

V27

## **Der Zeeman-Effekt**

Benjamin Schäfer  
benjamin.schaefer@tu-dortmund.de

Jan Gaschina  
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 12.01.2022

Abgabe:

TU Dortmund – Fakultät Physik

## Inhaltsverzeichnis

# 1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuchs ist die Überprüfung des Zeeman-Effekts bei niedrigen Flusstärken am Beispiel von Cadmium.

Der Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung der Energieniveaus eines Atoms unter Einfluss eines konstanten externen Magnetfeldes. Bei niedrigen Flusstärken wird zwischen normalen und anomalen Zeeman-Effekt unterschieden. Beide Effekte werden in diesem Versuch mittels der Spektrallinien-Aufspaltung an Cadmium untersucht. Dabei wird auch die Polarisation der emittierten Strahlung berücksichtigt.

## 2 Theorie

In diesem Kapitel werden die theoretischen Hintergründe dieses Versuches erläutert.

### 2.1 Energieniveaus und LS-Näherung

Gebundene Elektronen in einem Atom besitzen diskrete Energien, sogenannte Energieniveaus. Ohne Einfluss eines äußeren Magnetfeldes lassen sich diese durch folgende Quantenzahlen charakterisieren:

- $n$  Hauptquantenzahl
- $l$  Neben-/Bahndrehimpulsquantenzahl
- $m_l$  Magnetquantenzahl

Der Spin der Elektronen wechselwirkt mit dem Bahndrehimpuls, was als Spin-Bahn-Kopplung verstanden wird. Bei leichten Atomen mit geringer Kernladung spielt diese für die einzelnen Elektronen jedoch eine untergeordnete Rolle, weshalb es sich anbietet hier die sogenannte LS-Kopplung als Näherung zu verwenden. In der LS-Kopplung werden die Bahndrehimpulse  $\hat{l}_i$  der  $N$  Elektronen zu einem Bahndrehimpuls  $\hat{L}$  mit Quantenzahl  $L$  zusammengefasst durch:

$$\hat{L} = \sum_{i=1}^N \hat{l}_i \quad (1)$$

Analog werden die einzelnen Spins  $\hat{s}_i$  zu einem Spin  $\hat{S}$  mit Quantenzahl  $S$  aufaddiert.

$$\hat{S} = \sum_{i=1}^N \hat{s}_i \quad (2)$$

Für Berechnungen der Spin-Bahn-Kopplung relevant ist dann der Gesamtdrehimpuls  $\hat{J} = \hat{L} + \hat{S}$ . Die zugehörige Quantenzahl ist  $J$ . Energieniveaus werden in der LS-Näherung in folgender Form angegeben:

$$^{2S+1}L_J \quad (3)$$

Die Bahndrehimpulsquantenzahl  $L$  wird dabei durch Buchstaben anstelle von Zahlen gekennzeichnet. Die Buchstaben  $S, P, D, F$  entsprechen den Zahlen 0, 1, 2, 3. Im folgenden wird die LS-Kopplung als gegebene und gute Näherung angenommen.

## 2.2 normaler Zeeman-Effekt

Unter dem normalen Zeeman-Effekt wird die Aufspaltung derer Energieniveaus, dessen Spinquantenzahl  $S = 0$  ist, unter Einfluss eines externen Magnetfeldes verstanden. Das aus dem Bahndrehimpuls  $\hat{L}$  der Elektronen resultierende magnetische Moment wechselwirkt mit dem externen Magnetfeld und bewirkt eine Aufspaltung des Energieniveaus in  $2L + 1$  Niveaus. Bei  $L = 0$  findet keine Wechselwirkung und somit keine Aufspaltung in mehrere Niveaus statt. Die Verschiebung  $\Delta E$  der Energie zum ursprünglichen Energieniveau berechnet sich zu:

$$\Delta E = \mu_B B m_L \quad (4)$$

Wobei  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton und  $m_L$  die Magnetquantenzahl zur z-Komponente des Bahndrehimpulses  $\hat{L}_z$  bezeichnet.

## 2.3 anormaler Zeeman-Effekt

Ist die Spinquantenzahl  $S \neq 0$  so findet selbst bei  $L = 0$  unter Einfluss eines schwachen Magnetfeldes eine Aufspaltung der Energieniveaus statt. Dieser Effekt wird anormaler Zeeman-Effekt genannt. Der Begriff eines schwachen Magnetfeldes bezeichnet hierbei, dass der Einfluss des Magnetfeldes auf die Energieniveaus kleiner sein soll als der Einfluss der Spin-Bahn-Kopplung. Der nicht-verschwindende Spin  $\hat{S}$  verursacht einen nicht-verschwindenden Anteil am magnetischen Moment des Atoms. Die Wechselwirkung des externen Magnetfeldes findet mit dem Gesamtdrehimpuls  $\hat{J}$  statt. Die Energieniveaus spalten sich somit in  $2J + 1$  Niveaus auf. Die Verschiebung  $\Delta E$  der Energie zum ursprünglichen Energieniveau berechnet sich zu:

$$\Delta E = g_J \mu_B B m_J \quad (5)$$

dabei bezeichnet  $m_J$  die Magnetquantenzahl zur z-Komponente des Gesamtdrehimpulses  $\hat{J}_z$  und  $g_J$  den Landé-Faktor. Der Landé-Faktor berechnet sich über:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2 \cdot J(J+1)} \quad (6)$$

## 2.4 Spektrallinien

Beim Übergang von einem höheren Energieniveau in ein niedrigeres wird elektromagnetische Strahlung emittiert, dessen Energie der Energiedifferenz der beiden Niveaus entspricht. Die in diesem Versuch untersuchten Spektrallinien entstehen durch folgende Übergänge von Cadmium:

1.  $^1P_1 \leftrightarrow ^1D_2$   
 $\lambda = 643,8 \text{ nm}$
2.  $^3S_1 \leftrightarrow ^3P_1$   
 $\lambda = 480,0 \text{ nm}$

wobei  $\lambda$  die Wellenlänge der emittierten Strahlung des jeweiligen Überganges bezeichnet. Liegt ein äußeres Magnetfeld an, spaltet sich das Niveau  $^1D_2$  in fünf Niveaus auf, während alle anderen Niveaus sich nur in drei aufspalten. Erlaubte Übergänge der aufgespaltenen Niveaus sind nur solche bei denen sich  $m_J$  nur um maximal 1 ändert.

Unterschieden werden die Übergänge nach:

- $\Delta m_J = 0$   
Diese Übergänge werden  $\pi$ -Übergänge genannt
- $\Delta m_J = \pm 1$   
Diese Übergänge werden  $\sigma_+$ - bzw  $\sigma_-$ -Übergänge genannt

Die Strahlung aus  $\pi$ -Übergängen ist parallel zum angelegten Magnetfeld polarisiert, während sie bei  $\sigma_{\pm}$ -Übergängen in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld zirkular polarisiert ist. Letztere Polarisation wird in diesem Versuch als senkrecht zum Magnetfeld wahrgenommen, da dies der Projektion zirkular-polarisierter Strahlung auf eine entfernte Ebene parallel zum Magnetfeld entspricht.

Die  $\pi$ -Übergänge von  $^1P_1 \leftrightarrow ^1D_2$  haben nach ?? die gleiche Energieverschiebung, womit sich keine Spektrallinien-Aufspaltung feststellen lässt. Bei  $^3S_1 \leftrightarrow ^3P_1$  sind die Energieverschiebungen der beiden Niveaus nach ?? aufgrund von verschiedenen Landé-Faktoren unterschiedlich, weshalb die Spektrallinie sich in drei aufteilt. Aufgrund der geringen Aufspaltung bei den, in diesem Versuch verfügbaren, Magnetflussstärken sind diese aber kaum oder gar nicht zu unterscheiden.

Die Spektrallinien der  $\sigma_{\pm}$ -Übergänge spalten sich alle auf, aber auch hier ist im Rahmen dieses Experiments nur eine Aufspaltung in jeweils drei Linien unterscheidbar.

## 2.5 Lummer-Gehrcke Platte

Die Lummer-Gehrcke Platte besteht aus einem optischen Element durch das ein einfallender Strahl auf zwei planparallele Platte geleitet wird. Dort wird der Strahl zwischen den beiden Platten hin und her reflektiert und bei jeder Reflexion tritt ein Bruchteil aus der Lummer-Gehrcke Platte aus. Diese Strahlen sind parallel und haben einen äquidistanten

Abstand zueinander.

Der Austrittswinkel hängt unter anderem von der Wellenlänge der einfallenden Strahlung ab, wodurch sich damit die Aufspaltung einer Spektrallinie beobachten lässt in Form einer räumlichen Aufteilung der Austretenden Strahlung. Das Auflösungsvermögen der Lummer-Gehrke Platte wird beschrieben durch:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{L(n^2 - 1)}{\lambda} \quad (7)$$

Das Dispersionsgebiet  $\Delta\lambda$  in welchem die Strahlen nicht interferieren ist gegeben durch:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d\sqrt{n^2 - 1}} \quad (8)$$

### 3 Fehler

Der Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=0} x_i \quad (9)$$

Die Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (10)$$

Der Fehler des Mittelwertes:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_{x_n}^2} \quad (12)$$

Die Prozentuale Abweichung:

$$Abweichung = \frac{ExperimentellerWert - Theoriewert}{Theoriewert} \times 100 \quad (13)$$

## 4 Durchführung

In diesem Kapitel sollen die einzelnen Schritte des Versuches erklärt werden.

Zunächst wird mittels einer Hall-Sonde die Magnetflussstärke des verwendeten Elektromagneten vermessen, um den Zusammenhang zwischen der Flusstärke und der eingestellten Stromstärke berechnen zu können.

Danach wird der Versuch wie in ?? aufgebaut. Das aus der Spektrallampe tretende Licht wird auf ein Geradsichtprisma fokussiert. Dieses lenkt das Licht wellenlängenabhängig ab. Ein eingebrachter Polarisationsfilter lässt danach die verschiedenen Übergänge voneinander trennen. Der Spalt  $S_2$  lässt je nach Einstellung nur einen kleinen Wellenlängenbereich, um die zu untersuchende Wellenlänge hindurch. Zuletzt wird das Licht durch eine Linse auf die Lummer-Gehrcke Platte geleitet und danach mittels einer Kamera photographiert.

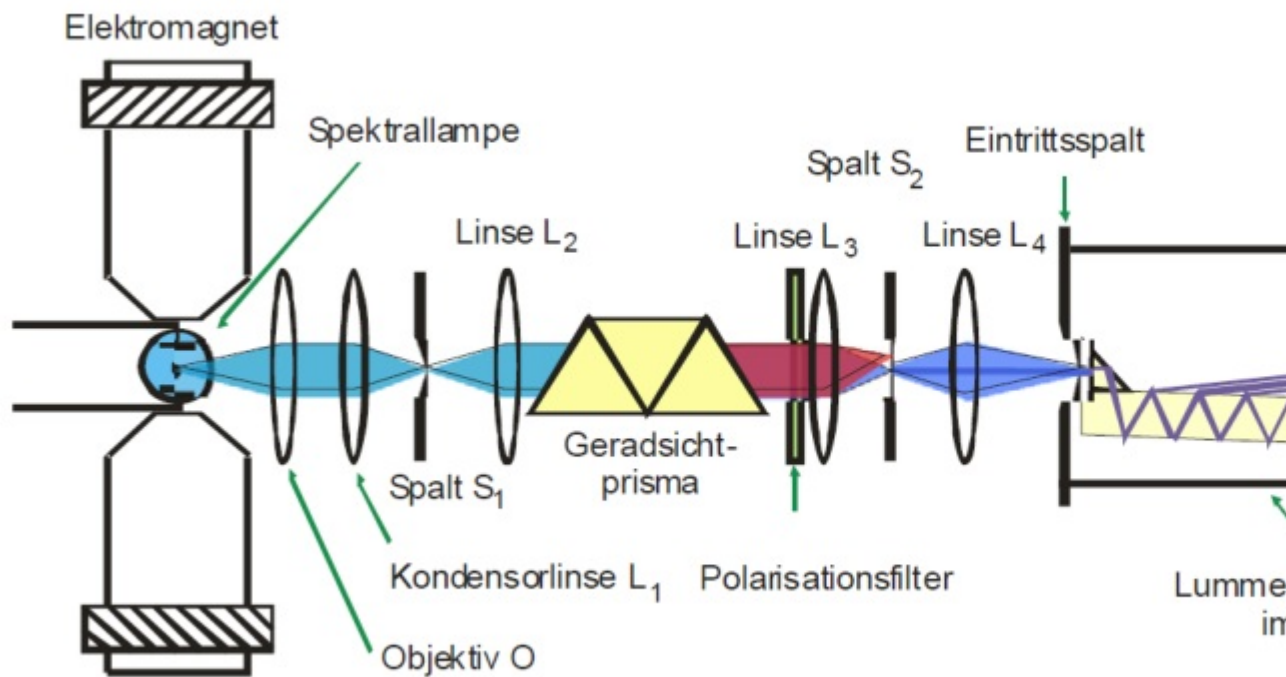


Abbildung 1: Versuchsaufbau

Untersucht wurde die Aufspaltung der Spektrallinien bei 480 nm und 643,8 nm Wellenlänge. Dazu wurde jeweils vier Photos gemacht. Zwei Photos mit eingeschaltetem Magnetfeld für parallel zum Magnetfeld und senkrecht dazu polarisierte Strahlung und zwei Photos ohne Magnetfeld für dieselben Polarisierungen.

## 5 Auswertung

In diesem Kapitel werden die aufgenommenen Messwerte ausgewertet.

### 5.1 Vorbereitung

#### 5.1.1 Luhmer-Gehrcke Platte

Die Eigenschaften der Luhmer-Ghercke Platte lassen sich mit den Materialeigenschaften der Platte bestimmen. Die in diesem Versuch verwendete Luhmer Ghercke Platte hat die Maße  $d = 4 \text{ mm}$ ,  $L = 120 \text{ mm}$ . Die beiden Spektrallinien welche betrachtet werden sollen sind:

$$\lambda_{rot} = 643,8 \text{ nm und } \lambda_{blau} = 480,0 \text{ nm.}$$

Für diesen Versuchsaufbau ergeben sich die Wellenlängenabhängigen Brechungsindizes:

$$n_{rot} = 1.4567 \text{ und } n_{blau} = 1.4635.$$

Mit diesen Angaben kann dann über ?? das Auflösungsvermögen  $A$  und über ?? das Dispersionsgebiet  $\Delta\lambda$  berechnet werden. Die Ergebnisse sind in ?? dargestellt.

**Tabelle 1:** Wellenlängenabhängige Werte der Lummer-Gehrcke Platte.

Größe	643,8 nm	480,0 nm
A	209128.59	285458.06
$\Delta\lambda/\text{pm}$	48.91	26.95

#### 5.1.2 Bestimmung der Landé-Faktoren

Die Unterschiede in der Aufspaltung der Spektrallinien ist abhängig von den Landé Faktoren  $g_j$ . Für den roten Übergang zwischen den Niveaus  $^1P_1 \leftrightarrow ^1D_2$  und den blauen Übergang zwischen den Niveaus  $^3S_1 \leftrightarrow ^3P_1$  ergeben sich für die einzelnen Landé Faktoren, mit ?? die Werte in ??. Mit der Notation  $^{2S+1}L_J$  für die Niveaus, wobei  $L$  der Name des Niveaus ist, welchem ein fester Drehimpuls zugeordnet ist, ergibt sich Für die

**Tabelle 2:** Berchnung der Landé-Faktoren.

Niveau	J	S	L	$g_j$
$^1P_1$	1	0	1	1
$^1D_2$	2	0	2	1
$^3S_1$	1	1	0	2
$^3P_1$	1	1	1	$\frac{2}{2}$

Energiedifferenz zwischen den einzelnen Niveaus ergeben sich nun aus ?? folgend die Werte für den normalen Zeeman Effekt in ??.



**Tabelle 3:** Berchnung der Landé-Faktoren.

643,8 nm	m =-1	m =0	m =+1
	$\mu_B B$	0	$\mu_B B$

## 5.2 Vermessung des Elektromagneten

Es ist aufgrund des Versuchsaufbaus nicht möglich die magnetische Flussdichte  $B$  zwischen den beiden Polschuhen des Elektromagneten zu bestimmen während die Cadmiumdampf-lampe eingeführt ist. Daher muss das Magnetfeld vorher mittels einer Hallsonde in abhängigkeit vom Spulenstrom ausgemessen werden. Wenn die Cadmiumdampf-lampe dann eingeführt ist muss nurnoch der passende Spulenstrom eingestellt werden. In ?? sind die Messdaten für die abfallende Seite der Hysteresekurve dargestellt.

**Tabelle 4:** In der Tabelle sind die Messdaten für den Spulenstrom  $I$  und die resultierende Flussdichte  $B$  dargestellt.

$I/[A]$	$B/[mT]$
5.0	452.1
4.8	440.4
4.6	430.2
4.4	415.4
4.2	403.4
4.0	388.0
3.8	371.7
3.6	356.7
3.4	338.8
3.2	320.9
3.0	305.5
2.8	288.2
2.6	266.8
2.4	248.8
2.2	229.6
2.0	209.2
1.6	169.8
1.2	131.1
0.8	89.4
0.4	50.7
0.0	9.9

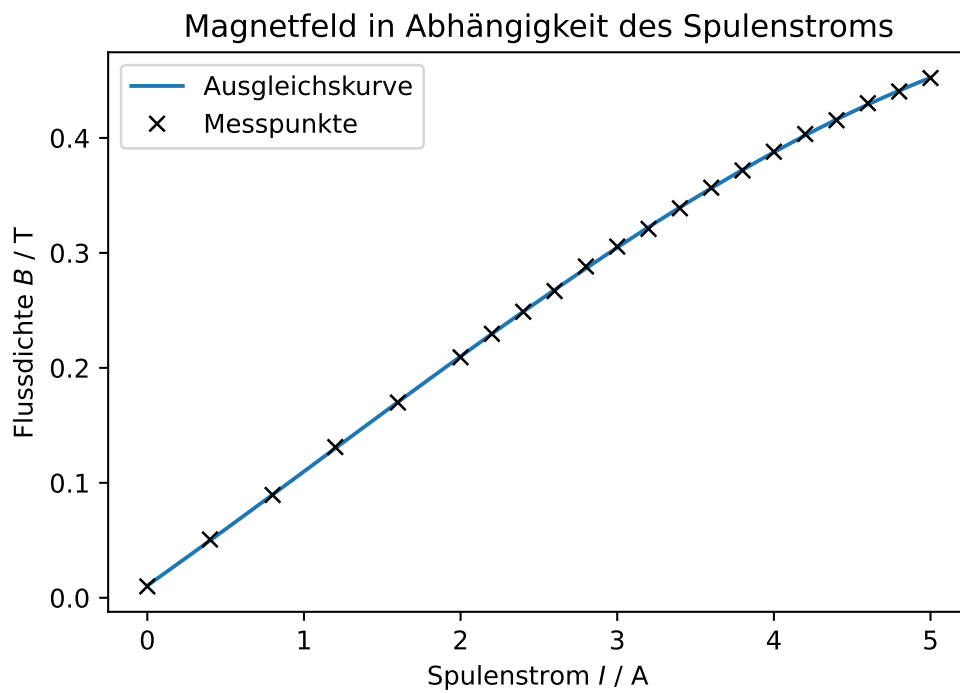
Die Daten aus ?? wurden in ?? dargestellt. Zudem wurde an die Daten ein Polynom dritten Grades angepasst die verwendeten Parameter lauten:

$$a_3 = -0.00105 \pm 0.00008$$

$$a_2 = 0.00359 \pm 0.00062$$

$$a_1 = 0.09673 \pm 0.00135$$

$$a_0 = 0.01059 \pm 0.00080$$



**Abbildung 2:** Magnetische Flussdichte des verwendeten Elektromagneten in Abhängigkeit des Spulenstroms.

**Tabelle 5:** Daten aus:blau mit magnet 0 (2).

Linie Nr.	Breite/[px]	Helligkeit
0	11	189.36
1	24	187.67
2	38	189.55
3	79	191.81
4	39	189.21
5	37	189.19
6	37	190.11
7	37	189.78
8	37	189.65
9	37	190.41
10	36	189.22
11	38	188.0
12	33	187.67
13	33	186.45
14	34	186.24
15	30	185.43
16	30	183.6
17	15	182.8

**Tabelle 6:** Daten aus:blau mit magnet 90 (2).

Linie Nr.	Breite/[px]	Helligkeit
0	15	179.67
1	17	179.82
2	22	182.14
3	22	181.41
4	19	181.0
5	20	180.3
6	19	180.0
7	16	180.06
8	15	180.27
9	15	179.8
10	22	180.59
11	19	181.21
12	21	180.9
13	17	180.35
14	15	178.6
15	17	179.94
16	15	178.93
17	14	178.29
18	20	180.2
19	19	180.58
20	15	179.33
21	19	178.68

**Tabelle 7:** Daten aus:blau ohne magnet 0 (2).

Linie Nr.	Breite/[px]	Helligkeit
0	11	164.09
1	13	175.15
2	17	175.47
3	17	180.41
4	19	182.84
5	19	185.68
6	18	187.78
7	19	185.0
8	19	184.89
9	18	184.33
10	18	184.17
11	19	182.47
12	18	184.72
13	19	184.63
14	19	184.37
15	19	183.47
16	19	183.95
17	18	186.78
18	17	188.82
19	18	186.78
20	19	184.42
21	19	184.68
22	19	182.84
23	18	184.11
24	18	183.11
25	17	186.29
26	17	181.18
27	15	179.8
28	16	180.25
29	15	171.8
30	13	163.62
31	12	156.75

**Tabelle 8:** Daten aus:blau ohne magnet 90 (2).

Linie Nr.	Breite/[px]	Helligkeit
0	11	160.36
1	11	161.64
2	11	158.73
3	11	159.27
4	11	159.27
5	11	159.82
6	13	158.92
7	12	162.17
8	12	159.25
9	11	160.64
10	12	157.92
11	12	157.92
12	13	158.85
13	13	161.92
14	11	157.64
15	12	161.42
16	13	159.77
17	11	158.55
18	13	157.85

**Tabelle 9:** Daten aus:rot mit magnet 0 (2).

Linie Nr.	Breite/[px]	Helligkeit
0	62	14.66
1	69	15.48
2	76	16.49
3	77	16.91
4	84	16.71
5	85	15.73
6	86	15.16
7	90	14.39
8	92	14.22
9	67	13.73
10	26	11.85
11	54	12.83
12	15	11.13
13	31	12.23

**Tabelle 10:** Daten aus:rot mit magnet 90 (2).

Linie Nr.	Breite/[px]	Helligkeit
0	40	17.05
1	57	19.98
2	58	20.95
3	58	21.81
4	60	21.18
5	64	20.53
6	62	19.52
7	65	18.57
8	64	17.73
9	69	16.94
10	71	15.97
11	53	15.49
12	56	14.2
13	38	13.68

**Tabelle 11:** Daten aus:rot ohne magnet 0 (2).

Linie Nr.	Breite/[px]	Helligkeit
0	17	12.12
1	24	16.04
2	26	15.92
3	28	16.07
4	29	15.14
5	30	15.0
6	28	14.36
7	28	13.46
8	28	13.43
9	27	13.11
10	26	12.5
11	25	10.76
12	20	10.3

**Tabelle 12:** Daten aus:rot ohne magnet 90 (2).

Linie Nr.	Breite/[px]	Helligkeit
0	18	10.56
1	26	13.31
2	31	13.48
3	33	14.0
4	39	13.36
5	34	14.06
6	32	13.09
7	35	12.37
8	35	11.74
9	36	11.97
10	33	10.82
11	27	10.52
12	19	10.11



## **6 Diskussion**

Dieses Kapitel befasst sich mit der Diskussion der im ?? erhaltenen Ergebnisse.