temperatur des dickeren Stabes steigt leicht geringer als die Temperatur der dünneren Probe. Nach ca.  $18,75\text{ s}$  steigen die Graphen mit konstanter Steigung. An diesem Punkt haben beide Proben eine Temperatur von  $24,07^\circ\text{C}$ . Nach ca.  $120,31\text{ s}$  steigen die Temperaturkurven langsamer an und nähern sich einem Maximum. Zu diesem Zeitpunkt besitzt der dickere Stab eine Temperatur von ca.  $42,96^\circ\text{C}$  und der dünnere eine Temperatur von ca.  $43,33^\circ\text{C}$ .

Die Temperaturverläufe von Aluminium ( $T_5$ ) und Edelstahl ( $T_8$ ) sind in Abbildung (3) zu sehen. Der Temperaturverlauf ähnelt dem Verlauf von dem zuvor betrachteten Messing. Der Graph beginnt allerdings schon nach  $9,38\text{ s}$  stark zu steigen. Zu diesem Zeitpunkt hat die Probe eine Temperatur von  $24,12^\circ\text{C}$ . Nach  $118,75\text{ s}$  besitzt die Probe eine Temperatur von  $56,47^\circ\text{C}$ . Die Edelstahl-Probe besitzt zu diesem Zeitpunkt eine Temperatur von  $26,47^\circ\text{C}$ . Die Temperaturkurve dieser Probe wächst sehr langsam und sehr flach. Sie ist zu den anderen Dreien durch ihren Verlauf am unterschiedlichsten. Es fällt auf, dass nach Beendigung der Hitzezugabe die Temperaturkurve ca.  $130\text{ s}$  weiter steigt.

Tabelle 1: Maxima

Material	$T[^\circ C]$	$t[s]$
Messing	43,70	135,94
Messing <sub>schmal</sub>	43,70	129,69
Aluminium	56,47	118,75
Edelstahl	30,59	229,69

In Tabelle (1) sind die Maxima der erzeugten Graphen aufgetragen. Dabei wurde die höchst erreichte Temperatur der Probe während der Messung aufgetragen. Es stellt sich heraus, dass Aluminium die beste und Edelstahl die schlechteste Wärmeleitfähigkeit besitzt.

#### 4.1.2 Wärmestrom

Der Wärmestrom wird für Messing und Edelstahl mit Formel (1) berechnet. Für die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  werden folgende Werte eingesetzt:

$$\kappa_{\text{Messing}} = 120 \text{ W/mK}$$

$$\kappa_{\text{Edelstahl}} = 15 \text{ W/mK}$$

[3]

Die Querschnittsfläche des Stabes beträgt  $4,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$  [2, S. 3] und der Abstand zwischen den beiden Thermoelementen beträgt  $4 \text{ cm}$ . Die Werte für  $\partial T$  werden aus den Abbildungen (4) und (5) entnommen und sind in Tabelle (2) zu finden.

Die Ergebnisse für den Wärmestrom sind ebenfalls in Tabelle (2) zu finden.

Tabelle 2: Wärmestrom

$t[s]$	Messing		Edelstahl	
	$(T_2 - T_1)[K]$	$dQ/dt[W]$	$(T_8 - T_7)[K]$	$dQ/dt[W]$
32,25	282,41	-40,67	279,44	-5,03
50,00	284,08	-40,90	284,58	-5,12
56,13	284,82	-41,01	288,86	-5,19
82,25	285,19	-41,07	291,54	-5,25
100,00	285,19	-41,07	293,51	-5,28

#### 4.1.3 Temperaturdifferenz

Die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Thermoelementen des Messingstabes sind in Abbildung (4) zu sehen.  $T_2$  ist die Temperatur die näher am Peltierelement liegt. Die

Temperaturkurve steigt erst sehr stark und dann immer langsamer. Das Temperaturmaximum liegt bei ca.  $11,85^{\circ}\text{C}$ . Dieser Wert wird nach ca.  $109,68\text{ s}$  errichtet. Ab diesem Punkt fällt die Kurve rapide ab. Die Temperaturdifferenz der beiden Thermoelemente von Edelstahl ist in Abbildung (5) zu sehen. Das Maximum liegt bei  $120\text{ s}$  und hat einen Wert von  $22,86^{\circ}\text{C}$ . Die Temperatur steigt sehr gleichmäßig bis zu dem Punkt, an dem der Abkühlvorgang beginnt. Im Vergleich zu den Temperaturverläufen aus Abbildung (2) und (3), ist hier auch zu sehen, dass Edelstahl die schlechteste Wärmeleitfähigkeit der vier getesteten besitzt.

## 4.2 Dynamische Methode

Die Amplituden und die Phasendifferenz  $\Delta t$ , die in den Tabellen (3), (4) und (5) zu finden sind, wurden mithilfe der Abbildungen (6), (7) und (8) bestimmt. Die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  wurde mit Formel (6) bestimmt.

Tabelle 3: Messingstab

$A_{1_{fern}} [^{\circ}\text{C}]$	$A_{2_{nah}} [^{\circ}\text{C}]$	$\Delta t [\text{s}]$	$\kappa [\text{W}/\text{mK}]$
1,5	4,5	14,286	167,411
1,5	4,25	9,524	264,564
1,5	4,5	14,286	167,411
1,5	4,5	9,524	250,799
1,5	4,5	9,524	250,799
1,5	4,25	14,286	176,599
1,5	4,25	9,524	264,564
1,5	4,25	9,524	264,564
1,5	4,5	9,524	250,799

Daraus folgt nun der Mittelwert für die Wärmeleitfähigkeit:

$$\bar{\kappa} = (228,612 \pm 31,616) \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad (7)$$

Der Literaturwert liegt bei  $120\text{ W}/\text{mK}$  [3]

Somit ergibt sich eine Abweichung von  $90,51\%$

Tabelle 4: Aluminiumstab

$A_{5_{fern}} [^{\circ}C]$	$A_{6_{nah}} [^{\circ}C]$	$\Delta t[s]$	$\kappa$
3,261	6,739	9,524	268,933
3,043	6,422	9,524	261,368
3,043	6,304	9,524	268,023
3,043	6,304	9,524	268,023
3,043	6,304	9,524	268,023
3,043	6,304	9,524	268,023
2,826	6,087	9,524	254,908
3,043	6,087	9,524	282,167
2,826	6,087	9,524	254,908

Der Mittelwert ergibt sich zu:

$$\bar{\kappa} = (263,013 \pm 8,361) \frac{W}{mK} \quad (8)$$

Der Wert, für die Leitfähigkeit von Aluminium liegt bei  $221 W/mK$  [1, S. 275]  
Somit liegt die Abweichung zum Literaturwert bei 19,01 %

Tabelle 5: Edelstahlstab

$A_{7_{nah}} [^{\circ}C]$	$A_{8_{fern}} [^{\circ}C]$	$\Delta t[s]$	$\kappa$
9,038	1,154	50	24,876
8,077	1,154	52,7	24,965

Der Mittelwert für die Wärmeleitfähigkeit beträgt

$$\bar{\kappa} = (24,931 \pm 0,046) \frac{W}{mK}. \quad (9)$$

Der zu erwartende Literaturwert liegt bei  $15 W/mK$ . [3]

Die prozentuelle Abweichung beträgt 66,21 %.

## 5 Diskussion

Im ersten Teil wurde der Fehler gemacht die Messung nicht zu beenden, nachdem T7 eine Temperatur von  $45^{\circ}C$  angenommen hat. Dies führte dazu, dass das Abkühlen ebenfalls auf dem Graphen abgebildet ist und im Nachhinein nicht mehr genau nachvollziehbar ist, bis zu welchem Punkt erwärmt wurde.

Während des Erwärmens, wurde von einer idealen Isolierung ausgegangen, die so nicht umsetzbar ist, sodass davon ausgegangen werden kann, dass bei den Temperaturverläufen eine Ungenauigkeit auftritt.

Die Bestimmung des Wärmestroms von Aluminium war nicht möglich, da keine Messwerte vorhanden sind und die Differenz zwischen  $T_5$  und  $T_6$  in keiner Graphik abgebildet ist.

Da die komplette Auswertung auf den Graphen, die während des Versuchs gedruckt wurden basiert, sind alle angegebenen Temperaturen und Zeiten fehlerbehaftet. Die Amplituden und die Phasendifferenz wurden ebenfalls mithilfe der Graphen bestimmt. Die Ungenauigkeit dieser Methode fällt besonders bei der Phasendifferenz auf. Es nur möglich die Differenz auf einen Millimeter genau zu bestimmen. Dieser Millimeter macht allerdings einen Unterschied von 4,762 s. Die Genauigkeit für die Amplitudenmessung liegt zwischen 0,192 °C und 0,25 °C auf je ein Millimeter.

Die Bestimmung des Wärmestroms und der Vergleich der berechneten Wärmeleitfähigkeiten mit der Literatur, basiert auf den im Literaturverzeichnis angegebenen Quellen. Beim herausuchen dieser Quellen fiel auf, dass es mehrere unterschiedliche Angaben zu den einzelnen Wärmeleitfähigkeiten gab. Somit sind diese Werte nicht als feste Zahl zu betrachten, sondern als eine Näherung. Besonders bei Edelstahl wurden Werte in einer größeren Spannweite gefunden, da dieser stark von der Legierung abhängig ist.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass der Versuch zu dem Ergebnis führt, dass Edelstahl die schlechteste und Aluminium die beste Leitfähigkeit besitzt.

## Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1. Mechanik und Wärme*. 7. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014.
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 204*. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf> (besucht am 10.01.2018).
- [3] *Wärmeleitfähigkeit*. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/W%C3%A4rmeleitf%C3%A4higkeit> (besucht am 10.01.2018).
- [4] *Wärmeleitfähigkeit2*. URL: [https://www.schweizer-fn.de/stoff/wleit\\_metall/wleit\\_metall.php](https://www.schweizer-fn.de/stoff/wleit_metall/wleit_metall.php) (besucht am 10.01.2018).