Multizestaw zadań

Robert Fidytek

1 Wikieł/Z5.37l

1. Zadanie z Wikieł Z 5.37 l) moja wersja nr [nrWersji]
Wyznaczyć współrzędne punktów przegięcia wykresu podanej funkcji.

$$y = [a]x^2 + \ln([b]x)$$

Rozwiązanie (autor Natalia Danieluk , recenzent):
Dziedzina funkcji: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}_+$.
Postępujemy według schematu:

1. Obliczamy pochodne:

$$f'(x) = [c]x + \frac{1}{[b]x} \cdot [b] = [c]x + \frac{1}{x}, \quad f''(x) = [c] - \frac{1}{x^2}$$

   i określamy ich dziedziny: $\mathcal{D}_{f'} = \mathcal{D}_{f''} = \mathbb{R}_+$.

2. Znajdujemy miejsca zerowe f'':

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = [c] \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{[c]} \Leftrightarrow x = \frac{1}{[d]} \vee x = -\frac{1}{[d]} \notin \mathcal{D}_f$$

3. Badamy znak f'' po obu stronach miejsc zerowych.

   (a) $f''(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (\frac{1}{[d]}, \infty)$

   (b) $f''(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (0, \frac{1}{[d]})$

Tym samym w sąsiedztwie punktu $x = \frac{1}{[d]}$ druga pochodna zmienia znak, a więc wykres funkcji ma punkt przegięcia w punkcie o współrzędnych $(x_0, f(x_0)) =$

$(\frac{1}{[d]}, \frac{1}{2} + \ln(\frac{[f]}{[g]}))$.

Odpowiedź:
Współrzędne punktów przegięcia to: $(\frac{1}{[d]}, \frac{1}{2} + \ln(\frac{[f]}{[g]}))$.

Test:
A. Funkcja nie ma punktów przegięcia. B. Współrzędne punktów przegięcia to: $(0, 0)$. C. Współrzędne punktów przegięcia to: $(\frac{1}{[c]}, \frac{1}{[c]} - \ln([c]))$. D. Współrzędne punktów przegięcia to: $(\frac{1}{[d]}, \frac{1}{2} + \ln(\frac{[f]}{[g]}))$.

Test poprawna odpowiedź:
D