

# Technische Universität Dortmund

Medizinphysik

Physikalisches Praktikum

1. Korrektur

## **V505 Elektronenspin-Resonanz**

Melina Helfrich, [melina.helfrich@tu-dortmund.de](mailto:melina.helfrich@tu-dortmund.de)

Marie-Luise Steil, [marie-luise.steil@tu-dortmund.de](mailto:marie-luise.steil@tu-dortmund.de)

DURCHFÜHRUNG: 22.11.2017

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Problemstellung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Aufbau</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
5.1	Kalibrierung der X-Achse der Resonanzkurven . . . . .	6
5.2	Resonanzstellenbestimmung . . . . .	7
5.3	Bestimmung des Landé-Faktors und der Erdmagnetfeldstärke . . . . .	8
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>9</b>

# 1 Problemstellung

In diesem Versuch soll das magnetische Moment eines freien Elektrons mit Hilfe der Hochfrequenz-Spektroskopie bestimmt werden. Dies geschieht über die Elektronenspin-Resonanz, die aus der Kopplung zwischen dem äußeren Magnetfeld und dem Spin des Elektrons resultiert.

## 2 Theorie

In der Quantenmechanik werden Zustände von Teilchen, wie Atomen oder Elektronen, durch Wellenfunktionen der Form

$$\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) = R_{n,l}(r) \Theta_{l,m}(\theta) \Phi_m(\phi) \quad (1)$$

beschrieben. Die Wellenfunktion teilt sich somit in den Radialanteil  $R_{n,l}(r)$ , den Polarwinkelanteil  $\Theta_{l,m}(\theta)$  und den Azimutwinkelanteil  $\Phi_m(\phi)$  auf. Die Indizes an den Anteilen beschreiben die Abhängigkeit dieser von den jeweiligen Quantenzahlen  $n$ ,  $l$  und  $m$ . Hierbei ist  $n$  die Hauptquantenzahl, welche das Energieniveau beschreibt. Die Drehimpulsquantenzahl  $l$  charakterisiert die Drehimpulseigenschaften des Systems und die Orientierungsquantenzahl  $m$  die Ausrichtung der  $z$ -Komponente des Drehimpulses. Für die Orientierungsquantenzahl gibt es  $2l + 1$  Einstellungsmöglichkeiten, da sie Werte im Bereich  $[-l, l]$  annehmen kann.

Betrachtet man die Elektronenhülle eines Atoms, rufen die sich dort bewegenden Elektronen einen Strom hervor, dessen Stromdichte über

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2im_0} (\psi * \nabla - \psi \nabla \psi^*) \quad (2)$$

berechnet wird. Da nur der  $\Phi$ -Anteil der Wellenfunktion komplex ist, trägt ausschließlich dieser zum Strom bei. Das aus dem Strom resultierende Magnetfeld besitzt ein magnetisches Moment

$$\mu_z = \mu_B m, \quad (3)$$

welches sich aus dem Bohr'schen Magneton  $\mu_B$  und der Orientierungsquantenzahl berechnen lässt. Die Herleitung erfolgt über geometrische Überlegungen, welche in Abbildung 1 zu sehen ist.

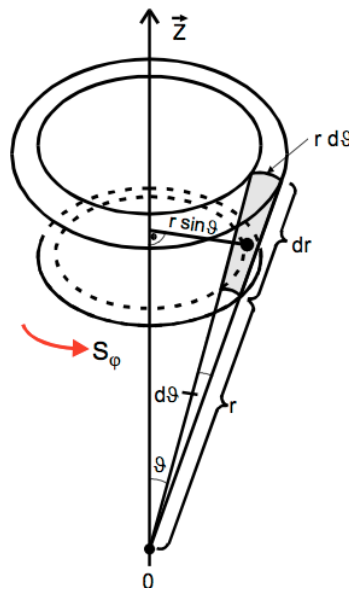
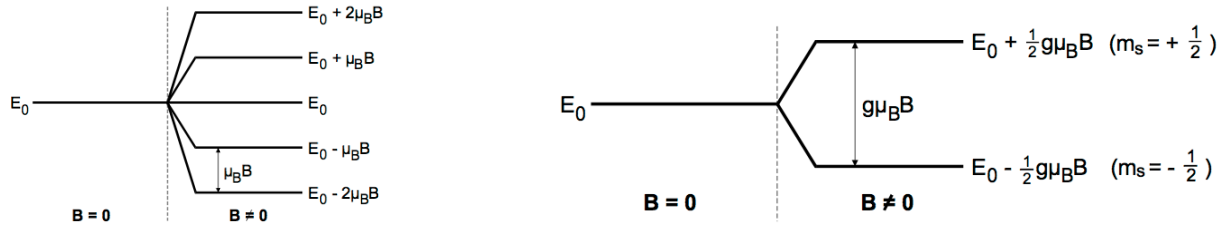


Abbildung 1: Skizze zur geometrischen Herleitung des magnetischen Moments [1].

Bringt man dieses System in ein äußeres homogenes Magnetfeld, koppelt das magnetische Moment der Elektronenhülle an das äußere Magnetfeld. Die hier heraus resultierende Richtungsquantelung der z-Komponente des Drehimpulses führt zum sogenannten Zeeman-Effekt, der die Aufspaltung der Energieniveaus eines Elektrons in einem äußeren Magnetfeld beschreibt. Dies ist in Abbildung 2a dargestellt. Betrachtet man nun ein freies Elektron, dessen Bahndrehimpuls null ist, sollte eine



(a) Aufspaltung der Energieniveaus einer Elektronenhülle. (b) Aufspaltung der Energieniveaus eines freien Elektrons.

**Abbildung 2:** Zeeman-Aufspaltung im äußeren homogenen Magnetfeld [**Anleitung505**].

solche Aufspaltung nicht zu erwarten sein. Die Beobachtungen zeigen jedoch eine Aufspaltung in zwei Unterniveaus wie in Abbildung 2b. Dies lässt sich über den Eigendrehimpuls des Elektrons erklären, den sogenannten Spin. Da das Elektron ein Fermion ist, hat es einen halbzahligen Spin, der den Wert  $S = \frac{1}{2}$  annimmt. Die z-Komponente des aus dem Spin resultierenden magnetischen Moments kann in einem äußeren Magnetfeld zwei Ausrichtungen einnehmen, welche durch den Wert der Quantenzahl  $m_s \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$  über

$$\mu_{sz} = -gm_s\mu_B \quad (4)$$

bestimmt wird. Die Energiedifferenz dieser Energieniveaus kann mit

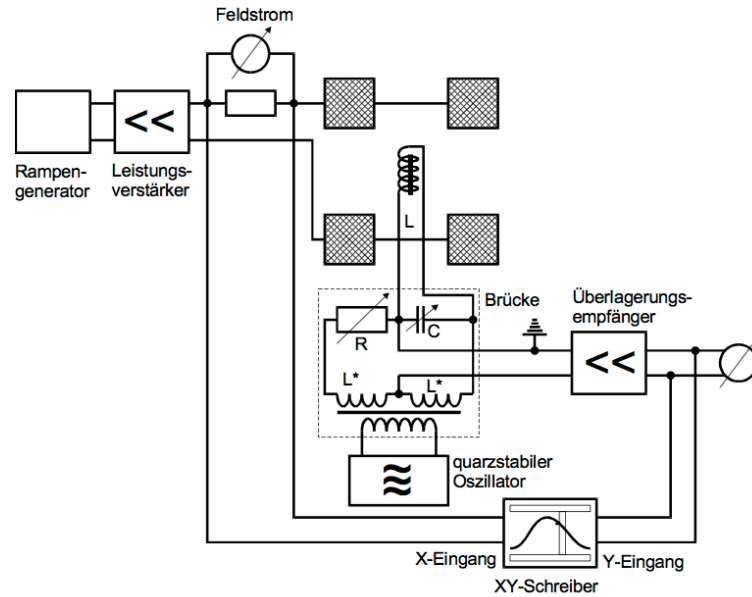
$$\Delta E = g\mu_B B \quad (5)$$

berechnet werden. In den beiden letzten Formel beschreibt  $g$  das gyromagnetische Verhältnis oder auch den Landé-Faktor des freien Elektrons.

Im thermischen Gleichgewicht kann die Besetzung der beiden Energieniveaus mittels der Boltzmann-Statistik beschrieben werden. Diese ergibt, dass das untere Niveau stärker besetzt ist als das obere. Durch Einstrahlung hochfrequenter HF-Quanten kann dem System die Energie  $\Delta E$  zugeführt werden, sodass der Spin des Elektrons kippt und in den höheren Zustand übergeht. Dieses Kippen der Spins ändert die makroskopische Magnetisierung der Probe, welche über eine Brückenschaltung ausgelesen werden kann.

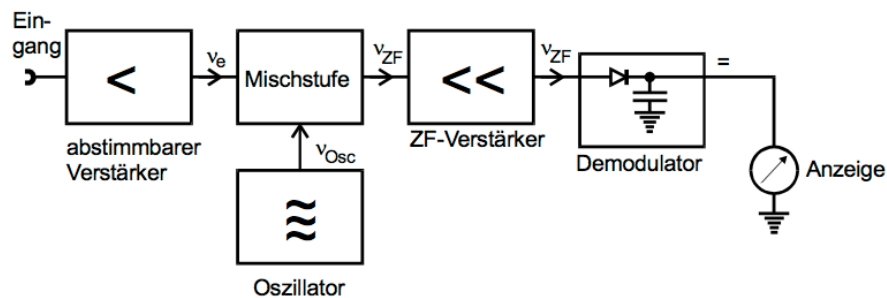
### 3 Aufbau

In Abbildung 3 ist der in diesem Versuch verwendete Aufbau schematisch dargestellt. Die Probe besteht aus Diphenylpicrylhydrazyl, welches durch seine chemische Struktur ein freies Elektron enthält.



**Abbildung 3:** Schematischer Aufbau der Versuchsanordnung [1].

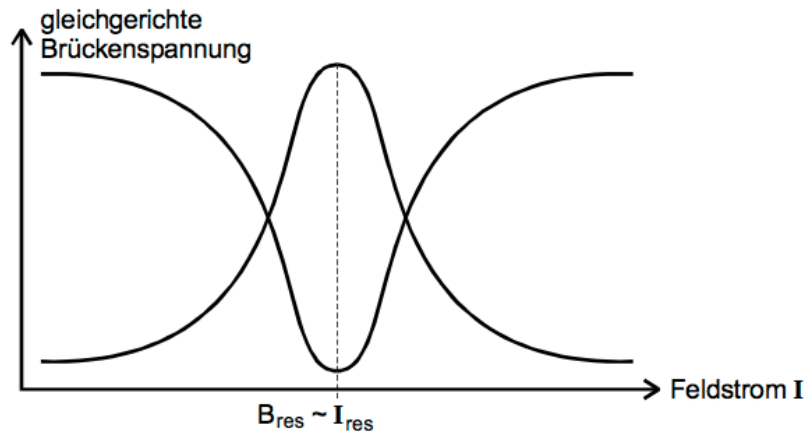
Die zu untersuchende Probe befindet sich in dem Inneren einer HF-Spule. Diese erhält ihren Strom über eine Brückenschaltung, aus einem quarzstabilisiertem HF-Generator, der einen hochfrequenten Wechselstrom liefert. Zum Abgleichen dieser Brückenschaltung dienen die Stellelemente R und C. Mithilfe des Überlagerungsempfängers werden die Störspannungen unterdrückt, sowie die Brückenspannung verstärkt, da diese bei abgeglichenen Brücke sehr gering ist. Der Vorverstärker verstärkt das Eingangssignal und unterdrückt ebenfalls vorhandene Störspannungen. Durch die vom Oszillator erzeugte Spannung, kommt es zur Überlagerung der zwei Signale und so zu Schwebungserscheinungen. Der darauffolgende ZF-Verstärker liefert den größten Beitrag zur Verstärkung und auch zur Unterdrückung der unerwünschten Frequenzen. Jedoch bleibt immer eine Reststörung vorhanden, vorallem dadurch, dass Spannungen deren Frequenzen dicht an der Signal-Frequenz  $\nu_e$  liegen nur unzureichend unterdrückt werden können. Um die ankommende Wechselspannung mithilfe eines Drehspulinstrumentes messen zu können, wird sie zuvor durch eine Demodulstufe geglättet und gleichgerichtet. Die Verstärkerschaltung ist in Abbildung 4 dargestellt.



**Abbildung 4:** Schaltung des Überlagerungsempfängers [1].

Der Strom der Feldspulen wird manuell variiert. Hierdurch befindet sich die die Probe in einem sich ändern homogenen Magnetfeld, welches die Zeeman-Aufspaltung bewirkt. Durch die Änderung des komplexen Widerstandes des Brückenzeigs wird deutlich, dass die Resonanzfeldstärke erreicht ist und es ergibt sich eine hochfrequente Brückenspannung, die in die Verstärkerschaltung eingespeißt wird. Mithilfe eines X-Y-Schreibers können die Resonanzkurven

dargestellt werden, je nach Orientierung des Magnetfeldes sind Resonanzkurven wie in Abbildung 5 zu erwarten.



**Abbildung 5:** Theoretische Form der Resonanzsignale [1].

Hierbei liegt an dem X-Eingang eine Spannung proportional zum Feldstrom und am Y-Eingang die Ausgangsspannung der Verstärkerschaltung an.

## 4 Durchführung

Zu Beginn des Versuchs muss die Helmholtzspulenachse entlang der Nord-Süd-Richtung ausgerichtet werden. Anschließend wird die Brückenschaltung abgeglichen und die Verstärkerapparatur auf die Signalfrequenz  $\nu_e$  eingestellt. Hierzu wird die Probe in das Brückengehäuse eingeschraubt und am Oszillator die Frequenz  $\nu_{osc}$  so eingestellt, dass gilt:

$$\nu_e = \nu_{osc} + \nu_{ZF}.$$

Danach wird mit dem Vorverstärker ein maximales Signal auf dem Messgerät eingeregelt, wobei der ZF-Verstärker evtl herunter geregelt werden muss. Ist dies geschehen wird die Brückenschaltung mit  $R$ ,  $C_{grob}$  und  $C_{fein}$  abgeglichen, sodass mit dem Messgerät bei voller ZF-Verstärkung ein möglichst kleines Signal gemessen wird. Anschließend wird die Brücke mittels des Widerstandes so verstellt, dass eine Spannung von 150–170 mV gemessen wird. Nach diesen Voreinstellungen kann mit der Messung begonnen werden und die Resonanzkurve mittels X-Y-Schreiber aufgezeichnet werden. Liegt die Resonanzstelle nicht im Bereich des abgefahrenen Magnetfeldes, kann der Messbereich mittels des äußeren Magnetfeldes verschoben werden. Das Magnetfeld kann mit

$$B = \frac{8}{\sqrt{125}} \nu_0 \frac{n}{r} I \quad (6)$$

berechnet werden. Hierbei gilt  $n = 156$  und  $r = 0,1$  m. Diese Messung wird für fünf verschiedene Oszillatorfrequenzen jeweils zwei mal durchgeführt, wobei beim zweiten mal die Spulenstromrichtung und damit das Magnetfeld umgepolt wird. Bei der Aufnahme der Resonanzkurven muss die X-Achse skaliert werden.

## 5 Auswertung

### 5.1 Kallibrierung der X-Achse der Resonanzkurven

In den Anhängen A1-A5 sind die aufgenommene Resonanzkurven zu sehen, an dessen x-Achse alle mA eine Makierung gesetzt wurde. Die Abstände dieser Makierungen werden ausgemessen und

sind in Tabelle 1 zu sehen.

Bereich in / A	1 / cm	2 / cm	3 / cm	4 / cm	5 / cm
0 – 150	3,80	3,10		3,50	3,40
100 – 250			3,10		
150 – 300	3,80	3,10		3,20	3,10
250 – 400			3,00		
300 – 450	3,85	3,15		3,15	3,20
400 – 550			3,00		
450 – 600	3,80	3,15		3,15	3,10
550 – 700			3,10		
600 – 750	3,65	3,15		3,10	2,90
700 – 850			3,00		

**Tabelle 1:** Abstände der 150 mA-Markierungen zur Kallibrierung der X-Achse.

Zu jeder Kurve wird der Mittelwert des Abstands berechnet. Hieraus kann der Skalierungsfaktor über  $a = 1/\bar{x}$  für jede Kurve errechnet werden. Der Fehler wird mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung über

$$\sigma_a = \frac{1}{\bar{x}^2} \cdot \sigma_{\bar{x}}$$

berechnet. Die sich ergebenden Werte sind in Tabelle 2 dargestellt.

$\bar{x}$ / cm/A	$a$ / A/m
25,20 $\pm$ 0,226	0,0397 $\pm$ 0,0004
20,87 $\pm$ 0,082	0,0479 $\pm$ 0,0002
20,27 $\pm$ 0,163	0,0493 $\pm$ 0,0004
21,47 $\pm$ 0,479	0,0466 $\pm$ 0,0010
20,93 $\pm$ 0,542	0,0478 $\pm$ 0,0012

**Tabelle 2:** Mittlere Abstände und Skalierungsfaktoren.

## 5.2 Resonanzstellenbestimmung

Die Resonanzstellen können aus den Resonanzkurven abgelesen werden und mit den entsprechenden Skalierungsfaktoren umgerechnet werden. Es wird jeweils der Wert für das Magnetfeld parallel zum Erdmagnetfeld und antiparallel zum Erdmagnetfeld bestimmt. Die Werte sind in Tabelle 3 zu sehen.

	$x_p$ / mm	$I_p$ / mA	$x_a$ / mm	$I_a$ / mA
1	6,60	0,260 $\pm$ 0,003	7,70	0,306 $\pm$ 0,003
2	7,50	0,359 $\pm$ 0,002	9,30	0,445 $\pm$ 0,002
3	10,13	0,499 $\pm$ 0,004	11,23	0,554 $\pm$ 0,004
4	13,10	0,610 $\pm$ 0,013	13,60	0,634 $\pm$ 0,014
5	14,90	0,712 $\pm$ 0,018	16,30	0,779 $\pm$ 0,020

**Tabelle 3:** Abstände und zugehörige Stromstärken der Resonanzstellen.

### 5.3 Bestimmung des Landé-Faktors und der Erdmagnetfeldstärke

Aus den bestimmten Stromwerten für die Resonanzstellen kann mit Formel (6) die Stärke des zugehörigen Magnetfeld errechnet werden. Der Gauß-Fehler wird über

$$\sigma_B = \frac{8}{\sqrt{125}} \nu_0 \frac{n}{r} \sigma_I$$

bestimmt. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 4 aufgetragen.

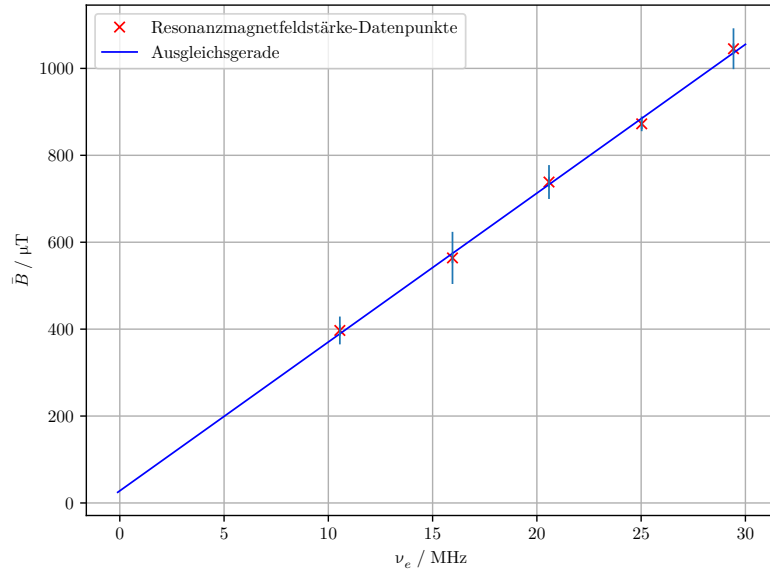
$\nu_e / \text{MHz}$	$B_p / \mu\text{T}$	$B_a / \mu\text{T}$	$\bar{B} / \mu\text{T}$
10,552	$364,71 \pm 0,42$	$429,23 \pm 0,42$	$397 \pm 32$
15,953	$503,57 \pm 0,28$	$624,21 \pm 0,28$	$564 \pm 60$
20,581	$699,95 \pm 0,56$	$777,10 \pm 0,56$	$739 \pm 39$
25,027	$855,66 \pm 0,18$	$889,32 \pm 0,19$	$873 \pm 17$
29,428	$998,73 \pm 0,25$	$1092,71 \pm 0,28$	$1045 \pm 47$

**Tabelle 4:** Resonanzmagnetfeldstärken zu unterschiedlichen Frequenzen.

Die Energie der HF-Quanten beträgt  $E = h\nu_e$ . Durch Vergleich mit Formel (5) erhält man den Zusammenhang:

$$B = \frac{h\nu_e}{g\mu_B}. \quad (7)$$

Hieraus kann der Landé-Faktor mittels linearer Regression der Wertepaare aus gemittelter Magnetfeldstärke und Frequenz bestimmt werden. Der entsprechende Graph ist in Abbildung 6 zu sehen.



**Abbildung 6:** Lineare Auftragung der gemittelten Resonanzmagnetfeldstärke gegen die Resonanzfrequenz mit linearer Regression.

Die Regression der Form  $B(\nu_e) = a\nu_e + b$  liefert:

$$a = (0,0345 \pm 0,0008) \cdot 10^{-9} \frac{\text{T}}{\text{Hz}}$$

$$b = (28 \pm 18) \mu\text{T}$$



Der Landè-Faktor wird über

$$g = \frac{h}{a\mu_B} \quad (8)$$

berechnet. Mit dem Fehler

$$\sigma_g = \frac{h}{a^2\mu_B} \cdot \sigma_a$$

ergibt sich:

$$g = 2,07 \pm 0,05.$$

Das Erdmagnetfeld kann aus der Differenz der Resonanzfeldstärken über

$$B_{\text{Erd}} = \frac{1}{2} (B_p - B_a) \quad (9)$$

bestimmt werden. Die Daten sind in Tabelle 5 dargestellt.

$\nu_e / \text{MHz}$	$B_{\text{Erd}} / \mu\text{T}$
10,552	32,26
15,953	60,32
20,581	38,58
25,027	16,83
29,428	46,99

**Tabelle 5:** Berechnete Werte für die Erdmagnetfeldstärken.

Damit ergibt sich für die gemittelte Erdmagnetfeldstärke zu:

$$\bar{B}_{\text{Erd}} = (39 \pm 7) \mu\text{T}. \quad (10)$$

## 6 Diskussion

Die in diesem Versuch erzielten Ergebnisse sind als gut zu bewerten. Dies auch an den geringen Abweichungen bezüglich der Theoriewerte zu sehen. Diese sind in Tabelle 6 dargestellt.

	$g$ [3]	$B_{\text{Erd}} / \mu\text{T}$ [2]
Messwert	$2,07 \pm 0,05$	$39 \pm 7$
Theoriewert	2,002	44
Abweichung	3,4 %	11,4 %

**Tabelle 6:** Abweichungen von Theorie und Messwerten für den Landè-Faktor und das Erdmagnetfeld.

Es gibt verschiedene Fehlerquellen. Das Justieren der Apparatur entlang der Nord-Süd-Richtung des Erdmagnetfeldes ist nicht exakt. Weiterhin ist auch die Einstellung der Frequenz mit maximaler Verstärkung nur ungenau möglich. Auch das Abgleichen der Brückenschaltung gelingt nicht bis zum Nullpunkt. Das Bestimmen der Resonanzstellen aus den Kurven ist ebenfalls fehlerbehaftet. Dies ist damit zu erklären, dass keine reine Absorptions-Kurve sondern eventuell eine Überlagerung mit der Dispersions-Kurve aufgenommen wurde. Dies führt zu einer Verschiebung der Maxima. Trotz all dieser Fehlerquellen liefert der Versuch annehmbare Resultate.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr.505 Elektronenspin-Resonanz*. 2017.
- [2] *Erdmagnetfeldstärke*. Stand: 13.11.2017. URL: <http://www.biosensor-physik.de/biosensor/erdmagnetfeld.htm>..
- [3] *g-factor electron*. Stand: 19.11.2017. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?gem>..