

Multizestaw zadań

Robert Fidytek

1 Wikieł/Z3.8

1. Zadanie z Wikieł Z 3.8) moja wersja nr [nrWersji]
Zbadać monotoniczność ciągu określonego rekurencyjnie.

$$\begin{cases} a_1 = [p1] \\ a_{n+1} = [a]a_n + [b]n^2 + [c]n + [d] \quad \text{dla } n \geq 1 \end{cases}$$

Rozwiązanie (autor Wojciech Przybylski , recenzent):

$$a_2 = a_{1+1} = [a] \cdot [p1] + [b] \cdot (1)^2 + [c] \cdot 1 + [d] = [a2]$$

Dowód indukcyjny:

I Sprawdzenie $[a2] = a_2 > a_1 = [a]$

II Założenie niech $n \geq 1$ takie, że $a_{n+1} > a_n$

III Krok indukcyjny Udowodnimy, że $a_{n+2} > a_{n+1}$

$$\begin{aligned} a_{n+2} &= [a]a_{n+1} + [b](n+2)^2 + [c](n+2) + [d] = \\ &= [a]a_{n+1} + [b](n^2 + 2n + 1 + 2n + 3) + [c](n+1+1) + [d] = \\ &= [a]a_{n+1} + [b](n+1)^2 + [c](n+1) + [d] + [b](2n+4) > \\ &\quad - - - \text{z założenia } a_{n+1} > a_n \text{ oraz } [b](2n+4) > 0 - - - \\ &> [a]a_n + [b](n+1)^2 + [c](n+1) + [d] = a_{n+1} \end{aligned}$$

$$a_{n+2} > a_{n+1}$$

Dowód indukcyjny jest spełniony ciąg rekurencyjny jest rosnący

Odpowiedź:

Ciąg rekurencyjny jest ciągiem rosnącym.

Test:

A. Ciąg rekurencyjny jest ciągiem rosnącym.

- B. Ciąg rekurencyjny jest ciągiem malejącym.
- C. Ciąg rekurencyjny jest ciągiem nierosnącym.
- D. Ciąg rekurencyjny jest ciągiem stałym
- E. Ciąg rekurencyjny nie jest monotoniczny.

Test poprawna odpowiedź:

A