

Durchführung: 17.10.2018

Abgabe: 24.10.2018

1.Korrektur: 06.11.2018

## PRAKTIKUMSPROTOKOLL V46

# FARADAY-EFFEKT AN HALBLEITERN

Carolin Harkort<sup>1</sup>,  
Jacqueline Schlingmann<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>carolin.harkort@tu-dortmund.de

<sup>2</sup>jacqueline.schlingmann@tu-dortmund.de

# 1 Zielsetzung

Mithilfe der Faraday-Rotation, eine magneto-optische Untersuchung, können Informationen über die Bandstrukturen von Halbleitern gewonnen werden. Ziel dieses Versuchs ist es, die effektive Masse von Elektronen des Halbleiters Galliumarsenid zu bestimmen.

## 2 Theorie

### 2.1 Effektive Masse

Für die Beschreibung der Bandstrukturen von Halbleitern ist es häufig ausreichend die Form der unterste Bandkante des Leitungsbandes zu untersuchen. Dies ist in Abbildung 1 zu sehen. Dort wird die Elektronenenergie  $\varepsilon$  in Abhängigkeit der Wellenzahlvektoren  $\vec{k}$  dargestellt.

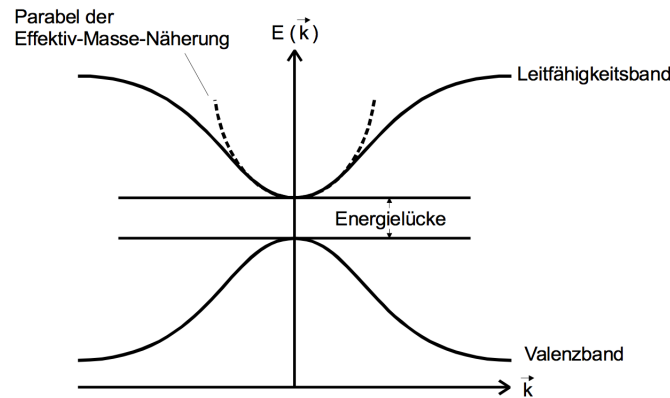


Abbildung 1: Vereinfachte Darstellung einer Energiebandstruktur eines Festkörpers.[3]

Zur Vereinfachung der Funktion  $\varepsilon(\vec{k})$ , welche die Form der Energiebänder beschreibt, wird diese in eine Taylorreihe entwickelt und davon ausgegangen, dass die untere Bandkante im Koordinatenursprung liegt. Daraus folgt

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon(0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i^2} \right)_{k=0} k_i^2 + \dots \quad (1)$$

Durch den Vergleich mit

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

wird deutlich, dass die effektive Masse, welche durch

$$m_i^* := \frac{\hbar^2}{\left\{ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i^2} \right\}_{k=0}}$$

beschrieben wird, die Dimension einer Masse haben muss. Für einige Kristalle ist die Symmetrie so hoch, dass die  $m_i^*$  gleich sind und diese deswegen als  $m^*$  geschrieben werden können.

Dies ermöglicht, dass die Elektronen in den Bändern wie freie Elektronen behandelt werden können. In der Schrödinger-Gleichung wird dann die Masse durch die effektive Masse ersetzt und die Quantenmechanik freier Teilchen ist für die eigentlich gebundenen Elektronen gültig.

## 2.2 Zirkuläre Doppelbrechung bei optisch aktiver Materie

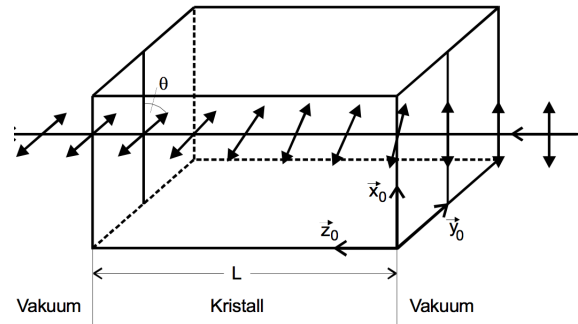


Abbildung 2: Drehung der Polarisationssebene beim Durchgang durch einen Kristall .[3]

Bei der zirkulären Doppelbrechung kommt es beim Durchgang eines Lichtstrahls durch einen Kristall zur Drehung der Polarisationssebene, wie in Abbildung 2 zu sehen ist. Dies geschieht allerdings nur bei optisch aktiver Materie. Zur Erklärung der zirkulären Doppelbrechung wird davon ausgegangen, dass es sich bei dem linear-polarisierten Licht um eine Überlagerung eines rechts- und linkszirkulären Teilstrahls, die sich mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten  $v_{ph}$  und Wellenzahlen  $k$  ausbreiten, handelt. Dadurch erfährt der zuvor linear-polarisierte Strahl seine Drehung. Der Rotationswinkel wird durch

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{L}{2} (k_R - k_L) \\ &= \frac{L\omega}{2} \left( \frac{1}{v_{ph_R}} - \frac{1}{v_{ph_L}} \right)\end{aligned}$$

berechnet. Dabei ist  $L$  die Kristalllänge und  $\omega$  die Frequenz des einfallenden Strahls. Die zirkuläre Doppelbrechung entsteht durch induzierte Dipolmoment, da permanente Dipole aufgrund ihrer längeren Relaxationszeit der Frequenz des Lichtes nicht folgen können.

Die Dipole erzeugen eine Polarisation des Kristalls der Form

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}.$$

Diese ist abhängig von dem elektrischen Feld und der dielektrischen Suszeptibilität  $\chi$ , die für anisotrope Kristalle als Tensor definiert ist. Durch den nicht-diagonalen Tensor und den komplex konjugierten Koeffizienten wird die Materie doppelbrechend. Der Tensor sieht dann wie folgt aus

$$(\chi) = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{xy} & \chi_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix}.$$

Der Rotationswinkel wird durch

$$\theta = \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy}. \quad (2)$$

genähert.

### 2.3 Zirkuläre Doppelbrechung bei optisch inaktiver Materie

Wie bereits erwähnt, kommt es bei optisch aktiver Materie zur zirkulären Doppelbrechung. Bei optisch inaktiver Materie hingegen kann es zur zirkulären Doppelbrechung nur durch das Anlegen eines Magnetfeldes kommen. Dies wird als Faraday-Effekt bezeichnet. Durch die Vernachlässigung der Dämpfungseffekte und des Einflusses des Magnetfeldes der elektromagnetischen Lichtwelle wird die Verschiebungspolarisation durch

$$\vec{P} = -Ne_0\vec{r}$$

beschrieben, wobei  $\vec{r}$  die Auslenkung der Elektronen aus der Gleichgewichtslage beschreibt. Damit kann das Tensorelement  $\chi_{xy}$  für Gleichung 2 bestimmt werden. Mit der Bewegungsgleichung für ein gebundenes Elektron mit der Masse  $m$  und Ladung  $e_0$

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + K\vec{r} = -e_0\vec{E}(r) - e_0 \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}$$

kann der Rotationswinkel wie folgt bestimmt werden

$$\theta(\lambda) = \frac{2\pi^2 e_0^3 c}{\epsilon_0} \frac{1}{m^{*2} \lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n}$$

und ist damit proportional zur Flussdichte  $B$ , der Probenlänge  $L$  und der Anzahl der Ladungsträger  $N$  pro Volumeneinheit. Für den Fall  $\omega_0 \rightarrow 0$  der Resonanzfrequenz folgt für die nahezu freien Ladungsträger ein Drehwinkel der Polarisationssebene von

$$\theta_{\text{frei}}(\lambda) = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{\lambda^2}{m^{*2}} \frac{NLB}{n}. \quad (3)$$

Dieser Zusammenhang ist durch das Ersetzen der Masse auch für Kristallelektronen gültig und wird deswegen zur Bestimmung der effektiven Masse verwendet.

### 3 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 dargestellt.

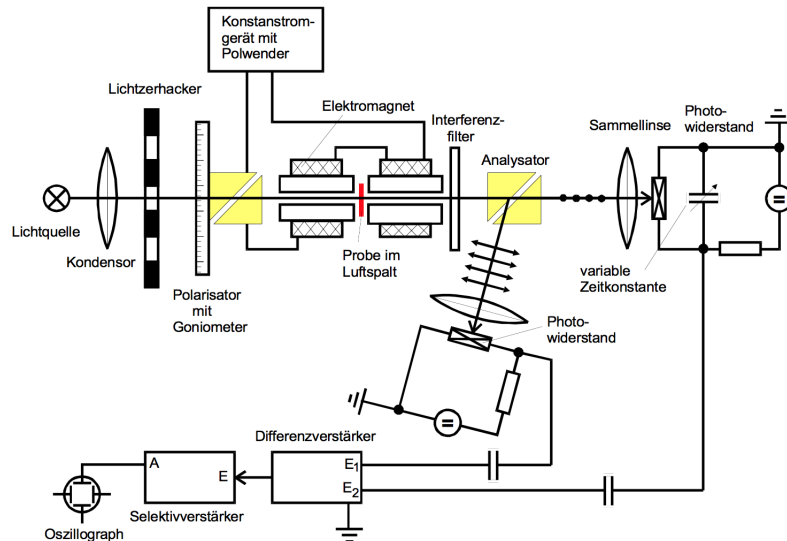


Abbildung 3: Versuchsaufbau.[3]

Das emittierte Infrarotlicht einer Halogen-Lampe wird von einer Kondensorlinse gebündelt, durch einen Interferenzfilter, welche aus einer Strahlung einen kleinen Wellenlängenbereich herausfiltert, monochromatisiert und durch ein Glan-Thompson-Prisma aus Kalkspat linear polarisiert. Die scheibenförmige Probe wird in einen Elektromagneten eingeführt, welcher an ein Konstantstromgerät angeschlossen ist. Ein weiteres Glan-Thompson-Prisma hinter dem Elektromagneten spaltet den Lichtstrahl in zwei senkrecht zueinander polarisierte Teilstrahlen auf. Durch einen Lichtzerhacker, welcher den Photowiderständen vorgelagert ist, fällt eine Wechselspannung statt einer Gleichspannung an den Photowiderständen ab. Mit diesen kann die Intensität beider Strahlen bestimmt werden. Die Differenz der abfallenden Signalspannungen werden dann über einen Differenzverstärker und einem Selektivverstärker auf einem Oszilloskop sichtbar gemacht. Dies führt dazu, dass die Störspannungen weitgehend unterdrückt werden. Der Selektivverstärker ist dabei auf die Zerhackerfrequenz abgestimmt.

### 4 Versuchsdurchführung

Zur Justierung der Apparatur mit sichtbaren Licht wird zunächst der Interferenzfilter entfernt.

Als erstes wird die Genauigkeit der Polarisationsvorrichtung überprüft. Dafür wird das

zweite Glan-Thompson-Prisma um seine vertikale Achse so gedreht, dass keine Lichtintensität für den durchgehenden Strahl des ersten Glan-Thompson-Prismas messbar ist. Durch die Einstellung des Abstandes zwischen der Sammellinse und den Photowiderständen wird die Abbildung der Lichtquelle auf die lichtempfindlichen Flächen der Widerstände überprüft.

Als nächstes wird die Zerhackerfrequenz eingestellt und die Frequenz des Selektivverstärkers an diese angepasst. Mithilfe eines Oszilloskops kann dieses Verhältnis dargestellt werden. Zur Unterdrückung der Störspannungen wird die Ausgangsspannung des Selektivverstärkers auf seinen maximalen Wert eingestellt.

Auch die Lichtintensität wird eingestellt. Hierbei wird durch die relative Verschiebung der Lichtquelle und der Sammellinse zum Lichtzerhacker versucht, die Intensität noch zu erhöhen.

Dann erst wird der Interferenzfilter und die zu untersuchende Probe in die Apparatur hinzugefügt. Vor der Messung der Winkel wird erneut das Signal abgeglichen.

Zur Bestimmung des Rotationswinkels  $\theta$  wird die Lichtintensität der Teilstrahlen auf den gleichen Wert eingestellt, damit keine Spannung am Ausgang des Differenzverstärkers mehr messbar ist. Am Polarisator kann mittels eines Goniometers der durch das Magnetfeld entstandene Winkel abgelesen werden. Danach wird das Magnetfeld umgepolt und der Winkel erneut abgelesen. Mit der Formel

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)$$

ist der Rotationswinkel zu berechnen.

Die Rotationswinkel werden für hochreines und n-dotiertes Galliumarsenid für acht Wellenlängen im nahen Infrarotbereich gemessen.

Mit einer Hallsonde wird in Richtung des einfallenden Strahles das maximale Magnetfeld ausgemessen.

## 5 Auswertung

### 5.1 Bestimmung der maximalen Kraftflussdichte

Die gemessenen Werte sind relativ zum Mittelpunkt der Helmholtzspule aufgenommen. An diesem Punkt ist das Magnetfeld am größten. Die Werte sind in Tabelle 1 zu finden.

Um die maximale Kraftflussdichte zu ermitteln wird  $B(z)$  gegen  $z$  aufgetragen. Dies ist in Abbildung 4 zu sehen. Die lineare Regression wird mit der Formel

$$B(z) = m \cdot (z - a)^2 + n$$

Tabelle 1: gemessene Kraftflussdichte

B(z)/ mT	z <sub>rel</sub> / cm
68	14
136	12
254	10
350	8
407	6
436	4
450	2
464	0
458	-2
451	-4
437	-6
404	-8
335	-10
210	-12
98	-14

durchgeführt. So ergeben sich die Parameter

$$\begin{aligned}
 m &= (-2,01 \pm 0,08) \frac{\text{mT}}{\text{cm}^2} \\
 a &= (-0,62 \pm 0,16) \text{ cm} \\
 n &= (481,17 \pm 8,13) \text{ mT} \\
 \Rightarrow S &= (-0,62, 481,17)
 \end{aligned}$$

Somit liegt das Maximum bei

$$B_{\text{max}} = (481,17 \pm 8,13) \text{ mT}. \quad (4)$$

## 5.2 Messung der Faraday-Rotation

Die Messergebnisse des n-dotierten GaAs sind in Tabelle 2 aufgetragen. Die Probe hat eine Dicke von  $D=1,36 \text{ mm}$  und  $N=1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^3$ .

Die Messergebnisse der hochreinen Probe mit einer Dicke von  $D = 5,1 \text{ mm}$  sind in Tabelle 3 aufgetragen.

$\theta_{\text{reel}}$  entspricht hierbei der halbierten Differenz von  $\theta_1$  und  $\theta_2$ .  $\theta_{\text{norm}}$  ist der längennormierte Winkel. In Abbildung 5 wurde der längennormierte Winkel gegen das Quadrat der Wellenlänge aufgetragen

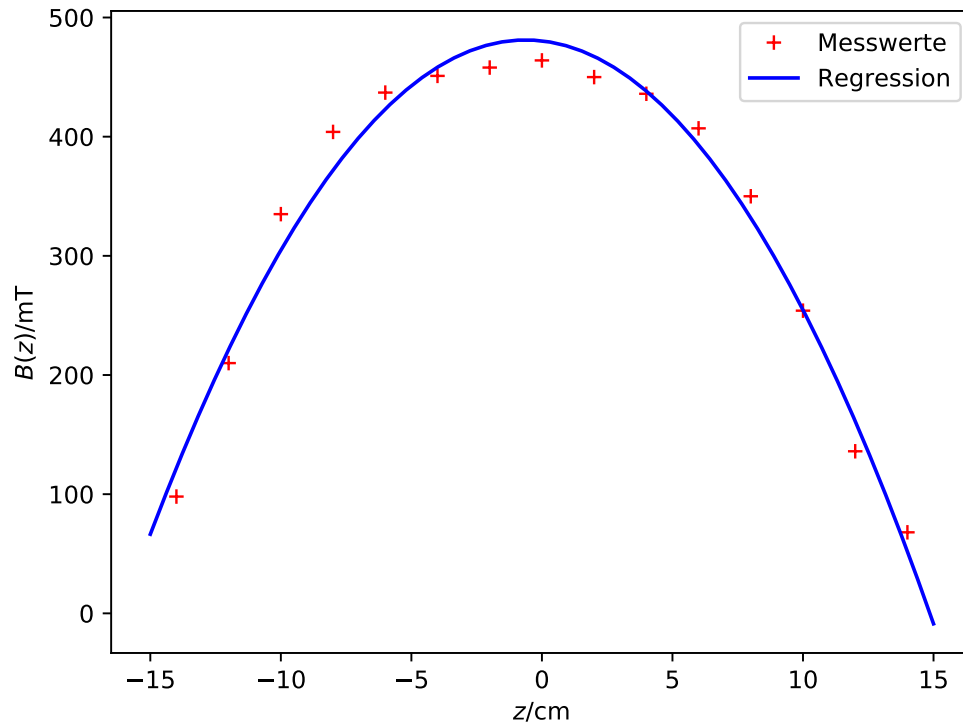


Abbildung 4: gemessene Kraftflussdichte

Tabelle 2: n-dotiertes GaAs

$\lambda/\mu\text{m}$	$\theta_1/^\circ$	$\theta_2/^\circ$	$\theta_{\text{reell}}/^\circ$	$\Delta\theta_{\text{norm}}/\frac{1}{\text{m}}$
1,06	189	186	1,5	19,25
1,29	190	188	1,0	12,83
2,34	211	210	0,5	6,42
2,51	213	210	1,5	19,25
2,9	306	283	11,5	147,58
3,18	223	208	7,5	96,25
3,985	320	312	4,0	51,33
5,3	231	216	7,5	96,25



Tabelle 3: hochreines GaAs

$\lambda/\mu\text{m}$	$\theta_1/^\circ$	$\theta_2/^\circ$	$\theta_{\text{reell}}/^\circ$	$\Delta\theta_{\text{norm}}/\frac{1}{\text{m}}$
1,06	208	207	0,5	1,71
1,29	200	198	1,0	3,42
2,34	208	206	1,0	3,42
2,51	209	207	1,0	3,42
2,9	234	228	4,0	10,25
3,18	238	220	9,0	30,74
3,985	223	215	4,0	13,66
5,3	259	250	4,5	15,37

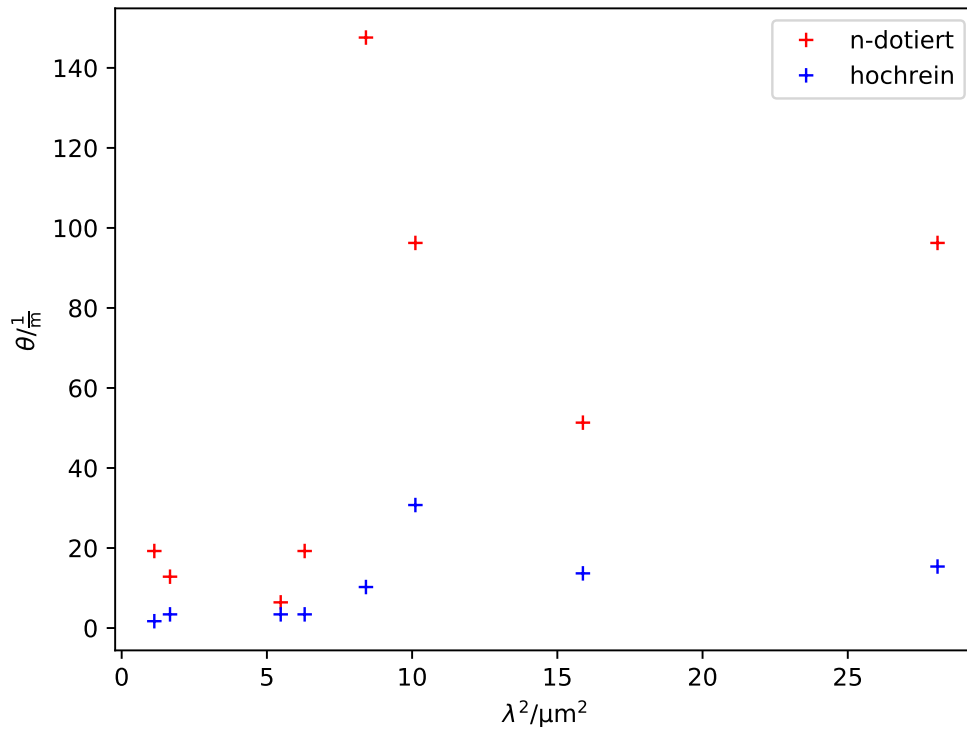


Abbildung 5: Der Winkel gegen  $\lambda^2$

### 5.3 Bestimmung der effektiven Masse

Zur Bestimmung der effektiven Masse wird die Differenz der beiden normierten Winkel der n-dotierten und der hochreinen Probe gebildet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 zu finden. Diese Winkel, aufgetragen gegen die Wellenlänge zum Quadrat, werden in Abbildung 6 dargestellt.

Tabelle 4: n-dotiertes GaAs

$\lambda/\mu\text{m}$	$\theta_{\text{diff}}/\frac{1}{m}$
1,06	17,54
1,29	9,42
2,34	3,00
2,51	15,83
2,9	137,34
3,18	65,51
3,985	37,67
5,3	80,88

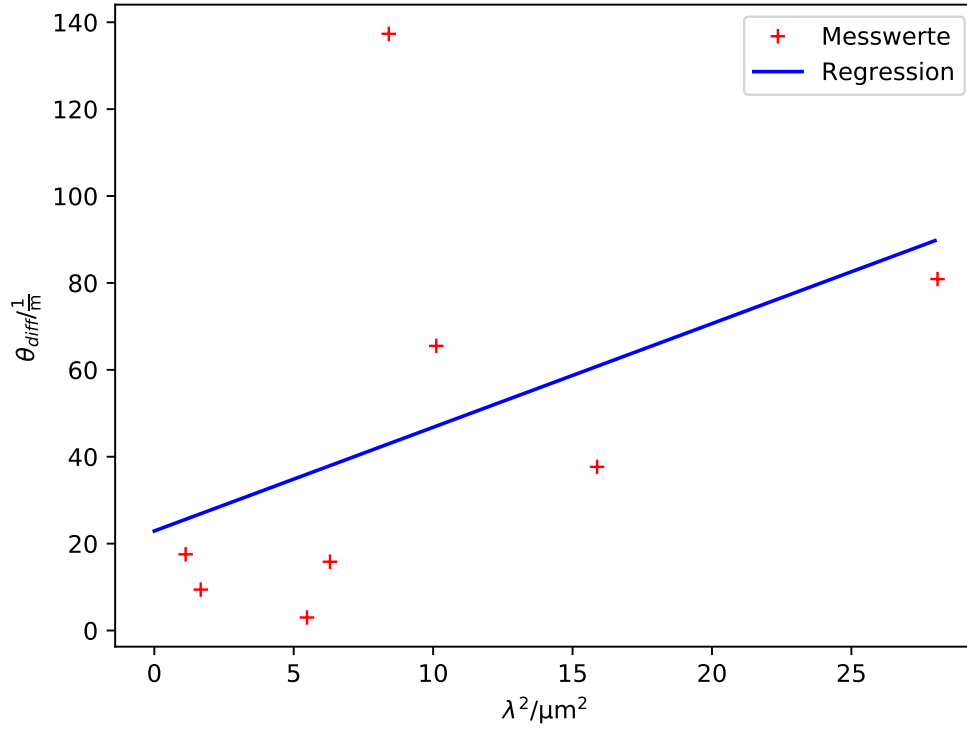


Abbildung 6: Die Winkeldifferenz gegen  $\lambda^2$

Die lineare Regression wurde mit

$$\theta(\lambda^2) = a \cdot \lambda^2$$

durchgeführt. Der Parameter lautet:

$$a = (23 \pm 24) \frac{1}{\text{m}^3}$$

Mit Formel 3 ergibt sich

$$a = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{m^{*2}} \frac{NB}{n}$$

Dabei ist n der Brechungsindex und liegt bei  $n=3,6$  [1] für eine Wellenlänge von ungefähr 886 nm [2]. Nach der effektiven Masse umgestellt wird die Formel zu

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{a} \frac{NB}{n}}.$$

Der Wert für B wird aus 4 übernommen und der für N liegt, wie oben bereits erwähnt, bei  $N=1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Somit lautet das Ergebnis für die effektive Masse:

$$m^* = (1,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-32} \text{ kg}$$

Der Fehler berechnet sich mit

$$\Delta m^* = \sqrt{\left(\frac{dm^*}{dB} \cdot \Delta B\right)^2 + \left(\frac{dm^*}{da} \cdot \Delta a\right)^2}$$

## 6 Diskussion

Die Messung der Kraftflussdichte hat gut funktioniert. An der Abbildung 4 ist zu erkennen, dass die gemessenen Werte nicht stark von der Regression abweichen. So sind auch die Fehler der Parameter eher gering.

Die Messung der Faraday-Rotation war schwierig, da die Sinuswelle am Oszilloskop stark geflackert und geschwankt hat. Außerdem wurde bei größeren Wellenlängen weniger Licht vom Interferenzfilter durchgelassen, sodass nur noch ein sehr kleines Signal an den Differenzverstärker gelangen konnte. Die Interferenzfilter waren teilweise sehr stark verschmutzt. Hinzu kam, dass der Lichtstrahl eine Leichte Ablenkung hatte, was die Justierung stark erschwert hat. Ein Minimum war somit Teilweise nicht wirklich zu erkennen, sodass die aufgenommenen Werte eine sehr große Fehlerbelastung haben. Des weiteren war das Ablesen der Winkel aufgrund einer Fehlbedienung nur auf  $1^\circ$  genau möglich. Das erklärt auch die Ergebnisse aus den Abbildungen 5 und 6.

Die Werte liegen sehr verstreut und nicht auf einer Geraden, sodass die durch die Regression erhaltenen Größen starke Fehler aufweisen. Der Brechungsindex ist, anders als angenommen, keine konstante Größe und somit auch eine Fehlerquelle. Das angelegte Magnetfeld trägt ebenfalls zu den Fehlern bei, da es nicht konstant gehalten werden konnte und Aufgrund von Überhitzung zeitweise komplett zusammen brach. Dies führt schließlich auch dazu, dass der Fehler der berechneten effektiven Masse extrem hoch ist. Mit dem Literaturwert  $m^*/m_e = 0,067$  [4] und der berechneten effektiven Masse

$$\frac{m^*}{m_e} = (0,013 \pm 0,005)$$

ergibt sich eine Abweichung von 80,60%.

## Literatur

- [1] *brechungsindex GaAs*. URL: <https://books.google.de/books?id=8W0gBgAAQBAJ&pg=PA364&lpg=PA364&dq=brechungsindex+galliumarsenid&source=bl&ots=r0FJJIX00o&sig=2SJHpFA-ZHcat11eeriEVAZ0zNw&hl=de&sa=X&ved=2ahUKEwiSqDJs5reAhUqLcAKHWMTA-OQ6AEwBHoECAQQAQ#v=onepage&q=brechungsindex%20galliumarsenid&f=false> (besucht am 22.10.2018).

- [2] *brechungsindex GaAs*. URL: <https://www.filmetrics.de/refractive-index-database/GaAs/Gallium-Arsenide> (besucht am 06.11.2018).
- [3] TU Dortmund. *Versuchsanleitung V46*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V46.pdf> (besucht am 23.10.2018).
- [4] *effektive Masse*. URL: <https://ecee.colorado.edu/~bart/book/effmass.htm> (besucht am 23.10.2018).