

# TEMA 2: Diseño de Sistemas de Control

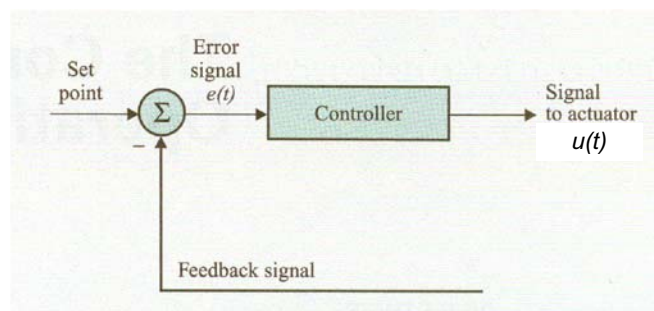
1. Modos de control básicos
2. Control Todo-Nada
3. Control Proporcional
4. Control Integral
5. Control Derivativo
6. Control Proporcional + Integral + Derivativo
7. Resumen

"Industrial control electronics: device, systems, and applications"; T. Bartelt, Ed. Delmar, 2ª Ed., 2002. Cap. 3 y 15.

"Ingeniería de control moderna"; K. Ogata, Prentice Hall, 5ª Ed., 2008. Cap. 3 y 10.

## 2.1 Modos de Control

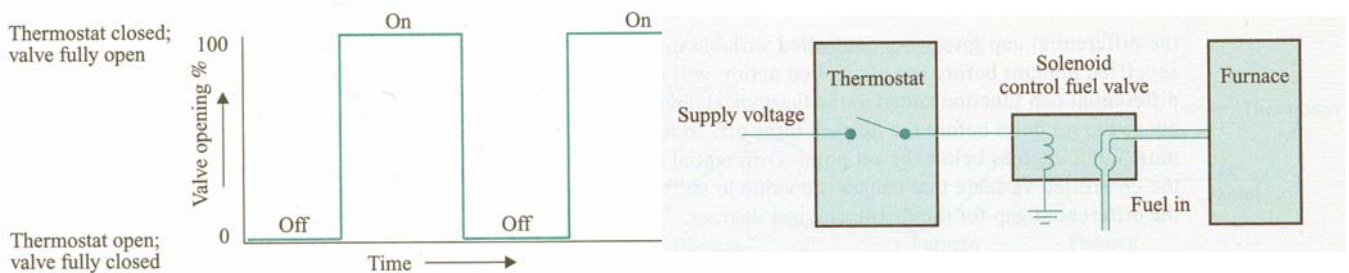
- El controlador compara el SP con la PV para obtener el **error e**.



- **Modos de control:** los cuatro mas utilizados son:
  - Todo-Nada (On-Off, de 2 posiciones).
  - Proporcional.
  - Proporcional + Integral.
  - Proporcional + Integral + Derivativo.

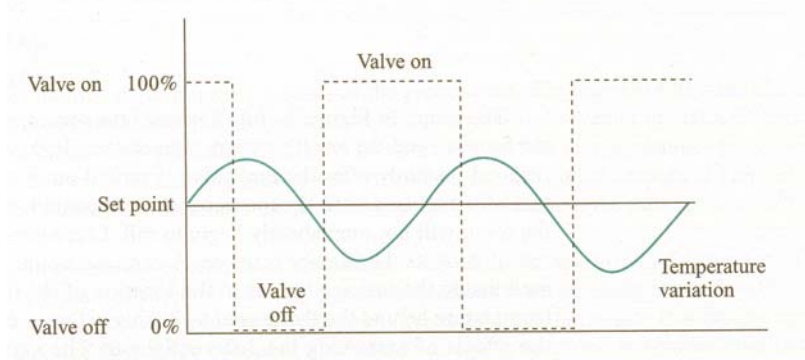
## 2.2 Control Todo-Nada (i)

- El **actuador** tiene solo dos posibles estados de funcionamiento: totalmente **ON** o totalmente **OFF**.
- Técnica de control más **sencilla, barata y fiable**.
- Apropiado para situaciones donde es suficiente mantener la **PV** entre **dos límites**.
- **No** se puede usar para control de **precisión**.



Sistema de calefacción de una vivienda: Termostato + caldera

## 2.2 Control Todo-Nada (ii)

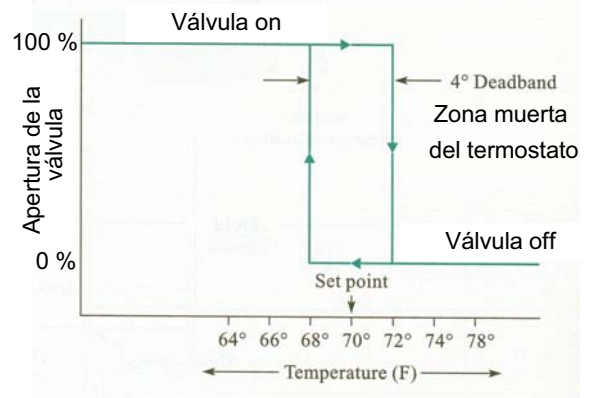
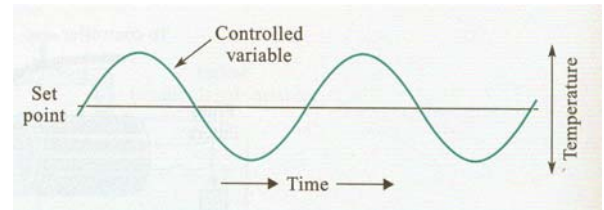


Oscilación de la temperatura en torno al SP

- Inconveniente: **PV oscila indefinidamente** en torno a su SP a causa de la acción de control.
- La oscilación se produce debido a:
  - Perturbaciones en el sistema.
  - Imposibilidad de ajuste exacto de la acción correctiva.

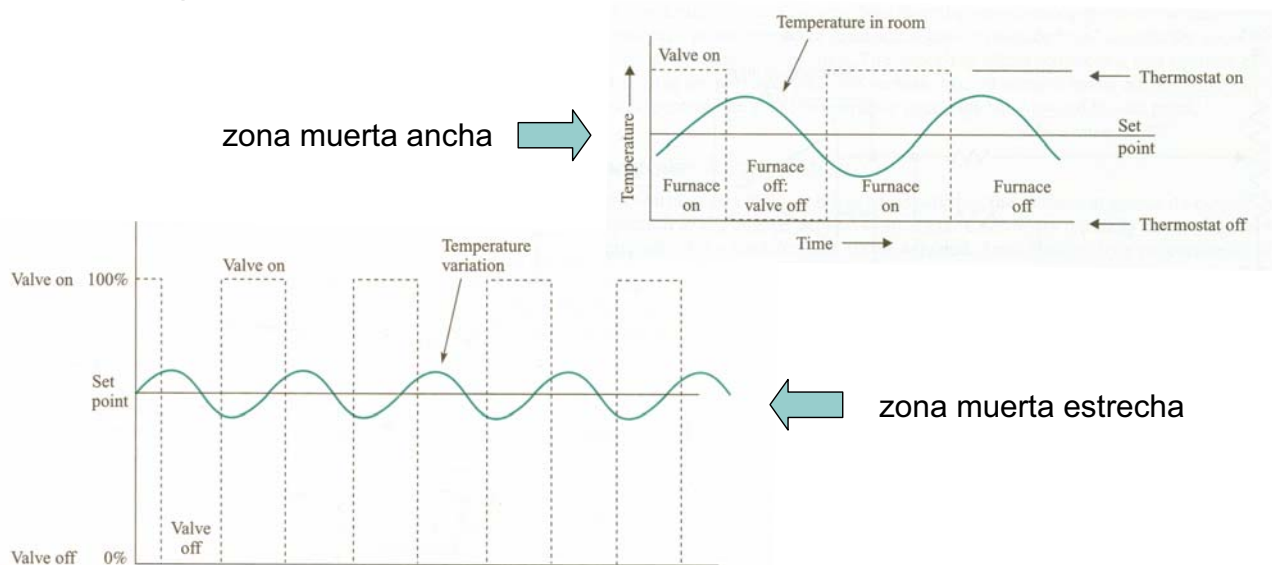
## 2.2 Control Todo-Nada (iii)

- **Problema:** Una frecuencia de oscilación elevada acelera el desgaste de los elementos de control (válvulas, bombas, relés,...) acortando su vida útil.
- Prevención de oscilaciones elevadas mediante la incorporación de una **zona muerta (histéresis o brecha diferencial)**. (deadband, hysteresis, differential gap).
- **Zona muerta:** mínima variación en la PV que causa que la salida del controlador cambie de ON a OFF o de OFF a ON.



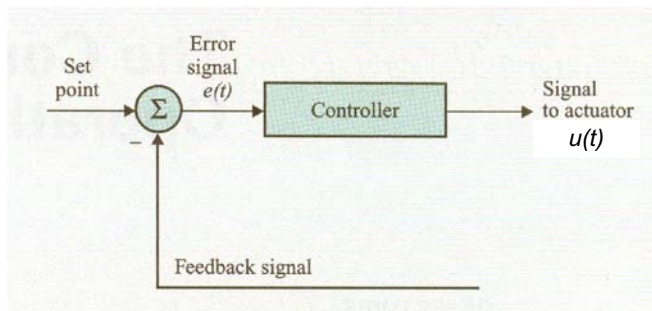
## 2.2 Control Todo-Nada (iv)

- **Inconveniente de usar una zona muerta:** PV se desvía mas del SP que en un sistema sin zona muerta.



## 2.3 Control Proporcional (i)

- Justificación: algunas aplicaciones requieren un **control más preciso** que el control Todo-Nada.
- El controlador compara el SP con la PV para obtener el **error e**.
- Un **controlador proporcional** produce una acción de control (**acción proporcional**) **u** con una magnitud **proporcional** a la **señal de error e**.



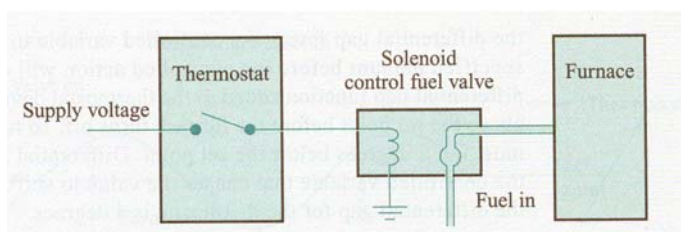
$$e = SP - PV$$

$$u(t) = K_c \cdot e(t)$$

$$U(s) = K_c \cdot E(s)$$

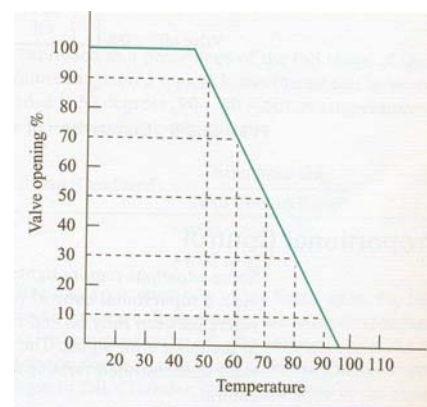
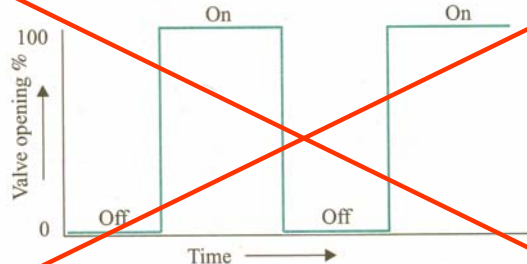
## 2.3 Control Proporcional (ii)

Sistema de calefacción de una vivienda: Termostato + caldera



Thermostat closed;  
valve fully open

Thermostat open;  
valve fully closed



Apertura proporcional de la válvula  
en función de la temperatura

## 2.3 Control Proporcional (iii)

- **Método de tiempo proporcional**

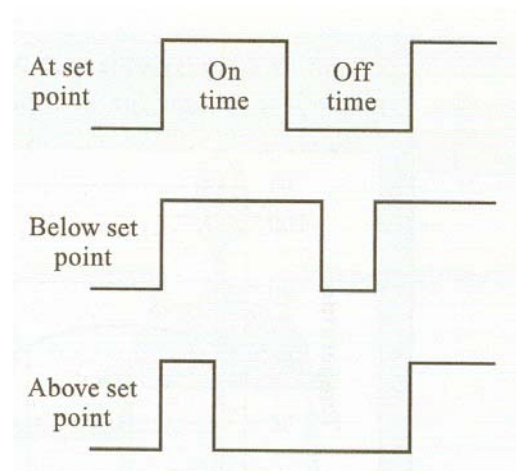
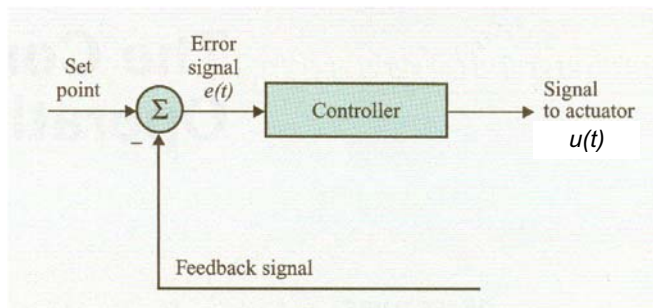
- La salida del controlador esta oscilando continuamente entre totalmente ON y totalmente OFF.
- La salida media varía en función del ratio entre la duración de la señal en ON y OFF.
- Ratio ON-OFF de salida 1:1 cuando  $SP = PV$ .

- **Método de amplitud proporcional**

- La salida del controlador es proporcional al error de la señal.
- Es el método mas común de control proporcional

## 2.3 Control proporcional (iv)

### 2.3.1 Tiempo proporcional



Posibles señales de salida  $u(t)$  del controlador de tiempo proporcional

## 2.3 Control Proporcional (v)

### 2.3.2 Amplitud proporcional (i)

- El controlador amplifica la cantidad a la que cambia su salida en proporción al cambio en su entrada.
- Dos maneras de referirse a la amplificación del controlador proporcional:
  - Ganancia proporcional,  $K_c$ :** relación entre el cambio que se produce en la salida del controlador  $u(t)$  y en su entrada  $e(t)$ .
  - Banda proporcional,  $PB$ :** porcentaje de variación necesario en la entrada el controlador  $e(t)$  para producir un cambio en su salida  $u(t)$  del 100% de su rango.

$$K_c = \frac{\% \text{ cambio en la salida } u(t)}{\% \text{ cambio en la entrada } e(t)}$$

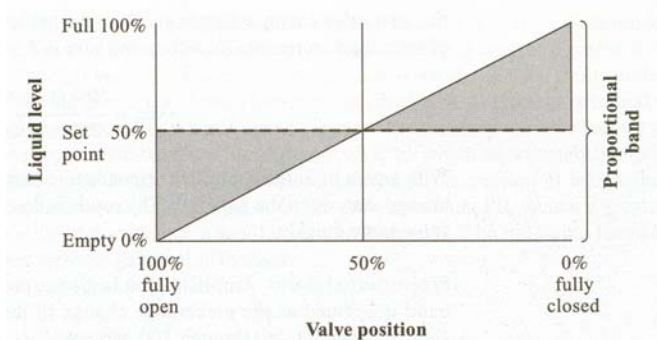
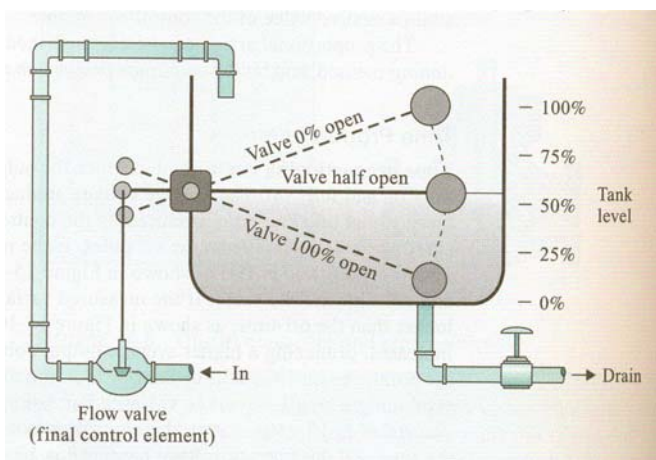
$$PB = \frac{\% \text{ cambio en la entrada } e(t)}{\% \text{ cambio en el salida } u(t)} \times 100$$

$$PB = \frac{100}{K_c}$$

## 2.3 Control proporcional (vi)

### 2.3.2 Amplitud proporcional (ii)

Ejemplo de control de nivel de líquido de ganancia = 1



$$K_c = \frac{50\% \text{ de cambio en la válvula}}{50\% \text{ de cambio en el nivel de líquido}} = 1$$

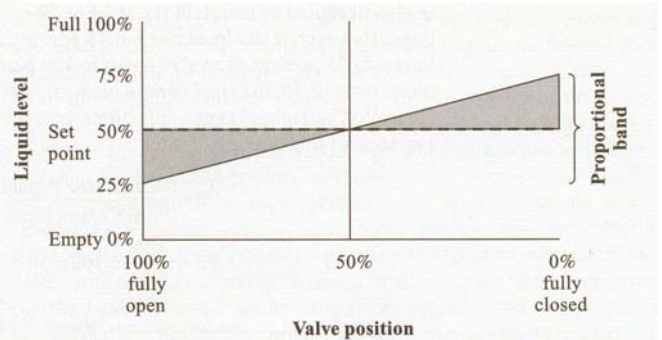
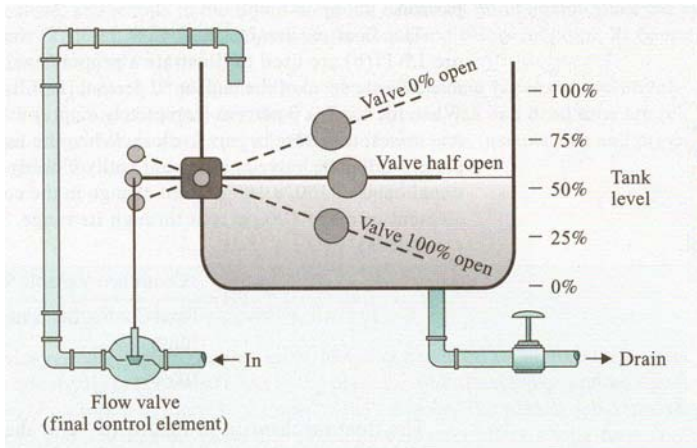
$$PB = \frac{50\% \text{ de cambio en el nivel de líquido}}{50\% \text{ de cambio en la válvula}} \times 100 = 100$$



## 2.3 Control proporcional (vii)

### 2.3.2 Amplitud proporcional (iii)

Ejemplo de control de nivel de líquido de ganancia = 1



$$K_c = \frac{50\% \text{ de cambio en la válvula}}{25\% \text{ de cambio en el nivel de líquido}} = 2$$

$$PB = \frac{25\% \text{ de cambio en el nivel de líquido}}{50\% \text{ de cambio en la válvula}} \times 100 = 50$$

## 2.3 Control Proporcional (viii)

### 2.3.2 Amplitud proporcional (iv)

- Fuera de la PB el controlador funciona como en modo Todo-Nada.
- Una **PB estrecha** ( $K_c$  elevada) permite:
  - **Ventaja:** Una acción correctiva rápida ante una perturbación del sistema.
  - **Inconveniente:** Tendencia del sistema a oscilar.
- **Sensibilidad:** capacidad de respuesta de un controlador ante un cambio en su entrada.
- Cuanto mayor sea la ganancia proporcional  $K_c$  (o equivalentemente menor la banda proporcional PB), mayor sensibilidad del controlador.

## 2.3 Control Proporcional (ix)

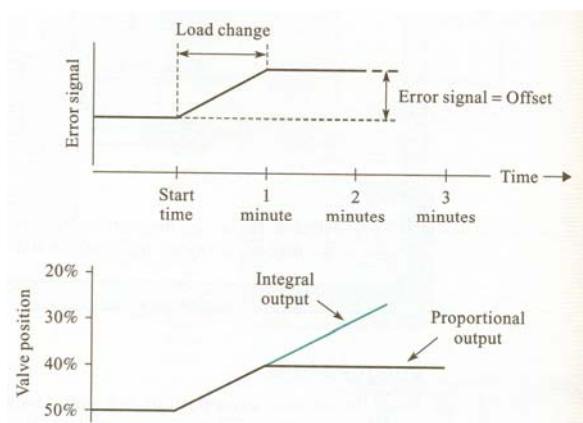
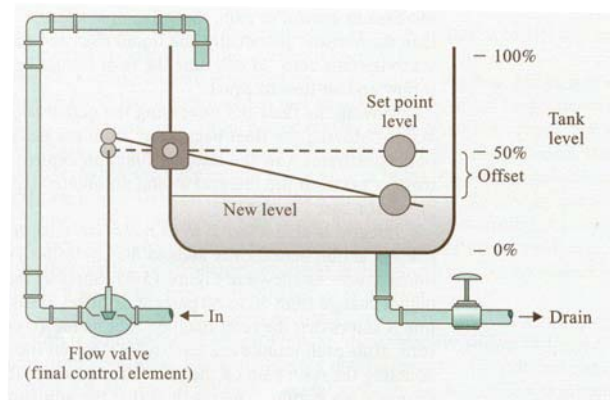
### 2.3.2 Amplitud proporcional (v)

- **Idoneidad** de aplicación de un control proporcional en aquellos procesos:
  - con **inercia** relativamente grandes (**velocidad de reacción** del proceso relativamente lenta) y a su vez,
  - con **retardo puro** (pure lag) y **tiempo muerto** (deadtime) relativamente pequeños. (Cap. 1, pp. 21-22).
- Procesos con estas características permiten la aplicación de una elevada  $K_c$  (estrecha PB) que proporciona una rápida acción correctiva ante cambios en la carga pequeños-moderados.

## 2.4 Control Integral (i)

### Offset, error en régimen permanente

- **Error en régimen permanente (offset, steady-state error):** diferencia constante en el tiempo entre el SP y la PV.
- Este **offset** (error constante en el tiempo) aparece generalmente en aplicaciones donde se aplica sólo control proporcional.





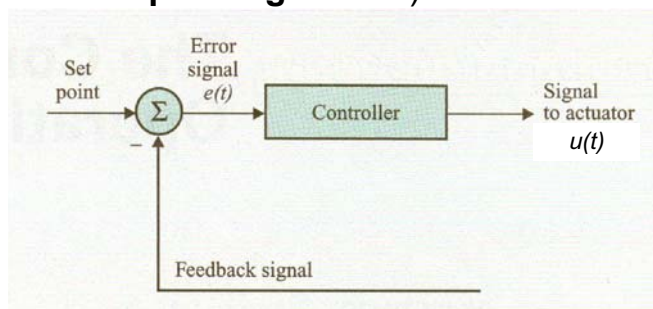
## 2.4 Control Integral (ii)

### Offset, error en régimen permanente

- El **offset** depende de tres factores:
  - La carga o demanda del proceso.
  - Una baja ganancia proporcional (BP ancha) del controlador.
  - SP del proceso.
- La eliminación del offset se realiza mediante un modo de control denominado **control integral**.

## 2.4 Control Integral (iii)

- Justificación: en general, en las aplicaciones que utilizan únicamente control proporcional aparece un error constante en el tiempo (**offset**) que debe ser eliminado.
- Un **controlador integral** produce una acción de control (**acción integral**)  $u$  con una **velocidad de variación proporcional** a la **señal de error  $e$** . Es decir, genera una  $u$  con una magnitud **proporcional al tiempo integral** de  $e$ ).



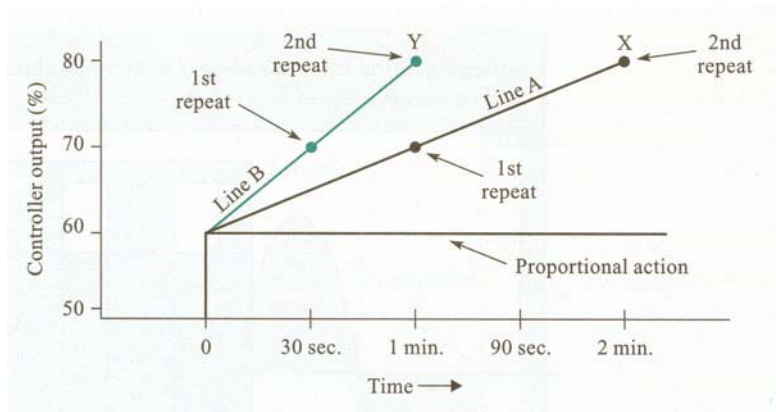
$$e = \text{SP-PV}$$

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i \cdot e(t) \quad u(t) = K_i \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt$$

$$\frac{U(S)}{E(S)} = \frac{K_i}{s}$$

## 2.4 Control Integral (iv)

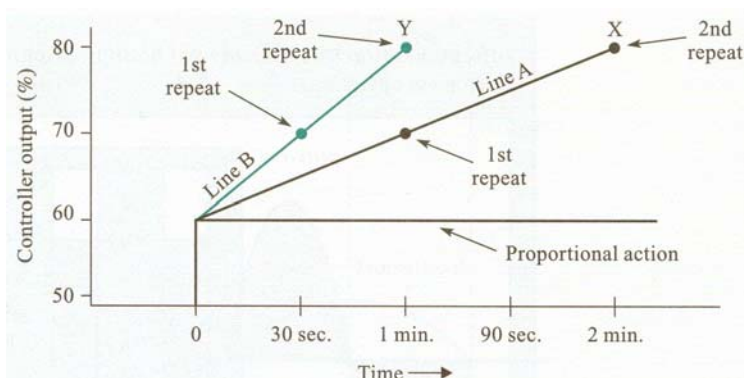
- El control integral también se denomina **reset** por la manera en que la acción integral se añade **periódicamente** a la salida del controlador mediante la **repetición de la acción proporcional**.



## 2.4 Control Integral (v)

- El ajuste de la acción integral puede ser referido de tres formas:

Ganancia integral, $K_i$ [adimensional]	Reset [repeticiones /minuto]	Tiempo integral $T_i$ [minutos /repetición]
$u(t) = K_i \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt$	$\text{Reset} = \frac{K_i}{K_c}$	$T_i = \frac{1}{\text{Reset}} = \frac{K_c}{K_i}$



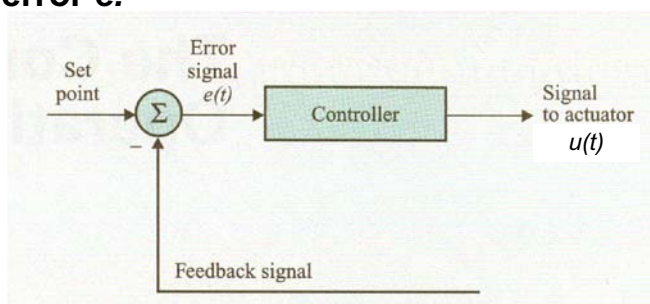
Línea	Reset	$T_i$
A	1	1
B	2	0,5

## 2.4 Control Integral (vi)

- El control integral **elimina el offset** inherente al control en modo proporcional.
- **Idoneidad** de aplicación de un control integral en aquellos procesos donde se producen variaciones grandes en la magnitud de la carga pero a una velocidad muy lenta.
- En general, cuanto mas pequeña es la ganancia proporcional  $K_c$  (ancha sea PB) mayor debe ser la magnitud integral y viceversa.

## 2.5 Control Derivativo (i)

- Justificación: en las aplicaciones con variaciones rápidas de SP:
  - Es necesario usar un control proporcional con elevada ganancia  $K_c$ .
  - En muchas situaciones el incremento de  $K_c$  no puede ser aceptado porque lleva asociado un incremento de la sobreelongación y la aparición de oscilaciones que superan los límites de tolerancia del proceso.
- Un **controlador derivativo** produce una acción de control (**acción derivativa**)  **$u$**  proporcional a la **velocidad de variación** de la **señal de error  $e$** .



$$e = SP - PV$$

$$u(t) = K_d \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

$$\frac{U(S)}{E(S)} = K_d \cdot s$$

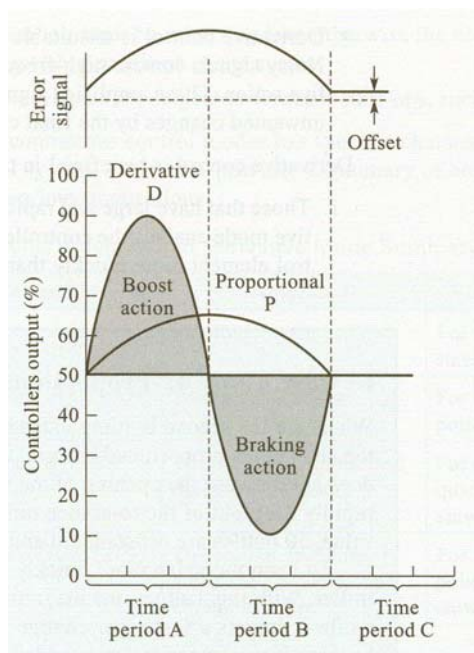
## 2.5 Control Derivativo (ii)

- El ajuste de la acción derivativa puede ser referida de dos formas:

Ganancia derivativa, $K_d$ [adimensional]	Rate time o Tiempo derivativo, $T_d$ [minutos /repetición]
$u(t) = K_d \cdot \frac{de(t)}{dt}$	$T_d = \frac{K_d}{K_c}$

- El parámetro de ajuste del control derivativo denominado **rate time o tiempo derivativo** indica el ratio entre el tiempo que el controlador necesita para producir una cierta salida cuando usa el control proporcional + derivativo respecto a cuando usa sólo el control proporcional.

## 2.5 Control Derivativo (iii)



- Respuesta de un control proporcional + derivativo ante una señal de error.

- Intervalo A, **acción de impulso:**

- El error crece en todo A.
- La acción derivativa (derivada del error) crece en la primera mitad de A y decrece en la segunda mitad.

- Intervalo B, **acción de frenado:**

- El error decrece en todo B.
- La acción derivativa (derivada del error) crece en la primera mitad de B y decrece en la segunda mitad.

- Intervalo C

- Error estabilizado.
- Acción solo proporcional.

## 2.5 Control Derivativo (iv)

- **Idoneidad** de aplicación de un control derivativo:
  - en aquellos procesos donde se producen variaciones grandes y rápidas en la magnitud de la carga pero que tienen una respuesta lenta (requieren acción de control lenta. Ej: control de temperatura de un líquido en un tanque).
  - en procesos sujetos a frecuentes re-arranques.
- **Inapropiado** para procesos que requieren acción de control rápida. Ej: control de flujo de aire.
- **Limitaciones:**
  - El control derivativo no se usa solo, sino combinado con un control proporcional o un control proporcional + integral.
  - El control derivativo no puede eliminar el offset (error constante).
  - Inapropiado para sistemas expuestos a entornos ruidosos (componentes de alta frecuencia son amplificados por el control derivativo).

## 2.6 Control Proporcional + Integral + Derivativo (PID)

- Un **controlador PID (Proporcional + Integral + Derivativo)** produce una acción de control  $u$  que es la suma de una acción proporcional  $u_P$ , una integral  $u_I$  y una derivativa  $u_D$ .

- Acción proporcional:  $u_P(t) = K_c \cdot e(t)$   $e = SP - PV$

- Acción integral:  $u_I(t) = K_i \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt = \frac{K_c}{T_i} \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt$

- Acción derivativa:  $u_D(t) = K_d \cdot \frac{de(t)}{dt} = K_c \cdot T_d \cdot \frac{de(t)}{dt}$

$$u(t) = u_P(t) + u_I(t) + u_D(t) = K_c \cdot \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt + T_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \right)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_c \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right)$$

## 2.7 Resumen

Modo de control	Función	Aplicación
Proporcional (P)	Proporcionar ganancia	Cambios en SP o en la carga pequeños
Proporcional + Integral (PI)	Eliminar offset	Cambios en SP o en la carga grandes y lentos.
Proporcional + Derivativo (PD)	Acelerar la respuesta minimizar sobreelongación	Cambios repentinos de SP o rápidos de carga en procesos de respuesta lenta.
Proporcional + Integral + Derivativo (PID)	Acelerar la respuesta Minimizar sobreelongación Eliminar offset	Cambios grandes y repentinos de SP o de carga en procesos de respuesta lenta.