Sprawozdanie

Obliczenia naukowe - Lista 4

Witold Karaś

1 zadanie 1

Zadanie polegało na implementacji algorytmów obliczających równania macierzowe

1.1 Metoda Eliminacji Gaussa, opis algorytmu:

Podstawowa metoda eliminacji Gaussa sprowadza się do dwóch kroków:
1. przekształcenia macierzy pierwotnej [A | b] do postaci trójkątnej górnej

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(0)} & a_{12}^{(0)} & \cdots & a_{1n}^{(0)} & | & b_1^{(0)} \\ a_{21}^{(0)} & a_{22}^{(0)} & \cdots & a_{2n}^{(0)} & | & b_2^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots \\ a_{n1}^{(0)} & a_{n2}^{(0)} & \cdots & a_{nn}^{(0)} & | & b_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(k)} & a_{12}^{(k)} & \cdots & a_{1n}^{(k)} & | & b_1^{(k)} \\ 0 & a_{22}^{(k)} & \cdots & a_{2n}^{(k)} & | & b_2^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn}^{(k)} & | & b_n^{(k)} \end{bmatrix}$$

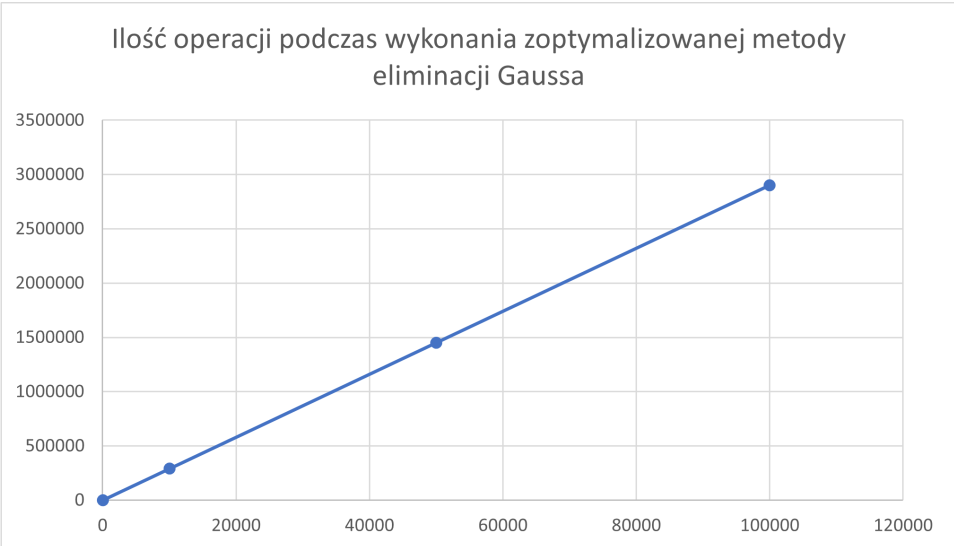
2. rozwiązania trójkątnego układu równań

$$\begin{aligned} a_{11}^{(k)}x_1 + a_{12}^{(k)}x_2 + \ldots + a_{1n}^{(k)}x_n &= b_1^{(k)} \\ a_{22}^{(k)}x_2 + \ldots + a_{2n}^{(k)}x_n &= b_1^{(k)} \\ &\vdots \\ a_{nn}^{(k)}x_n &= b_n^{(k)} \end{aligned}$$

Pamiętając całą macierz w naiwmy sposób potrzebujemy $O(n^2)$ miejsca a czasowa złożoność algorytmu wyniesie $O(n^3)$

1.2 Metoda Eliminacji Gaussa, optymalizacja:

Przez specyficzną postać macierzy podanej w zadaniu możemy zoptymalizować złożoność czasową rozwiązywania układu równań. Ponieważ w ogólnym rozwiązaniu podczas pierwszego kroku pętla będzie wykonywała się od **k+1** do **n** możemy pominąć wszystkie zera pod przekątną i wykonać to przejście od **k+1** do **min(n, k + l + 1)** wtedy czasowa złożoność obliczeniowa tych pętli będzie w czasie O(1) zatem zostanie jedynie pętla zewnętrzna i cały algorytm wykona się w czasie liniowym.



1.3 Wnioski:

Dla rozwiązywania układów równań na szczególnych macierzach warto szukać sposobów optymalizacji oraz jeśli macierze są rzadkie używać struktur danych, które przechowują dane w bardziej efektywny sposób