

V46

# Der Faradayeffekt

Benjamin Schäfer  
benjamin.schaefer@tu-dortmund.de

Jan Gaschina  
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 02.02.2022

Abgabe:

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Das Bändermodell . . . . .	3
2.2	Die effektive Masse . . . . .	3
2.3	Dotierung . . . . .	4
2.3.1	n-Dotierung . . . . .	4
2.3.2	p-Dotierung . . . . .	4
2.4	Doppelbrechung . . . . .	4
2.4.1	Das Glan-Thompson-Prisma . . . . .	5
2.5	Die zirkulare Doppelbrechung . . . . .	5
2.6	Der Faradayeffekt . . . . .	5
2.6.1	Berechnung des Rotationswinkels der Polarisations-ebene . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Fehler</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
4.1	Aufbau . . . . .	8
4.2	Justierung der Messapparatur . . . . .	8
4.3	Versuchsdurchführung . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>11</b>
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Literatur</b>	<b>11</b>

# 1 Zielsetzung

Eine elektromagnetische Welle, welche linear polarisiert ist, kann in einem für die Welle durchlässigen Medium, welches von einem parallel zur Wellenausbreitungsrichtung gerichteten Magnetfeldes durchströmt wird, eine Drehung der Polarisationssebene um die Achse der Ausbreitungsrichtung erfahren. Dieser Vorgang wird als Faradayeffekt bezeichnet. Mithilfe dieses Effektes soll im folgenden die effektive Masse  $m^*$  von Elektronen im Leitungsband von verschiedenen n-dotierten Proben des Halbleiters Galliumarsenid bestimmt werden.

## 2 Theorie

In diesem Kapitel werden die theoretischen Hintergründe dieses Versuches erläutert. Dabei wird insbesondere auf die in der Durchführung verwendeten Schaltungen eingegangen.

### 2.1 Das Bändermodell

Ein einzelnes Atom besitzt nur diskrete Energieniveaus auf denen sich Elektronen befinden können. In einem Festkörper dürfen die Energieniveaus der Atome allerdings nicht vollständig gleich sein und unterscheiden sich daher minimal, sind aber dennoch nah genug beieinander, dass die Elektronen problemlos zwischen den Niveaus wechseln können, sie sind quasikontinuierlich. So ergeben sich die sogenannten Bänder. Bänder, die vollständig mit Elektronen gefüllt sind, tragen nicht zur elektrischen Leitfähigkeit bei, sie heißen Valenzbänder. Die Bänder sind im Energieraum ausgedehnt und können sich mit anderen Bändern überschneiden, oder durch eine Bandlücke voneinander getrennt sein. Bei einer großen Bandlücke und keinen Elektronen im Leitungsband ist der Stoff ein Isolator. Hier ist die Bandlücke so groß, dass auch bei hohen Temperaturen keine nennenswerte Zahl von Elektronen in das Leitungsband aufsteigen kann und so auch bei hohen Temperaturen keine elektrische Leitfähigkeit entsteht. Bei einer schmalen Bandlücke ist der Stoff ein Halbleiter. Hier können durch thermische Anregung genug Elektronen ins Leitungsband aufsteigen, um elektrische Leitfähigkeit zu gewährleisten. Am absoluten Nullpunkt leiten intrinsische Halbleiter keinen Strom.

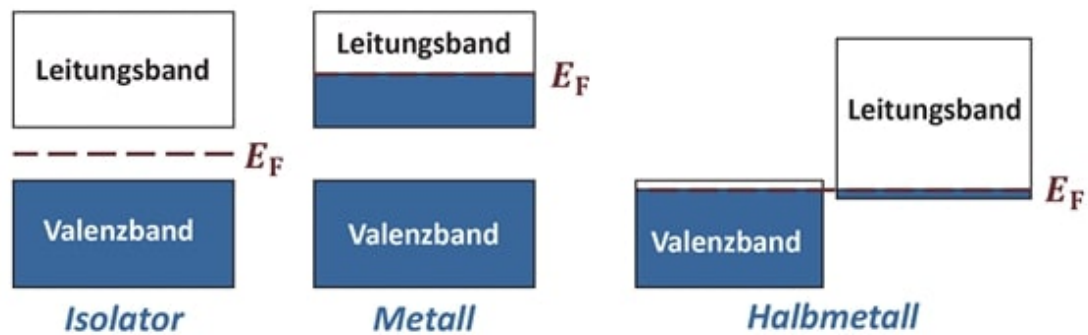
### 2.2 Die effektive Masse

Elektronen können sich auch im Festkörper nicht als vollständig frei betrachtet werden. Sie spüren die ortsabhängigen Potentiale der Atomrümpfe. Daher wird die effektive Masse  $m^*$  eingeführt. Dank ihr können die Elektronen in Leitungs- und nicht vollständig besetzten Valenzbändern als freie Elektronen mit der Dispersionsrelation

$$E(\vec{k}) = E_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (1)$$

beschrieben werden. Dabei ist  $m^*$  durch

$$m^* = \hbar \left( \frac{d^2 E}{dk_i dk_j} \right)^{-1}$$



**Abbildung 1:** Vergleich der Bändermodelle von Isolatoren, Leitern und Halbleitern.  
 $E_F$  bezeichnet die Fermienergie [1]

gegeben.

## 2.3 Dotierung

Reine Halbleiter, die auch als intrinsisch bezeichnet werden, leiten zwar elektrischen Strom, allerdings nicht besonders gut. Daher werden sie dotiert. Das bedeutet es wird eine sehr geringe Zahl Fremdatome (etwa 1 Fremdatom auf 10000 bis 100-millionen Halbleiteratome) in das Kristallgitter eingebracht. Je nachdem ob die eingebrachten Atome eine höhere oder geringere Wertigkeit als die Halbleiteratome haben spricht man von n- oder p-Dotierung.

### 2.3.1 n-Dotierung

n-Dotierung bedeutet das in ein Kristallgitter aus vierwertigen Atomen, fünfwertige Fremdatome, sogenannte Donatoren, eingebracht werden. Das fünfte Hüllenelektron, das nicht zur Kristallbindung benötigt wird ist stark delocalisiert und damit quasi frei. So entstehen neue Energieniveaus knapp unterhalb des Leitungsbandes und die Bandlücke wird schmaler. So wird die elektrische Leitfähigkeit drastisch erhöht, da thermisch angeregte Elektronen leichter ins Leitungsband wechseln können.

### 2.3.2 p-Dotierung

p-Dotierung bedeutet das in das Kristallgitter aus vierwertigen Atomen die sogenannten Akzeptoren, also dreiwertige Fremdatome eingebracht. Das führt dazu das das Valenzband nach oben hin ausgeweitet wird. Auch so wird die Bandlücke schmaler und die elektrische Leitfähigkeit wird stark erhöht.

## 2.4 Doppelbrechung

Ein zirkular polarisierter Lichtstrahl der in einen Kristall einläuft, der kein kubisches Kristallgitter besitzt, wird in zwei jeweils entgegengesetzt polarisierte Teilstrahlen auf-

gespalten. Die Begründung hierfür liegt in Brechungsindizes die von der Polarisationsrichtung abhängen. Der eine, sogenannte ordentliche Strahl, läuft ungebrochen durch den Kristall, der andere, sogenannte außerordentliche Strahl, wird vom ordentlichen Strahl weggebrochen. Würde man den Kristall um die Strahlachse des ordentlichen Strahls rotieren würde der außerordentliche Strahl sich auf einem Zylindermantel um den ordentlichen Strahl herum bewegen.

#### 2.4.1 Das Glan-Thompson-Prisma

?? Mithilfe der Doppelbrechung ist es möglich die im Versuch verwendeten Glan-Thompson-Prismen zu konstruieren. Dafür wird ein doppelbrechender Kristall schräg in zwei Teile geschnitten und anschließend wieder zusammengefügt. Der Schnittwinkel wird dabei so gewählt das der ordentliche Stahl an der Schnittebene totalreflektiert wird. Das führt dazu das der Hauptstrahl nahezu verlustfrei in zwei senkrecht zueinander polarisierte Teilstrahlen aufgeteilt wird. Solche Prismen werden meist aus Kalkspat gefertigt da hier der Effekt der Doppelbrechung besonders stark auftritt.

### 2.5 Die zirkulare Doppelbrechung

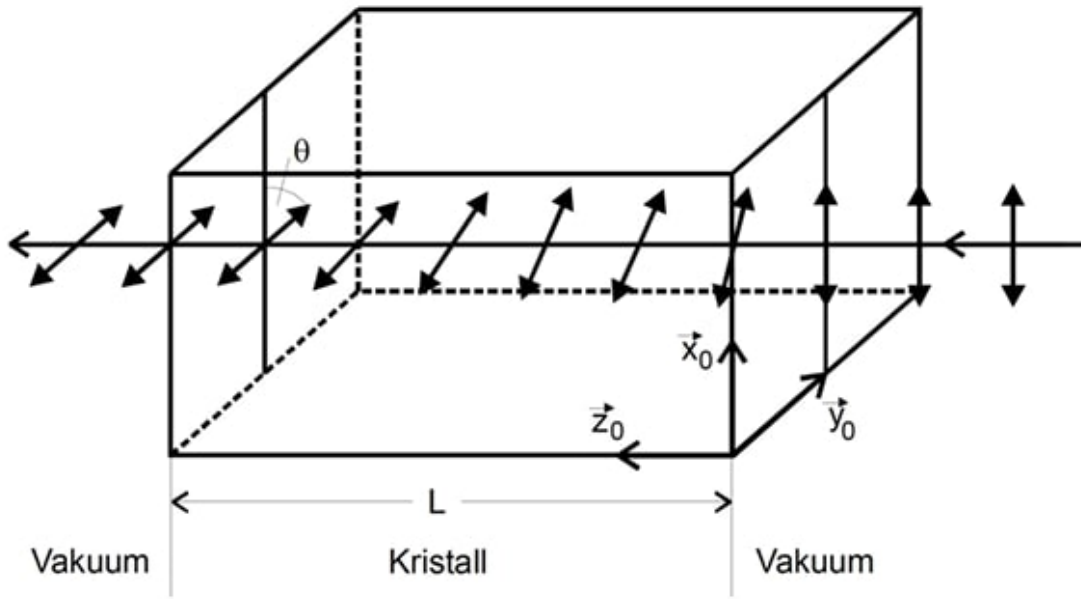
Sogenannte optisch aktive Kristalle sorgen dafür das dass austretende linear polarisierte Licht zusätzlich noch eine veränderte polarisation besitzt. Das liegt an daran das in solchen Kristallen unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten abhängig von der Polarisationsrichtung existieren. Der einfallende linear polarisierte Lichtstrahl kann als Überlagerung von zwei in entgegengesetzte Richtungen zirkular polarisierte Wellen betrachtet werden. Die unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten führen dann bei späterer erneuter Überlagerung der beiden zirkular polarisierten Wellen wieder zu dem resultierenden, linear polarisierten, jedoch gedrehtem Lichtstrahl.

### 2.6 Der Faradayeffekt

Ein isotroper lichtdurchlässiger Kristall der in ein entlang der Strahlachse gerichtetes Magnetfeld gebracht wird kann optisch aktiv werden. Das lässt sich damit begründen das das Magnetfeld zusätzliche Kreisströme in den Atomen des Kristalls bewirkt. So kommt es zu einer Asymetrie des Kristalls die sich durch das Magnetfeld quasi ein- und ausschalten lässt. Der Drehwinkel  $\theta$  der Polarisationssebene des durchlaufenden linear polarisierten Lichtstrahls ist abhängig von dem durch die Verdet-Konstante  $V$  repräsentierten Kristalls, der Länge  $l$  des selbigen, sowie dss durchflutenden Magnetfeldes  $B$ .

$$\theta = VBl$$

Die Besonderheit des Faradayeffektes gegenüber der normalen optischen Aktivität liegt darin das der Faradayeffekt von der Durchlaufrichtung des des Lichtstrahls abhängig ist. Wenn der Lichtstrahl also erst in die eine und dann in die andere Richtung durch das selbe Medium läuft ist die Polarisationssebene um den Winkel  $2\theta$  gedreht. Bei normaler optischer Aktivität wäre bei einem solchen Aufbau am Ende keine Drehung mehr vorhanden.



**Abbildung 2:** Drehung der Polarisations Ebene einer elektromagnetischen Welle im B-Feld durchfluteten Medium. [1]

### 2.6.1 Berechnung des Rotationswinkels der Polarisations Ebene

Die Bewegungsgleichung für ein gebundenes Elektron im Magnetfeld lautet:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + K \vec{r} = -e_0 \vec{E}(\vec{r}) \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}.$$

Dabei ist  $\vec{r}$  die Auslenkung des Elektrons aus seiner Ruhelage,  $\vec{E}(\vec{r})$  das Feld der einfallenden Lichtwelle und  $\vec{B}$  das äußere Magnetfeld. Die Konstante  $K$  beschreibt die Bindung des Elektrons an die Umgebung. Da das E-Feld eine sehr hohe Kreisfrequenz  $\omega$  aufweist kann nur eine Verschiebungspolarisation beobachtet werden und es gilt:

$$\vec{P} = -N e_0 \vec{r}$$

mit  $N$  als Elektronendichte. Wenn nun ein Kristallsymmetrie ernidrigendes Magnetfeld  $\vec{B}$  angelegt treten im Suszeptibilitätstensor  $\chi$  nicht-diagonale Komponenten auf und es ergibt sich letztlich der Rotationswinkel  $\theta$  zu:

$$\theta = \frac{e_0^3 \omega^2 N B l}{2 \epsilon_0 c m^2 ((-\omega^2 + \frac{K}{m})^2 - (\frac{e_0 B \omega}{m})^2) n}.$$

mit der elektrischen Feldkonstante  $\epsilon_0$ , der Lichtgeschwindigkeit  $c$ , der Probenlänge  $l$ , dem Brechungsindex  $n$ , der Resonanzfrequenz  $\omega_0 := \sqrt{\frac{K}{m}}$  der gebundenen Ladungsträger und der Zyklotronfrequenz  $\omega_c := \epsilon_0 \frac{B}{m}$ , welche die Umlauffrequenz der Ladungsträger

beschreibt, welche ohne weitere Einflüsse aufgrund der Lorentz-Kraft eine Kreisbahn um die Feldachse  $\vec{B}$  beschreiben würden. Für Messfrequenzen weit unter der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  gilt die Näherung:

$$\theta \approx \frac{e_0^3 N B l}{2 \epsilon_0 c m^2 \lambda^2 \omega_0^4 n}$$

wobei  $\lambda$  die Wellenlänge des verwendeten Lichts repräsentiert. Für quasifreie Ladungsträger gilt aufgrund von ( $\omega_0 \rightarrow 0$ ) im weiteren:

$$\theta \approx \frac{e_0^3 \lambda^2 N B l}{8 \pi^2 \epsilon_0 c^3 m^2 n}.$$

In dieser Gleichung kann nun  $m$  durch die effektive Masse  $m^*$  ersetzt werden, sodass jetzt die quasifreien Elektronen in einem Kristall repräsentiert werden.

$$\theta_{frei} = \frac{e_0^3 \lambda^2 N B}{8 \pi^2 \epsilon_0 c^3 (m^*)^2 n}. \quad (2)$$

wobei  $\theta_{frei} = \frac{\theta}{L}$  die Faraday-Rotation pro Einheitslänge in  $\frac{\text{rad}}{\text{m}}$  darstellt.

### 3 Fehler

Der Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=0} x_i \quad (3)$$

Die Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (4)$$

Der Fehler des Mittelwertes:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_{x_n}^2} \quad (6)$$

Die Prozentuale Abweichung:

$$\text{Abweichung} = \frac{\text{Experimenteller Wert} - \text{Theoriewert}}{\text{Theoriewert}} \times 100 \quad (7)$$

## 4 Durchführung

In diesem Kapitel sollen die einzelnen Schritte des Versuches erklärt werden.

### 4.1 Aufbau

Der Aufbau ist Schematisch in Abbildung 3 zu erkennen, ein Foto des realen Aufbaus ist in Abbildung 4 zu sehen. Als Lichtquelle wird eine Halogenlampe genutzt. Ihr Licht wird mithilfe des Kondensors durch eine Lichtzerhacker auf ein aus Kalkspat bestehendes Glan-Thompson-Prisma abgebildet. Das Prisma ist mit einem Geniometer verbunden sodass es in verschiedenen Winkeln  $\theta_1$  und  $\theta_2$  eingestellt werden kann und diese Winkel auch abgelesen werden können. Nach Durchlauf des Prismas ist das Licht linear polarisiert und läuft durch eine Bohrung im ersten Polschuh des Elektromagneten in einen Luftspalt zwischen den Polschuhen platzierten Probe ein. Anschließend läuft es auf gleiche Weise durch eine Bohrung im zweiten Polschuh wieder aus dem B-Feld aus. Nun wird das Licht durch einen Interferenzfilter geleitet mit welchem einzelne Wellenlängen ausgewählt werden können. Der Filter lässt sich austauschen, so können unterschiedliche Wellenlängen untersucht werden. Anschließend trifft das nun monochromatische Licht auf ein zweites Glan-Thompson-Prisma wo der Lichtstrahl in zwei senkrecht zueinander polarisierte Lichtstrahlen aufgeteilt wird. Diese durchlaufen dann jeweils eine Sammellinse und werden mit dieser auf je einen Bleisulfid Photowiderstand abgebildet. Die beiden Photowiderstände sind mit einem Differenzverstärker verbunden dessen Ausgangssignal wiederum in einen Selektivverstärker geleitet wird. Das Ausgangssignal des Selektivverstärkers wird dann mit einem Oszilloskop gemessen. Der Differenzverstärker verstärkt die Spannungsdifferenz zwischen den Photowiderständen, wenn also beide Lichtstrahlen die aus dem zweiten Glan-Thompson-Prisma austreten die gleiche Intensität haben ist das Ausgangssignal gleich null. Der Selektivverstärker muss auf die gleiche Frequenz eingestellt werden wie der Lichtzerhacker, so wird ein Rauschen der Photowiderstände unterdrückt. Der Elektromagnet wird von einem Konstantstromgerät gespeist, so ist die magnetische Flussdichte über die Stromstärke  $I$  einstellbar.

### 4.2 Justierung der Messapparatur

Um die Messapparatur zu justieren wird das sichtbare Spektrum der Halogenlampe genutzt. Die Probe und der Interferenzfilter werden noch nicht eingesetzt. Es wird zunächst eine scharfe Abbildung auf dem ersten Prisma erzeugt. Dann wird durch das für den ordentlichen Strahl vorgesehene Austrittsfenster des zweiten Prismas geschaut. Der Strahl muss durch Drehung des ersten Prismas zum Verschwinden gebracht werden können. Ist dies nicht der Fall muss das zweite Prisma noch um seine vertikale Achse ausgerichtet werden. Der Strahl sollte auf beide Prismen senkrecht auftreffen. Anschließend muss überprüft werden ob das Licht durch die Sammellinsen auf die Photowiderstände trifft. Im Optimalfall kann das Licht durch Drehung des ersten Prismas zwischen den beiden Photowiderständen hin und her geschaltet werden. Wenn das der Fall ist wird der Lichtzerhacker auf eine Frequenz von  $f = 450 \text{ Hz}$  eingestellt. Die Mittenfrequenz des



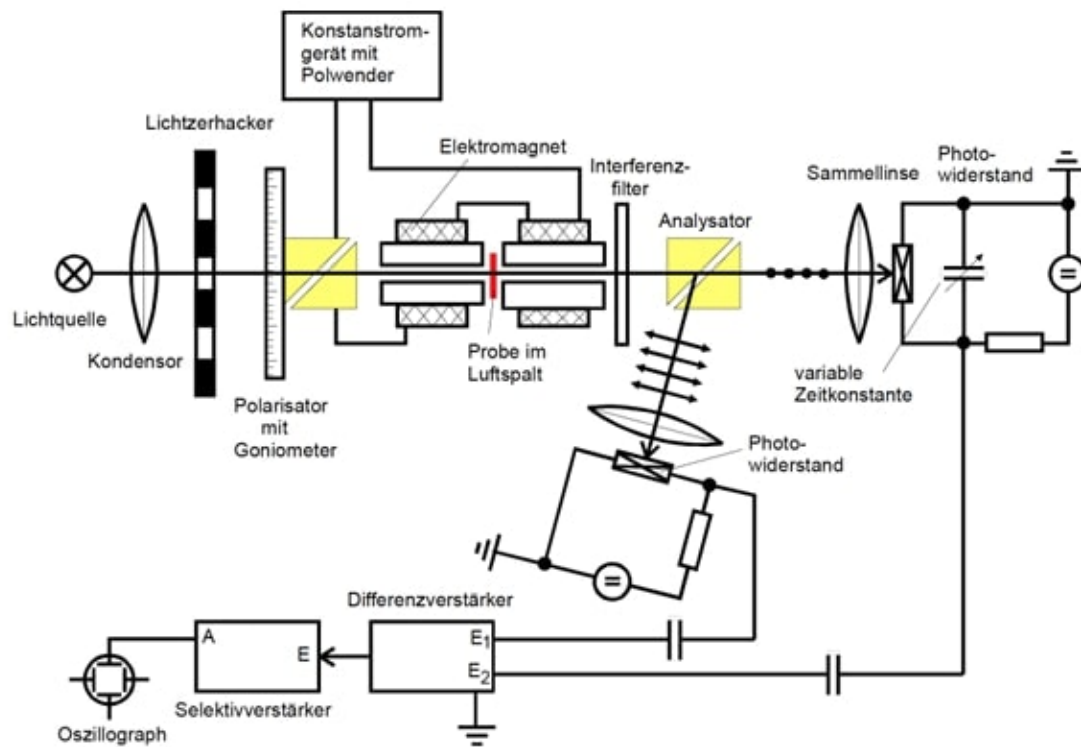


Abbildung 3: Der Schematische Versuchsaufbau. [1]



**Abbildung 4:** Der tatsächliche Versuchsaufbau im Labor.

Selektivverstärkers wird auf den gleichen Wert eingestellt. Die Güte des Selektivverstärkers wird auf den Maximalwert  $Q = 100$  eingestellt um einen möglichst schmalen verstärkten Frequenzbereich zu erreichen. Die Mittenfrequenz wird mithilfe des Oszilloskops noch nachgeregelt um einen Maximalausschlag zu erreichen.

### 4.3 Versuchsdurchführung

Zunächst wird die magnetische Flussdichte  $B$  bestimmt. Dazu wird das Konstantstromgerät auf den Höchststrom von  $I = 10\text{ A}$  eingestellt und eine Hallsonde durch ein Loch in den Polschuhen geschoben. Nun wird abhängig von der Position der Sonde die Flussdichte gemessen und notiert. Nun werden nacheinander drei GaAs- (Galliumarsenit-) Proben, eine hochreine, eine schwach und eine stark n-dotierte, im Luftspalt zwischen den Polschuhen platziert und jeweils der Winkel  $\theta$  der Faradayrotation für 9 verschiedene Wellenlängen, also mit 9 verschiedenen Polarisationsfiltern gemessen. Dazu wird das erste Prisma so um seine Längsachse rotiert das sich am Oszilloskop möglichst keine Spannung mehr ablesen lässt. Die Winkeleinstellung wird vom Goniometer abgelesen und als  $\theta_1$  notiert. Dann wird das B-Feld langsam heruntergeregelt und umgepolt. Das Prisma wird erneut so rotiert das sich auf dem Oszilloskop möglichst kein Ausschlag mehr erkennen lässt. Der zweite Winkel wird als  $\theta_2$  notiert. Der Winkel  $\theta$  ergibt sich dann über:

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_1) \quad (8)$$

## 5 Auswertung

In diesem Kapitel werden die aufgenommenen Messwerte ausgewertet.

## 6 Diskussion

Dieses Kapitel befasst sich mit der Diskussion der im Abschnitt 5 erhaltenen Ergebnisse.

## 7 Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zu Versuch V46: Faraday-Effekt an Halbleitern.
- [2] TU Dortmund. Anhang 1, V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern.
- [3] Wolfgang Demtröder. Experimentalphysik 3. Atome, Moleküle und Festkörper. 4. Aufl. Springer-Verlag Berlin, 2010.