MOCE ZBIORÓW

NANO-KOMPENDIUM

1. Definicje

Zbiór A nazywamy

(1) *skończonym*, gdy $A = \emptyset$ lub istnieje liczba $0 < n \in \mathbb{N}$ taka, że $A \sim \{1, \dots, n\}$;
(2) *przeliczalnym*, gdy $A \sim \mathbb{N}$;
(3) *co najwyżej przeliczalnym*, gdy A jest zbiorem skończonym lub przeliczalnym;
(4) *nieskończonym*, gdy A nie jest zbiorem skończonym;
(5) *nieprzeliczalnym*, gdy A nie jest zbiorem co najwyżej przeliczalnym.
(6) Dowolny zbiór równoliczny z $\mathbb{R}$ nazywamy zbiorem mocy *continuum*.

2. Twierdzenia

Następujące zdania są twierdzeniami Teorii Mnogości:

(1) $|\mathbb{N}|$ jest najmniejszą mocą nieskończoną (mocy $\aleph_0$)[1].
(2) Zbiór A jest przeliczalny wtedy i tylko wtedy, gdy można elementy zbioru A „ustawić w ciąg".
(3) Obraz zbioru względem dowolnej funkcji jest zbiorem cnp[2].
(4) Produkt kartezjański dwóch zbiorów przeliczalnych jest zbiorem przeliczalnym.
(5) $\mathbb{Z}$ jest zbiorem przeliczalnym (mocy $\aleph_0$).
(6) $\mathbb{Q}$ jest zbiorem przeliczalnym (mocy $\aleph_0$).
(7) $\mathbb{R}$ jest zbiorem nieprzeliczalnym (w tym przypadku, mocy $\mathfrak{c}$)[3].
(8) Suma przeliczalnej rodziny zbiorów przeliczalnych jest zbiorem przeliczalnym.
(9) Iloczyn kartezjański przeliczalnej rodziny zbiorów przeliczalnych jest zbiorem przeliczalnym.
(10) Zbiory *wszystkich skończonych* ciągów oraz wszystkich skończonych podzbiorów zbioru przeliczalnego są przeliczalne.
(11) Zbiory *wszystkich* ciągów oraz wszystkich podzbiorów zbioru przeliczalnego są zbiorami mocy continuum.
(12) $|\mathbb{R}| = |\{0,1\}^{\mathbb{N}}| = |\mathbb{N}^{\mathbb{N}}| = |\mathscr{P}(\mathbb{N})|$

tp – 2021

[1] *Alef-zero*.
[2] Częsty skrót dla wyrażenia *co najwyżej przeliczalny*.
[3] *Continuum*.