Prüfungsrelevante **Verfahren, Sätze und Rechenregeln**

2 Diskrete Strukturen

2.1 Mengenlehre und Kombinatorik

- zwei Mengen A und B sind gleich wenn sie die selben Elemente haben, d.h. wenn $A \subseteq B \wedge B \subseteq A$
- Beachte z.B. dass $\{\{1,2\}\,7\} \nsubseteq \mathbb{N}$
- Schnitt und Vereinigung sind kommutativ, assoziativ, distributiv in beide Richtungen; für Beweise kann es nützlich sein sich die Definitionen dieser Operationen in Erinnerung zu rufen, $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$ heißt **kartesisches Produkt** oder **Produktmenge**, $|A \times B| = |A| \cdot |B|$
- **Potenzmenge** $\mathcal{P}(A)$ ist die Menge aller (auch unechten) Teilmengen von A, $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$, es gilt stets $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$
- $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$
- **Handschlaglemma:** Anzahl der Teilnehmer einer Konferenz, die einer ungeraden Anzahl von Teilnehmern die Hand geben, ist immer gerade

2.2 Abbildungen

2.3 Beweis mittels vollständiger Induktion (Beispiel)

Beweis. Die Aussage A_n sei $\sum_{k=0}^{n} q^k = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$ mit $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1$.

(IA): $n_0 = 0$: $\sum_{k=0}^{0} q^k = q^0 = 1 = \dfrac{1-q^{0+1}}{1-q}$ w.A.

$\Rightarrow$ Es gilt A_0

(IV): $\forall \tilde{n} : n_0 \leq \tilde{n} \leq n : \sum_{k=0}^{\tilde{n}} q^k = \dfrac{1-q^{\tilde{n}+1}}{1-q}$

(IS): $$\sum_{k=0}^{n+1} q^k = \sum_{k=0}^{n} q^k + q^{n+1} \overset{\text{(IV)}}{=} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} + q^{n+1} = \frac{1-q^{n+1}+(1-q)q^{n+1}}{1-q}$$
$$= \frac{1-q^{n+1}+q^{n+1}-q^{n+2}}{1-q} = \frac{1-q^{(n+1)+1}}{1-q}$$

$\Rightarrow$ Damit ist die Behauptung für alle $n \in \mathbb{N}$ vollständig bewiesen $\square$

- "Die Aussage A_n sei..." nur in VL und AuD Skript, *evtl.* wird sonst aber z.Z.: erwartet; IV muss auch nicht unbedingt notiert werden
- alles nochmal mit (n+1)+1 hinschreiben ist nicht nötig
- Varianten: $A_n \Rightarrow A_{n+1}$/ aus A_n folgt A_{n+1} für alle $n \in \mathbb{N}$
  w.A. /Folglich gilt A_n für alle $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$
- Bedenke dass z.T. auch nur für $n \in \mathbb{N}, n \geq k$ bewiesen wird (kein $\tilde{n}$)!! und $n_0 = 0$ nicht immer gelten muss

2.4 Zahlentheorie

2.5 Gruppentheorie

2.6 Graphentheorie

2.7 Aussagenlogik

2.8 Relationen