Multizestaw zadań

Robert Fidytek

1 Wikieł/Z5.37m

1. Zadanie z Wikieł Z 5.37 m) moja wersja nr [nrWersji]
Wyznaczyć współrzędne punktów przegięcia wykresu podanej funkcji.

$$y = \frac{[a]\ln[c]x}{[b]x}$$

Rozwiązanie (autor Natalia Danieluk , recenzent):
Dziedzina funkcji: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}_+$.
Postępujemy według schematu:

1. Obliczamy pochodne:

$$f'(x) = \frac{([a]\ln[c]x)'[b]x - ([b]x)'[a]\ln[c]x}{([b]x)^2} = \frac{[a](1-\ln[c]x)}{[b]x^2},$$

$$f''(x) = \frac{[a](1-\ln[c]x)'[b]x^2 - ([b]x^2)'[a](1-\ln[c]x)}{([b]x^2)^2} = \frac{[a](-3+2\ln[c]x)}{[b]x^3}$$

   i określamy ich dziedziny: $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_{f''} = \mathbb{R}_+$.

2. Znajdujemy miejsca zerowe f'':
   Zauważmy, że dla każdego $x \in \mathcal{D}_f$ mamy $\frac{[a]}{[b]x^3} > 0$.
   Wystarczy zatem zbadać znak czynnika $(-3+2\ln[c]x)$.

$$(-3+2\ln[c]x) = 0 \Leftrightarrow \ln[c]x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{[c]}e^{\frac{3}{2}}$$

3. Badamy znak f'' po obu stronach miejsc zerowych.

   (a) $f''(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (\frac{1}{[c]}e^{\frac{3}{2}}, \infty)$

(b) $f''(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (0, \frac{1}{[c]} e^{\frac{3}{2}})$

Tym samym w sąsiedztwie punktów $x = \frac{1}{[c]} e^{\frac{3}{2}}$ druga pochodna zmienia znak, a więc wykres funkcji ma punkty przegięcia w punktach o współrzędnych $(x_0, f(x_0)) = (\frac{1}{[c]} e^{\frac{3}{2}}, \frac{[g]}{[h]} e^{-\frac{3}{2}})$.

Odpowiedź:
Współrzędne punktów przegięcia to: $(\frac{1}{[c]} e^{\frac{3}{2}}, \frac{[g]}{[h]} e^{-\frac{3}{2}})$.

Test:
A. Funkcja nie ma punktów przegięcia. B. Współrzędne punktów przegięcia to: $(0, 0)$. C. Współrzędne punktów przegięcia to: $(e^{\frac{3}{2}}, \frac{[h]}{[g]} e^{-\frac{3}{2}})$. D. Współrzędne punktów przegięcia to: $(\frac{1}{[c]} e^{\frac{3}{2}}, \frac{[g]}{[h]} e^{-\frac{3}{2}})$.

Test poprawna odpowiedź:
D