

CÁC HÀM LƯỢNG GIÁC

A/ TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$

- Với mỗi số thực $x \in \mathbb{R}$ có một góc lượng giác (OA, OM) có một số đo bằng x (rad) thì

$$\overline{OP} = y = \sin x, \quad \overline{OQ} = y = \cos x$$

- Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$, nhận mọi giá trị trong đoạn $[-1; 1]$ là hàm số lẻ, tuần hoàn với chu kỳ 2π

- Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$, nhận mọi giá trị trong đoạn $[-1; 1]$ là hàm số chẵn, tuần hoàn với chu kỳ 2π

2. Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$

– Với mỗi số thực $x \in \mathbb{R}$ sao cho $\cos x \neq 0$, tỉ số $\frac{\sin x}{\cos x}$ gọi là tang của x , kí hiệu

$$\text{là } y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad (\cos x \neq 0)$$

Tập xác định của $y = \tan x$: $D = \mathbb{R} / \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$ tan lấy mọi giá trị

thuộc $(-\infty; +\infty)$, là hàm số lẻ, tuần hoàn với chu kỳ π .

– Với mỗi số thực $x \in \mathbb{R}$ sao cho $\sin x \neq 0$, tỉ số $\frac{\cos x}{\sin x}$ gọi là cotang của x , kí hiệu

$$\text{là } y = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \quad (\sin x \neq 0)$$

Tập xác định của $y = \cot x$: $D = \mathbb{R} / \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$ cot lấy mọi giá trị

thuộc $(-\infty; +\infty)$, là hàm số lẻ, tuần hoàn với chu kỳ π .

B/RÈN LUYỆN

1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

$$a) y = \sqrt{3 - \sin x}$$

$$b) y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$c) y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}}$$

$$d) y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

Giải

a) Vì $|\sin x| \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên $3 - \sin x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó $\sqrt{3 - \sin x}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

b) $D = \mathbb{R} / \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

c) Vì $1 - \sin x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}, 1 + \cos x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên $\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}$ xác định và không

âm với mọi x sao cho: $1 + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} / \{(2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

d) Ta có:

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$$

$$D = \mathbb{R} / \left\{\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

2. Xét tính chẵn lẻ của các hàm số:

a) $y = -2\sin x$

b) $y = 3\sin x - 2$

c) $y = \sin x - \cos x$

d) $\sin x \cos^2 x + \tan x$

Giải

a) + Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng ($x \in D \rightarrow -x \in D$)

$$+ f(-x) = -2\sin(-x) = 2\sin x = -f(x)$$

Vậy hàm số là hàm số lẻ

b) $f(-x) = 3\sin(-x) - 2 = -3\sin x - 2 \neq -f(x), f(-x) \neq f(x)$

Vậy hàm số không chẵn, không lẻ

c) Hàm số không chẵn, không lẻ

d) Hàm số lẻ.

3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mỗi hàm số sau:

a) $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3$

b) $y = \sqrt{1 - \sin(x^2)} - 1$

c) $y = 4\sin\sqrt{x}$

Giải

a) Giá trị lớn nhất của hàm cos là bằng 1 nên GTLN của câu này là $M = 5$

Giá trị nhỏ nhất của hàm cos là -1 nên $m = -1$

b) $M = 0; m = -1$

c) $M=4$; $m=-4$

4. Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

a) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

b) $y = \tan|x|$

c) $y = \tan x - \sin 2x$

Giải

a) Không chẵn không lẻ

b) Hàm số chẵn

c) Hàm số lẻ

BÀI TẬP TỰ LUẬN

1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{3 - \cos x}$

b) $y = \frac{1 - \cos x}{\cos x}$

c) $y = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$

d) $y = \tan\left(4x + \frac{\pi}{6}\right)$

2. Xét tính chẵn lẻ của các hàm số:

a) $y = -25\cos x$

b) $y = 3\cos x - 2$

c) $y = \sin x + \cos x$

d) $\sin x \cos^2 x + \sin x$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Tập xác định của hàm số $y = \sin x + \cot x$ là:

A. \mathbb{R}

B. $\mathbb{R} / \{\pi/2 + k\pi\}$

C. $\mathbb{R} / \{k\pi\}$

D. \emptyset

2. Tập xác định của hàm số:

$$y = \sqrt{\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} + \sqrt{\cos x - 1}$$

A. $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

B. $\left[-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right]$

C. \emptyset

D. $\{k2\pi\}$

3. Cho các hàm số: $y = \sin x, y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), y = \sin x + \tan x$. Số các hàm số lẻ trong các hàm số đã cho là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sin(3x - 1) + 1$ là:

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 1

5. Xác định tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{3}\cos x + \sin x$ khi x lấy giá trị thuộc \mathbb{R} .

- A. $[-\sqrt{3} - 1; \sqrt{3} + 1]$ B. $[-2; 2]$
C. $(-2; 2)$ D. $[\sqrt{3} - 1; \sqrt{3} + 1]$