true
$$\equiv \lambda x. \lambda y. x$$

false $\equiv \lambda x. \lambda y. y$

not $\equiv \lambda x.x$ false true

not true $\rightarrow (\lambda x.x \text{ false true})$ true \rightarrow true false true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x)$ false true \rightarrow false not false $\rightarrow (\lambda x.x \text{ false true})$ false \rightarrow false false true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.y)$ false true \rightarrow true

and
$$\equiv \lambda x. \lambda y. x \ y \ x$$

and true false $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x\ y\ x)$ true false \rightarrow true false true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x)$ false true \rightarrow false and false true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x\ y\ x)$ false true \rightarrow false true false $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.y)$ true false \rightarrow false and true true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x\ y\ x)$ true true \rightarrow true true true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x)$ true true \rightarrow true and false false $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x\ y\ x)$ false false \rightarrow false false $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.y)$ false true \rightarrow false

$$nand \equiv \lambda x. \lambda y. not(and x y)$$

or
$$\equiv \lambda x. \lambda y. x \ x \ y$$

or true false $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x~x~y)$ true false \rightarrow true true false $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x)$ true false \rightarrow true or false true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x~x~y)$ false true \rightarrow false false true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x~x~y)$ false true \rightarrow true true true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x~x~y)$ true true \rightarrow true true true $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x~x~y)$ false false \rightarrow false false $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x~x~y)$ false false \rightarrow false false $\rightarrow (\lambda x.\lambda y.x~x~y)$ false false \rightarrow false

$$nor \equiv \lambda x. \lambda y. not(or \ x \ y)$$