

# PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH

## MŨ – LOGARIT

### A/ TÓM TẮT KIẾN THỨC

#### 1. Phương trình mũ cơ bản

$$a^x = m$$

Phương trình có nghiệm:  $x = \log_a m$

#### 2. Phương trình logarit cơ bản

$$\log_a x = m$$

Phương trình có nghiệm:  $x = a^m$

#### 3. Một số phương pháp giải phương trình mũ và logarit

##### a) Phương pháp đưa về cùng cơ số

Là phương pháp dựa trên các tính chất cơ bản của hàm mũ và logarit

$$a^\alpha = a^\beta \leftrightarrow \alpha = \beta$$

$$\log_a \alpha = \log_a \beta \leftrightarrow \alpha = \beta$$

##### b) Phương pháp đặt ẩn phụ

##### c) Phương pháp logarit hóa, mũ hóa

##### d) Phương pháp sử dụng tính chất đồng biến hay nghịch biến của hàm số mũ và hàm số logarit.

#### 4. Hệ phương trình mũ và logarit

Hệ phương trình 2 ẩn có dạng:

$$\begin{cases} f_1(x, y) = g_1(x, y) & (1) \\ f_2(x, y) = g_2(x, y) & (2) \end{cases}$$

Trong đó ít nhất một trong hai phương trình (1), (2) có chứa ẩn x, hoặc y hoặc cả hai dưới dấu mũ hoặc logarit.

**Cách giải:** Sử dụng phương pháp thế, cộng đại số, đặt ẩn phụ như đã biết. Tập hợp các cặp số  $(x_0, y_0)$  đồng thời nghiệm đúng các phương trình của hệ gọi là tập nghiệm của hệ phương trình.

## 5. Bất phương trình mũ và logarit

Bất phương trình mũ và logarit (một ẩn x) có dạng:  $f(x) > g(x)$  hoặc  $f(x) \geq g(x)$  hoặc  $f(x) < g(x)$  hoặc  $f(x) \leq g(x)$ , trong đó ẩn x nằm dưới phép tính mũ hoặc logarit trong ít nhất một biểu thức f(x) hoặc g(x) hoặc cả hai. Để giải các bất phương trình này ta dựa vào các tính chất của hàm mũ, hàm logarit, mũ hóa, logarit hóa, đặc ẩn phụ, v.v..

### B/ LUYỆN TẬP

#### 1. Giải các phương trình sau:

a)  $(2 + \sqrt{3})^{2x} = 2 - \sqrt{3}$

b)  $2^{x^2-3x+2} = 4$

c)  $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$

d)  $\log_3(3^x + 8) = 2 + x$

#### 2. Giải các phương trình sau:

a)  $\log_2[x(x-1)] = 1$

b)  $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$

#### 3. Giải các phương trình sau:

a)  $2^{x+1} \cdot 5^x = 200$

b)  $0,125 \cdot 4^{2x-3} = (4\sqrt{2})^x$

#### 4. Giải các phương trình sau:

a)  $\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$

b)  $\log_{\sqrt{3}} x \cdot \log_3 x \cdot \log_9 x = 8$

#### 5. Giải các phương trình sau:

a)  $3^{x+1} + 18 \cdot 3^{-x} = 29$

b)  $27^x + 12^x = 2 \cdot 8^x$  (hướng dẫn: chia hai vế cho  $2^{3x}$  rồi đặt  $t = (3/2)^x$ )

#### 6. Giải các phương trình sau:

a)  $\log^2 x^2 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0$

b)  $\frac{\log_2 x}{\log_4 2x} = \frac{\log_8 4x}{\log_{16} 8x}$

c)  $\log_{9x} 27 - \log_{3x} 3 + \log_9 243 = 0$

#### 7. Giải các phương trình sau:

$$a) 3^{4^x} = 4^{3^x}$$

$$b) 3^{2-\log_3 x} = 81x$$

$$c) 3^x \cdot 8^{\frac{x}{x+1}} = 36$$

$$d) x^6 \cdot 5^{-\log_x 5} = 5^{-5}$$

### 8. Giải các hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} x + y = 20 \\ \log_4 x + \log_4 y = 1 + \log_4 9 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = 1 \\ 4^{-2x} + 4^{-2y} = 0,5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3^{-x} \cdot 2^y = 1152 \\ \log_{\sqrt{5}}(x + y) = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ \log_2(x + y) - \log_3(x - y) = 1 \end{cases}$$

### 9. Giải các phương trình sau:

$$a) \log_2(3 - x) + \log_2(1 - x) = 3$$

$$b) \log_2(9 - 2^x) = 10^{\log(3-x)}$$

$$c) 7^{\log x} - 5^{\log x+1} = 3 \cdot 5^{\log x-1} - 13 \cdot 7^{\log x-1}$$

$$d) 6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$$

### 10. Giải các phương trình sau:

$$a) \log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 12$$

$$b) \log_{x-1} 4 = 1 + \log_2(x - 1)$$

$$c) 3^{\log_4 x + \frac{1}{2}} + 3^{\log_4 x - \frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

### 11. Giải các phương trình sau:

$$a) \frac{1}{4^x} + 6^{\frac{1}{x}} = 9x^{\frac{1}{x}}$$

$$b) 4^{\ln x+1} - 6^{\ln x} - 2 \cdot 3^{\ln x^2+2} = 0$$

$$c) 3\sqrt{\log_2 x} - \log_2 8x + 1 = 0$$

$$d) \log_{\frac{2}{2}}(4x) + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$$

### 12. Giải các phương trình sau:

$$a) 2^{\sin^2 x} + 4 \cdot 2^{\cos^2 x} = 6$$

$$b) 4^{3+\cos 2x} - 7 \cdot 4^{1+\cos 2x} = 4^{\frac{1}{2}}$$

### 13. Giải các hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} 3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^y = 2,75 \\ 2^x - 3^y = -0,75 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \log_5 x + \log_5 7 \cdot \log_7 y = 1 + \log_5 2 \\ 3 + \log_2 y = \log_2 5 (1 + 3 \log_5 x) \end{cases}$$

**14. Giải các bất phương trình sau:**

$$a) 2^{3-6x} > 1$$

$$b) 16^x > 0,125$$

**15. Giải các bất phương trình sau:**

$$a) \log_5(3x - 1) < 1$$

$$b) \log_{\frac{1}{3}}(5x - 1) > 0$$

$$c) \log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) \geq -1$$

$$d) \log_3 \frac{1 - 2x}{x} \leq 0$$

**16. Giải các bất phương trình sau:**

$$\log_{0,5}^2 + \log_{0,5} x - 2 \leq 0$$

$$b) 2^x + 2^{-x+1} - 3 < 0$$

**17. Giải các bất phương trình sau:**

$$a) \log_{0,1}(x^2 + x - 2) > \log_{0,1}(x + 3)$$

$$a) \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + 2 \log_3(2 - x) \geq 0$$