Durchführung: 17.04.2018

Abgabe: 24.04.2018

Praktikumsprotokoll V408

GEOMETRISCHE OPTIK

 ${\bf Carolin~Harkort^1,} \\ {\bf Jacqueline~Schlingmann^2}$

 $^{^{1}} carolin.harkort@tu-dortmund.de\\$

 $^{^2} jacque line. schling mann@tu-dortmund. de\\$

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung unbekannter Brennweiten.

2 Theorie

Trifft Licht auf eine Linse wird dieses gebrochen. Man unterscheidet zwischen Sammelund Zerstreuungslinsen. Sammellinsen bündeln paralleles Licht und es entsteht ein reelles Bild. Die Brennweite und die Bildweite sind hierbei positiv. Eine Sammellinse ist in Abbildung (1) zu sehen.

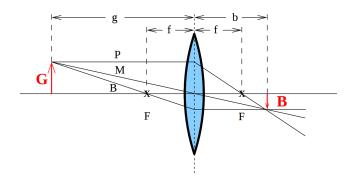


Abbildung 1: Die Sammellinse [1]

Bei der Zerstreuungslinse sind Brenn- und Bildweite negativ, sodass ein virtuelles Bild entsteht. Sie ist in abbildung (2) zu sehen.

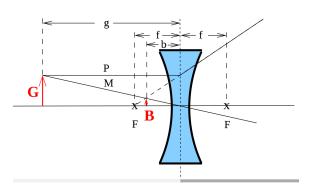


Abbildung 2: Die Zerstreuungslinse

Für die Bildkonstruktion werden drei unterschiedliche Strahlen verwendet. $Parallelstrahl\ (P)$: Dieser verläuft Parallel zur optischen Achse und wird dann an der

Mittelebene so gebrochen, dass er durch den Brennpunkt verläuft.

Brennpunktstrahl (B): Dieser verläuft umgekehrt zum Parallelstrahl. Er verläuft zunächst durch den Brennpunkt zur Mittelebene der Linse und wird dann so gebrochen, dass er parallel zur optischen Achse verläuft.

Mittelpunktstrahl (M): Dieser Strahl verläuft direkt durch die Mitte, also durch den Schnittpunkt zwischen der optischen Achse und der Mittelpunktebene. Er wird nicht gebrochen.

Das Abbildungsgesezt

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{q} \tag{1}$$

ergibt sich aus den Strahlensätzen und der Bildkonstruktion. Hierbei ist V der Abbildungsmaßstab, B und G die Bild- bzw. Gegenstandsgröße und b und g die Bild- bzw. Gegenstandsweite. Aus dem Abbildungsgesetz folgt auch die Linsengeichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \tag{2}$$

2.0.1 Bestimmung der Brennweite nach der Methode von Bessel

Bei der Methode von Bessel werden die Beiden Linsenpositionen gesucht, an denen das Bild scharf abgebildet wird. Dies geschieht bei konstantem Abstand zwischen Bild und Gegenstand. Die Brennweite ergibt sich mit der Formel

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. (3)$$

Hierbei ist e der Abstand zwischen Bild und Gegenstand und d der Abstand zwischen den beiden Lisenositionen. Für d gilt:

$$d = g_1 - b_1 = g_2 - b_2 \tag{4}$$

2.0.2 Bestimmung der Brennweite nach Abbe

Bei der Brennweitenbestimmung nach Abbe sind zwei Linsen hintereinander angebracht. Darum muss eine Hauptebene eingeführt werden, an der der Strah gebrochen wird. Dies h und die Brennweite f bestimmt sich durch Formel

$$g' = g + h = f \cdot \left(1 + \frac{1}{V}\right) + h$$

bzw.

$$b' = b + h' = f \cdot (1 + V) + h' \tag{5}$$

3 Durchführung

Die Apparatur besteht aus einer Lichtquelle und einer Schiene. Auf der Schiene ist ein Schirm befestigt, auf dem das Bild abgebildet wird, und eine Befestigungsvorrichtung zum Einsetzen der Linsen. Der Gegenstand, der abgebildet werden soll, ist ebenfall auf der Schiene befestigt. Er besteht aus einer schwarzen Scheibe mit lichtdurchlässigen Löchern, die ein 'L' ergeben.

Im ersten Teil des Veruchs wurde eine Sammellinse in der Apparatur befestigt. Der Abstand zwischen Lichtquelle und Gegenstand wird notiert und konstant gehalten. Die Sammellinse wird nun auf zehn unterschiedliche Entfernungen zum Gegenstand gebracht. Zu jedem Abstand wird geguckt, bei welcher Entfernung des Schirms zur Sammellinse das Bild scharf dargestellt wird. Diese Messung wird für zwei unterschiedliche Sammellinsen durchgeführt.

Im zweiten Teil des Versuchs wird ebenfalls eine Sammellinse benötigt. Die Bestimmung der Brennweite erfolgt nach der Methode von Bessel. Der abzubildende Gegenstand wird wieder auf einem konstanten Abstand zur Lichtquelle gehalten. Das Bild bei dieser Messung ebenfalls. Es werden die beiden Linsenpositionen gesucht, bei der ein scharfes Bild entsteht. Danach wird eine rot bzw. blaue Scheibe am Gegenstand befestigt. Die Messung wird für beide Farben fünf mal wiederholt.

Im letzten Teil des Versuchs wurde nun eine Zerstreuunglinse vor der Sammellinse befestigt. Dies ist in Abbildung (3) zu sehen. Die Messung erfolgt nach der Methode von Abbe Die Durchführung ähnelt der des ersten Teils.

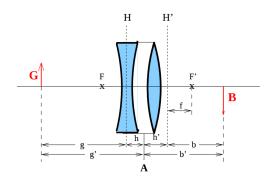


Abbildung 3: Das Linsensystem [1]

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Brennweiten durch Messung der Gegenstands- und Bildweite

Die gemessenen Werte für die Bild- und Gegenstandsweiten der beiden Sammellinsen sind in Tabelle 1 und Tabelle 2 dargestellt. Die Brennweiten lassen sich nach ?? berechnen.

Tabelle 1: Sammellinse f=150mm

g in cm	b in cm	f in cm
17	101,5	14,561
19	60,8	14,476
21	48,8	14,646
23	41,2	14,760
25	$34,\!8$	$14,\!548$
27	31,2	$14,\!474$
29	28,9	$14,\!475$
31	27,0	$14,\!431$
33	26,0	$14,\!542$
35	$24,\!5$	$14,\!412$

Tabelle 2: Sammellinse f=50mm

g in cm	b in cm	f in cm
44	6,0	5,280
42	6,1	$5,\!326$
40	6,1	$5,\!293$
38	6,2	$5,\!330$
36	6,3	$5,\!362$
34	6,4	$5,\!386$
32	6,4	$5,\!333$
30	$6,\!5$	5,342
28	$6,\!5$	$5,\!275$
26	6,7	$5,\!327$

Für die beiden Brennweiten ergeben sich die folgenden theoretische Werte

$$f_{150\text{mm}} = (145 \pm 3) \,\text{mm}$$
 (6)

$$f_{50\text{mm}} = (53 \pm 1) \,\text{mm}.$$
 (7)

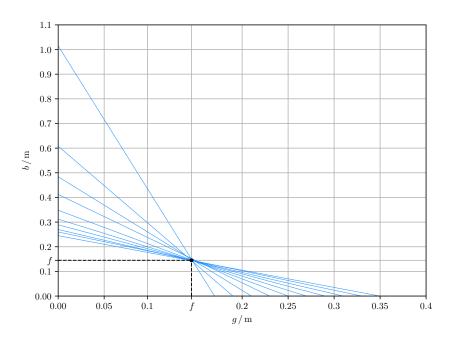


Abbildung 4: Darstellung für die Brennweite f=150mm

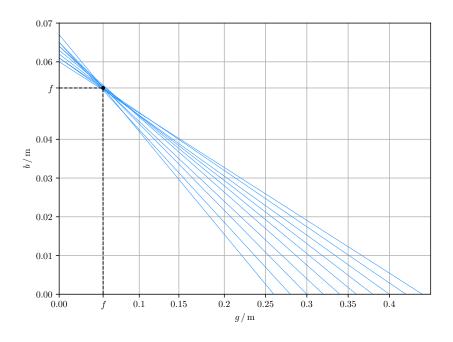


Abbildung 5: Darstellung für die Brennweite f=50mm'

Insgesamt folgt aus den theoretischen und experimentellen Werten die Brennweiten von

$$\overline{f}_{150\mathrm{mm}} = (145,165 \pm 0,165)\,\mathrm{mm}$$
 (8)

und

$$\overline{f}_{50\text{mm}} = (53,125 \pm 0,125) \text{ mm}.$$
 (9)

4.2 Bestimmung der Brennweite nach der Methode von Bessel

Die Messwerte der Bildweiten b_1 und b_2 ,
der Gegenstandsweiten g_1 und g_2 und dem Abstand
 e zwischen Schirm und Gegenstand sind aus Tabelle 3 zu entnehmen. Wie bei der ersten Messung, wurde auch für diesen Teil des Versuchs eine Sammellinse mit der Brennweite $f=150\,\mathrm{mm}$ verwendet. Mithilfe von Formel () lässt sich der Linsenabstand ermitteln. Die Fehler für f werden nicht weiter berücksichtigt, da diese um zwei Größenordnungen kleiner sind.

Tabelle 3: Messdaten der Methode nach Bessel

e in cm	b_1 in cm	b_2 in cm	g_1 in cm	g_2 in cm	d in cm	f in cm
71	51,4	20,5	19,6	50,5	$30,90 \pm 0,90$	14,388
73	53,3	19,9	19,7	53,1	$33,40 \pm 0,20$	14,430
75	56,0	19,6	19,0	55,4	$36,40 \pm 0,60$	14,333
77	58,2	19,5	18,8	57,5	$38,70 \pm 0,70$	14,387
79	60,3	19,2	18,7	59,8	$41{,}10 \pm 0{,}50$	14,404
81	62,4	18,8	18,6	62,3	$43,65 \pm 0,15$	14,369
83	64,8	18,8	18,2	64,2	$46,00 \pm 0,60$	$14,\!377$
85	66,6	18,6	18,4	66,4	$48,00 \pm 0,20$	$14,\!474$
87	69,0	18,5	18,0	68,5	$50,\!50 \pm 0,\!50$	$14,\!422$
89	71,0	18,3	18,0	70,7	$52,70 \pm 0,30$	$14,\!449$

Die Brennweite wird anschließend zu

$$f = (144,03 \pm 0,20) \,\mathrm{cm} \tag{10}$$

gemittelt. Der Mittelwert und die Standardabweichung errechnen sich dabei durch

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_n \tag{11}$$

und

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}}.$$
(12)

Die Werte für die chromatischen Abberration sind in Tabelle 4 für blaues Licht und

Tabelle 4: blau

e in cm	b_1 in cm	b_2 in cm	g_1 in cm	g_2 in cm	d in cm	f in cm
75	56,0	19,9	19,0	55,1	24.0 ± 1.1	18,630
73	$53,\!6$	19,8	19,4	53,2	$34,6 \pm 0,8$	18,131
71	50,9	20,6	20,1	50,4	$30,3 \pm 0,5$	17,643
69	48,8	20,8	20,2	48,2	$28,0 \pm 0,6$	17,149
67	46,2	21,5	20,8	$45,\!4$	24.7 ± 0.7	16,658

Tabelle 5: blau

e in cm	b_1 in cm	b_2 in cm	g_1 in cm	g_2 in cm	d in cm	f in cm
67	45,7	21,7	21,3	45,3	$24,0 \pm 0,6$	16,660
69	48,7	20,8	20,3	48,2	$28,9 \pm 0,5$	17,145
71	51,1	20,4	19,9	50,6	30.7 ± 0.5	17,642
73	$53,\!5$	19,9	19,5	53,1	$33,6 \pm 0,4$	$18,\!135$
75	55,6	20,0	19,4	55,0	$35{,}6\pm0{,}6$	18,631

in Tabelle 5 für rotes Licht aufgetragen. Die Berechnung des Linsenabstands und der Brennweite werden wie oben berechnet.

Daraus folgt für die Brennweiten

$$f_{\text{blau}} = (176,42 \pm 3,48) \,\text{mm}$$
 (13)

$$f_{\rm rot} = (175,89 \pm 4,89) \,\mathrm{mm}.$$
 (14)

4.3 Bestimmung des Brennweite des Linsensystems nach der Methode von Abbe

Die Messwerte für das Linsenpaar sind in Tabelle 6 zu finden. Zusätzlich wurde mit Gleichung () die unterschiedlichen V berechnet.

Die Gegenstandsgröße G beträgt 3 cm.

Anhand der linearen Regressionen in Abbildungen 6 und 7 werden die gesuchten Größen h und f bestimmt. Diese werden mit Formel () und () bestimmt.

Tabelle 6: Messdaten der Methode nach Abbe

Bildgröße B in cm	b' in cm	g' in cm	V
2,0	14,95	9,05	0,67
1,3	14,05	12,05	$0,\!43$
1,0	13,95	$14,\!15$	$0,\!33$
0,9	13,85	$16,\!25$	0,30
0,8	$13,\!45$	$18,\!65$	$0,\!27$
0,7	$13,\!45$	18,65	$0,\!23$
0,6	13,45	20,65	0,20
0,6	12,05	24,75	0,20
$0,\!5$	$13,\!25$	$26,\!85$	$0,\!20$
0,5	$12,\!95$	30,05	0,20

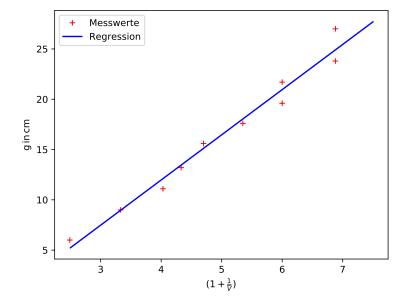


Abbildung 6: Lineare Regression für g'

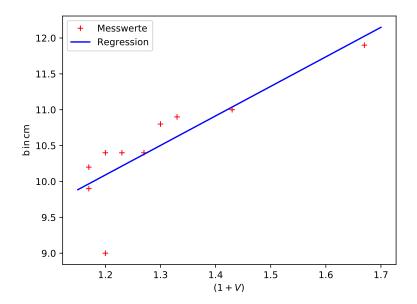


Abbildung 7: Lineare Regression für b'

Für die Lage der Hauptebenen im Abstand zum Referenzpunkt A ergeben sich die Werte

$$h=-(60\pm13)\,\mathrm{mm}$$

$$h'=(52\pm12)\,\mathrm{mm}.$$

Für die Brennweiten folgt

$$f_{
m g} = (44.9 \pm 2.5) \, {
m mm}$$

$$f_{
m b} = (41 \pm 10) \, {
m mm}.$$

Aus den beiden Brennweiten ergibt sich ein Mittelwert von

$$f_{
m Mittel} = (42,\!95 \pm 1,\!95)\,{
m mm}.$$

5 Diskussion

Die Brennweiten bestimmt über die Gegenstands- und Bildweiten sind relativ genau gemessen worden. Bei der Sammellinse mit einer Brennweite von $f=150\,\mathrm{mm}$ beträgt die prozentuale Abweichung 3,3 % im Vergleich zu der bestimmten Brennweite $f=145\,\mathrm{mm}$. Die geringe prozentuale Abweichung ist auch gut in der Grafik erkennbar. Hier stimmt der Brennpunkt relativ genau mit dem Schnittpunkt der eingezeichneten Geraden überein. Bei der zweiten Sammellinse mit $f=50\,\mathrm{mm}$ wurde eine Brennweite von $f=53\,\mathrm{mm}$ besimmt, was einer Abweichung von 5,6 % entspricht. Die etwas größere Abweichung von dem Herstellerwert und dem berechneten Brennpunkt ist im Graphen zu erkennen. Die Geraden haben keinen gemeinsamen Schnittpunkt.

Die chromatische Abberation hingegen konnte nicht dem erwarteten Ergebnis gerecht werden. Der Brennpunkt des blauen Lichts ist weiter von dem weißen Licht entfernt als der rote. Eigentlich hätte der Brennpunkt des blauen Lichts aufgrund der stärken Brechung näher an der Linse sein müssen. Dieses unerwartete Ergebnis könnte auf den geringen Kontrast des blauen Lichts zurückgeführt werden. Hier war es besonders schwierig einen scharfen Punkt zu finden.

Bei der Messung der Brennweiten eines Linsensystems nach Abbe wurden die Bildgrößen auf dem Schirm jeweils mit einem Geodreick gemessen. Deshalb konnten die Bildgrößen zwar ungefähr bestimmt werden, allerdings sind diese händisch nicht exakt messbar.

Der Abstand der beiden Hauptachsen zum Brennpunkt ist etwas erhöht. Mit dem Geodreieck wurde ein Abstand von 3,05 cm bestimmt. Allerdings lässt sich feststellen, dass der Referenzpunkt relativ mittig gewählt wurde. Die berechneten Brennweiten sind recht genau.

Insgesamt lässt sich sagen, dass während des gesamten Versuchs die Definiton des scharfen Bildes eine Ermässensache war. Außerdem war es schwierig einzelne Entfernung abzulesen, da die Skala zur dunklen Wand gerichtet war. Diese beiden, doch relativ großen Fehlerquellen, lassen die Abweichung der bestimmten Brennweiten erklären.

Literatur

[1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zu Versuch 408. URL: http://129.217.224. 2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/GeomOptikMP.pdf (besucht am 22.04.2018).