

CÁC PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC NÂNG CAO

A/ TÓM TẮT KIẾN THỨC

1. Phương trình bậc nhất sin, cos

$$a\sin x + b\cos x + c = 0$$

Cách giải: chia hai vế cho $\sqrt{a^2 + b^2}$

2. Phương trình bậc hai sin, cos

$$a\sin^2 x + b\sin x \cos x + c\cos^2 x = d$$

Cách giải: chia hai vế cho $\cos^2 x$

Chú ý: Sau cùng phải xét $\cos x = 0$ có phải nghiệm phương trình không (tránh bỏ sót nghiệm)

3. Đặt ẩn phụ

Biến đổi đưa phương trình về ẩn mới có dạng đơn giản hơn.

B/ LUYỆN TẬP

1. Giải các phương trình sau:

a) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

b) $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$

c) $\sqrt{3}\tan^2 x - (1 + \sqrt{3})\tan x + 1 = 0$

Giải

a) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = k2\pi$

b) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

c) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

2. Giải các phương trình sau:

a) $2\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x \cos x - \cos^2 x = 4$

b) $3\sin^2 x + 4\sin 2x - (8\sqrt{3} - 9)\cos^2 x = 0$

c) $\sin^2 x + \sin 2x - 2\cos^2 x = \frac{1}{2}$

Giải

a) $\cos x = 0$ không là nghiệm của phương trình.

Với $\cos x \neq 0$ ta được:

$$2\tan^2x - 3\sqrt{3}\tan x + 5 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

b) $\cos x \neq 0$ phương trình tương đương:

$$3\tan^2x - 8\tan x + 8\sqrt{3} - 9 = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + k\pi ; \quad x = \arctan\left(-\frac{8}{3} + \sqrt{3}\right) + k\pi$$

c) $\cos x \neq 0$ phương trình tương đương:

$$\tan^2x + 2\tan x - 2 = \frac{1}{2}(1 + \tan^2x) \leftrightarrow \tan = -5, \quad \tan x = -1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi ; \quad x = \arctan(-5) + k\pi$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

1. Sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích hoặc tích thành tổng để giải các phương trình sau:

a) $\cos x \cos 5x = \cos 2x \cos 4x$

b) $\cos 5x \sin 4x = \cos 3x \sin 2x$

c) $\sin 2x + \sin 4x = \sin 6x$

d) $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$

2. Tìm nghiệm của các phương trình sau:

a) $\cos 2x + 10\sin x + 1 = 0$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

b) $4\cos 2x + 3 = 0$ trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

c) $\cot^2 x - 3\cot x - 10 = 0$ trên $(0; \pi)$

d) $5 - \tan 3x = 0$ trên $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right)$

3. Giải các phương trình sau:

a) $3\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 0$

b) $3\sin^2 2x - \sin 2x \cos 2x - 4\cos^2 2x = 2$

c) $2\sin^2 x + (3 + \sqrt{3})\sin x \cos x + (\sqrt{3} - 1)\cos^2 x = -1$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Tìm nghiệm của phương trình lượng giác: $\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0$

A. $x = k180^\circ; x = \pm 30^\circ + k180^\circ$

B. $x = k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

C. $x = \pm 45^\circ + k360^\circ$

D. $x = \pm 60^\circ + k180^\circ; = k90^\circ$

2. Tìm nghiệm của phương trình lượng giác: $4\sin^2 x - 4\cos x - 1 = 0$

A. $x = \pm 60^\circ + k360^\circ$

B. $x = \pm 30^\circ + k360^\circ$

C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$

3. Tìm nghiệm của phương trình lượng giác: $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 1$

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

C. $x = 45^\circ + k180^\circ; x = 30^\circ + k180^\circ$

D. $x = 90^\circ + k360^\circ; x = 30^\circ + k360^\circ$

4. Tìm nghiệm của phương trình lượng giác:

$$\frac{1}{3}\sin 2x - \cos 2x = 1$$

A. $x = 90^\circ + k360^\circ; x = \arcsin \frac{\sqrt{10}}{10} + k360^\circ$

B. $x = 90^\circ + k180^\circ; x = \arccos \frac{1}{\sqrt{10}} + k180^\circ$

C. $x = 45^\circ + k180^\circ; x = \arccos \frac{\sqrt{10}}{10} + k180^\circ$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \arcsin \frac{\sqrt{10}}{10} + k\pi$

5. Tìm nghiệm của phương trình lượng giác:

$$2\sin^2 x + 3\cos^2 x = 5\sin x \cos x$$

A. $x = \arctan \frac{2}{3} + k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

B. $x = \arctan \frac{3}{2} + k180^\circ; x = 45^\circ + k180^\circ$

$$C. x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi$$

$$D. x = \frac{\pi}{3} + k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

6. Tìm nghiệm của phương trình lượng giác:

$$4\sin x + 6\cos x = \frac{1}{\cos x}$$

$$A. x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \arctan 2 + k\pi$$

$$B. x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \arctan 5 + k\pi$$

$$C. x = \frac{\pi}{3} + k\pi; x = \arctan 3 + k\pi$$

$$D. x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \arctan 2 + k\pi$$