1 Auswertung

1.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße D und des Eigenträgheitsmoments I_D

Der Kraftmesser hat zum Mittelpunkt einen Abstand von 20 cm. Mit diesem Radius r wird nun die Winkelrichtgröße D bestimmt. Durch die Formel:

$$D = \frac{F \cdot r}{\varphi} \tag{1}$$

ergibt sich:

$$D = (0,032 \pm 0,007)\,\mathrm{Nm}.$$

Die Daten für diese Berechnung werden aus Tabelle 2 entnommen. Die Werte für φ aus Tabelle **??**

Tabelle 1: Kraftmessung des Eigenträgheitsmoments

$\varphi[°]$	$F[N]$	$\varphi[rad]$	$D[Nm]$
45	0.22	$\frac{\pi}{4}$	0,056
90	0.29	$\frac{1}{2} \cdot \pi$	0,037
135	0.40	$\frac{3}{4} \cdot \pi$	0,034
180	0.50	π	0,032
225	0.60	$\frac{5}{4} \cdot \pi$	0,031
250	0.62	$\frac{25}{18} \cdot \pi$	0,028
270	0.63	$\frac{3}{2} \cdot \pi$	0,027
300	0.74	$\frac{5}{3} \cdot \pi$	0,028
315	0.74	$\frac{7}{4} \cdot \pi$	0,027
360	0.78	$2 \cdot \pi$	0,025

Die lineare Regression wird mittels Python durchgeführt. Für die Gerade

$$T^2 = m \cdot a^2 + n \tag{2}$$

ergeben sich die Steigung $m = (784 \pm 26)\frac{s^2}{m^2}$ und der y-Achsenabschnitt $n = (4.3 \pm 1.1)s^2$.

$$m = \frac{8\pi^2 m_z yl}{D}$$

$$n = \frac{4\pi^2}{D} \cdot (I_D + I_{zyl,s})$$

Daraus folgt nun das Eigenträgheitsmoment:

$$I_D = (-0,064 \pm 0.007)\mathrm{kgm}^2. \tag{3}$$

bestimmen.

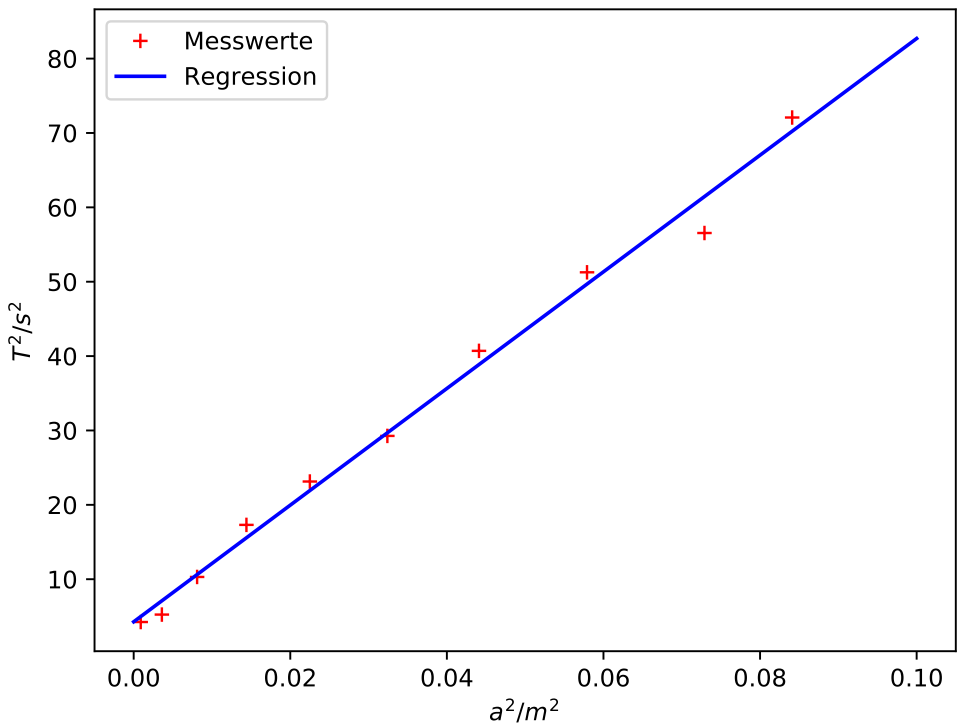

Abbildung 1: Die Quadrate der Schwingungsdauer gegenüber den Abstandsquadraten

Tabelle 2: Schwingungsdauern bei jeweiligen Abständen.

a/m	a^2/m^2	T/s	T^2/s^2
0.03	0.0009	2.06	4.2436
0.06	0.0036	2.29	5.2441
0.09	0.0081	3.21	10.3041
0.12	0.0144	4.16	17.3056
0.15	0.0225	4.81	23.1361
0.18	0.0324	5.41	29.2681
0.21	0.0441	6.38	40.7044
0.24	0.0579	7.16	51.2656
0.27	0.0729	7.52	56.5504
0.29	0.0841	8.49	72.0801

1.2 Bestimmung der Trägheitsmomente zwei unterschiedlicher Körper

1.2.1 Trägheitsmoment eines Zylinders

Zu Beginn der Messung werden von dem ausgewählten Zylinder der Radius r, die Höhe h und die Masse m gemessen:

$$r_Z = 0.04\,\mathrm{m}$$
$$h_Z = 0.14\,\mathrm{m}$$
$$m_Z = 0.8995\,\mathrm{kg}$$

Anhand dieser Werte wird das theoretische Trägheitsmoment bestimmt:

$$I_{Zylinder,theo} = \frac{1}{2} m_Z \cdot r_Z^2 = 0.000720\ \mathrm{kgm}^2$$

Für die Schwingungsdauer ergibt sich durch Mitteln, der in Tabelle (**??**) aufgelisteten

Tabelle 3: Schwingungsdauer eines Zylinders

T/s
1.41
1.35
1.32
1.41
1.40

Werte

$$\bar{T}_{Zylinder} = (1.378 \pm 0.018)\mathrm{s}.$$

und für das Trägheitsmoment des Zylinder durch Formel (**??**)

$$I_{Zylinder,exp} = (1,98 \pm 0,03) \cdot 10^{-5}\mathrm{kgm}^2$$

Die Fehlerrechnung wurde mit Formel

$$\Delta I = \sqrt{\left(\frac{T^2}{4\pi^2} \cdot \Delta D\right)^2 + \left(\frac{DT}{2\pi^2} \cdot \Delta T\right)^2} \tag{4}$$

durchgeführt.

1.2.2 Trägheitsmoment einer Kugel

Zunächst wird die Kugel ausgemessen und gewogen.

$$r_K = 0,695\,\mathrm{m}$$
$$m_K = 0,8125\,\mathrm{kg}$$

Anhand dieser Werte kann nun das Trägheitsmoment $I_{Kugel,theo}$ bestimmt werden. Dies geschieht mit Formel (**??**):

$$I_{Kugel,theo} = 0,0015698 \text{ kg m}^2$$

Der experimentelle Wert für das Trägheitsmoment ermittelt sich aus Formel (**??**). Der Wert für die Schwingungsdauer T wird mit Tabelle (4) bestimmt. Der Körper wurde immer um einen Winkel von $\frac{4\pi}{3}$ ausgelenkt.

Tabelle 4: Schwingungsdauer der Kugel

T/s
1,63
1,55
1,55
1,53
1,58

Für den Mittelwert ergibt sich:

$$\bar{T} = (1{,}568 \pm 0{,}017)\,\text{s}.$$

Der experimentelle Wert für das Trägheitsmoment lautet somit:

$$I_{Kugel,exp} = (8{,}6566 \pm 0{,}1877) \cdot 10^{-3}\,\text{kg}\,\text{m}^2$$

1.3 Bestimmung des Trägheitsmoments einer Puppe

Eine Holzpuppe hat ein Gewicht von

$$m = 0,03425\,\text{kg}$$

und wird als Zylinder genährt. Dafür werden die Körperteile einzeln betrachtet. Hier bei ist die Höhe bzw. die Länge h und der Radius r.

Kopf:

$$h = 0,071\,\text{m} \qquad r = (1,6725 \pm 0,051) \cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

Rumpf:

$$h = 0,122\,\text{m} \qquad r = (2,292 \pm 0,406) \cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

Arm:

$$h = 0,179\,\text{m} \qquad r = (0,871 \pm 0,051) \cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

Tabelle 5: Radien der Einzelnen Körperteile

r_{Kopf}/cm	r_{Arm}/cm	r_{Rumf}/cm	r_{Bein}/cm
1,40	0,90	2,75	1,25
1,65	0,96	2,25	0,73
1,84	0,73	1,77	1,10
1,80	0,90	2,40	0,65

Bein:

$$h = 0,198\,\mathrm{m} \qquad r = (0,932 \pm 0,145) \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$$

Die Höhen und die Radien mit dem Fehler ergeben sich aus den gemessenen Werten. Die Radien sind in Tabelle (5) zu finden. Für eine stehende Holzpuppe mit ausgestreckten Armen ergibt sich eine Schwingungsdauer von

$$\bar{T} = (1,446 \pm 0,051)\,\mathrm{s}$$

und somit das Trägheitsmoment,

$$I_{p1,exp} = (0,066 \pm 0,002)\mathrm{kg\,m^2}$$

das nach Formel **??** bestimmt wird. Die Werte für die Schwingungsdauer sind aus Tabelle 6 zu entnehmen.

Tabelle 6: Stellung 1 der Puppe

T/s
1.60
1.30
1.38
1.49
1.46

Für diese Puppe mit ausgestreckten Armen und angewinkelten Beinen, ergibt sich die Schwingungsdauer

$$\bar{T} = (2,032 \pm 0,039)\,\mathrm{s}$$

und das Trägheitsmoment

$$I_{p2,exp} = (0,067 \pm 0,003)\mathrm{Kg\,m^2}, \tag{5}$$

das mit Formel (**??**) berechnet wurde. Die Werte für die Schwingungsdauer wurden Tabelle 7 entnommen.

Tabelle 7: Stellung 2 der Puppe

$T\ in\ s$
2.12
2.00
2.12
2.00
1.92

Um das Trägheitsmoment theoretisch bestimmen zu können, müssen die Massen der einzelnen Körperteile bestimmt werden. Dies geschieht mit der Formel

$$m_{teil} = \frac{V_{teil}}{V_{ges}} \cdot m_{ges}$$

Die dafür benötigten Volumen ergeben sich aus der Formel

$$V_{Zylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$\begin{aligned}
V_{Kopf} &= (0,6239366 \pm 0,0000038)\,\mathrm{m}^3 \\
V_{Rumpf} &= (2,0134411 \pm 0,0000713)\,\mathrm{m}^3 \\
V_{Arme} &= (0,4266180 \pm 0,0000049)\,\mathrm{m}^3 \\
V_{Beine} &= (0,5403148 \pm 0,0000168)\,\mathrm{m}^3 \\
V_{Gesamt} &= (4,571233 \pm 0,000119)\,\mathrm{m}^3
\end{aligned}$$

Die Fehler wurden mit der Formel

$$\Delta V_{Zyl.} = \sqrt{(2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \cdot \Delta r)^2}$$

berechnet. Somit ergeben sich nun die einzelnen Massen:

$$\begin{aligned}
m_{Kopf} &= (4,67485 \pm 0,00012) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Kg} \\
m_{Rumpf} &= (15,08572 \pm 0,00066) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Kg} \\
m_{Arme} &= (3,19644) \pm 0,00009) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Kg} \\
m_{Beine} &= (4,04831 \pm 0,00126) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Kg}
\end{aligned}$$

Die Massenangaben sind jeweils für beide Arme und Beine angegeben. Die Fehler wurden mit Formel

$$\Delta m_{teil} = \sqrt{\left(\frac{m_{ges.}}{V_{ges.}} \cdot \Delta V_{teil}\right)^2 + \left(-\frac{V_{teil} \cdot m_{ges.}}{V_{ges.}^2} \cdot \Delta V_{ges}\right)^2}$$

bestimmt. Somit ergeben sich die theoretischen Trägheitsmomente:

$$I_{p1,theo} = (0,427924 \pm 0,009872)\,\mathrm{kg\,m}^2 \tag{6}$$

$$I_{p2,theo} = (0,072315 \pm 0,008552)\,\mathrm{kg\,m}^2 \tag{7}$$