

Relacje równoważności

1. Niech $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Pokazać, że relacja R określona wzorem

$$aRb \Leftrightarrow 3|a - b$$

jest relacją równoważności. Wyznaczyć klasy abstrakcji.

2. Niech $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Pokazać, że relacja R określona wzorem

$$aRb \Leftrightarrow 4|a - b$$

jest relacją równoważności. Wyznaczyć klasy abstrakcji.

3. Niech $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Pokazać, że relacja R określona wzorem

$$aRb \Leftrightarrow 6|a - b$$

jest relacją równoważności. Wyznaczyć klasy abstrakcji.

4. Niech $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Pokazać, że relacja R określona wzorem

$$aRb \Leftrightarrow 10|a - b$$

jest relacją równoważności. Wyznaczyć klasy abstrakcji.

5. Niech $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Pokazać, że relacja R określona wzorem

$$aRb \Leftrightarrow (a \leq 5 \wedge b \leq 5 \wedge a = b) \vee (a > 5 \wedge b > 5 \wedge 3|a - b)$$

jest relacją równoważności. Wyznaczyć klasy abstrakcji.

6. Niech $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Pokazać, że relacja R określona wzorem

$$aRb \Leftrightarrow (a \leq 10 \wedge b \leq 10 \wedge 2|a + b) \vee (a > 10 \wedge b > 10 \wedge 3|a - b)$$

jest relacją równoważności. Wyznaczyć klasy abstrakcji.

7. Niech $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Pokazać, że relacja R określona wzorem

$$aRb \Leftrightarrow (a \leq 15 \wedge b \leq 15 \wedge 3|a - b) \vee (a > 15 \wedge b > 15 \wedge 2|a - b)$$

jest relacją równoważności. Wyznaczyć klasy abstrakcji.

8. Niech $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Pokazać, że relacja R określona wzorem

$$aRb \Leftrightarrow (a \leq 13 \wedge b \leq 13 \wedge 4|a - b) \vee (a > 13 \wedge b > 13 \wedge a = b)$$

jest relacją równoważności. Wyznaczyć klasy abstrakcji.

9. Podać przykład relacji $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ takiej, że

- (a) ma dwie klasy abstrakcji jednoelementowe i dwie nieskończone klasy abstrakcji,
- (b) ma dwie klasy abstrakcji dwuelementowe i jedną nieskończoną klasę abstrakcji,
- (c) ma cztery nieskończone klasy abstrakcji,
- (d) ma cztery klasy abstrakcji dwuelementowe i dwie nieskończone.