Multizestaw zadań

Laura Mieczkowska

1 Wikieł/Z5.23v

1. Zadanie z Wikieł Z 5.23 v) moja wersja nr [nrWersji]
Znaleźć ekstrema lokalne funkcji $y = \frac{e^{[a]x}}{x}$.

Rozwiązanie (autor Laura Mieczkowska , recenzent):

$$y = \frac{e^{[a]x}}{x}$$

$$y' = \frac{(e^{[a]x})'x - e^{[a]x}(x)'}{x^2} = \frac{[a]e^{[a]x} \cdot x - e^{[a]x}}{x^2} = \frac{e^{[a]x}([a]x-1)}{x^2}$$

$$\frac{e^{[a]x}([a]x-1)}{x^2} = 0 \Rightarrow e^{[a]x}([a]x-1) = 0 \Rightarrow [a]x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{[a]}$$

Otrzymujemy punkt, w którym może znajdować się ekstremum. Ten punkt (wraz z dziedziną funkcji) wyznacza dwa przedziały, w których należy zbadać znak funkcji:

1. $\left(0; \frac{1}{[a]}\right)$

$$y'\left(\frac{1}{[2a]}\right) = \frac{e^{\frac{[a]}{[2a]}}(\frac{[a]}{[2a]} - 1)}{\left(\frac{1}{[2a]}\right)^2} = [2akw]\left(e^{\frac{[a]}{[2a]}} \cdot \frac{[l]}{[2a]}\right) = -[2a]e^{\frac{[a]}{[2a]}}$$

$-[2a]e^{\frac{[a]}{[2a]}}$ ma ujemny znak, więc funkcja na tym przedziale jest malejąca.

2. $\left(\frac{1}{[a]}; \infty\right)$

$$y'(1) = \frac{e^{[a]\cdot 1}([a]\cdot 1 - 1)}{1^2} = [b]e^{[a]}$$

$[b]e^{[a]}$ ma dodatni znak, więc funkcja na tym przedziale jest rosnąca.
Podsumowując, funkcja na przedziale $(0; \frac{1}{[a]})$ maleje, a następnie rośnie na

przedziale $(\frac{1}{[a]};\infty)$, wobec tego w punkcie $x=\frac{1}{[a]}$ istnieje minimum lokalne.

$$y\left(\frac{1}{[a]}\right)=\frac{e^{[a]\cdot\frac{1}{[a]}}}{\frac{1}{[a]}}=\frac{e}{\frac{1}{[a]}}=[a]e$$

Odpowiedź:
$y_{min}=y(\frac{1}{[a]})=[a]e$
Test:
A. $y_{min}=y(\frac{1}{[a]})=-[a]e$
B. $y_{min}=y(\frac{1}{[a]})=[a]e$
C. $y_{min}=y(-\frac{1}{[a]})=-[a]e$
D. $y_{min}=y(\frac{1}{[a]})=e$
Test poprawna odpowiedź:
B