

HÀM SỐ MŨ

A/ TÓM TẮC KIẾN THỨC

1. Lũy thừa với số mũ nguyên dương

Với $n \in \mathbb{N}^*$ thì $a^1 = a$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{(n \text{ thừa số})}$$

2. Lũy thừa với số mũ nguyên âm

Với $a \neq 0, n = 0$ hoặc $n \in \mathbb{N}$ thì: $a^0 = 1$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

3. Căn bậc n và các tính chất của nó

Với $n \in \mathbb{N}^*$ thì $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

Các tính chất:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k = a^{\frac{k}{n}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} = a^{\frac{1}{nk}}$$

4. Lũy thừa với số hữu tỉ và các tính chất

Với $n, m \in \mathbb{N}^*$ thì $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

Các tính chất:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Với $a^n > a^m$ nếu $a > 1$ thì $n > m$

Với $a^n > a^m$ nếu $a < 1$ thì $n < m$

Với $a^n > b^n$ và $n > 0$ thì $a > b$

Với $a^n > b^n$ và $n < 0$ thì $a < b$

5. Lũy thừa với số mũ thực

Lũy thừa của một số thực dương với số mũ thực có tất cả các tính chất của lũy thừa với số mũ nguyên.

LUYỆN TẬP

1. Viết các số sau dưới dạng số nguyên hay phân số tối giản:

a) $7^{-1} \cdot 14$ b) $\frac{4}{3^{-2}}$ c) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$ d) $\frac{(-18)^2 \cdot 5}{15^2 \cdot 3}$

2. Thực hiện phép tính:

a) $81^{-0,75} + \left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$ b) $0,001^{-\frac{1}{3}} - (-2)^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-1\frac{1}{3}} + (9^0)^2$
b) $27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} - 25^{0,5}$ d) $(-0,5)^{-4} - 625^{0,25} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}} + 19(-3)^{-3}$

3. Đơn giản biểu thức (với a, b là những số dương)

a) $\frac{(\sqrt[4]{a^3 b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} b^6}}}$ b) $\frac{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{4}{3}}} - \frac{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}}$

4. So sánh các số

a) $\sqrt{2}$ và $\sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt{3} + \sqrt[3]{30}$ và $\sqrt[3]{63}$ c) $\sqrt[3]{7} + \sqrt{15}$ và $\sqrt{10} + \sqrt[3]{28}$

5. So sánh các số

a) $(\sqrt{3})^{\frac{5}{6}}$ và $\sqrt[3]{3^{-1}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{3}}$ b) 3^{600} và 5^{400}
c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{5}{7}}$ và $\sqrt{2} \cdot 2^{\frac{3}{14}}$ d) 7^{30} và 4^{40}

6. Tính các biểu thức:

a) $(0,5^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}}$ b) $2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}}$ c) $3^{1+2\sqrt{2}} \cdot 9^{\sqrt{2}}$

7. Đơn giản các biểu thức:

$$a) A = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{\sqrt{5}-3} \cdot a^{4-\sqrt{5}}}$$

$$b) B = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$$

8. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số mũ hữu tỉ:

$$a) A = \sqrt[4]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x}} \quad (x > 0)$$

$$b) B = \sqrt[5]{\frac{b}{a} \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{b}}} \quad (a > 0, b > 0)$$

$$c) C = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}}$$

$$d) D = \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}} : a^{\frac{11}{16}} \quad (a > 0)$$

9. Đơn giản biểu thức:

$$a) A = a^{-2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1}$$

$$b) B = \left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1} \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}}$$

$$c) C = \frac{a^{2\sqrt{2}} - b^{2\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{3}})^2} + 1$$

$$d) D = \sqrt{(x^\pi + y^\pi)^2 - \left(4^{\frac{1}{\pi}xy}\right)^\pi}$$

10. Tìm các số thực α biết:

$$a) \frac{1}{2}(a^\alpha + a^{-\alpha}) = 1 \quad (a > 0) \quad b) 3^{|\alpha|} < 27$$

11. Giải các phương trình sau đây bằng cách đặt $t = \sqrt[4]{x}$

$$a) \sqrt{x} + \sqrt[4]{x} = 2 \quad b) \sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x} + 2 = 0$$

12. Giải các bất phương trình:

$$a) x^4 < 3 \quad b) x^{11} \geq 7 \quad c) x^{10} > 2 \quad d) x^3 \leq 5$$