

# NGUYÊN HÀM

## A/ TÓM TẮT KIẾN THỨC

### 1. Định nghĩa

Hàm số  $F(x)$  gọi là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nếu  $F'(x) = f(x)$

Kí hiệu:

$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad (C \text{ là hằng số bất kỳ})$$

$\int f(x)dx$  gọi là tích phân bất định của  $f(x)$

$F(x) + C$  gọi là họ nguyên hàm của  $f(x)$

### 2. Tính chất

$$a) \int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx \\ = F(x) + G(x) + C$$

$$b) \int af(x)dx = a \int f(x)dx = aF(x) + C$$

### 3. Phương pháp đổi biến số

$$\int f(u)du = F(u) + C$$

trong đó  $u = u(x)$  với  $dx = \frac{du}{u'}$

### 4. Phương pháp tích phân từng phần

$$\int u(x).v'(x)dx = u(x).v(x) - \int u'(x).v(x)dx$$

## B/ LUYỆN TẬP

1. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

$$a) f(x) = 3x^2 + \frac{x}{2}$$

$$b) f(x) = 2x^2 - 5x + 7$$

$$c) f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}$$

$$d) f(x) = x^{-\frac{1}{3}}$$

$$e) f(x) = 10^x$$

2. Tìm

$$a) I_1 = \int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})dx$$

$$b) I_2 = \int \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x}}{x^2}dx$$

## 5. Bảng nguyên hàm

HÀM SỐ	HỌ NGUYÊN HÀM
$f(x) = 0$	$F(x) = C$
$f(x) = a$	$F(x) = ax + C$
$f(x) = x^n$	$F(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = \ln x  + C$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C$
$f(x) = a^x$	$F(x) = \frac{a^x}{\ln a} + C$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x + C$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x + C$
$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$	$F(x) = \tan x + C$
$f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$	$F(x) = -\cot x + C$
$f(x) = \tan x$	$F(x) = -\ln \cos x  + C$
$f(x) = \cot x$	$F(x) = \ln \sin x  + C$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$F(x) = \arcsin x + C$
$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$F(x) = \arctan x + C$

$$c) I_3 = \int 4\sin^2 x dx$$

$$d) I_4 = \int \frac{1 + \cos 4x}{2} dx$$

3. Dùng phương pháp đổi biến số, tìm nguyên hàm các hàm số sau:

$$a) f(x) = \frac{9x^2}{\sqrt{1-x^3}} \quad (\text{hướng dẫn: đặt } u = 1 - x^3)$$

$$b) f(x) = \frac{1}{\sqrt{5x+4}} \quad (\text{hướng dẫn: đặt } u = 5x + 4)$$

$$c) f(x) = x\sqrt[4]{1-x^2} \quad (\text{hướng dẫn: đặt } u = 1 - x^2)$$

$$d) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} \quad (\text{hướng dẫn: đặt } u = 1 + \sqrt{x})$$

4. Dùng phương pháp tích phân từng phần, tìm các nguyên hàm sau:

$$a) f(x) = x \sin \frac{x}{2} \quad b) f(x) = x^2 \cos x$$

$$c) f(x) = x e^x \quad d) f(x) = x^3 \ln 2x$$

5. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

$$a) f(x) = 3x\sqrt{7-3x^2} \quad b) f(x) = \cos(3x+4)$$

$$c) f(x) = \frac{1}{\cos^2(3x+2)} \quad d) f(x) = \sin^5 \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3}$$

6. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

$$a) f(x) = x^2 \left( \frac{x^3}{18} - 1 \right)^5 \quad b) f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$$

$$c) f(x) = x^3 e^x \quad d) f(x) = e^{\sqrt{3x-9}}$$

7. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

$$a) f(x) = x^2 \cos 2x \quad b) f(x) = \sqrt{x} \ln x$$

$$c) f(x) = \sin^4 x \cos x \quad d) f(x) = x \cos(x^2)$$