

## Versuch W2: Wärmeleitung von Metallen

**Ziel:** Es soll die Wärmeleitung von Aluminium, Messing und Edelstahl untersucht werden.

**Stichworte:** Konvektion, Peltier-Element, Phasengeschwindigkeit, Spezifische Wärme, Thermoelement, Wärmeleitungsgleichung, Wärmeleitzahl, Wärmestrom

**Motivation** In der Lasertherapie ist es unter Anderem wichtig aus dem Produkt aus Temperaturüberschreitung und Einwirkzeit einen Gewebeeffekt zu bestimmen. So kann z.B. auf einem räumlich begrenzten Gebiet krankes Gewebe abgetragen werden.

### Theoretische Grundlagen

Befindet sich ein Körper nicht in einem Temperaturgleichgewicht, so kommt es zu einem Wärmetransport entlang des Temperaturgefälles. Dies kann durch Konvektion, Wärmestrahlung oder Wärmeleitung geschehen. Hierbei beschränken wir uns in diesem Versuch auf Letzteres. Der Wärmetransport in festen Körpern erfolgt über Phononen und über frei bewegliche Elektronen. In Metallen ist der Gitterbeitrag vernachlässigbar.

Betrachtet wird ein Stab der Länge  $L$  und der Querschnittsfläche  $A$ , dessen Material die Dichte  $\rho$  und spezifische Wärme  $c$  hat. Ist das eine Ende des Stabes wärmer als das andere, so fließt in der Zeit  $dt$  durch die Querschnittsfläche  $A$  des Stabes, die Wärmemenge

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt . \quad (1)$$

Der Proportionalitätsfaktor  $\kappa$  ist die (materialabhängige) *Wärmeleitfähigkeit*. Das Minuszeichen in der Gleichung zeigt nach Konvention an, daß der Wärmestrom immer in Richtung abnehmender Temperatur fließt. Für die Wärmestromdichte  $j_w$  gilt entsprechend

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung kann man hieraus die (eindimensionale) *Wärmeleitungsgleichung*

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3)$$

ableiten, die die räumliche- und zeitliche Entwicklung der Temperaturverteilung beschreibt.<sup>1</sup> Die Größe  $\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c}$  wird als *Temperaturleitfähigkeit* bezeichnet. Sie gibt die 'Schnelligkeit' an, mit der sich ein Temperaturunterschied ausgleicht. Die Lösung der Wärmeleitungsgleichung hängt von der Stabgeometrie und den Anfangsbedingungen ab.

---

<sup>1</sup>Die allgemeine Wärmeleitungsgleichung ist eine Differentialgleichung in allen drei Raumrichtungen (x,y,z).

Wird ein sehr langer Stab mit der Periode  $T$  abwechselnd erwärmt und abgekühlt, so pflanzt sich aufgrund des periodischen Temperaturwechsels eine räumliche und zeitliche Temperaturwelle der Form

$$T(x, t) = T_{max} e^{-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2 \kappa}} x} \cos \left( \omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2 \kappa}} x \right) \quad (4)$$

durch den Stab fort. Die *Phasengeschwindigkeit* mit der sich die Welle fortbewegt lautet demnach:

$$v = \frac{\omega}{k} = \omega / \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2 \kappa}} = \sqrt{\frac{2 \kappa \omega}{\rho c}} \quad (5)$$

Die Dämpfung erhält man aus dem Amplitudenverhältnis  $A_{nah}$  und  $A_{fern}$  der Welle an zwei Messstellen  $x_{nah}$  und  $x_{fern}$ . Nutzt man weiter aus, daß  $\omega = 2\pi/T^*$  und  $\phi = 2\pi\Delta t/T^*$  (mit der Phase  $\phi$  und Periodendauer  $T^*$ ) dann erhält man für die Wärmeleitfähigkeit

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln(A_{nah}/A_{fern})}. \quad (6)$$

Dabei sind  $\Delta x$  der Abstand der beiden Messstellen und  $\Delta t$  die Phasendifferenz der Temperaturwelle zwischen den beiden Messstellen.

## Vorbereitung

- Informieren Sie sich anhand der Literatur über die Dichte  $\rho$ , die spezifische Wärme  $c$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  für Aluminium, Messing, Edelstahl und Wasser?

## Aufgaben

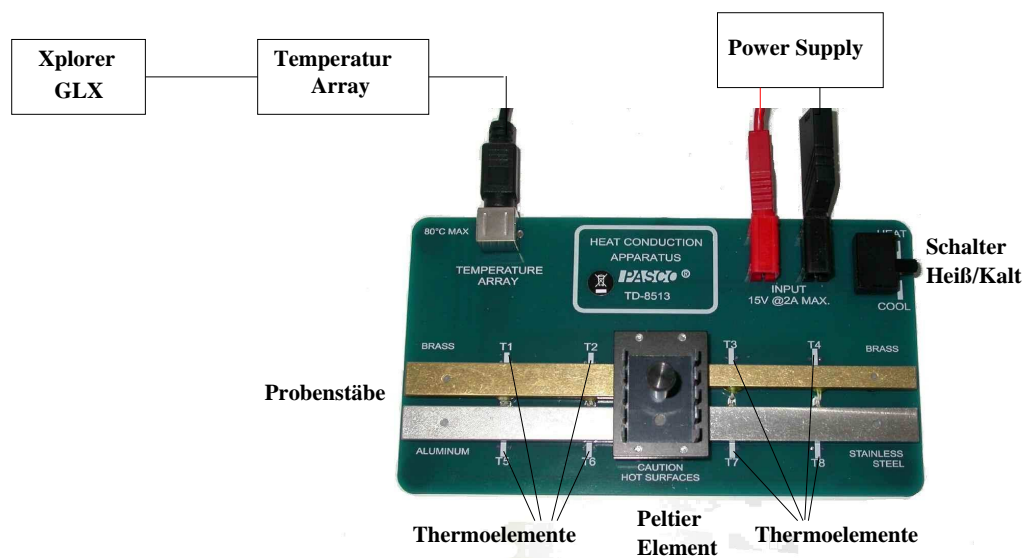
- Untersuchung des zeitlichen Verlaufs der Temperaturänderung für die vier vorliegenden Stäbe.
- Bestimmung der Wellenlänge und Frequenz der 'Temperaturwelle' nach periodischer Anregung.
- Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Aluminium, Messing und Edelstahl nach der Angström-Methode.

## Versuchsaufbau

Das Experiment zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit ist in der Abbildung auf der nächsten Seite zu sehen. Auf einer Grundplatte befinden sich vier rechteckige Probenstäbe aus drei verschiedenen Materialien, Aluminium, Messing (2x) und Edelstahl. Die vier Probenstäbe werden von einem Peltierelement simultan geheizt bzw. gekühlt. Die 'Betriebsspannung' des Peltierelements ist für die statische Methode  $U_P = 5V$  und für die dynamische Methode  $U_P = 8V$ . Die Temperaturen werden an jeweils zwei Stellen eines jeden Stabes mit Thermoelementen gemessen und über ein 'Temperatur Array' an einen Datenlogger (Xplorer GLX) weitergegeben. Sie können die Temperaturverläufe mit dem 8-fach Temperatur Array und dem

GLX Datenlogger simultan messen und die Daten mit dem 'Xplorer GLX' bearbeiten, graphisch darstellen und ausdrucken.

Material	Abmessungen [cm]	$\rho [\frac{kg}{m^3}]$	$c[\frac{J}{kg \cdot K}]$
Messing (breit)	9 x 1.2 x 0.4	8520	385
Messing (schmal)	9 x 0.7 x 0.4	8520	385
Aluminium (breit)	9 x 1.2 x 0.4	2800	830
Edelstahl (breit)	9 x 1.2 x 0.4	8000	400



## Versuchsdurchführung

Überprüfen Sie die Verkabelung und korrigieren Sie diese gegebenenfalls. Bei **allen Messungen** muß die Wärmeisolierung über die Stäbe gelegt werden, damit der Wärmeaustausch mit der Umgebung minimiert wird. Bei jeder Messung sollen *alle* acht Thermoelemente ausgelesen. Überprüfen Sie ob Untermenü **Digital** die Temperaturen aller Sensoren angegeben wird. Falls nötig, fügen Sie im Untermenü **Sensoren** die fehlenden Thermoelemente hinzu. Nach Beendigung jeder Messung sind die Isolierungen zu Entfernen und die Probenstäbe zu kühlen. Stellen Sie den Schalter auf COOL, sodaß die Probenstäbe auch durch das Peltier-Element gekühlt wird. Beachten Sie, daß das System träge ist. Es braucht einige Zeit zum Abkühlen. KEEP COOL!!!

Messen Sie für alle Stäbe den Abstand  $x$  zwischen den Thermoelementen.

**Statische Methode:** Bei der statischen Methode messen Sie an jeweils zwei Stellen eines jeden Metallstabes die Temperatur als Funktion der Zeit und bestimmen über den zeitlichen Temperaturverlauf an den beiden Messstellen die Wärmeleitfähigkeit der vier Metallstäbe.

- Stellen Sie am Datenlogger eine Abtastrate  $\Delta t_{GLX} = 5 \text{ s}$  ein. Gehen Sie im **Homeverzeichnis** auf den Menüpunkt **Digital**. Dort werden jetzt die Temperaturen aller acht Sensoren angezeigt.

- Stellen Sie an ihrem Power Supply eine Spannung von  $U_P = 5\text{ V}$  ein (bei maximalem Strom) und starten Sie die Messung bis die Temperatur des Thermoelementes T7 ungefähr 45 Grad anzeigt. Beenden Sie die Messung und kühlen Sie die Probenstäbe.
- Stellen Sie die Temperaturverläufe der fernen Thermoelemente graphisch dar. Erstellen Sie eine Graphik für T1 und T4 und eine Graphik für T5 und T8. Vergleichen Sie die Temperaturverläufe. Welche Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten haben die vier Temperaturverläufe?
- Welcher Stab hat die beste Wärmeleitung? Notieren Sie hierzu die Temperaturen, die die Thermoelemente T1, T4, T5 und T8 nach ca 700 s haben.
- Berechnen Sie nach Gl. 1 für 5 verschiedene Meßzeiten den Wärmestrom  $\Delta Q/\Delta t$ .
- Tragen Sie in einem Diagramm die Temperaturdifferenz  $\Delta T_{St} = T7 - T8$  als Funktion der Meßzeit  $t$  auf. Gehen Sie hierzu im **Homeverzeichnis** auf **Rechnen** und berechnen Sie die Temperaturdifferenz. Das Ergebnis läßt sich dann wieder unter **Graphik** darstellen und ausdrucken. KEEP COOL!! Das Ausdrucken der Graphik dauert etwa 5 min. Erstellen Sie eine weitere Graphik für die  $T_{St} = T2 - T1$ . Vergleichen Sie die beiden Graphiken und diskutieren Sie die Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten.

**Dynamische Methode:** Das Angström-Meßverfahren ist eine dynamische Methode, bei der der Probenstab periodisch geheizt wird. Die Wärmeleitfähigkeit wird dann aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Temperaturwelle berechnet.

- Stellen Sie am Datenlogger eine Abtastrate  $\Delta t_{GLX} = 2\text{ s}$  ein.
- Kontrollieren Sie im Unterverzeichnis **Digital** die Temperaturen der acht Thermoelemente. Sie sollten jetzt hinreichend abgekühlt sein und eine Temperatur von ca. 30 Grad oder kälter haben. Führen Sie eine Messung durch, bei der Sie die vier Probenstäbe mit einer Periode von 80 s heizen. Stellen Sie hierzu den Schiebeschalter für 40 s auf 'Heat', wechseln Sie dann für 40 s auf 'Cool', dann für 40 s auf 'Heat' und wiederholen Sie dies.
- Stellen Sie an ihrem Power Supply eine Spannung von  $U_P = 8\text{ V}$  ein (bei maximalem Strom) und starten Sie die Messung. Beenden Sie nach *mindestens* 10 Perioden die Messung. Kühlen Sie anschließend wieder die Stäbe.
- Stellen Sie die beiden Temperaturverläufe für den breiten Messingstab (T1 und T2) graphisch dar und drucken ihn aus. Bestimmen Sie aus der Graphik für die gemessenen 'Temperaturwellen', die Amplituden  $A_1$  und  $A_2$  und die Phasendifferenz  $\Delta t$ . Berechnen Sie nach Gl. 6 die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$ . Wiederholen Sie die Auswertung für Aluminium.
- Die Probestäbe sollten wieder hinreichend abgekühlt sein.
- Starten Sie eine Messung mit einer Periodendauer von 200 s. Messen Sie möglichst viele Perioden. Stoppen Sie die Messung, wenn eins der Thermoelemente 80 Grad anzeigt. Anschließend kühlen Sie wieder die Stäbe.
- Stellen Sie die Temperaturverläufe für Edelstahl graphisch dar. Bestimmen Sie von möglichst vielen Perioden die Amplituden  $A_7$  und  $A_8$  sowie die Phasendifferenz  $\Delta t$  und berechnen Sie hieraus die Wärmeleitfähigkeit für Edelstahl.

## Literatur

- [1] F. Kohlrausch *Praktische Physik*, Bd.1 , Teubner 1996
- [2] Geschke *Physikalisches Praktikum* Teubner
- [3] Demtröder *Experimentalphysik I* Springer

**Abtastrate verändern:** Gehen Sie im Homeverzeichnis mit den Pfeiltasten auf Sensoren. Wählen Sie unter dem Punkt Abtastrate/-Intervall die gewünschte Abtastrate an und bestätigen diese.

**Messung:** Gehen Sie in das Unterverzeichnis Digital und starten Sie die Messung.

**Graphik:** Gehen Sie im Homeverzeichnis auf Tabellen und wählen Sie in diesem Unterverzeichnis wieder Tabellen an. Wählen Sie mit den Pfeiltasten die Spalten aus, die Sie im Graphen darstellen lassen wollen. Sie können diese Spalten dann im Unterverzeichnis Graphik darstellen und ausdrucken.

