## Matematyka 2 Informatyka Stosowana

## Zagadnienia do egzaminu Logika i Algebra

### Logika i teoria mnogości

#### 1. Logika kwantyfikatorów.

Reprezentacja wyrażeń matematycznych w języku naturalnym za pomocą formuł w języku logiki kwantyfikatorów. Badanie tautologiczności formuł za pomocą metody tableaux.

#### 2. Moce zbiorów.

Definicja równoliczności zbiorów. Dowodzenie równoliczności na podstawie definicji. Moce zbiorów liczbowych  $(\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R})$ . Wypowiedzi Twierdzenia Cantora i Twierdzenia Cantora-Bernsteina; dowodzenie równoliczności zbiorów za pomocą Twierdzenia Cantora-Bernsteina.

#### 3. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne.

Definicje zbiorów przeliczalnych i nieprzeliczalnych. Własności zbiorów przeliczalnych (np. przeliczalna suma zbiorów przeliczalnych jest zbiorem przeliczalnym, produkt kartezjański skończonej rodziny zbiorów przeliczalnych jest zbiorem przeliczalnym). Twierdzenie o mocy zbioru  $\mathcal{P}(X)$ , gdzie X jest zbiorem przeliczalnym i twierdzenie o mocy zbioru  $\mathcal{P}_{sk}(X)$ , gdzie X jest zbiorem przeliczalnym, a zbiór  $\mathcal{P}_{sk}(X)$  jest zbiorem wszystkich podzbiorów skończonych zbioru X. Własności zbiorów nieprzeliczanych.

#### 4. Relacja częściowego porządku.

Definicja relacji częściowego porządku. Rozstrzyganie, czy dany zbiór X jest częściowo uporządkowany przez relację R. Definicje elementów wyróżnionych w zbiorze częściowo uporządkowanych (maksymalny, minimalny, największy, najmniejszy, kres górny, kres dolny). Wyznaczanie elementów wyróżnionych w danych zbiorach częściowo uporządkowanych. Diagramy Hassego. Pojęcia drzewa, kraty, algebry Boole'a.

#### 5. Relacja równoliczności.

Definicja relacji równoważności. Rozstrzyganie, czy dana relacja *R* jest relacją na zbiorze *X*. Definicja klasy abstrakcji danej relacji równoliczności. Wyznaczanie klas abstrakcji danej relacji równoważności.

### Algebra

#### 1. Ciała skończone.

Rachunki w ciałach skończonych  $\mathbb{Z}_p$ .

#### 2. Grupy, pierścienia i ciała.

Definicje grupy (abelowej), pierścienia (przemiennego z jedynką) i ciała. Rozstrzyganie na podstawie definicji czy dana struktura jest grupą, pierścieniem, ciałem.

#### 3. Przestrzenie wektorowe i ich podprzestrzenie.

Definicja przestrzeni wektorowej. Rozstrzyganie czy dana struktura jest przestrzenią wektorową. Definicja podprzestrzeni przestrzeni wektorowej. Rozstrzyganie, czy podzbiór W wektorów przestrzeni wektorowej V jest podprzestrzenią przestrzeni V.

# 4. Niezależność wektorów przestrzeni wektorowej i baza przestrzeni wektorowei.

Definicja liniowej niezależności. Rozstrzyganie czy dany zbiór wektorów jest zależny (niezależny). Definicja bazy danej przestrzeni wektorowej. Rozstrzyganie czy zbiór wektorów jest bazą danej przestrzeni wektorowej.

# 5. Endomorfizmy liniowe, macierz endomorfizmu, wartości własne i przestrzenie wektorów własnych.

Definicja endomorfizmu liniowego. Definicja wartości własnej endomorfizmu i jego przestrzeni wektorów własnych. Znajdowanie macierzy danego endomorfizmu. Znajdowanie wartości własnych i przestrzeni wektorów własnych dla danego endomorfizmu przestrzeni wektorowej.

tp