CĂN BẬC HAI
VÀ PHƯƠNG TRÌNH SỐ PHỨC

A/ TÓM TẮC KIẾN THỨC

1. Căn bậc hai của số phức

Định nghĩa: Cho số thức w. Mỗi số phức z thỏa mãn $z^2 = w$ được gọi là một căn bậc hai của w

Cách tìm căn bậc hai

a) Nếu w là số thực w=a $\in R$

* Nếu a=0, w chỉ có một căn bật hai z=0

* Nếu a>0, w có hai căn bạt hai là các số thực đối nhau $z_1 = \sqrt{a}$ chỉ căn bậc hai dương và $z_2 = -\sqrt{a}$ chỉ căn bậc hai âm

* Nếu a<0, w có hai căn bậc hai $z_1 = i\sqrt{a}$ và $z_2 = -i\sqrt{a}$

b) Trường hợp w=a+bi với $b \neq 0$

Gọi z=x+yi là một căn bật hai của w. Ta có:

$$z^2 = (x+yi)^2 = a + bi \leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$$

Giải hệ phương trình hai ẩn này để xác định phần thực và phần ảo của căn bậc hai.

2. Phương trình bậc hai: $Az^2 + Bz + C = 0$

A, B, C là các số thực, A$\neq$ 0

Xét biệt thức $\Delta = B^2 - 4AC$

Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $z_1 = z_2 = -\frac{B}{2A}$

Nếu $\Delta \neq 0$ thì phương trình có hai nghiệm $z_1 = \frac{-B+\delta}{2A}$; $z_2 = \frac{-B-\delta}{2A}$

Với δ là một căn bậc hai của Δ.

B/ LUYỆN TẬP

1. Tìm căn bậc hai của mỗi số phức sau: I; 4i; -4; $1+4\sqrt{3}\,i$

2. Giải các phương trình bậc hai sau:

a) $z^2 = z + 1$ b) $z^2 + 2z + 5 = 0$ c) $z^2 + (1-3i)z - 2(1+i) = 0$

3. Tìm hai số phức biết tổng của chúng bằng 4-I và tích của chúng bằng 5(1-i)

4.a) Giải phương trình: $(z^2 + i)(z^2 - 2iz - 1) = 0$

b) Tìm số phức B để phương trình bậc hai $z^2 + Bz + 3i = 0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng 8.

5. Tìm nghiệm phức của phương trình $\mathrm{z} + \dfrac{1}{\mathrm{z}} = \mathrm{k}$ trong các trường hợp sau:

a) k=1 b) k=$\sqrt{2}$ c) k=2i

6. Giải các phương trình sau trên C

a) $z^3 + 1 = 0$ $b)$ $z^4 - 1 = 0$ $c)$ $z^4 + 4 = 0$ $d)$ $8\,z^4 + 8\,z^3 = z + 1$

7. a) Tìm các số thực b, c để phương trình (với ẩn z): $z^2 + bz + c = 0$ nhận z=1+i làm một nghiệm

b) Tìm các số thực a, b, c để phương trình (với ẩn z): $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nhận z=1+I làm nghiệm và cũng nhận z=2 làm nghiệm