

# 1 Zielsetzung

Dieser Versuch dient der Untersuchung des Relaxionsverhalten eines RC-Kreises. Hierfür wird die Entladung eines Kondensators betrachtet. Zusätzlich wird eine Kondensatorspannung in Hinblick auf die Amplitude in Abhängigkeit der Frequenz genauer betrachtet. Außerdem wird die Phasenverschiebung zwischen Generator- und Kondensatorspannung, sowie die Funktion als Integrator untersucht.

## 2 Theorie

Der Vorgang der Relaxation in einem System tritt auf, wenn dieses System aus seinem Ausgangszustand entfernt und wieder nicht-oszillatorisch in den selben zurückkehrt. Für die Betrachtung der Relaxion wird in diesem Versuch der End- und Aufladevorgang eines Kondensators in einem RC-Glied betrachtet. Der Aufbau ist in Abbildung 1 zu sehen.

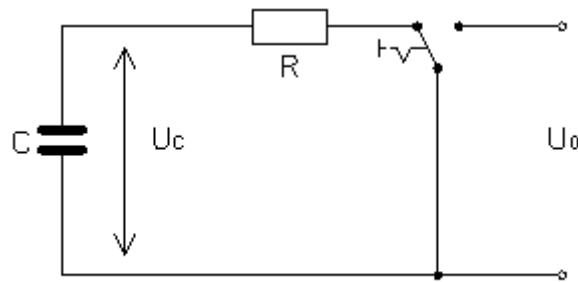


Abbildung 1: Schaltung eines RC-Glieds.

Für den Enladevorgang folgt aus den Kirchhoffschen Gesetzen, dass zum Zeitpunkt  $t = 0$

$$Q(0) = CU_0,$$

gilt und nach längerer Zeit

$$Q(\infty) = 0$$

gilt. Durch diese Randbedingungen ergibt sich nun die Formel:

$$Q(t) = C \cdot U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

C ist die Kapazität des Kondensators, R der Widerstand und Q(t) die Ladung zum Zeitpunkt t.

Die Zeitkonstante RC gibt hierbei an wie schnell das System den Endzustand  $Q(\infty)$

anstrebt.

Infolgedessen lassen sich Ähnlichkeiten zu mechanischen Systemen finden.

Wird so ein System mit einer Kraft seiner Frequenz angeregt, steht es in direktem Bezug zu einem angeregten RC-Kreis.

Wird ein RC-Kreis mit einer Wechselspannung

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t)$$

angeregt, kann beobachtet werden, dass eine Phasenverschiebung zwischen der Generator- und der Kondensatorspannung bei zunehmender Frequenz  $\Omega$  auftritt.

Ist die Frequenz  $\omega$  viel kleiner als  $\frac{1}{RC}$  wird die Kondensatorspannung  $U_C(t)$  ungefähr gleich der Generatorspannung  $U(t)$ .

Wird die Frequenz erhöht, entsteht eine Phasenverschiebung zwischen den beiden Spannungen.

Als Formel für die Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz  $\omega$  ergibt sich:

$$\varphi(\omega) = \arctan(-\omega RC) \quad (1)$$

Für niedrigere Frequenzen geht die Phasenverschiebung gegen den Wert 0.

Geht die Frequenz gegen unendlich, nähert sich die Phasenverschiebung dem Wert  $\frac{\pi}{2}$  an.

Die Beziehung zwischen der Amplitude, der Kondensatorspannung und der Kreisfrequenz der erregenden Spannung kann durch die Formel

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (2)$$

hergestellt werden. Die Amplitude nimmt bei hohen Frequenzen ab. Aus  $\omega \rightarrow 0$  folgt, dass  $A(\omega)$  gegen  $U_0$  geht und umgekehrt für  $\omega \rightarrow \infty$  die Amplitude gegen 0 geht.

Dieses Verhalten solcher Tiefpässe ist eben dadurch charakterisiert, dass Frequenzen mit  $\omega \gg \frac{1}{RC}$  immer weiter gesperrt und  $\omega \ll \frac{1}{RC}$  durchgelassen werden.

Es lässt sich außerdem zeigen, dass ein solcher RC-Tiefpass unter der Voraussetzung dass  $\omega \gg \frac{1}{RC}$ , also die Frequenz sehr groß ist, die zeitlich veränderliche Spannung  $U(t)$  integriert.

Es gilt:

$$U_C(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t U(t') dt' . \quad (3)$$

### 3 Durchführung

Zur Durchführung des Versuchs wird ein RC-Kreis wie in Abb. 2 aufgebaut. Mithilfe eines Oszilloskops kann der Auf- und Entladedevorgang des Kondensators beobachtet werden. Hierfür wird mit dem Generator eine Rechteckspannung angelegt.

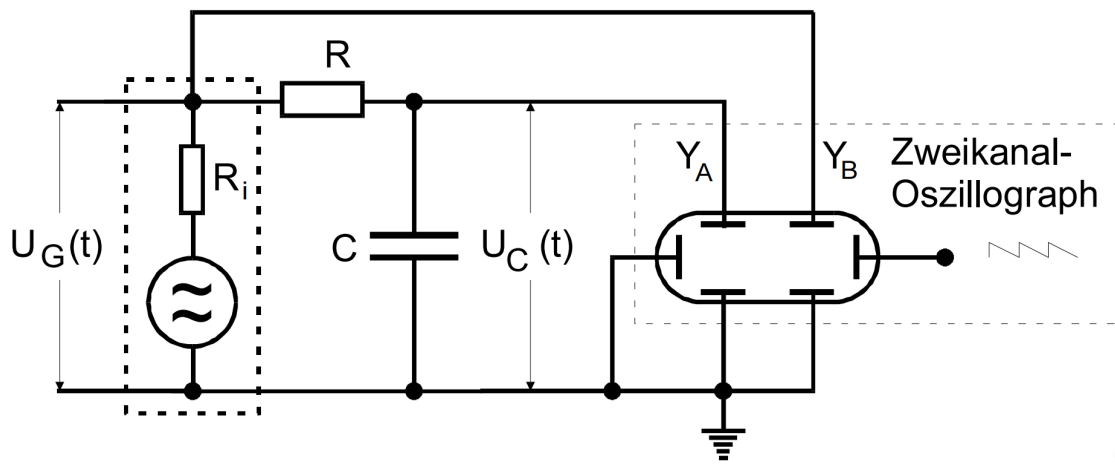


Abbildung 2: Aufbau des RC-Kreis für die unterschiedlichen Messungen.

Im Folgenden wird der Generator auf eine Sinusspannung umgestellt. Über einen Frequenzbereich von 10Hz bis 30Hz wird die Spannungsamplitude, abhängig von der Zeit  $t$ , am Kondensator bestimmt.

Des weiteren wird die Phasenverschiebung zwischen Generator- und Kondensatorsprung in Abhängigkeit von der Frequenz ermittelt. Dafür werden beide Eingänge des Oszilloskops verwendet. Hierbei ist zu beachten, dass beide Sinuskurven symmetrisch zur x-Achse liegen. Es gilt die beiden Nulldurchgänge der Schwingungen und die Schwingungsdauer zu bestimmen. Daraus kann die Phasenverschiebung  $\phi$  mit

$$\varphi = \frac{a}{b} 2\pi. \quad (4)$$

berechnet werden.

Um die Funktion des RC-Kreis als Integrator zu zeigen werden eine Rechteck-, Sinus- und Dreiecksspannung bei unterschiedlichen Frequenzen untersucht.

## 4 Auswertung

### 4.1 Messung der Zeitkonstanten mit der Entladekurve

Für die Bestimmung der Zeitkonstante des RC-Gliedes wird die Entladungskurve des Kondensators mit Hilfe eines Oszillographen bestimmt. Dem Thermodruck können die Messwerte für die Spannung  $U_c$  und die Temperatur  $t$  entnommen werden. Durch die lineare Regression kann die Steigung des Graphen ermittelt werden, wobei der Betrag des Kehrwerts der Zeitkonstanten entspricht.

$$m = -\frac{1}{RC} \quad (5)$$

Mithilfe der linearen Regression ergibt sich für die Zeitkonstante RC folgender Wert:  
 $RC = (0.000775 \pm 0.000070) \text{ s}$

Tabelle 1: Entnommene Wertepaare für die Spannungsamplituden zu verschiedenen Zeitpunkten des Entladevorgangs

$t$ in ms	$U_C$ in V	$\ln(U)$
0.0	3.6	1.28
0.2	2.48	0.91
0.4	2.16	0.77
0.6	1.68	0.52
0.8	1.28	0.25
1.0	0.96	-0.04
1.2	0.8	-0.22
1.4	0.56	-0.58
1.6	0.48	-0.73
1.8	0.32	-1.14
2.0	0.24	-1.43
2.2	0.24	-1.43
2.4	0.16	-1.83
2.6	0.08	-2.53
2.8	0.08	-2.53
3.0	0.08	-2.53
3.2	0.08	-2.53
3.4	0	n. def.
3.6	0	n. def.
3.8	0	n. def.
4.0	0	n. def.
4.2	0	n. def.
4.4	0	n. def.
4.6	0	n. def.
4.8	0	n. def.

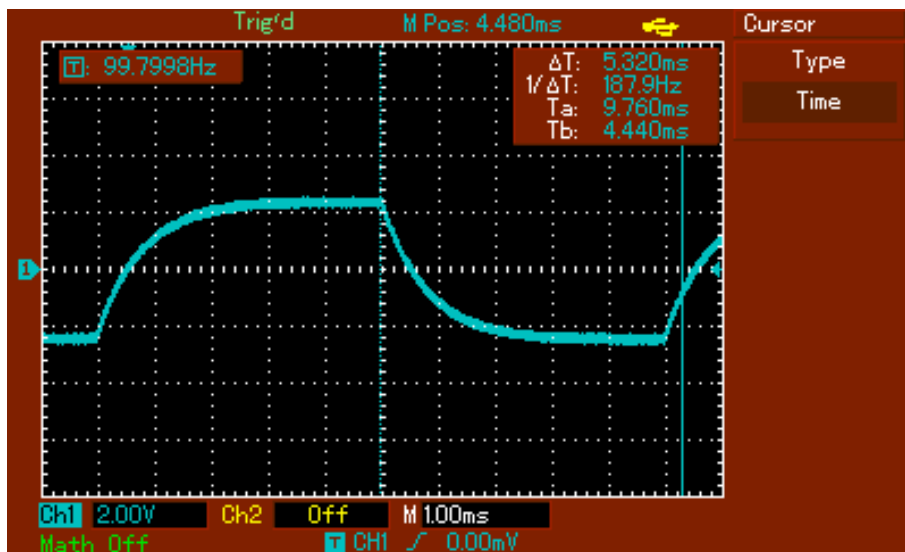


Abbildung 3: Thermodruck der in Messung 1 betrachteten Entladekurve

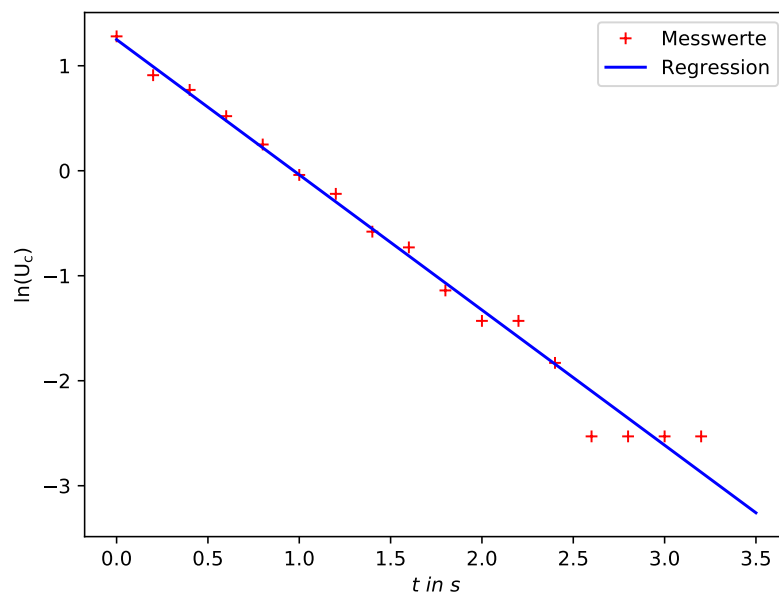


Abbildung 4: gemessene Werte für  $U_C$  aufgetragen gegen die Zeit  $t$

## 4.2 Messung der Zeitkonstante über die Amplitude

Für die Bestimmung der Zeitkonstante über die Amplitude werden dreißig Frequenzen untersucht. Mit dem gemessenen Wert für  $U_o = 0.52V$  lässt sich der Quotient von Amplitude und Eingangsspannung bestimmen.

$$\frac{A(\omega)}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot (RC)^2}} \quad (6)$$

Aus Abbildung 5 ergibt sich mithilfe der Regressionskurve für die Zeitkonstante der Wert:

$$RC = (0.000768 \pm 0.000013) \text{ s.}$$

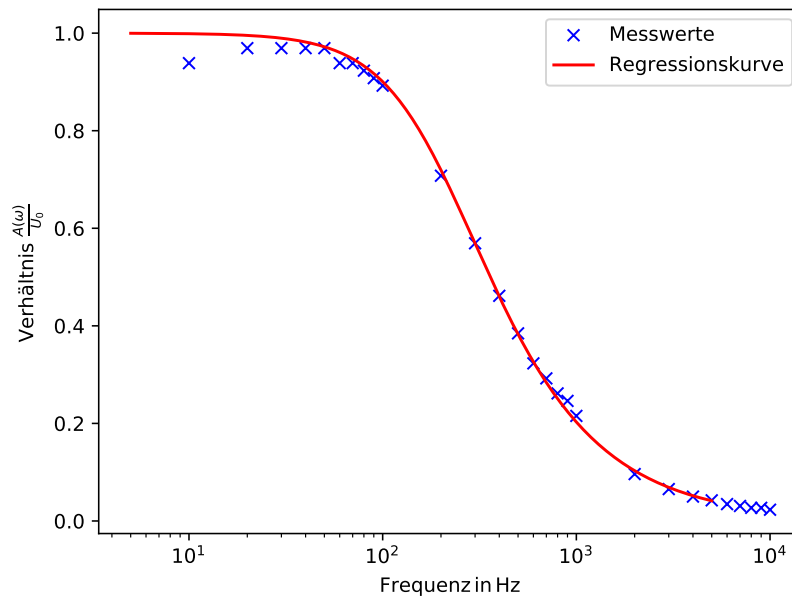


Abbildung 5: Verhältnis der gemessenen Spannungsamplituden  $U_C$  und der Ausgangsspannung  $U_0$  aus Tabelle 2 aufgetragen gegen die Frequenz  $\omega$

Tabelle 2: Gemessene Spannungsamplituden der Kondensatorspannung für verschiedene angelegte Frequenzen  $\omega$

$\omega$ in Hz	$A(\omega)$	$A(\omega)/U$
10	0.488	0.938
20	0.504	0.969
30	0.504	0.969
40	0.504	0.969
50	0.504	0.969
60	0.488	0.938
70	0.488	0.939
80	0.480	0.923
90	0.472	0.908
100	0.464	0.892
200	0.368	0.708
300	0.296	0.569
400	0.240	0.462
500	0.200	0.385
600	0.168	0.323
700	0.152	0.292
800	0.136	0.262
900	0.128	0.246
1000	0.112	0.215
2000	0.050	0.096
3000	0.034	0.065
4000	0.026	0.050
5000	0.022	0.042
6000	0.018	0.035
7000	0.016	0.031
8000	0.014	0.027
9000	0.014	0.027
10000	0.012	0.023

### 4.3 Bestimmung der Zeikonstante über die Phasenverschiebung

Die Phasenverschiebung wird mit Formel 4 bestimmt. Dafür werden gemessenen Werte der Nulldurchgänge beider Schwingungen  $a$  und die Schwingungsdauer  $b$  mithilfe des Oszilloskops bestimmt.

Für das RC- Glied ergibt sich durch die Phasenverschiebung der Wert von:

$$RC = (0.000502 \pm 0.00025) \text{ s.}$$

Tabelle 3: Messwerte für die Parameter  $a$  und  $b$  sowie die berechnete Phasenverschiebung

$\omega$ in Hz	$a$ in ms	$b$ in ms	$\varphi$ in rad
10	0.720	100.00	0.045
20	0.800	48.80	0.103
30	0.800	32.40	0.155
40	0.792	24.40	0.204
50	0.784	20.00	0.246
60	0.776	16.60	0.294
70	0.768	14.20	0.340
80	0.760	12.40	0.385
90	0.744	11.00	0.424
100	0.736	9.80	0.472
200	0.624	5.04	1.005
300	0.516	3.28	0.998
400	0.440	2.52	1.097
500	0.376	2.00	1.181
600	0.328	1.72	1.198
700	0.292	1.48	1.240
800	0.262	1.24	1.328
900	0.238	1.08	1.385
1000	0.216	1.00	1.357
2000	0.118	0.48	1.545
3000	0.080	0.33	1.523
4000	0.062	0.25	1.558
5000	0.050	0.20	1.571
6000	0.042	0.17	1.552
7000	0.037	0.14	1.661
8000	0.032	0.13	1.547
9000	0.029	0.11	1.656
10000	0.026	0.10	1.634



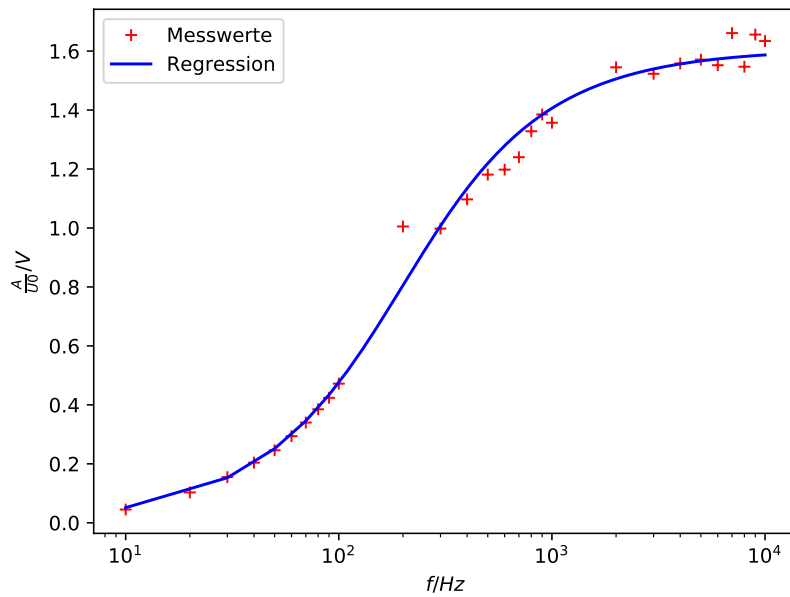


Abbildung 6: Phasenverschiebung aufgetragen gegen die Frequenz

#### 4.4 Der RC-Kreis als Integrator

Im letzten Teil des Experiments soll die Integratoreigenschaften des RC-Kreises anhand drei verschiedener Spannungen überprüft werden. Dabei stellt die gelbe Spannungskurve die eingespeiste Generatorspannung und die blaue Spannungskurve die dazugehörige integrierte Kondensatorspannung dar.

Zuerst wird eine Rechteckspannung eingespeist deren Integration eine Dreiecksspannung liefert.

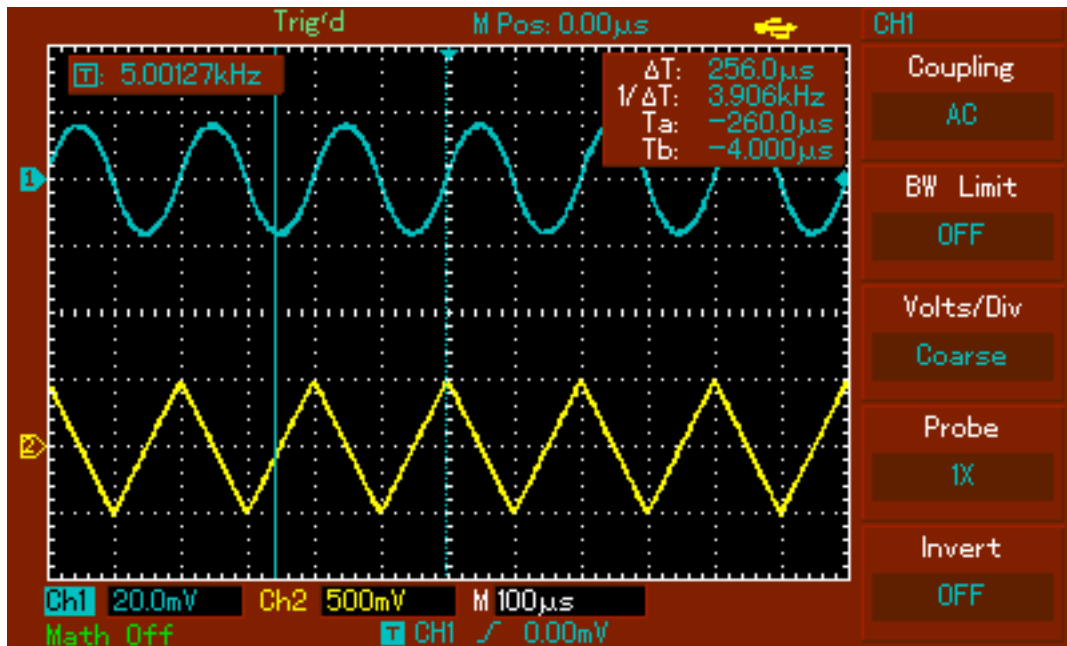


Abbildung 7: Anliegende Rechteckspannung bei dem RC-Kreis

Bei einer anliegenden Dreiecksspannung ergibt sich durch die Integration eine Sinusspannung.

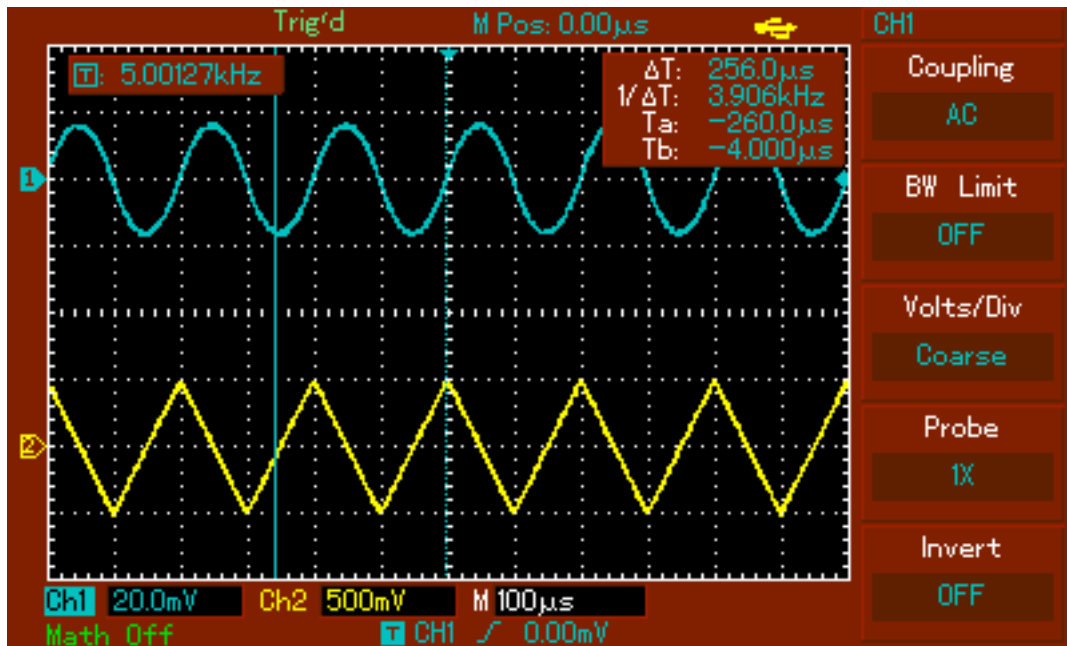


Abbildung 8: Anliegende Dreiecksspannung bei dem RC-Kreis

Entsprechend der Integration einer Sinusspannung sollte sich durch den RC-Kreis eine Cosinusspannung einstellen, was beim Thermodruck in Abbildung 9 zu sehen ist.

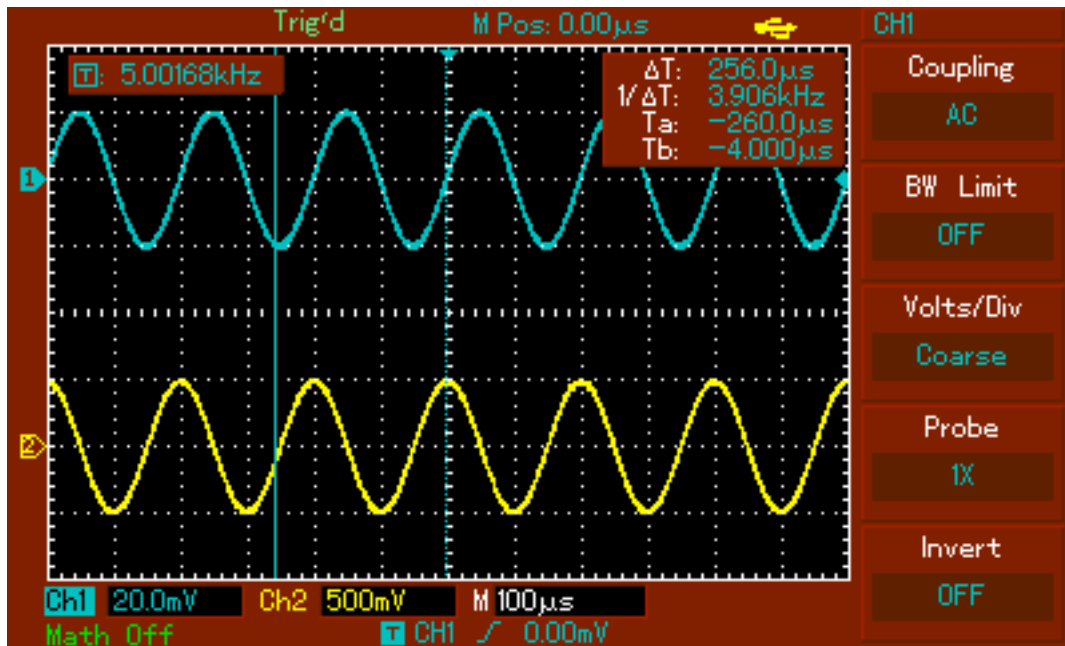


Abbildung 9: Anliegende Sinusspannung bei dem RC-Kreis

## 5 Diskussion

In diesem Versuch wurden drei verschiedene Methoden verwendet, um die Zeitkonstante RC zu bestimmen. Die Messergebnisse sind in der folgenden Tabelle nochmal aufgelistet: Wie in der Tabelle zu sehen ist, weichen die Messwerte zum Teil sehr stark voneinander

Tabelle 4: Bestimmte Werte für RC bei den verschiedenen Messungen

Messung	3.1	3.2	3.3
$RC \pm \Delta RC$	$0.000775 \pm 0.000070$	$0.000786 \pm 0.000013$	$0.00502 \pm 0.00025$

ab. Die Zeitkonstanten bei der Bestimmung über den Thermodruck und die Amplitude befinden sich jedoch in der selben Größenordnung. Das Ergebnis für die Zeitkonstante mithilfe der Bestimmung über die Phasenverschiebung besitzt allerdings eine sehr große Abweichung zu den ersten beiden Messung. Hierbei war es besonders schwierig den zeitlichen Abstand der beiden Nulldurchgänge der beiden Schwingungen und deren Schwingungsdauer am Oszillographen genau abzulesen. Diese Messungenauigkeiten genau wie die vernachlässigten Innenwiderstände könnten diese doch sehr große Abweichung erklären.