

**V53**

## **Mikrowellen auf Hohlleitern**

Benjamin Schäfer  
benjamin.schaefer@tu-dortmund.de

Jan Gaschina  
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.12.2021      Abgabe: 10.01.2022  
Korrektur: 15.02.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	EM-Wellen . . . . .	3
2.1.1	Stehende Welle . . . . .	3
2.1.2	Stehwellenverhältnis . . . . .	3
2.2	Mikrowellen . . . . .	4
2.3	Das Klystron . . . . .	4
2.4	Der Hohlleiter . . . . .	5
2.4.1	Wellen in Hohlleitern . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Fehler</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
4.1	Aufbau . . . . .	8
4.2	Untersuchung der Moden . . . . .	8
4.3	Messung von Frequenz, Wellenlänge und Dämpfung . . . . .	9
4.4	Messung des Stehwellenverhältnisses . . . . .	9
4.4.1	Direkte Messung des SWR . . . . .	9
4.4.2	Die 3 dB-Methode . . . . .	9
4.4.3	Die Abschwächer Methode . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>10</b>
5.1	Schwingungsmoden und Bandbreite . . . . .	10
5.2	Frequenz, Wellenlänge und Dämpfung . . . . .	13
5.3	Stehwellenverhältnis . . . . .	14
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>16</b>
<b>7</b>	<b>Literatur</b>	<b>18</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches soll es sein, das Verhalten von elektromagnetischen Wellen im hohen MHz- bis GHz-Bereich zu untersuchen. Solche Wellen werden im allgemeinen Mikrowellen genannt. Betrachtet werden laufende und stehende Wellen im Rechteckhohlleiter und im freien Raum. Im weiteren sollen Aufbau und Funktionsweise eines Reflexklystrons genauer betrachtet und verstanden werden.

## 2 Theorie

In diesem Kapitel werden die theoretischen Hintergründe dieses Versuches erläutert. Dabei wird insbesondere auf die in der Durchführung verwendeten Schaltungen eingegangen.

### 2.1 EM-Wellen

Elektromagnetische Wellen, kurz EM-Wellen sind transversale Wellen. Sie schwingen also senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung. Dabei steht das magnetische Feld immer senkrecht auf dem elektrischen Feld. Im allgemeinen Fall lassen sie sich durch

$$A(x, t) = A_0 \sin(kx + \omega t + \phi_0), \quad (1)$$

beschreiben. Dabei ist  $A_0$  die Amplitude,  $k$  die Wellenzahl,  $x$  der Ort,  $\omega$  die Kreisfrequenz,  $t$  der Zeitpunkt und  $\phi$  eine feste Phase, welche meist gleich null gesetzt wird. Eine solche Welle wird als laufend bezeichnet, bei positivem Vorzeichen der Kreisfrequenz ist sie linkslaufend, sonst rechtslaufend.

#### 2.1.1 Stehende Welle

Wenn eine laufende Welle senkrecht auf eine Grenzfläche trifft und dort vollständig reflektiert wird, interferieren die einlaufende und die auslaufende Welle miteinander und es entsteht eine Welle mit scheinbar ortsfesten Knoten und Bäuchen. Eine solche Welle lässt sich mathematisch durch Überlagerung einer links- und einer rechtslaufenden Welle schreiben:

$$A(x, t) = A_0 \sin(xk + \omega t + \phi_0) + B_0 \sin(xk - \omega t + \phi_0) \quad (2)$$

Dieser Ausdruck lässt sich für  $A_0 = B_0$  vereinfachen zu:

$$A(x, t) = A_0 \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (3)$$

#### 2.1.2 Stehwellenverhältnis

In realen Systemen wird eine Welle nur selten vollständig reflektiert, sondern meist nur teilreflektiert und obendrein noch gestreut, sodass die rücklaufende Welle gegenüber der hinlaufenden Welle eine kleinere Amplitude hat. Nun muss also Gleichung 2 verwendet werden. Da sich die Wellen jetzt nicht mehr vollständig auslöschen und auch die konstruktive Interferenz weniger wird, ergibt sich eine Welle welche zwischen zwei Niveaus

von Feldstärken hin und herschwingt. Die Welle wird wieder zur laufenden Welle welche allerdings eine stehende Welle als Einhüllende hat. An dieser stehenden Welle kann das sogenannte Stehwellenverhältnis gemessen werden. Es ist das Verhältnis zwischen der Feldstärke an einem Maximum und der an einem Minimum.

$$S = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} \quad (4)$$

Für die perfekte Totalreflexion läuft  $S$  gegen unendlich. Das Stehwellenverhältnis wird in diesem Versuch auf zwei Weisen ermittelt, zunächst mit der später noch genauer erläuterten 3dB-Methode, hier ergibt es sich über:

$$S = \sqrt{1 + \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi(x_{\text{links}} - x_{\text{rechts}})}{\lambda_H}\right)}} \quad (5)$$

Das kann unter der Annahme, dass das Argument im Sinus ausreichend klein ist mit der Kleinwinkelnäherung zu folgender Formel vereinfacht werden:

$$S = \frac{\lambda_H}{(x_{\text{links}} - x_{\text{rechts}})} \quad (6)$$

Im Weiteren wird das Stehwellenverhältnis noch mit der ebenfalls später genauer erläuterten Abschwächer Methode ermittelt. Hier ergibt es sich über den Zusammenhang:

$$S = 10^{\frac{A_2 - A_1}{20dB}} \quad (7)$$

## 2.2 Mikrowellen

Mikrowellen sind je nach definition Wellen mit Wellenlängen mit Wellenlängen von etlichen zentimetern bis zu Bruchteilen von millimetern. Das entspricht Frequenzen von etwa 300 MHz bis 1 THz. In diesem Versuch werden Wellen im bereich von wenigen GHz verwendet. Das entspricht Wellenlängen von wenigen Zentimetern und hat den Grund, dass für solche Wellenlängen passende Hohlleiter gut zu handhaben sind.

## 2.3 Das Klystron

Zur Erzeugung der Mikrowellen kann ein Klystron verwendet werden. Ein Klystron besteht im Allgemeinen aus zwei Hohlraumresonatoren und einer dazwischen gelegenen Driftstrecke. In den ersten Hohlraumresonator wird ein Schwingung mit passender Frequenz eingekoppelt, dann wird ein Elektronenstrahl eingeführt, welcher von der Schwingung im Resonator moduliert wird. So bilden sich über die Driftstrecke einzelne Elektronenpakete die Bunches genannt werden. Diese Bunches erzeugen im zweiten Hohlraumresonator eine zur im ersten Resonator eingekoppelten Schwingung, bedeutend stärkere Schwingung. Hiervon kann ein kleiner Teil ausgekoppelt werden und für das Experiment verwendet werden. In diesem Versuch wird jedoch kein klassisches Klystron, sondern das sogenannte Reflexklystron verwendet. Die Besonderheit ist hier, dass es nur einen Resonator gibt,

in welchem die Schwingung sowohl ein als auch ausgekoppelt wird. Dazu wird der Elektronenstrahl am Ende der Driftstrecke von einer Kathode reflektiert und wieder in den Resonator geleitet wo dann wieder eine Schwingung erzeugt wird. Optimale Verstärkungen werden erzeugt, wenn die ein und ausgekoppelte Welle Phasengleich sind. Die Phasenverschiebung lässt sich über die Länge der Driftstrecke steuern. Die Länge der Driftstrecke kann sowohl durch mechanische Verschiebung der reflektierenden Kathode als auch durch ihre Spannung gegenüber der Anode verändert und eingestellt werden. Die optimalen Verstärkungen liegen bei Transitzeiten von  $\tau = T_0(n + \frac{3}{4})$  mit  $n \in \mathbb{N}$  und  $T_0 = \frac{1}{f}$  der Periodendauer der eingekoppelten Schwingung. Mit der kinetischen Energie der Elektronen:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = eU_B \quad (8)$$

und  $\Delta v_0 = 0$  folgt insgesamt für das Verhältnis zwischen  $U_B$  und  $U_C$

$$\sqrt{8U_B \frac{m}{e}} \frac{Lf}{U_B + U_C} = n + \frac{3}{4} \quad (9)$$

Aus der Differenz dieses Ausdrucks für zwei benachbarte Moden  $n$  und  $n + 1$  folgt ein Zusammenhang zur Berechnung des Abstandes  $L$  zwischen Resonator und Reflektor, der nicht mehr von der Modenzahl abhängt. Für  $f_n \approx f_{n+1}$  lautet er:

$$L = \left( \sqrt{8U_B \frac{m}{e}} \left( \frac{f}{U_B + U_{C,n+1}} - \frac{f}{U_B + U_{C,n}} \right) \right)^{-1} \quad (10)$$

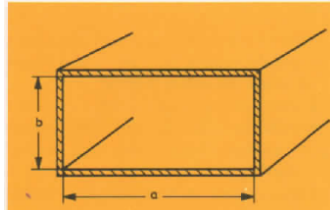


**Abbildung 1:** Das benutzte Reflexklystron PM 7011 X [1]

## 2.4 Der Hohlleiter

Ein Hohlleiter für elektromagnetische Wellen ist im Allgemeinen ein Rohr aus einem Material, welches in der Lage ist elektrischen Strom zu leiten. Er dient dazu, Energie in

Form von EM-Wellen gebündelt zu leiten und eine Ausbreitung in alle Raumrichtungen einzuschränken. Der Querschnitt eines Hohlleiters ist im Grunde beliebig. In der Praxis werden jedoch aufgrund der vergleichsweise einfachen Berechenbarkeit meist rechteckige runde oder allenfalls ovale Querschnitte gewählt. In diesem Versuch werden Hohlleiter mit einem rechteckigen Querschnitt verwendet. Jeder Hohlleiter hat eine sogenannte Cutoff Wellenlänge  $\lambda_c$  das ist die maximale Wellenlänge also minimale Frequenz welche die eingekoppelte Welle haben darf, um noch übertragen zu werden. Sie ist bei der rechteckigen Variante abhängig von der Breite  $a$  des Hohlleiters und ergibt sich für die  $TE_{01}$ -Mode über  $\lambda_c = 2a$ . An diesem Punkt passt genau noch eine Halbwelle zwischen die Seitenwände des Hohlleiters. Im Hohlleiter können sich zwei verschiedene Grundmoden ausbreiten, einerseits die "transversal elektrische" TE-Mode, bei der das elektrische Feld eine Komponente in Ausbreitungsrichtung aufweist und andererseits die "transversal magnetische" TM-Mode, bei welcher das Magnetfeld eine Komponente in Ausbreitungsrichtung aufweist. Die Wellen werden mit  $H_{nm}$  bzw.  $E_{nm}$  bezeichnet.  $n$  steht hier für die Anzahl der Wellenmaxima in horizontaler Richtung während  $m$  für die Anzahl der Wellenmaxima in Vertikaler Richtung steht. Jeder Hohlleiter hat einen charakteristischen frequenzabhängigen Widerstand, der Impedanz genannt wird. Er kommt durch den Ohmschen Widerstand des Materials des Hohlleiters und durch Imperfektionen der Oberflächen, an welchen die Wellen gestreut werden, zustande.



**Abbildung 2:** Zeichnung des benutzten Hohlleiters. [1]

### 2.4.1 Wellen in Hohlleitern

EM-Wellen ändern einige ihrer Eigenschaften wenn sie in einen Rechteckhohlleiter geraten. Während sich eine EM-Welle im freien Raum die Wellenlänge:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} \quad (11)$$

aufweist, ist es im Rechteckhohlleiter komplizierter. Betrachtet wird eine Welle, die im Winkel  $\theta$  auf eine Hohlleiterwand trifft und von dort mehrfach reflektiert wird. Sie kann als Superposition zweier ebener Wellen gleicher Wellenlänge und Polarisierung betrachtet werden. Nach einigen geometrischen Überlegungen folgen die Zusammenhänge:

$$\frac{\lambda_0}{2a} = \sin(\theta) \quad (12)$$

und

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\cos(\theta)}. \quad (13)$$

Diese können unter Benutzung eines Additionstheorems ineinander eingesetzt werden. Dann folgt für die Hohlleiterwellenlänge:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}}. \quad (14)$$

Dabei ist  $a$  die Breite des Hohlleiters. Die weiteren Größen Frequenz  $f$  und Phasengeschwindigkeit  $v_g$  ergeben sich dann zu:

$$f = c \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_g}\right)^2 + \left(\frac{1}{2a}\right)^2} \quad (15)$$

und

$$v_{Phase} = c \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_0^2}{4a - \lambda_0^2}\right)}. \quad (16)$$

### 3 Fehler

Der Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=0} x_i \quad (17)$$

Die Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (18)$$

Der Fehler des Mittelwertes:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (19)$$

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_{x_n}^2} \quad (20)$$

Die Prozentuale Abweichung:

$$Abweichung = \frac{\text{Experimenteller Wert} - \text{Theoriewert}}{\text{Theoriewert}} \times 100 \quad (21)$$

## 4 Durchführung

In diesem Kapitel sollen die einzelnen Schritte des Versuches erklärt werden.

### 4.1 Aufbau

Der Grundaufbau ist für jeden Versuchsteil der Selbe. Das Reflexklystron erzeugt die Mikrowellen diese laufen über einen ersten Hohlleiter direkt in einen Einwegrichter. Dieser sorgt mithilfe des Faradayeffektes dafür, dass die Mikrowellen nur in eine Richtung nahezu verlustfrei passieren können und in die andere Richtung auf einen Absorber abgelenkt werden. Das sorgt dafür dass das Klystron durch im Experiment entstehende reflektierte Mikrowellen nicht gestört wird. Darauf folgt ein Frequenzmesser, dieser verfügt über einen verstellbaren Resonator. Das führt dazu, dass sobald der Resonator in Resonanz zur durch den Hohlleiter laufenden Welle steht, diese etwas abgeschwächt wird, da dann Leistung ausgekoppelt wird. Das ist auf einem Oszilloskop an einem sogenannten Dip, also einem kleinen Einbruch in der Kurve, zu erkennen. Das darauffolgende Element ist ein Dämpfungsglied. Mit diesem kann die Leistung durch die innere Verschiebung einer Absorberfolie angepasst werden. Die Dämpfung ist hier maximal wenn sich die Folie im Maximum des elektrischen Feldes befindet. Hierauf folgen je nach Versuchsaufbau unterschiedliche Elemente. Dies kann zunächst ein Stehwellendetektor sein, dieser besteht aus einem Stück Hohlleiter in welchem der Länge nach eine Sonde verschoben werden kann. Das Signal der Sonde kann über eine BNC-Buchse ausgekoppelt und gemessen werden. Die Position der Sonde lässt sich an einer Millimeterskala ablesen. Außerdem findet ein Gleitschraubentransformator Verwendung, in ihm kann ein Metallstift der Länge nach und in der Eindringtiefe verstellt werden. So können Blindwiderstände, also komplexe Lasten simuliert werden. Zum Messen des ganzen Signals im Hohlleiter kann der Detektor verwendet werden. Dieser besteht einfach aus einer Diode welche mit einer BNC-Buchse verbunden ist. Ein weiteres Element ist der Einstellbare Kurzschluss "dieser reflektiert die eintreffende Welle mit einer genau einstellbaren Phase. Zuletzt wird noch ein Abschluss verwendet, in ihm wird nahezu alle einfallende Leistung absorbiert. Weitere Geräte sind ein zum Klystron passendes Netzteil, ein Oszilloskop und ein SWR-Meter. Mit dem zuletzt genannten Gerät lässt sich das Stehwellenverhältnis messen.

### 4.2 Untersuchung der Moden

Um die Moden des Reflexklystrons zu untersuchen, wird hinter dem Reflexklystron mit dem Einwegrichter, dem Frequenzmesser und dem Abschwächer der Detektor montiert und über ein Koaxialkabel mit dem Eingang für die Vertikalablenkung des Oszilloskopes verbunden. Die Horizontalablenkung wird mit dem Netzgerät des Klystrons verbunden. Die Abszisse repräsentiert nun die Reflektorspannung, während die Ordinate auf dem Oszilloskop die empfangene Leistung repräsentiert. Es ist nun für jeden Schwingungsmodus des Klystrons ein Berg zu sehen. Nun wird der Frequenzmesser solange verstellt, bis in der jeweiligen Spitze des Berges ein Dip zu sehen ist. Dann kann die Mittelfrequenz dieser Resonanz vom Frequenzzähler abgelesen werden. Nun wird die Reflektorspannung



verstellt und so die Spannungen gemessen bei denen die Schwingung einsetzt bzw. wieder aussetzt. Dies wird für mehrere Moden wiederholt. Im weiteren werden die "Punkte halber Leistung auf der linken und rechten Flanke des Resonanzberges notiert.

### **4.3 Messung von Frequenz, Wellenlänge und Dämpfung**

Für diesen Versuchsteil wird nach dem Frequenzmesser der Stehwellendetektor und daran der Abschluss montiert. An den Stehwellendetektor wird mittels Koaxialkabel das SWR-Meter angeschlossen. Nun wird die Reflektorspannung so eingestellt, dass sich am SWR-Meter ein Maximalauschlag ergibt. Dann wird der Frequenzzähler so eingestellt, dass der entstehende Dip auf dem SWR-Meter zu sehen ist, die Frequenz wird notiert. Um nun die Wellenlänge zu bestimmen, muss der Abschluss durch den einstellbaren Kurzschluss ersetzt werden. Jetzt wird die Sonde des Stehwellendetektors solange verschoben, bis am SWR-Meter ein minimaler Ausschlag zu erkennen ist. Die Sondenposition wird notiert und die Sonde bis zum nächsten Minimum verschoben. Die Wellenlänge ergibt sich als Doppeltes des Abstandes der beiden Minima. Die Dämpfungskurve wird nun vermessen indem die Verstärkung am SWR-Meter soweit aufgedreht wird, dass der Zeiger zum Vollausschlag kommt. Dann wird Die Dämpfung solange erhöht, bis das Messgerät 2dB zeigt. Dieser Schritt wird bis zu einer Dämpfung von 10 dB wiederholt und jedesmal wird die Position der Millimeterschraube des Dämpfungsgliedes notiert.

### **4.4 Messung des Stehwellenverhältnises**

Für diesen Versuch wird nach dem Frequenzmesser und dem Stehwellendetektor der Gleitschraubentransformator und der Abschluss montiert.

#### **4.4.1 Direkte Messung des SWR**

Diese Methode eignet sich vor allem bei kleinen bis mittleren SWR. Für mehrere Sondenpositionen des Gleitschraubentransformators wird das SWR-Meter auf 1 dB eingestellt. Dann wird die Sonde des Stehwellendetektors in ein Minimum verschoben und das SWR notiert werden.

#### **4.4.2 Die 3 dB-Methode**

Sie eignet sich vor allem für große SWR. Um ein solches zu erzeugen wird die Schraube des Gleitschraubentransformators vollständig eingeschraubt. Jetzt wird die Sonde des Stehwellendetektors in ein Minimum bewegt und die Verstärkung am SWR-Meter soweit aufgedreht das das Messgerät 3 dB anzeigt. Jetzt wird die Sonde erst nach links dann nach rechts bewegt bis sich jeweils ein Vollausschlag auf dem Messgerät ergibt. Aus den beiden Sondenpositionen lässt sich dann zusammen mit der Hohlleiterwellenlänge  $\lambda_H$  das Stehwellenverhältnis berechnen.

#### 4.4.3 Die Abschwächer Methode

Auch diese Methode eignet sich eher für große SWR. Erneut wird die Sonde in ein Minimum gebracht, dann wird das Dämpfungsglied auf 20 dB eingestellt und die Verstärkung am SWR-Meter so das 3 dB angezeigt werden. Dann wird die Sonde in ein Maximum verschoben und das Dämpfungsglied so nachgeregelt, dass sich auf dem Messgerät wieder 3 dB ergeben. Aus den beiden Dämpfungen lässt sich dann wieder das SWR berechnen.

## 5 Auswertung

In diesem Kapitel werden die aufgenommenen Messwerte ausgewertet.

### 5.1 Schwingungsmoden und Bandbreite

In diesem Abschnitt wurden drei aufeinanderfolgende Schwingungsmoden des Klystrons vermessen und graphisch dargestellt. Außerdem wurde die Bandbreite einer Mode vermessen und daraus die elektronische Bandbreite errechnet. Die Messwerte zu den verschiedenen Reflektorspannungen sind in Tabelle 1 zu finden und wurden in vielfachem der maximal gemessenen Leistung angegeben, da ultimativ nur die Lage zueinander interessiert und es so leichter vergleichbar ist. Die Resonatormoden  $n$  wurden dabei mittels Gleichung 9 berechnet und zur nächsten ganzen Zahl gerundet. Die für diese Rechnung nötige Resonatorlänge ergab sich über Gleichung 10 zu:

$$L = (2,68 \pm 0,40) \text{ mm} \quad (22)$$

Hier wurde für je zwei aufeinanderfolgende Resonatormoden aus Tabelle 1 die Resonatorlänge berechnet und daraus dann der Mittelwert gebildet. Für die Frequenz wurde der direkt gemessene Wert von  $f = (9014,0 \pm 0,5) \text{ MHz}$  aus Tabelle 4 verwendet und die Beschleunigungsspannung  $U_B$  betrug 300 V. Alle Unsicherheiten wurden mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet und die Unsicherheit der Resonatorspannung zu  $\sigma_{\text{Reflektor}} = 10 \text{ V}$  angenommen.

Zur graphischen Darstellung wurde für jede Mode eine Parabel an die Messwerte gefittet. Diese hat die Form:

$$P(V) = m \cdot (V - V_0)^2 + P_0 \quad (23)$$

Die sich ergebenden Werte sind in Tabelle 2 zu sehen. Für die Messwerte der Leistung wurde ein Fehler in der Größenordnung der letzten Nachkommastelle angenommen und dann genauso skaliert wie die Werte selbst ( $P_{\text{Fehler}}/P_{\text{max}}$ ), um dimensionslos zu sein.

Die Messwerte und sich ergebende Parabeln sind in Abbildung 3 dargestellt.

Die Messung zur Bandbreite einer Mode ist in Tabelle 3 zu finden. Für die Messwerte der Frequenz wurde eine Unsicherheit der Größe 0,5 MHz und für die Messwerte der Spannung eine Unsicherheit von 10 V angenommen.

Die elektronische Bandbreite  $B$  und Abstimmempfindlichkeit  $E$  ergaben sich zu:

**Tabelle 1:** Schwingungsmoden für verschiedene Reflektorspannungen

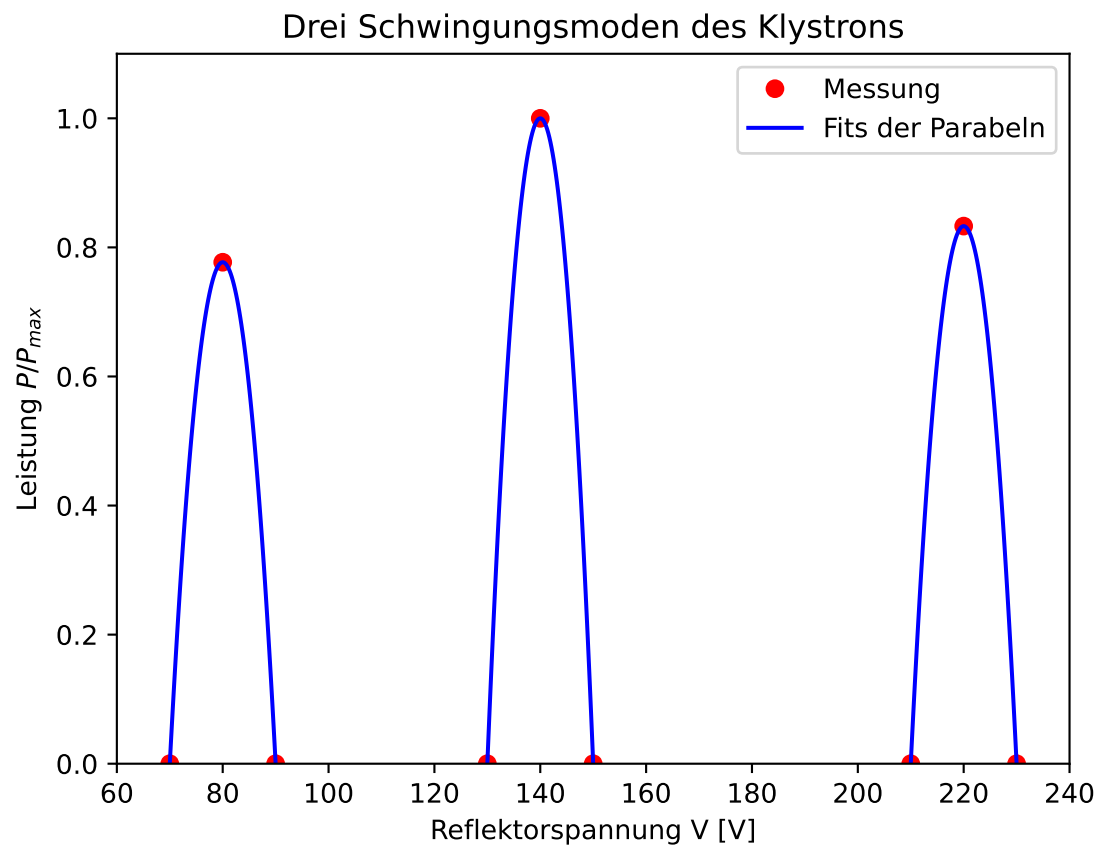
$V[\text{V}]$	$P/P_{\text{max}}$	n
220	0,833	5
210	0	
230	0	
140	1	6
130	0	
150	0	
80	0,777	7
70	0	
90	0	

**Tabelle 2:** Parameterwerte der Parabelfits

$V_0[\text{V}]$	$P_0$	$m[1/\text{V}]$
220,0000 $\pm 0,2547$	0,8330 $\pm 0,0600$	-0,0083 $\pm 0,0007$
140,0000 $\pm 0,2121$	1,0000 $\pm 0,0600$	-0,0100 $\pm 0,0007$
80,0000 $\pm 0,2730$	0,7770 $\pm 0,0600$	-0,0078 $\pm 0,0007$

**Tabelle 3:** Messwerte zur Bestimmung der Bandbreite

$V[\text{V}]$	$f[\text{MHz}]$
220	9014
210	8999
230	9029



**Abbildung 3:** Messwerte und Parabeln dreier Schwingungsmoden des Klystrons

$$B = (30 \pm 0,707) \text{ MHz} \quad (24)$$

$$E = (1,5 \pm 1,061) \frac{\text{MHz}}{\text{V}} \quad (25)$$

Unsicherheiten wurden dabei mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

## 5.2 Frequenz, Wellenlänge und Dämpfung

In diesem Abschnitt wird die Messung zur Bestimmung der Wellenlänge und der Frequenz der Mikrowellenstrahlung ausgewertet, sowie die, auf dem Dämpfungsglied angegebene Dämpfung, mit Messwerten verglichen. Die gemessenen Positionen zweier aufeinanderfolgender Minima der stehenden Welle mit direkt gemessener Frequenz  $f$  sind in Tabelle 4 zu finden.

**Tabelle 4:** Positionen zweier aufeinanderfolgender Minima

$f[\text{MHz}]$	1. Minimum [mm]	2. Minimum [mm]
$9014 \pm 0,5$	$62,6 \pm 0,05$	$87,9 \pm 0,05$

Die Wellenlänge  $\lambda_g$  ergibt sich aus dem doppelten des Abstands der Minima aus Tabelle 4 zu:

$$\lambda_g = (50,600 \pm 0,141) \text{ mm} \quad (26)$$

Für die Phasengeschwindigkeit  $v_{\text{ph}} = \lambda_g f$  ergibt sich:

$$\begin{aligned} v_{\text{ph}} &= (4,56 \pm 0,01) \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &= (1,520 \pm 0,004) c \end{aligned} \quad (27)$$

wobei  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist.<sup>1</sup> Alle Fehler in diesem Abschnitt wurden mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung ermittelt. Die Frequenz  $f$  lässt sich berechnen über folgende Formel:

$$f = c \cdot \sqrt{\frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{4a^2}} \quad (28)$$

Die Innenabmessung  $a = (22,860 \pm 0,046) \text{ mm}$  des Hohlraumleiters wurde dabei der Versuchsanleitung entnommen. Daraus ergibt sich die Frequenz zu:

$$f = (8843,47 \pm 14,00) \text{ MHz} \quad (29)$$

Die Messwerte zur Dämpfung des Dämpfungsglied sind in Tabelle 5 zu sehen.

<sup>1</sup>siehe <https://www.leifiphysik.de/optik/lichtausbreitung/grundwissen/lichtgeschwindigkeit>

**Tabelle 5:** Messwerte zur Dämpfung des Dämpfungsgliedes

Mikrometereinstellung [mm]	gemessene Dämpfung [dB]	Dämpfung laut Eichkurve [dB]
3,00	0	16
3,18	2	19
3,31	4	20
3,59	6	24
3,70	8	25
3,89	10	29

Zur besseren Auswertbarkeit wurde danach die Dämpfungswerte aus der Eichkurve auf den ersten Messwert bezogen nach der Formel:

$$\text{Dämpfung}(x)_{\text{dB}} = x - 16 \text{ dB} \quad (30)$$

Die Dämpfungen in Abhängigkeit der Mikrometereinstellung sind in Abbildung 4 dargestellt.

### 5.3 Stehwellenverhältnis

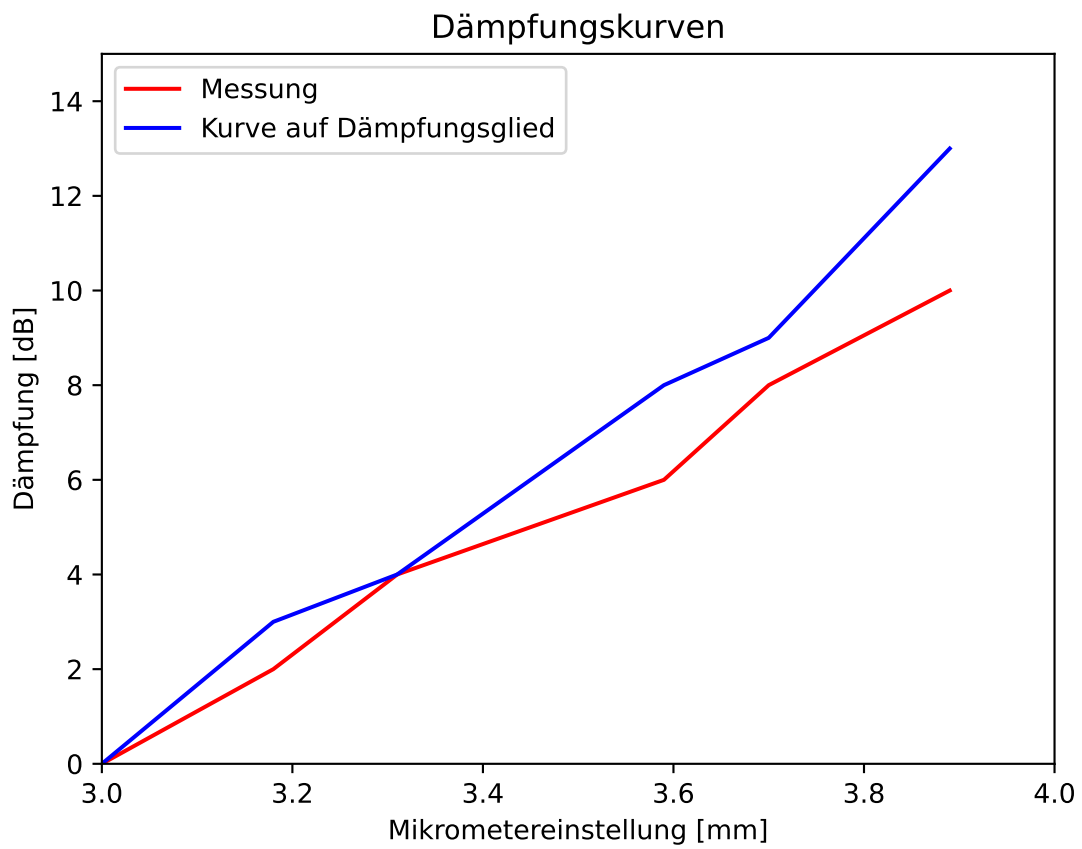
In diesem Abschnitt wird das Stehwellenverhältnis  $S$ , auch Welligkeit genannt, für verschiedene Sondentiefen und mit verschiedenen Messmethoden bestimmt. Die direkte Messung der Welligkeit mittels des SWR-Meters für verschiedene Sondentiefen ist in Tabelle 6 zu sehen.

**Tabelle 6:** Direkt abgelesenes Stehwellenverhältnis  $S$  am SWR-Meter

Sondentiefe [mm]	S
3	1,16
5	1,55
7	3,50
9	nicht ablesbar

Die Messung zur 3 dB-Methode ist in Tabelle 7 zu finden. Die Werte  $d_1$  und  $d_2$  geben die Stellen an, an denen der Ausschlag des SWR-Meters um 3 dB größer war als am dazu naheliegendsten Minimum. Der Abstand zweier aufeinanderfolgender Minima ist auch eingetragen, um daraus wie in Unterabschnitt 5.2 die Wellenlänge  $\lambda_g$  zu berechnen. Das Stehwellenverhältnis lässt sich mittels folgender Formel berechnen:

$$S = \frac{\lambda_g}{\pi(d_1 - d_2)} \quad (31)$$



**Abbildung 4:** Gemessene und angegebene Dämpfungskurve

**Tabelle 7:** SWR-Meter Einstellungen zur Bestimmung der Welligkeit mittels der 3 dB Methode

$d_1$ [mm]	$d_2$ [mm]	1.Minimum [mm]	2. Minimum [mm]
91,20	89,50	103,00	78,90

Für die Unsicherheiten der Entfernungsmessung wurden 0,005 mm angenommen. Damit berechnet sich das Stehwellenverhältnis zu:

$$S = 9,025 \pm 0,038 \quad (32)$$

bei einer Sondentiefe von 9 mm. Alle Unsicherheiten wurden in diesem Abschnitt mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

Die Messdaten für die Abschwächer-Methode sind in Tabelle 8 zu finden.

**Tabelle 8:** Am Dämpfungsglied eingestellte Dämpfungen  $A_1$  bzw  $A_2$  zur Abschwächer-Methode

$A_1$ [dB]	$A_2$ [dB]
20	42

Das Stehwellenverhältnis lässt sich mit Gleichung 33 berechnen.

$$S = 10^{\frac{A_2 - A_1}{20}} \quad (33)$$

Es ergibt sich der Wert:

$$S = 12,589 \pm 2,0497 \quad (34)$$

Die Unsicherheit der Dämpfung wurde hierbei zu 1 dB angenommen.

## 6 Diskussion

Dieses Kapitel befasst sich mit der Diskussion der im Abschnitt 5 erhaltenen Ergebnisse. Der Fit einer Parabel an die Messwerte der drei Schwingungsmoden aus Unterabschnitt 5.1, wie sie in Abbildung 3 graphisch dargestellt ist, deckt sich sehr gut mit den Messwerten. Die Scheitelpunkte der Parabeln liegen für kleinere Reflektorspannungen dichter beieinander, aber die größten Werte werden nicht kleiner zu niedrigeren Reflektorspannungen. Dies kann an unsachgemäßem Ablesen der Leistung am Oszilloskop liegen, aber auch auftretenden Resonanzen innerhalb des Zusammenspiels aus Messapparaturen, die hierfür verwendet wurden.

Zur Berechnung der Resonatorlänge und der Moden wurde als Näherung eine einzige Frequenz allen zugeordnet, dabei haben Unterschiedliche Moden eine leicht unterschiedliche Frequenz. Diese Näherung ist hauptsächlich darauf zurückzuführen, dass nur ein Messwert für die Frequenz bei 220 V vorlag und führt natürlich zu leichten Abweichungen, welche aber noch in einem angemessenen Rahmen liegen sollten. Für die drei Moden ergaben sich auch drei aufeinanderfolgende Werte, was auch daran liegen mag, dass dies in der Rechnung zur Resonatorlänge als Grundannahme galt.

Die Messung der Bandbreite war mit großen Unsicherheiten behaftet, welche vorallem bei



der Abstimmempfindlichkeit sichtbar werden. Für die Abstimmempfindlichkeit  $E$  ergab sich der Wert zu:

$$E = (1,5 \pm 1,061) \frac{\text{MHz}}{\text{V}} \quad (35)$$

Die relative Unsicherheit beträgt somit ca 71%. Dies lässt sich durch mehrere Effekte erklären. Zum einen handelt es sich hierbei um eine Einzelmessung. Für genauere Werte sollte mehrfach gemessen und daraus der Mittelwert berechnet werden. Zum anderen waren die Flanken der Schwingungsmode sehr viel steiler als bei einer der Parabeln, wie sie in Abbildung 3 zu sehen sind. Der größte Faktor war jedoch, dass sich die Reflektorspannung nur auf 10 V genau bestimmen ließ.

In Unterabschnitt 5.2 wurde die Wellenlänge der verwendeten Strahlung zu  $\lambda_g = (50,6 \pm 0,141) \text{ mm}$  bestimmt. Diese liegt in dem Bereich, der als Mikrowellenstrahlung bezeichnet wird. Die Frequenz  $f$  wurde auf zwei Arten bestimmt. Einmal direkt per Messung mit einem Frequenzmessgerät und einmal indirekt über die Wellenlänge und Maße des Hohlleiters.

Die erste Messung ergab eine Frequenz von  $f = (9014 \pm 0,5) \text{ MHz}$  und die zweite  $f = (8843,47 \pm 14,79) \text{ MHz}$ . Der zweite Wert hat eine deutlich größere Unsicherheit und unterscheidet sich vom ersten um etwa 1,9% des ersten Wertes. Unter der Annahme, dass die erste Messmethode deutlich näher an dem realen Wert liegt, kann das Ergebnis der Zweiten auch als recht genau betrachtet werden.

Laut Gleichung 27 ergab sich die Phasengeschwindigkeit zu  $v_{\text{ph}} = (1,520 \pm 0,004) c$  und lag somit 52% über der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Die Phasengeschwindigkeit entspricht jedoch nicht der Geschwindigkeit, mit der sich Signale ausbreiten oder Informationen übertragen werden können. Die Signalausbreitungsgeschwindigkeit ist die Gruppengeschwindigkeit. Somit ist die deutlich über der Lichtgeschwindigkeit liegende Phasengeschwindigkeit kein Widerspruch zur Relativitätstheorie.

In Abbildung 4 sind die gemessene und die Eichkurve des Dämpfungsgliedes zu sehen. Die Messreihe wurde bei 16 dB anstelle von 0 dB gestartet, da dort die Eichkurve des Dämpfungsgliedes leichter ablesbar war. Der maximale Unterschied zwischen gemessener Dämpfung und abgelesener Betrag 3 dB. Da auch das Ablesen der Dämpfung auf der Eichkurve mit Unsicherheiten in der Größenordnung von einigen dB behaftet ist, lässt sich sagen, dass die beiden Kurven gut übereinstimmen. Das direkte Messen der Welligkeit mittels eines SWR-Meters ist nur für geringe Welligkeiten möglich. Dies hat praktische Gründe: So kommt das Messen von Welligkeiten häufig dort vor, wo stehende Wellen vermieden werden sollen und somit nur sehr geringe Welligkeiten akzeptabel sind. Bei einer Sondentiefe von 9 mm war somit kein Wert für das Stehwellenverhältnis mehr ablesbar.

Zur Bestimmung dieses Wertes wurden zwei verschiedene Methoden verwendet. Bei der 3 dB-Methode ging neben den Messwerten bestimmter Stellen der Welle auch die Wellenlänge mit ein, welche selbst eine fehlerbehaftete Größe war. Die Welligkeit ist jedoch nur proportional bzw antiproportional zu den gemessenen Werten. Dahingegen

weist die Welligkeit bei der Abschwächer-Methode einen exponentiellen Zusammenhang zu den Messwerten auf. Dieser exponentielle Zusammenhang ist die Ursache dafür, dass kleine Schwankungen der Messwerte zu großen Schwankungen des berechneten Stehwellenverhältnisses führen und damit womöglich auch die Ursache für den großen Unterschied von ca 28% der Ergebnisse beider Methoden. Der durch die 3 dB-Methode erhaltene Wert  $S = 9,025 \pm 0,038$  ist der genauere.

## 7 Literatur

- [1] Versuchsanleitung, Philips, Experimente mit Mikrowellen 1
- [2] <https://www.leifphysik.de/optik/lichtausbreitung/grundwissen/lichtgeschwindigkeit>