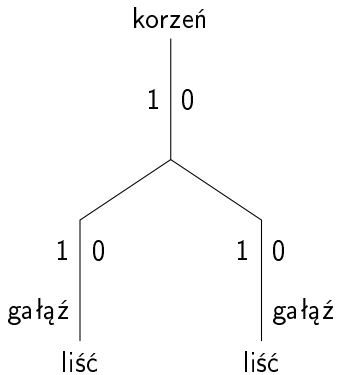
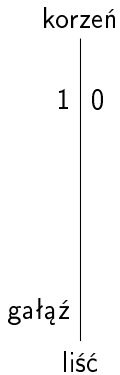


Tabele semantyczne

*Tableaux*

## Tabele semantyczne: drzewo

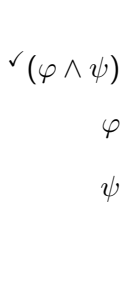


## Tabele semantyczne: $\neg$

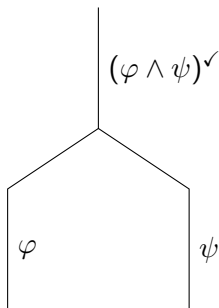
$\neg \varphi$ ✓	$\varphi$
$\neg$ L	

$\neg \varphi$ ✓	$\varphi$
$\neg$ P	

## Tabele semantyczne: $\wedge$

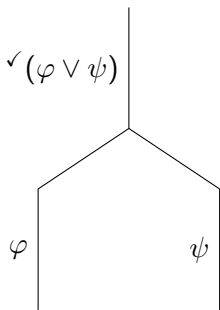


$\wedge L$

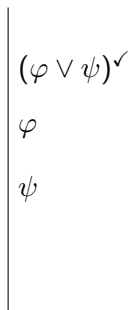


$\wedge P$

## Tabele semantyczne: $\vee$

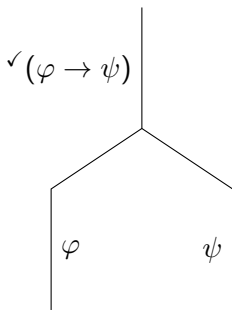


$\vee L$

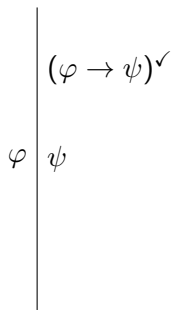


$\vee P$

## Tabele semantyczne: $\rightarrow$



$\rightarrow$  L



$\rightarrow$  P

## Metoda tableaux

Przyjmujemy zasadę że kiedy formuła pojawia się *po prawej stronie tabeli* to uważamy ją za fałszywą, a formuły pojawiające się po *lewej stronie tabeli* uważamy za prawdziwe.

## Metoda tableaux

Zastosowanie metody tableaux w badaniu, czy dana formuła  $\varphi$  jest (ogólnie) prawdziwa polega na rozumowaniu nie wprost: zakładamy że dana formuła jest fałszywa i dążymy do otrzymania sprzeczności. W tym wypadku, sprzeczność oznacza wystąpienie tej samej formuły na jednej gałęzi zarówno po lewej jak i po prawej stronie (zgodnie z naszą interpretacją formuła ta jest wtedy jednocześnie prawdziwa i fałszywa, co jest niemożliwe). Założenie, że formułę  $\varphi$  uważamy za fałszywą oznacza, że powinna pojawić się *po prawej stronie* tabeli w jej korzeniu.

Dokładniej, procedura badania prawdziwości danej formuły  $\varphi$  przebiega według następujących kroków:



## Metoda tableaux

- Budowanie tabeli rozpoczynamy od korzenia, w którym umieszczamy formułę  $\varphi$  po *prawej stronie* tabeli.
- Posługując się regułami przechodzimy stopniowo do rozważania podformuł danej formuły rozbudowując tabelę.

## Metoda tableaux

- Formuły oznaczone symbolem  $\checkmark$  rozważamy tylko jeden raz.
- Regułę odpowiednią dla danej formuły stosujemy na *wszystkich* gałęziach, do których formuła ta należy.

## Metoda tableaux

- Dążymy do uzyskania takiej sytuacji, by pewna formuła (będąca podformułą badanej formuły  $\varphi$ ) wystąpiła na jednej gałęzi po prawej i po lewej stronie tabeli. Gdy tak się stanie, gałąź tę nazywamy *zamkniętą*. W przeciwnym przypadku mówimy, że gałąź jest *otwarta*. Tabela jest *zamknięta*, gdy wszystkie jej gałęzie są zamknięte.

## Metoda tableaux

- Każda gałąź, która jest zamknięta lub taka, na której wszystkie formuły oprócz formuł atomowych zostały oznaczone symbolem  $\checkmark$  nazywana jest *zakończoną*. Tabelę nazywamy *zakończoną*, gdy wszystkie jej gałęzie są zakończone. Tabelę nazywamy *zamkniętą*, gdy wszystkie jej gałęzie są zamknięte i *zakończoną*, gdy wszystkie jej gałęzie są zakończone.

## Metoda tableaux

- Jeżeli tabela dla danej formuły jest zamknięta, to rozważana formuła jest ogólnie prawdziwa (jest tautologią). W przypadku, gdy tabela jest zakończona ale nie jest zamknięta, czyli gdy przynajmniej jedna z gałęzi nie jest zamknięta, stwierdzamy, że rozważana formuła nie jest ogólnie prawdziwa (nie jest tautologią). W tym przypadku tabela sugeruje nam model falsyfikujący tę formułę. Model taki nazywamy *kontrmodelem* tej formuły.

## Metoda tableaux

- Dla formuł logiki zdań tabela semantyczna jest zawsze skończona. Wynika stąd, że klasyczna logika zdań jest rozstrzygalna.

## Dobre rady

- 1 Formułę oznaczoną symbolem '✓' rozpatrujemy tylko raz.
- 2 Najpierw stosujemy reguły nie rozgałęziające tabeli.
- 3 Gałęzie tabeli zamykamy najwcześniej jak to możliwe.

## Tabele semantyczne: $\exists$

$$\begin{array}{c} \checkmark \exists x. \varphi(x) \\ \varphi(x/c) \end{array}$$

$\exists$  L

$c$  jest **nową** stałą

$$\begin{array}{c} \exists x. \varphi(x)^\infty \\ \varphi(x/d) \end{array}$$

$\exists$  P

$d$  jest **dowolną** stałą



## Tabele semantyczne: $\forall$

$$\begin{array}{c} \forall x.\varphi(x) \\ \hline \varphi(x/d) \end{array}$$

$\forall$  L

$d$  jest **dowolną** stałą

$$\begin{array}{c} \forall x.\varphi(x)^\checkmark \\ \hline \varphi(x/c) \end{array}$$

$\forall$  P

$c$  jest **nową** stałą

## Metoda tableaux

Oprócz dobrych rad dla logiki zdań, warto następujące dobre rady dotyczącą logikę kwantyfikatorów.

- Formuły oznaczone symbolem  $\checkmark$  rozważamy tylko jeden raz. Formuły oznaczone symbolem  $\infty$  mogą być rozważane dowolnie wiele razy (*potencjalnie, nieskończenie wiele razy*) i można do nich wracać na dowolnym etapie tworzenia tabeli.

## Metoda tableaux

- Ponieważ reguły  $\exists P$  oraz  $\exists L$  mogą być dowolnie wiele razy użyte do budowania tabeli, potencjalnie tabela może być nieskończona.
- Logika kwantyfikatorów jest nierozstrzygalna.