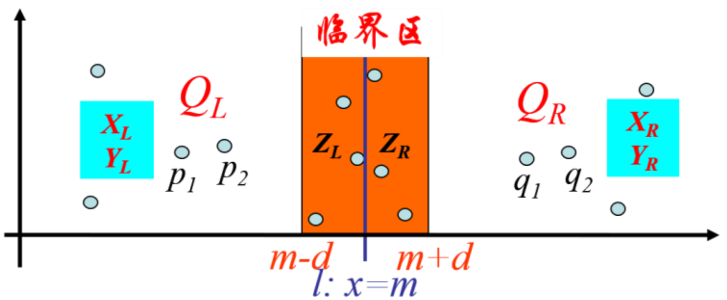
• (p_l, q_r)搜索算法

Input: Y_L, Y_R, d

Output: *result*

1. 扫描Y_L得到Q_L中左临界区点，保持y坐标排序，得到Z_L
2. 扫描Y_R得到Q_R中左临界区点，保持y坐标排序，得到Z_R
3. *result*=null;
4. *top-R*=0;
5. **for** *top-L*=0 to Z_L.*length*-1
6.   **while** Z_L[*top-L*].*y* > Z_R[*top-R*].*y* + *d*
7.   *top-R* ← *top-R*+1;
8.   **if** *top-R*=Z_R.*length*
9.   **return** *result*;
10.   **if** Z_L[*top-L*].*y* ≥ Z_R[*top-R*].*y* – *d* **and** Z_L[*top-L*].*y* ≤ Z_R[*top-R*].*y* + *d*
11.   **for** *i*=0 **to** *min*{5, Z_R.*length* –*top-R* –1}
12.   **if** *dist*(Z_L[*top-L*], Z_R[*top-R*+*i*])<*d*
13.   *result*=(Z_L[*top-L*], Z_R[*top-R*+*i*]);
15.   *d*=*dist*(Z_L[*top-L*], Z_R[*top-R*+*i*]);
16. **return** *result*;



m=5, d=4

$Result$=null

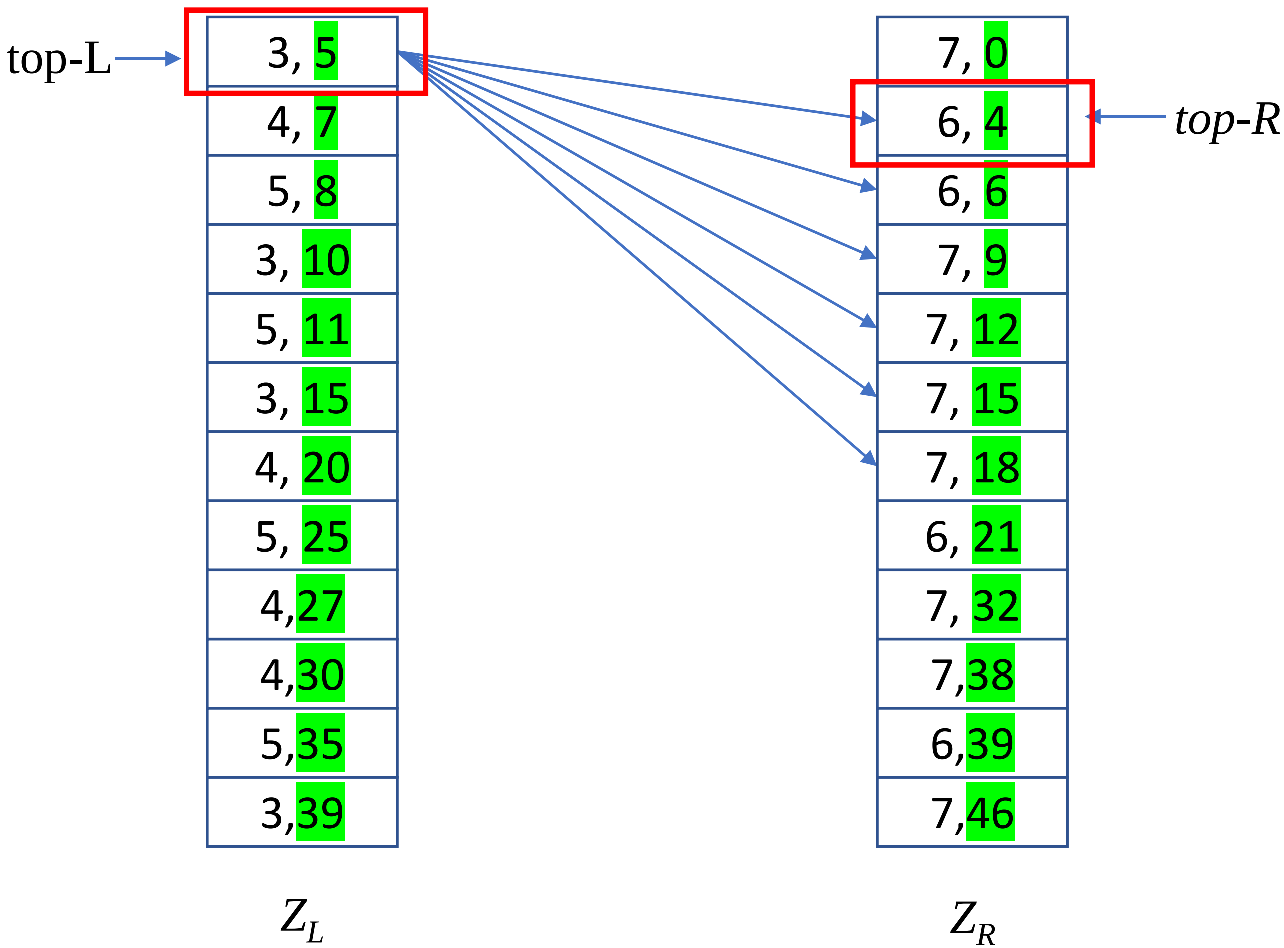
	Z_L	Z_R	
top-L →	3, 5	7, 0	← top-R
	4, 7	6, 4	
	5, 8	6, 6	
	3, 10	7, 9	
	5, 11	7, 12	
	3, 15	7, 15	
	4, 20	7, 18	
	5, 25	6, 21	
	4,27	7, 32	
	4,30	7,38	
	5,35	6,39	
	3,39	7,46	

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y > Z_R[top\text{-}R].y + d$, 即5>0+4, Z_L中后续元素y值都不比$Z_L[top\text{-}L].y$小，因此它们与$Z_R[top\text{-}R]$的距离必然大于d, top-R增加1

m=5, d=4更新为$d = \sqrt{10}$

Result=null

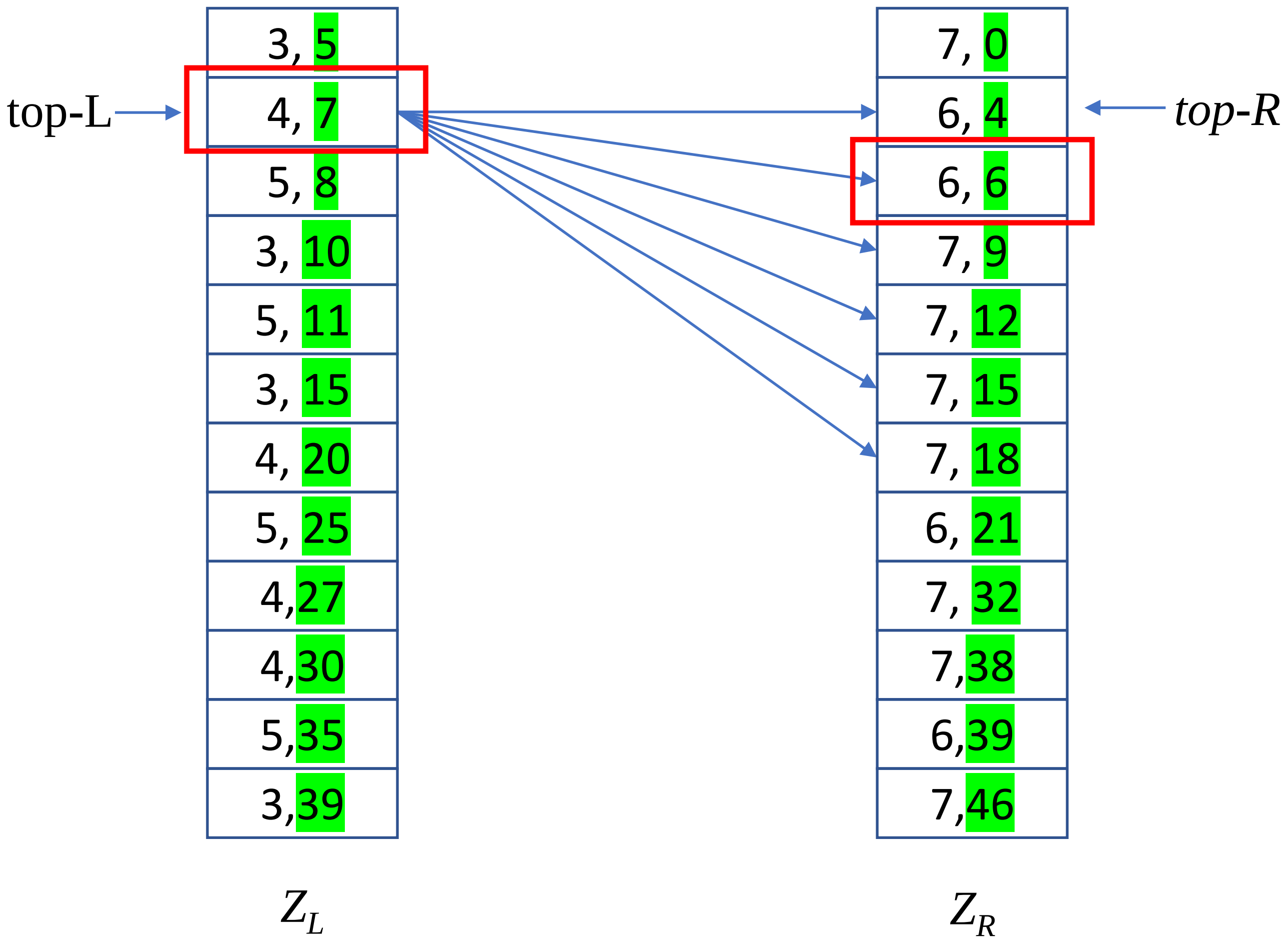


数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y \geq Z_R[top\text{-}R].y - d$ 并且 $Z_L[top\text{-}L].y \leq Z_R[top\text{-}R].y + d$, 为当前$Z_L[top\text{-}L]$连续检验最多6个$Z_R[top\text{-}R]$中的元素（如果$Z_R$中有足够多的剩余元素），随后*top-L*增长1, *top-R*不变

$m=5, d=\sqrt{10}$ 更新为 $d=\sqrt{5}$

Result=null



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y \geq Z_R[top\text{-}R].y - d$ 并且 $Z_L[top\text{-}L].y \leq Z_R[top\text{-}R].y + d$, 为当前 $Z_L[top\text{-}L]$ 连续检验最多6个 $Z_R[top\text{-}R]$ 中的元素（如果 Z_R 中有足够多的剩余元素），随后 *top-L* 增长1, *top-R* 不变

$m=5, d=\sqrt{5}$

$Result=null$

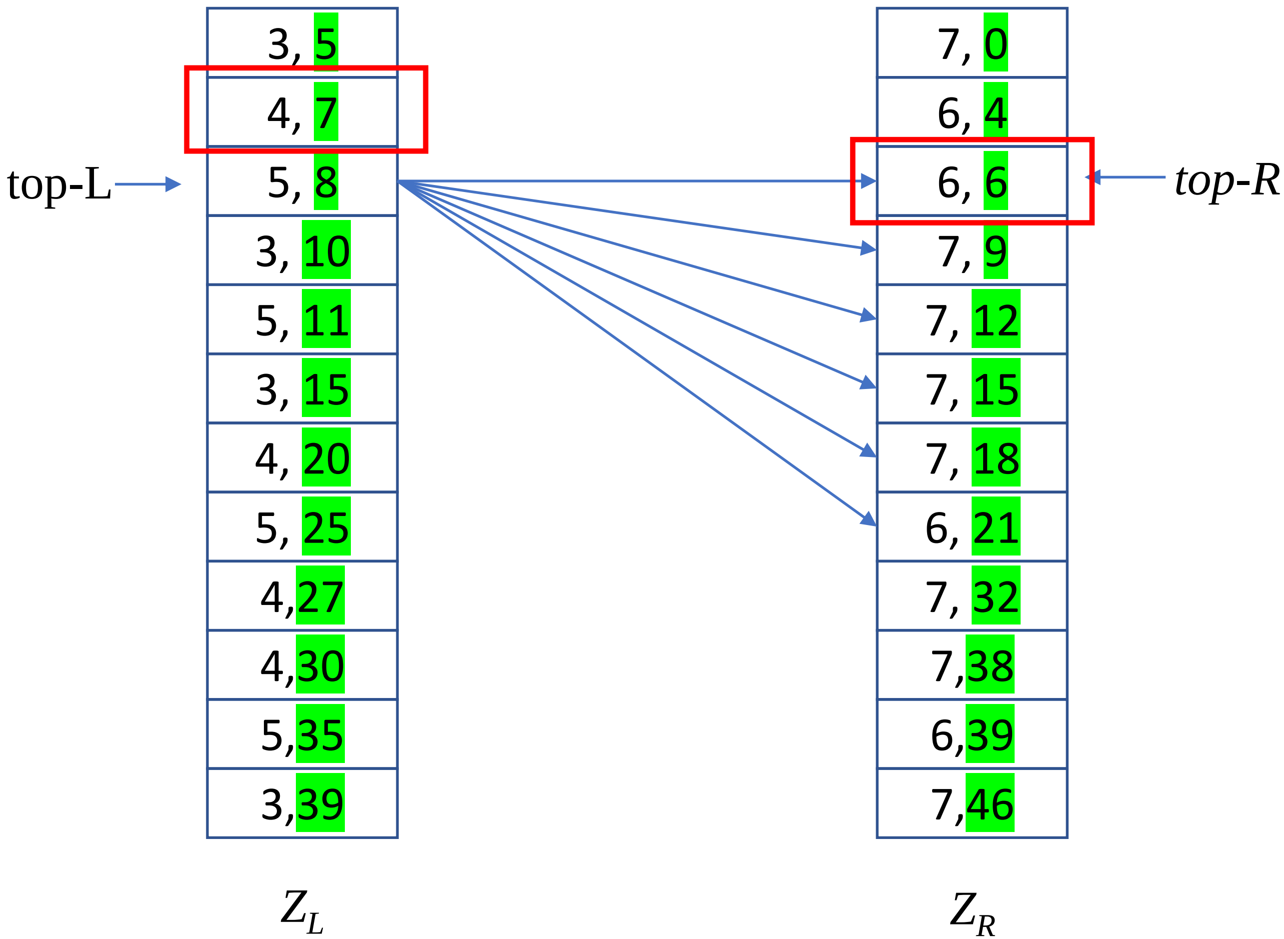
	3, 5	7, 0	
	4, 7	6, 4	← $top\text{-}R$
top-L →	5, 8	6, 6	
	3, 10	7, 9	
	5, 11	7, 12	
	3, 15	7, 15	
	4, 20	7, 18	
	5, 25	6, 21	
	4,27	7, 32	
	4,30	7,38	
	5,35	6,39	
	3,39	7,46	
	Z_L	Z_R	

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y > Z_R[top\text{-}R].y + d$, Z_L中后续元素y值都不比$Z_L[top\text{-}L].y$小，因此它们与$Z_R[top\text{-}R]$的距离必然大于d, $top\text{-}R$增加1

$m=5, d=\sqrt{5}$

$Result=null$



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y \geq Z_R[top\text{-}R].y - d$ 并且 $Z_L[top\text{-}L].y \leq Z_R[top\text{-}R].y + d$, 为当前$Z_L[top\text{-}L]$ 连续检验最多6个$Z_R[top\text{-}R]$ 中的元素（如果Z_R中有足够多的剩余元素），随后$top\text{-}L$增长1, $top\text{-}R$不变

$m=5, d=\sqrt{5}$

Result=null

	Z_L
	3, 5
	4, 7
	5, 8
top-L →	3, 10
	5, 11
	3, 15
	4, 20
	5, 25
	4,27
	4,30
	5,35
	3,39

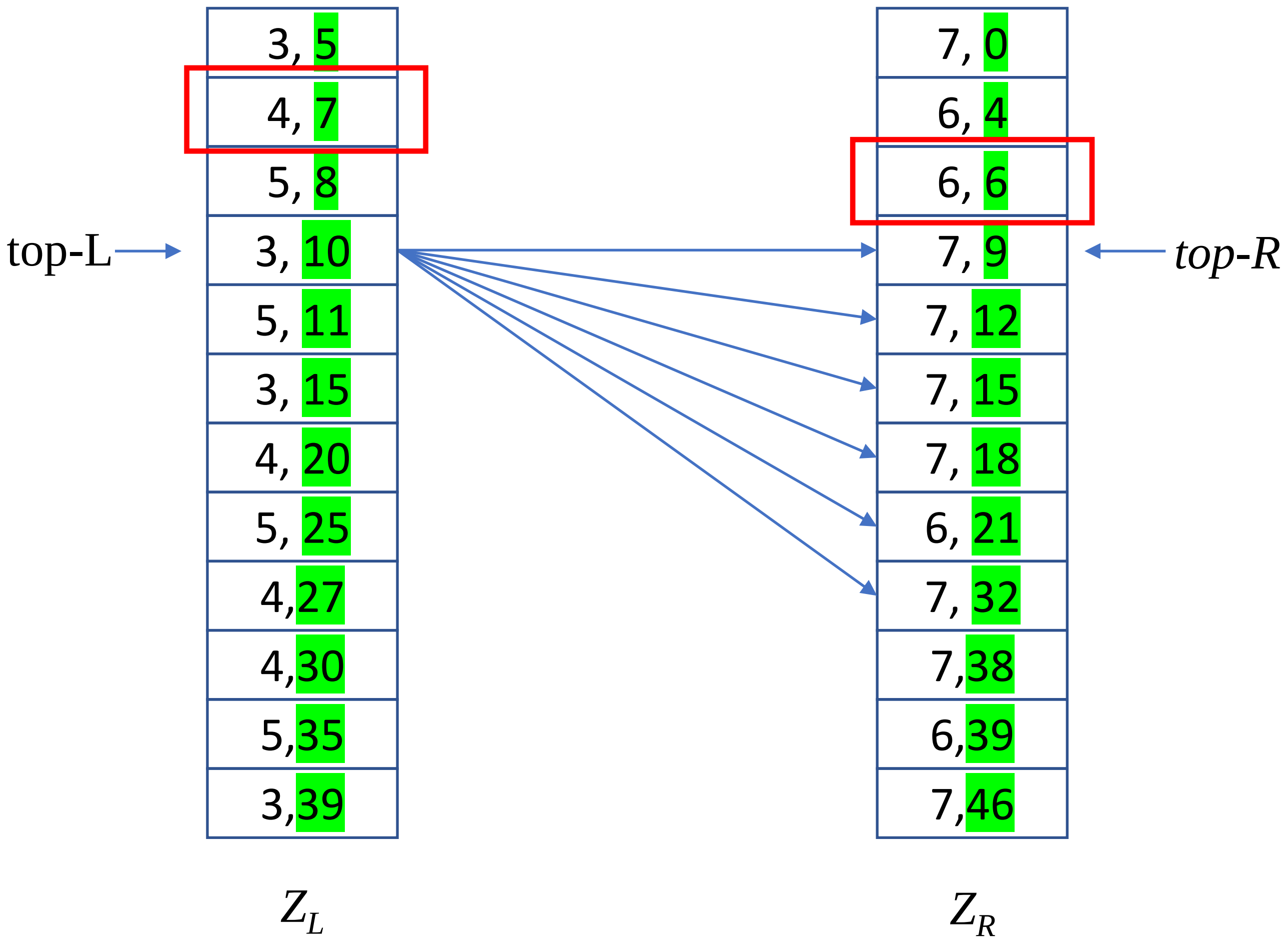
Z_R	
7, 0	
6, 4	
6, 6	← top-R
7, 9	
7, 12	
7, 15	
7, 18	
6, 21	
7, 32	
7,38	
6,39	
7,46	

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y > Z_R[top\text{-}R].y + d$, Z_L中后续元素y值都不比$Z_L[top\text{-}L].y$小，因此它们与$Z_R[top\text{-}R]$的距离必然大于d, $top\text{-}R$增加1

$m=5,\ d=\sqrt{5}$

Result=null

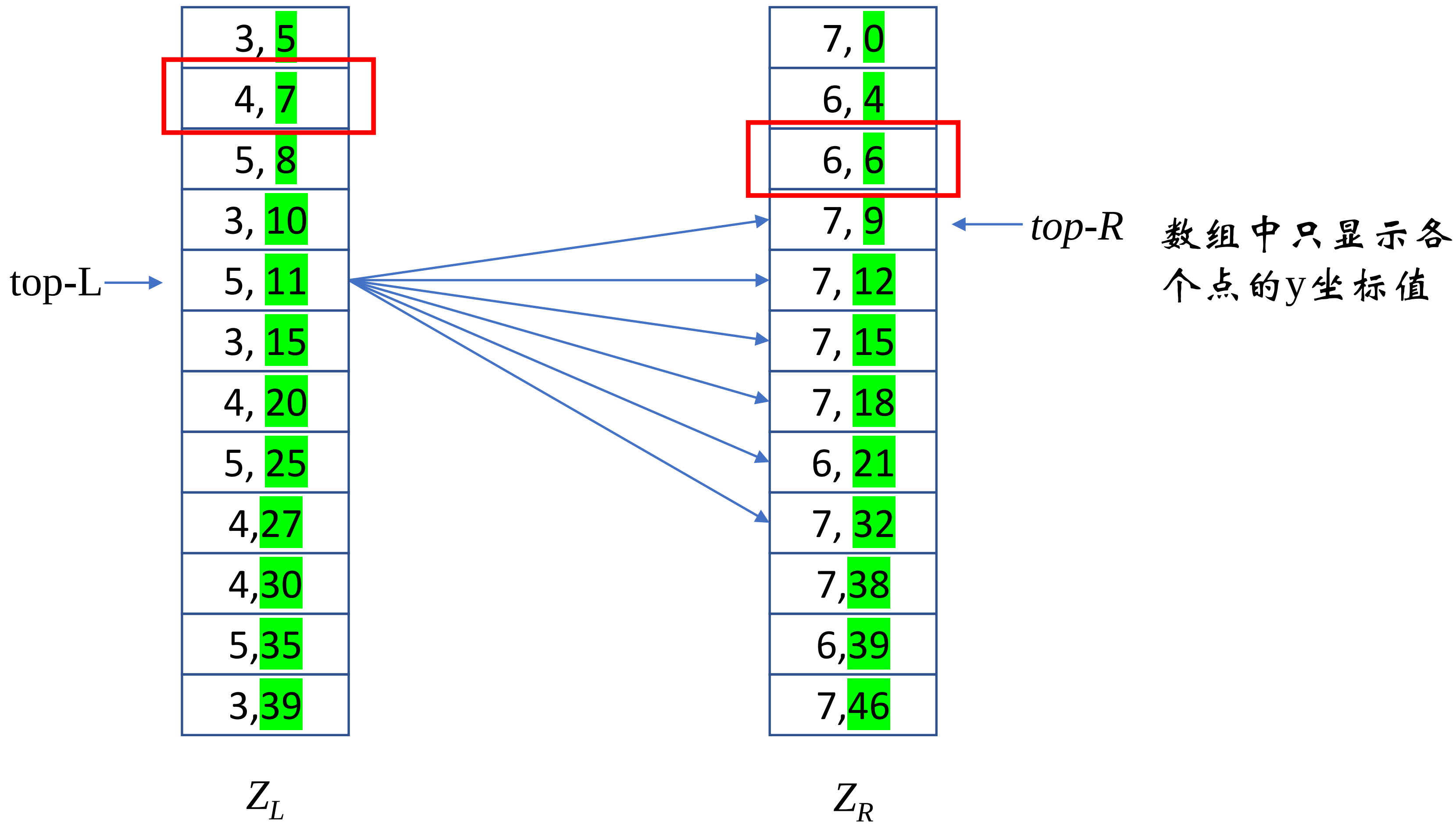


数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y \ge Z_R[top\text{-}R].y - d$ 并且 $Z_L[top\text{-}L].y \le Z_R[top\text{-}R].y + d$, 为当前$Z_L[top\text{-}L]$连续检验最多6个$Z_R[top\text{-}R]$中的元素（如果$Z_R$中有足够多的剩余元素），随后*top-L*增长1, *top-R*不变

m=5, d=$\sqrt{5}$

Result=null



$Z_L[top\text{-}L].y \geq Z_R[top\text{-}R].y - d$ 并且 $Z_L[top\text{-}L].y \leq Z_R[top\text{-}R].y + d$, 为当前$Z_L[top\text{-}L]$ 连续检验最多6个$Z_R[top\text{-}R]$ 中的元素（如果Z_R中有足够多的剩余元素），随后*top-L*增长1, *top-R*不变

m=5, d=$\sqrt{5}$

Result=null

Z_L
3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4,27
4,30
5,35
3,39

top-L

Z_R
7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7,38
6,39
7,46

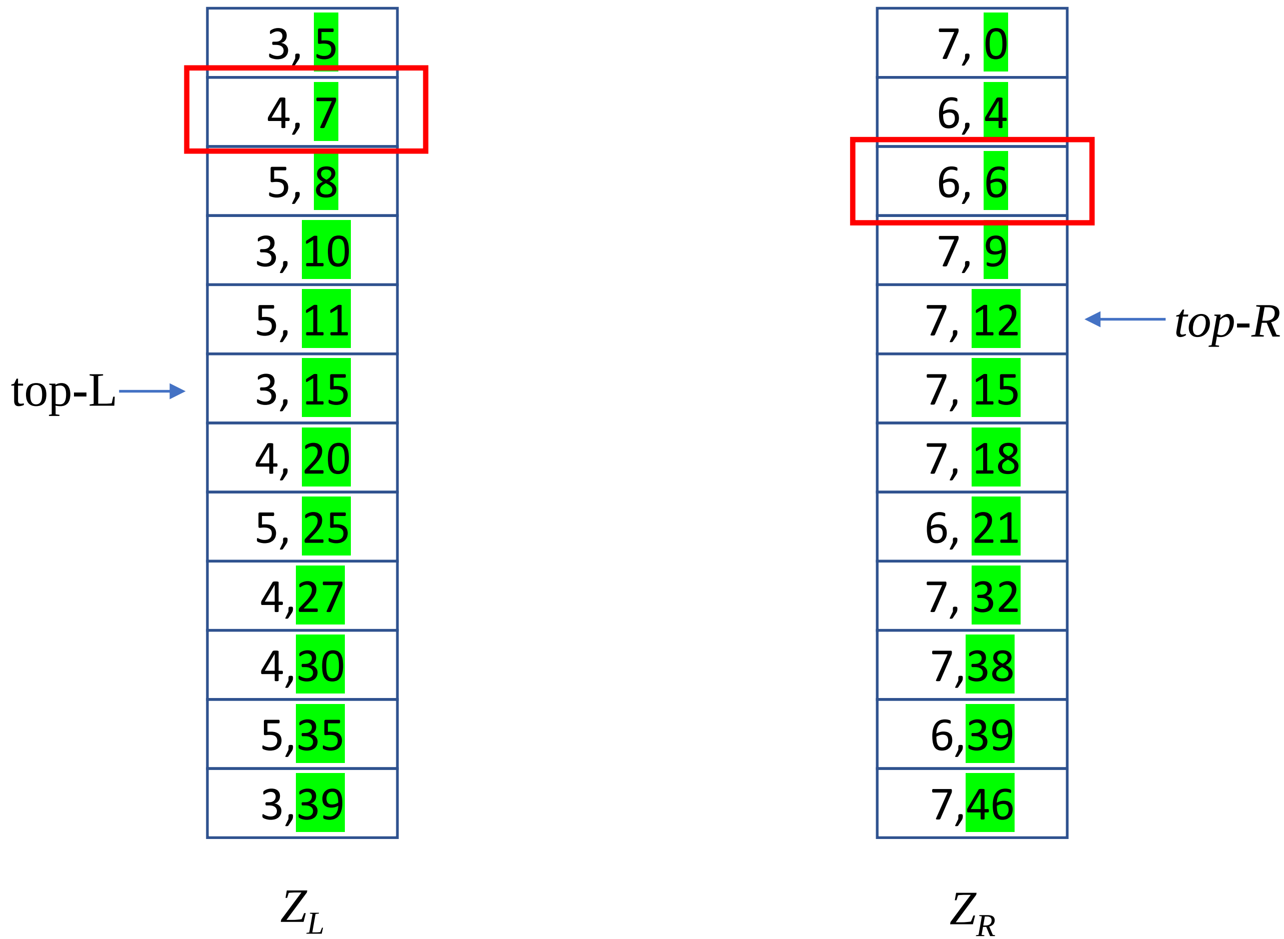
top-R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y > Z_R[top\text{-}R].y + d$, Z_L中后续元素y值都不比$Z_L[top\text{-}L].y$小，因此它们与$Z_R[top\text{-}R]$的距离必然大于d, $top\text{-}R$增加1

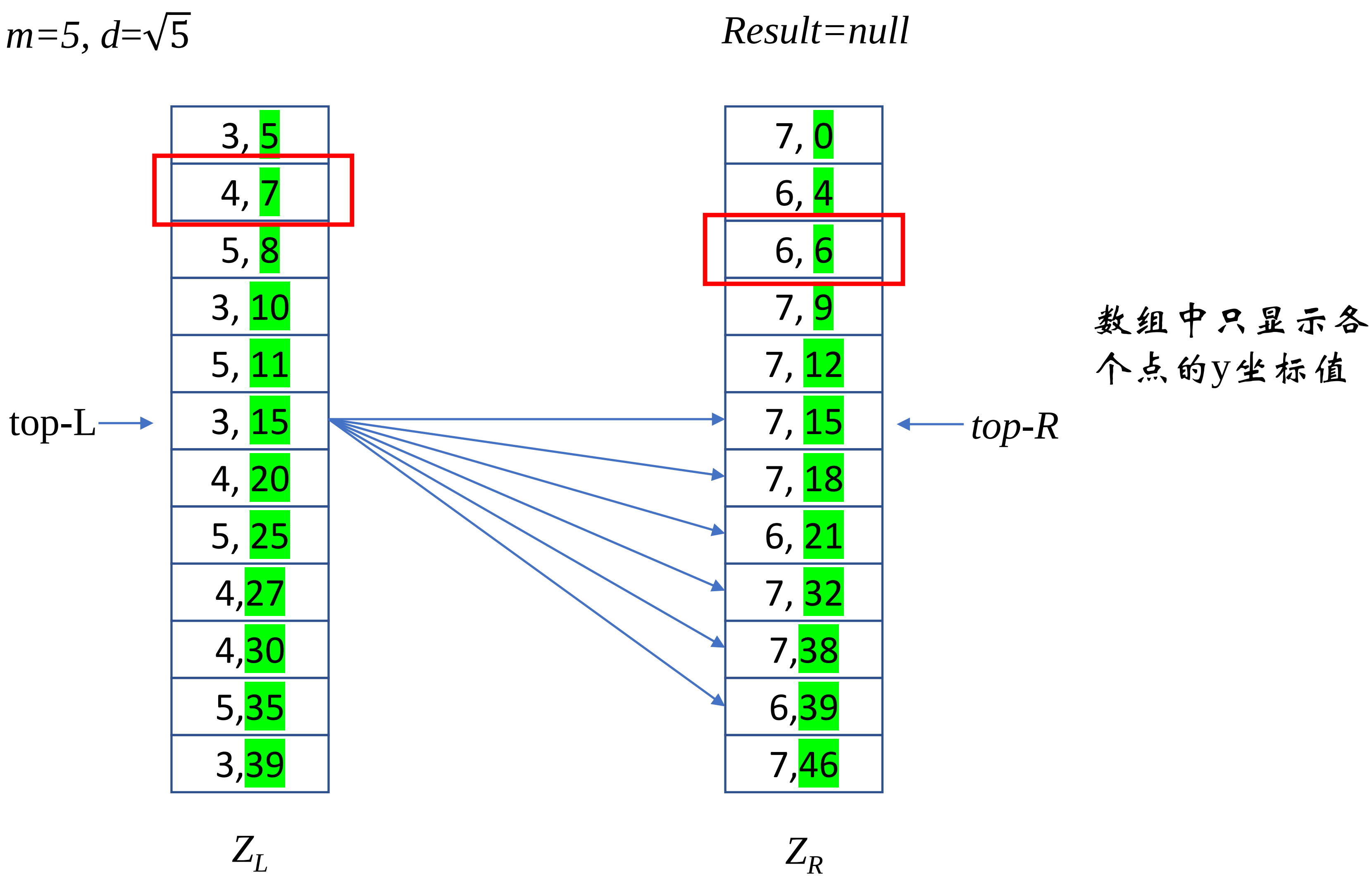
$m=5,\ d=\sqrt{5}$

$Result=null$



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y > Z_R[top\text{-}R].y + d$, Z_L中后续元素y值都不比$Z_L[top\text{-}L].y$小，因此它们与$Z_R[top\text{-}R]$的距离必然大于d, $top\text{-}R$增加1



$Z_L[top\text{-}L].y \ge Z_R[top\text{-}R].y - d$ 并且 $Z_L[top\text{-}L].y \le Z_R[top\text{-}R].y + d$, 为当前$Z_L[top\text{-}L]$连续检验最多6个$Z_R[top\text{-}R]$中的元素（如果$Z_R$中有足够多的剩余元素），随后*top-L*增长1, *top-R*不变

$m=5,\ d=\sqrt{5}$

Result=null

数组中只显示各个点的y坐标值

Z_L
3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4,27
4,30
5,35
3,39

top-L → 4, 20

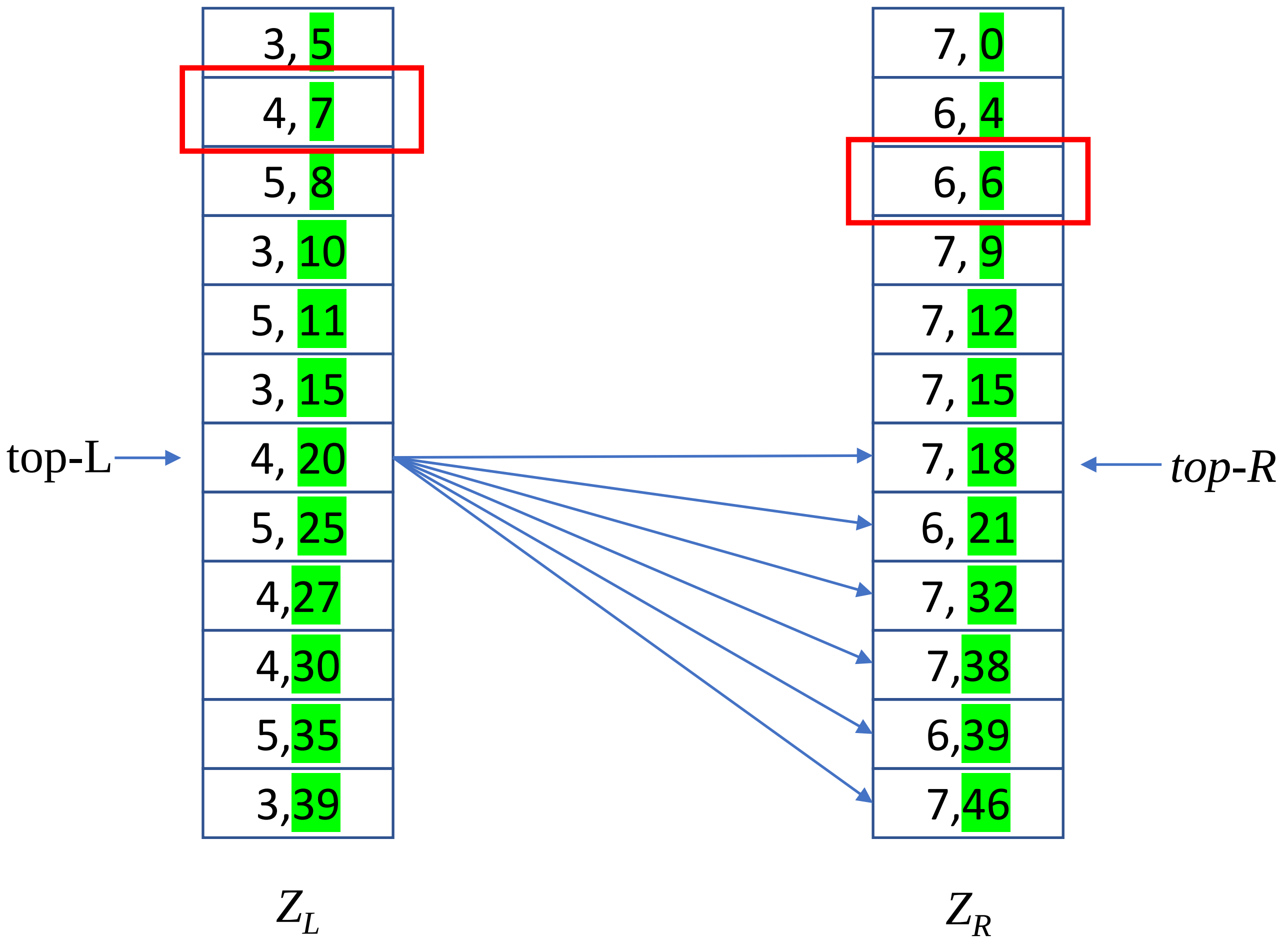
Z_R
7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7,38
6,39
7,46

top-R → 7, 15

$Z_L[top\text{-}L].y > Z_R[top\text{-}R].y + d$, Z_L中后续元素y值都不比$Z_L[top\text{-}L].y$小，因此它们与$Z_R[top\text{-}R]$的距离必然大于d, $top\text{-}R$增加1

$m=5,\ d=\sqrt{5}$

$Result=null$



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y \geq Z_R[top\text{-}R].y - d$ 并且 $Z_L[top\text{-}L].y \leq Z_R[top\text{-}R].y + d$, 为当前$Z_L[top\text{-}L]$ 连续检验最多6个$Z_R[top\text{-}R]$ 中的元素（如果Z_R中有足够多的剩余元素），随后$top\text{-}L$增长1, $top\text{-}R$不变

$m=5,\ d=\sqrt{5}$

$Result=null$

	Z_L	Z_R	
	3, 5	7, 0	
	4, 7	6, 4	
	5, 8	6, 6	
	3, 10	7, 9	
	5, 11	7, 12	
	3, 15	7, 15	
	4, 20	7, 18	← $top\text{-}R$
top-L →	5, 25	6, 21	
	4,27	7, 32	
	4,30	7,38	
	5,35	6,39	
	3,39	7,46	

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y > Z_R[top\text{-}R].y + d$, Z_L中后续元素y值都不比$Z_L[top\text{-}L].y$小，因此它们与$Z_R[top\text{-}R]$的距离必然大于d, $top\text{-}R$增加1

$m=5,\ d=\sqrt{5}$

$Result=null$

	Z_L	Z_R	
	3, 5	7, 0	
	$\boxed{4,\ 7}$	6, 4	
	5, 8	$\boxed{6,\ 6}$	
	3, 10	7, 9	
	5, 11	7, 12	
	3, 15	7, 15	
	4, 20	7, 18	
top-L →	5, 25	6, 21	← *top-R*
	4,27	7, 32	
	4,30	7,38	
	5,35	6,39	
	3,39	7,46	

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y > Z_R[top\text{-}R].y + d$, Z_L中后续元素y值都不比$Z_L[top\text{-}L].y$小，因此它们与$Z_R[top\text{-}R]$的距离必然大于d, $top\text{-}R$增加1

$m=5,\ d=\sqrt{5}$

Result=null

	Z_L
	3, 5
	4, 7
	5, 8
	3, 10
	5, 11
	3, 15
	4, 20
top-L →	5, 25
	4,27
	4,30
	5,35
	3,39

Z_R	
7, 0	
6, 4	
6, 6	
7, 9	
7, 12	
7, 15	
7, 18	
6, 21	
7, 32	← *top-R*
7,38	
6,39	
7,46	

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y < Z_R[top\text{-}R].y - d$, Z_R中后续元素y值都不比$Z_R[top\text{-}R].y$小，因此它们与$Z_L[top\text{-}L]$的距离必然大于d, $top\text{-}L$增加1

$m=5, d=\sqrt{5}$

Result=null

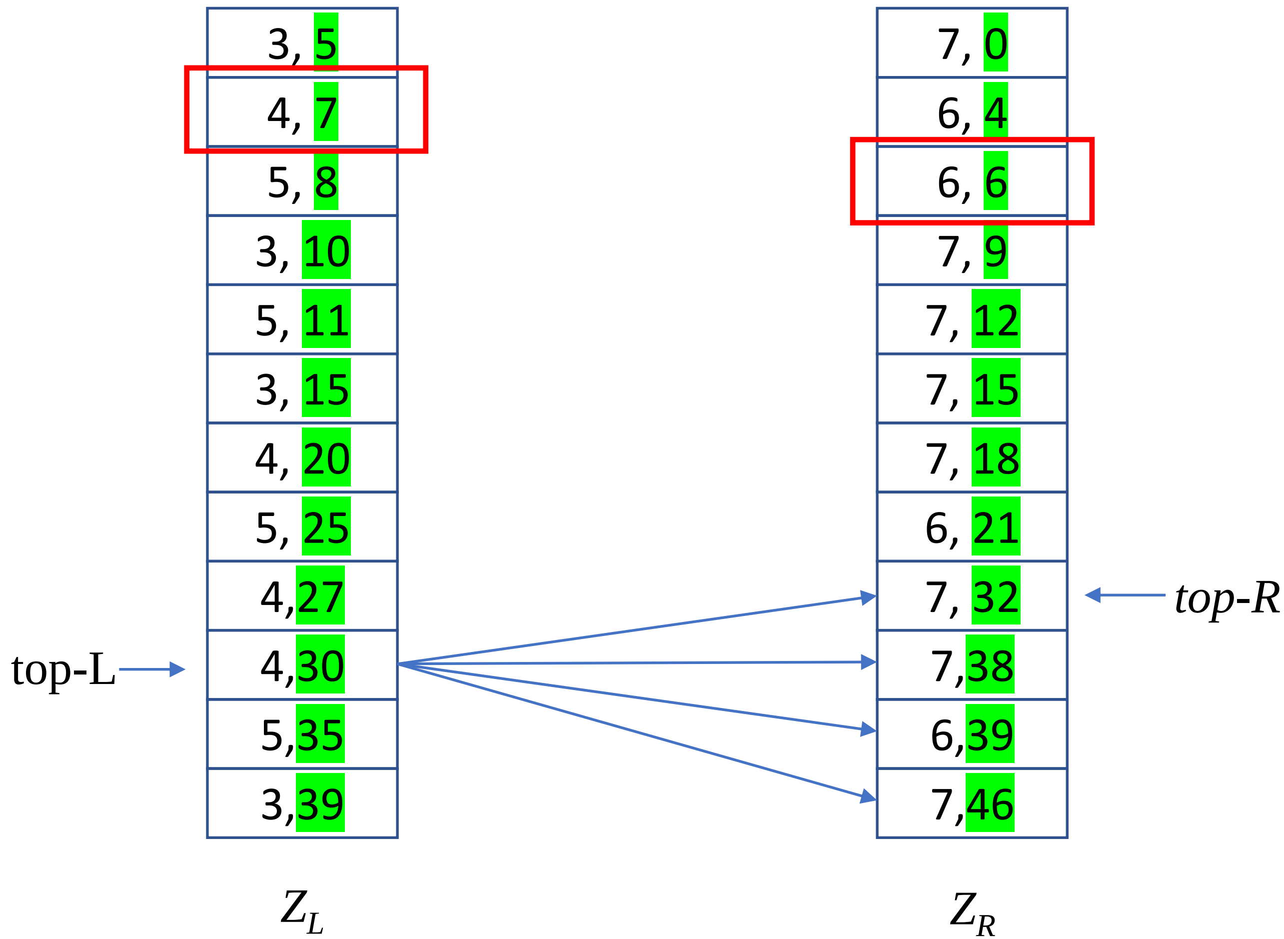
	Z_L	Z_R	
	3, 5	7, 0	
	4, 7	6, 4	
	5, 8	6, 6	
	3, 10	7, 9	
	5, 11	7, 12	
	3, 15	7, 15	
	4, 20	7, 18	
	5, 25	6, 21	
top-L →	4,27	7, 32	← *top-R*
	4,30	7,38	
	5,35	6,39	
	3,39	7,46	

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y < Z_R[top\text{-}R].y - d$, Z_R中后续元素y值都不比$Z_R[top\text{-}R].y$小，因此它们与$Z_L[top\text{-}L]$的距离必然大于d, *top-L*增加1

m=5, d=$\sqrt{5}$

Result=null



数组中只显示各个点的y坐标值

Z_L[*top-L*].y $\geq$ Z_R[*top-R*].y – d 并且 Z_L[*top-L*].y $\leq$ Z_R[*top-R*].y + d, 为当前Z_L[*top-L*] 连续检验最多6个Z_R[*top-R*] 中的元素（如果Z_R中有足够多的剩余元素），随后*top-L*增长1, *top-R*不变

$m=5,\ d=\sqrt{5}$

Result=null

Z_L
3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4,27
4,30
5,35 ← top-L
3,39

Z_R
7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32 ← *top-R*
7,38
6,39
7,46

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y > Z_R[top\text{-}R].y + d$, Z_L中后续元素y值都不比$Z_L[top\text{-}L].y$小，因此它们与$Z_R[top\text{-}R]$的距离必然大于d, *top-R*增加1

$m=5, d=\sqrt{5}$

Result=null

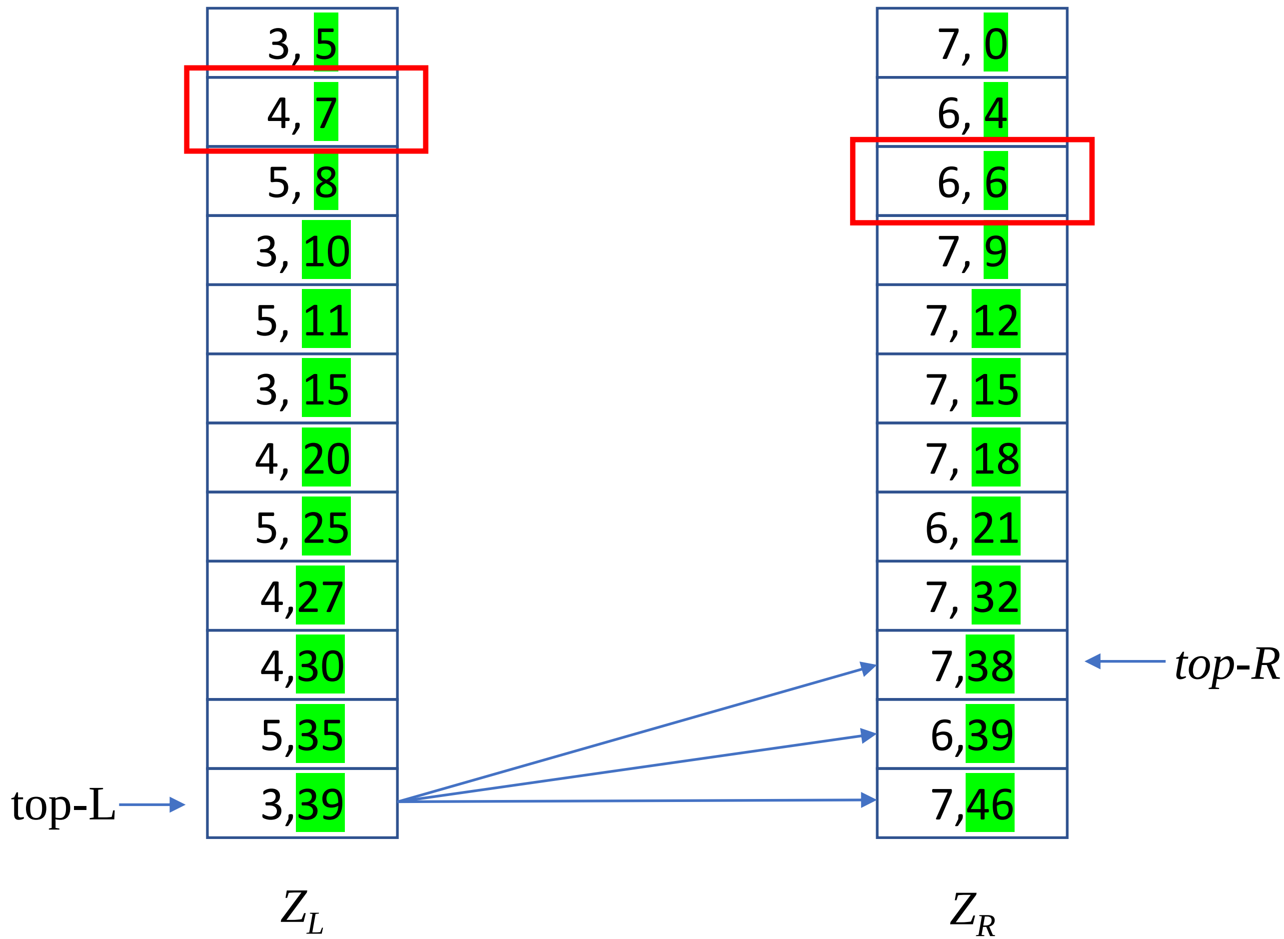
Z_L	Z_R
3, 5	7, 0
4, 7	6, 4
5, 8	6, 6
3, 10	7, 9
5, 11	7, 12
3, 15	7, 15
4, 20	7, 18
5, 25	6, 21
4,27	7, 32
4,30	7,38 ← *top-R*
top-L → 5,35	6,39
3,39	7,46

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y < Z_R[top\text{-}R].y - d$, Z_R中后续元素y值都不比$Z_R[top\text{-}R].y$小，因此它们与$Z_L[top\text{-}L]$的距离必然大于d, $top\text{-}L$增加1

$m=5,\ d=\sqrt{5}$

Result=null



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top\text{-}L].y \geq Z_R[top\text{-}R].y - d$ 并且 $Z_L[top\text{-}L].y \leq Z_R[top\text{-}R].y + d$, 为当前$Z_L[top\text{-}L]$ 连续检验最多6个$Z_R[top\text{-}R]$ 中的元素（如果Z_R中有足够多的剩余元素），随后*top-L*增长1, *top-R*不变. 算法结束.

- (p_l, q_r)搜索算法时间复杂性
  - 获取Z_L和Z_R需要$O(n)$时间
  - 每次使得*top-L*增加1或者*top-R*增加1需要消耗常数时间
  - *top-L*和*top-R*总共增长n时算法结束，最外层for循环耗时$O(n)$
  - 算法时间复杂性为$O(n)$

(p_l, q_r)搜索算法

```
Input: Y_L, Y_R, d
Output: result
扫描Y_L得到Q_L中左临界区点，保持y坐标排序，得到Z_L
扫描Y_R得到Q_R中左临界区点，保持y坐标排序，得到Z_R
result=null;
top-R=0;
for top-L=0 to Z_L.length-1
    while Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d
        top-R ← top-R+1;
        if  top-R=Z_R.length
            return result;
    if  Z_L[top-L].y ≥ Z_R[top-R].y – d and Z_L[top-L].y ≤ Z_R[top-R].y + d
        for i=0 to min{5, Z_R.length –top-R – 1}
            if dist(Z_L[top-L], Z_R[top-R+i])<d
                result=(Z_L[top-L], Z_R[top-R+i]);
                d=dist(Z_L[top-L], Z_R[top-R+i]);
return result;
```