

Multizestaw zadań

Robert Fidytek

1 Wikieł/Z5.37p

1. Zadanie z Wikieł Z 5.37 p) moja wersja nr [nrWersji]

Wyznaczyć współrzędne punktów przegięcia wykresu podanej funkcji.

$$y = [a]xe^{-[b]x}$$

Rozwiązanie (autor Natalia Danieluk , recenzent):

Dziedzina funkcji: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

Postępujemy według schematu:

1. Obliczamy pochodne:

$$f'(x) = [a]e^{-[b]x}(1 - [b]x), \quad f''(x) = [c]e^{-[b]x}([b]x - 2)$$

i określamy ich dziedziny: $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_{f''} = \mathbb{R}$.

2. Znajdujemy miejsca zerowe f'' :

Zauważmy, że dla każdego $x \in \mathcal{D}_f$ mamy $[c]e^{-[b]x} > 0$.

Wystarczy zatem zbadać znak czynnika $([b]x - 2)$.

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{[e]}{[f]}$$

3. Badamy znak f'' po obu stronach miejsc zerowych.

$$(a) \quad f''(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{[e]}{[f]}, \infty\right)$$

$$(b) \quad f''(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty, \frac{[e]}{[f]}\right)$$

Tym samym w sąsiedztwie punktu $x = \frac{[e]}{[f]}$ druga pochodna zmienia znak, a więc wykres funkcji ma punkt przegięcia w punkcie o współrzędnych $(x_0, f(x_0)) \approx ([j], [h])$.

Odpowiedź:

Współrzędne punktów przegięcia to: $([j], [h])$.

Test:

A. Funkcja nie ma punktów przegięcia. B. Współrzędne punktów przegięcia to: $(0, 0)$. C. Współrzędne punktów przegięcia to: $([j], 0)$. D. Współrzędne punktów przegięcia to: $([j], [h])$.

Test poprawna odpowiedź:

D