

# Multizestaw zadań

Robert Fidytek

## 1 Wikieł/Z5.37n

1. Zadanie z Wikieł Z 5.37 n) moja wersja nr [nrWersji]

Wyznaczyć współrzędne punktów przegięcia wykresu podanej funkcji.

$$y = [c] \operatorname{arctg} x - [d]x$$

**Rozwiązanie (autor Natalia Danieluk , recenzent ):**

Dziedzina funkcji:  $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ .

Postępujemy według schematu:

1. Obliczamy pochodne:

$$f'(x) \stackrel{(*)}{=} \frac{[c]}{1+x^2} - [d], \quad f''(x) = -\frac{[c]}{(1+x^2)^2} \cdot 2x = -\frac{[c]x}{(1+x^2)^2}$$

i określamy ich dziedziny:  $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_{f''} = \mathbb{R}$ .

(\*)

$$y = \operatorname{arctg} x \Leftrightarrow x = \operatorname{tg} y$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{(\operatorname{tg} y)'} = \cos^2 y = \frac{\cos^2 y}{1} = \frac{\cos^2 y}{\sin^2 y + \cos^2 y} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 y} = \frac{1}{1+x^2}$$

2. Znajdujemy miejsca zerowe  $f''$ : Zauważmy, że dla każdego  $x \in \mathcal{D}_f$  mamy  $\frac{[c]}{(1+x^2)^2} > 0$ .

Wystarczy zatem zbadać znak czynnika  $(-x)$ .

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

3. Badamy znak  $f''$  po obu stronach miejsc zerowych.

$$(a) \quad f''(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 0)$$

(b)  $f''(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (0, \infty)$

Tym samym w sąsiedztwie punktu  $x = 0$  druga pochodna zmienia znak, a więc wykres funkcji ma punkt przegięcia w punkcie o współrzędnych  $(x_0, f(x_0)) = (0, 0)$ .

**Odpowiedź:**

Współrzędne punktów przegięcia to:  $(0, 0)$ .

**Test:**

A. Funkcja nie ma punktów przegięcia. B. Współrzędne punktów przegięcia to:  $(0, 0)$ . C. Współrzędne punktów przegięcia to:  $(0, -[d])$ . D. Współrzędne punktów przegięcia to:  $([d], 0)$ .

**Test poprawna odpowiedź:**

B