

V61

Der HeNe-Laser

Benjamin Schäfer
benjamin.schaefer@tu-dortmund.de

Jan Gaschina
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 03.11.2021

Abgabe: 16.11.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Aufbau und Funktion eines Lasers	3
2.2	Brewsterfenster	3
2.3	Emmission und Absorbtion	3
2.4	Wellenlänge	4
2.4.1	Thoeretische Wellenlänge	4
2.4.2	Überprüfung der Wellenlänge	5
2.5	Besetzungsinversion	5
2.6	Der Resonator	5
2.7	Moden	6
3	Fehler	6
4	Durchführung	7
4.1	Ausrichtung und Start des Laserbetriebs	7
4.2	Überprüfung der Stabilitätsbedingung	7
4.3	Beobachtung von TEM-Moden	7
4.4	Bestimmung der Polarisation	8
4.5	Frequenzspektrum	8
4.6	Bestimmung der Wellenlänge	8
5	Auswertung	8
5.1	Resonatorstabilität	8
5.2	TEM-Moden	9
5.3	Polarisation	14
5.4	Multimodenbetrieb	16
5.5	Wellenlänge	20
6	Diskussion	21

1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen die Eigenschaften des HeNe-Lasers untersucht werden. Zu diesen Eigenschaften zählt neben der Wellenlänge und der Polarisation auch das TE-Modenspektrum. Zudem soll die Stabilitätsbedingung unter Änderung der Resonatorlänge und der Resonatorspiegel überprüft werden.

2 Theorie

In diesem Kapitel sollen kurz die theoretischen Grundlagen des HeNe-Lasers erleutert werden.

2.1 Aufbau und Funktion eines Lasers

Das Wort Laser ist ein Akronym und steht für Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation. Jeder Laser besteht aus einem optischen Resonator, einem verstärkenden Medium und einer Energiepumpe. Der optische Resonator besteht an sich aus zwei gegenüberliegenden, hochreflektiven Spiegeln von denen mindestens einer halbdurchlässig ist. Die Spiegel können sowohl planar als auch konkav gebaut sein. Zwischen den Spiegeln, also innerhalb des optischen Resonators befindet sich das verstärkende Medium. Hier wird das Laserlicht sowohl erzeugt als auch durch die später noch erklärte stimulierte Emission verstärkt. Beim Helium-Neon-Laser ist das verstärkende Medium das Neon. Da das Experiment bei Raumtemperatur unter nicht zu hohen Drücken durchgeführt wird, liegt es wie auch das Helium als Gas in einem Kapillarrohr vor. Das letzte zur Funktion nötige Element ist die Energiepumpe, sie liefert die Energie nach welcher über das ausfallende Laserlicht und an diversen anderen Stellen aus dem System entkommt. Im Fall des HeNe-Lasers ist das Helium die Energiepumpe. Es wird durch zwei Elektroden an welchen eine Hochspannung anliegt auf ein höheres Energieniveau gebracht und gibt seine Energie dann später über thermische Stöße an das Neon ab. Der Laser funktioniert also dadurch das Neon durch das angeregte Helium auf einen höheren Energiezustand gebracht wird, das Neon beginnt zu leuchten. Kohärent und linear polarisiert wird das Licht durch den Resonator und Brewsterfenster.

2.2 Brewsterfenster

Die Brewsterfenster sind ein optionales Bauteil, werden in diesem Versuch jedoch verwendet. Sie bestehen aus planparallelen Glaspaltten welche zur Strahlachse im Brewsterwinkel angeordnet sind. Sie reflektieren das senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Licht und lassen das parallel polarisierte Licht vollständig durch. Dadurch wird die senkrechte Polarisation stark unterdrückt.

2.3 Emission und Absorption

Zunächst wird ein System betrachtet welches nur zwei Energiezustände, n_1 und n_2 kennt. Es gibt nun drei mögliche Prozesse welchen ein Wechsel des Energiezustandes zur Folge

haben. Der erste ist die Absorption. Das System absorbiert ein Energiequant und gelangt so vom nicht angeregten Zustand n_1 in den angeregten Zustand n_2 . Der zweite Prozess ist die spontane Emission. Hier befindet sich das System zunächst in n_2 und fällt dann zu einem unbestimmten Zeitpunkt unter Emission eines in Raumrichtung und Phase unbestimmten Energiequants auf n_1 zurück. Der dritte und für den Laser entscheidende Prozess ist die stimulierte Emission. Hier befindet sich das System ebenfalls in n_2 wird dann aber von einem Photon getroffen und fällt unter Emission eines dem einfallenden Photon in Raumrichtung und Phase gleichenden Photons zurück auf n_1 . Dieser letzte Prozess führt dazu dass das Laserlicht nur in Richtung der Strahlachse verstärkt wird, kohärent ist, und falls Brewsterfenster verwendet werden, auch linear polarisiert ist. Die einfallenden Energiequante müssen energetisch jeweils dem Energieunterschied von n_1 und n_2 entsprechen. Die Häufigkeit des Vorkommens der einzelnen Prozesse, also der Anzahl der pro Zeit- und Volumeneinheit absorbierten bzw. emittierten Photonen \dot{N} kann mit den Einsteinkoeffizienten A_{21} , B_{21} und B_{12} geschrieben werden als:

$$\dot{N}_A = n_1 \rho(\nu) B_{12} \quad (1)$$

$$\dot{N}_{St.E} = n_2 \rho(\nu) B_{21} \quad (2)$$

$$\dot{N}_{Sp.E} = n_2 \rho(\nu) A_{21} \quad (3)$$

Wobei $\rho(\nu)$ die Energiedichte der Strahlung bezeichnet. Die Einsteinkoeffizienten geben Übergangswahrscheinlichkeiten für die Übergänge ihrer Indices an. Das Verhalten der Besetzungen in der Zeit kann für den verlustfreien Fall beschrieben werden durch:

$$\frac{dn_1}{dt} = \rho(-n_1 B_{12} + n_2 B_{21}) + n_2 A_{21} \quad (4)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = \rho(n_1 B_{12} - n_2 B_{21}) - n_2 A_{21} \quad (5)$$

2.4 Wellenlänge

2.4.1 Theoretische Wellenlänge

Die Wellenlänge des Lasers wird durch den optischen Übergang bestimmt. In diesem Versuch wird hauptsächlich der 3s zu 2p Übergang des Neons betrachtet welcher die intensivste Spektrallinie erzeugt. Der 3s Zustand entspricht einer Energie von $E_{3s} = 20,66$ eV und der 2p Zustand entspricht einer Energie von $E_{2p} = 18,70$ eV. Dieser Übergang führt über

$$\lambda = \frac{hc}{E_{3s} - E_{2p}} \quad (6)$$

zu einer theoretischen Wellenlänge von $\lambda = 632,8$ nm.

2.4.2 Überprüfung der Wellenlänge

Die Wellenlänge wird durch beugung am Gitter überprüft. Der Beugungswinkel α hängt über die Gitterkonstante d direkt mit der Wellenlänge λ zusammen.

$$d \sin(\alpha) = k\lambda \quad (7)$$

Unter der Annahme kleiner Winkel ($\sin(\alpha) = \alpha = \tan(\alpha)$) folgt für die Abstände zwischen den Hauptmaxima b auf dem Schirm:

$$b = a \frac{k\lambda}{d} \quad (8)$$

wobei a den Abstand zwischen Gitter und Schirm beschreibt.

2.5 Besetzungsinversion

Besetzungsinversion bezeichnet den Zustand eines Gesamtsystems in welchem der angeregte Zustand von Einzelsystemen häufiger besetzt ist als der nicht angeregte Zustand. Besetzungsinversion ist ein notwendiges Kriterium damit die stimulierte Emission öfter vorkommt als die spontane Emission und es so also zu einer Verstärkung kommt. Nach den Gleichungen Gleichung 4 und Gleichung 5 kann es im thermodynamischen Gleichgewicht jedoch nicht zu einer Besetzungsinversion kommen, da das System einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung folgt. Diese kann nur durch permanentes pumpen erreicht werden.

2.6 Der Resonator

Die verstärkung des Strahlungsfeldes hängt exponentiell mit der Länge des verstärkenden Mediums zusammen. Da extrem lange verstärkende Medien experimentell kaum möglich sind, wird ein recht kurzes Medium in einen Resonator gebracht welcher aus zwei sich gegenüber stehenden Spiegeln besteht. Die Spiegel können beide sowohl plan als auch konkav sein, auch ein planer Spiegel in Kombination mit einem konkaven Spiegel ist möglich. Mindestens einer der beiden Spiegel ist teilweise durchlässig, hier wird der Laserstrahl ausgekoppelt. Der Teil des Lichts der nicht ausgekoppelt wird wird wieder zurück in das verstärkende Medium gespiegelt, dort verstärkt und vom gegenüberliegenden Spiegel wieder in das Medium gespiegelt. Damit der Laser funktioniert muss die Verstärkung größer sein als die Verluste an den Spiegeln. Ein solches Konstrukt heißt selbsterregender Oszillator. Für ihn gilt die Stabilitätsbedingung:

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \quad (9)$$

Wobei die Konstanten g_i charakteristische Größen der Anordnung sind und sich mit der Resonatorlänge L und dem Krümmungsradius des Spiegels r_i über $g_i = 1 - \frac{L}{r_i}$ ergeben.

2.7 Moden

Da die Wellenlänge λ sehr viel kleiner ist als die Resonatorlänge L kann eine Vielzahl von Frequenzen zu einer stehenden Welle im Resonator führen. Diese bezeichnet man als Transversalelektromagnetische Moden, kurz TEM_{ij} -Moden. Wobei die Indices i und j für die Knotenanzahl in x- und y-Richtung stehen. Neben den transversalen Moden können auch longitudinale Moden entstehen. Höhere Moden werden stärker unterdrückt als niedrigere. Die niedrigste Mode TEM_{00} folgt einer Gaußverteilung. Um die Feldverteilungen höherer Moden zu berechnen muss die Gaußverteilung mit dem entsprechenden Hermitepolynom multipliziert werden. Daraus folgen dann die Hermiteschen Funktionen $H(x)$.

$$E_{i,j}(x, y) \propto H_i(x)H_j(y)e^{\frac{x^2}{2}} \quad (10)$$

Die Intensität I ergibt sich über $I \propto |E_{i,j}(x, y)|^2$:

$$I \propto I_0 |H_i(x)H_j(y)e^{\frac{x^2}{2}}|^2 \quad (11)$$

Für die TEM_{00} -Mode gilt also:

$$I(r) = I_0 e^{\frac{-r^2}{\omega^2}} \quad (12)$$

mit der Strahldivergenz ω , dem Abstand zur Strahlsymetrieachse r und der Maximalintensität I_0 .

3 Fehler

Der Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=0} x_i \quad (13)$$

Die Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (14)$$

Der Fehler des Mittelwertes:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (15)$$

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_{x_n}^2} \quad (16)$$

Die Prozentuale Abweichung:

$$Abweichung = \frac{\text{Experimenteller Wert} - \text{Theoriewert}}{\text{Theoriewert}} \times 100 \quad (17)$$

4 Durchführung

In diesem Kapitel sollen die einzelnen Schritte des Versuches erklärt werden.

4.1 Ausrichtung und Start des Laserbetriebs

Um den Laser zur Funktion zu bringen müssen alle Komponenten nach einer Strahlachse ausgerichtet werden. Dazu wird ein grüner Hilfsaser am einen ende der optischen Bank eingeschaltet und auf ein Fadenkreuz am anderen Ende ausgerichtet. Nun werden nacheinander das Laserrohr und die Resonatorspiegel auf der Bank arretiert und so ausgerichtet das die entsprechenden Beugungsringe und Reflexe wieder ins Fadenkreuz treffen. Die Resonatorspiegel werden dazu zunächst sehr nah an den Enden des Laserrohres montiert. Sobald alle komponenten gut ausgerichtet sind wird der grüne Laser abgeschaltet und die Pumpspannung des HeNe-Lases eingeschaltet. Das Laserrohr beginnt nun rötlich zu leuchten. Nach kurzem nachstellen der Resonatorspiegel stellt sich der Laserbetrieb ein was an einem roten Lichtpunkt im Fadenkreuz zu erkennen ist.

4.2 Überprüfung der Stabilitätsbedingung

Um die Stabilitätsbedingung zu überprüfen wird zunächst die von den Resonatorspiegel abhängige maximale Länge berechnet unter welcher der Laser noch stabil läuft. Im Anschluss daran werden die beiden Spiegel schrittweise voneinander entfernt und immer wieder neu ausgerichtet um den Laserbetrieb aufrecht zu erhalten. Dabei wird jedes mal mit Hilfe einer Photodiode die maximale Leistung eingestellt. Wenn der Laserbetrieb bei der maximal möglichen Länge noch aufrecht erhalten werden kann ist die Stabilitätsbedingung sicher erfüllt. Dies wird mit zwei verschiedenen Spiegeln durchgeführt.

4.3 Beobachtung von TEM-Moden

In der Strahlachse des Lasers wird eine Streulinse und dahinter eine orthogonal zur Strahlachse in der horizontalen Ebene bewegliche Photodiode positioniert. Der Laser läuft zunächst in der TEM₀₀-Mode. Die zugehörige Intensitätsverteilung kann vermessen werden indem die Photodiode in kleinen Schritten durch den aufgeweiteten Laserpunkt bewegt wird. Nun wird zwischen einem Resonatorspiegel und dem Laserrohr ein dünner

Wolframdraht positioniert. So können weitere TEM-Moden beobachtet werden. Diese werden auf die gleiche Weise vermessen.

4.4 Bestimmung der Polarisation

Um die Polarisation des Laserlichtes zu vermessen wird ein drehbarer Polarisationsfilter in den Strahlweg gebracht. Hinter dem Polarisationsfilter wird wieder die Photodiode positioniert. Nun wird der Polarisationsfilter in kleinen Schritten gedreht und nach jeder Drehung die Intensität gemessen.

4.5 Frequenzspektrum

Der Laser wird bei unterschiedlichen Resonatorlängen auf eine zeitlich hochauflösende Photodiode gerichtet. Die Photodiode ist an einen Spektrum-Analyzer angeschlossen. Hier können die Frequenzen der entstehenden Schwebungen als Peaks abgelesen werden.

4.6 Bestimmung der Wellenlänge

Um die Wellenlänge des Lasers zu bestimmen wird in den Strahlengang des Lasers ein optisches Gitter gestellt. Auf einem Schirm können nun als Resultat der Fraunhoferbeugung mehrere Strahlungsmaxima beobachtet werden. Aus ihren Abständen kann die Wellenlänge des Lasers berechnet werden.

5 Auswertung

In diesem Kapitel werden die aufgenommenen Messwerte ausgewertet.

5.1 Resonatorstabilität

In diesem Abschnitt wird die Stabilitätsbedingung hinsichtlich der maximal möglichen Resonatorlänge überprüft. Die maximalen Resonatorlängen L , bei der der Laserbetrieb stabil war, finden sich in Tabelle 1. Die verwendeten Spiegel hatten die Krümmungsradien r_1 und r_2 .

Tabelle 1: Maximale stabile Resonatorlängen L für Spiegel mit Krümmungsradius r_1 und r_2

$L[\text{cm}]$	$r_1[\text{mm}]$	$r_2[\text{mm}]$
204,0	1400	1400
139,5	∞	1400

Aus der Stabilitätsbedingung aus Unterabschnitt 2.6 ergeben sich die maximalen theoretisch stabilen Resonatorlängen zu:

$$L_{max} = 2,8 \text{ m} \quad \text{für } r_1, r_2 = 1400 \text{ mm} \quad (18)$$

$$L_{max} = 1,4 \text{ m} \quad \text{für } r_1 = \infty, r_2 = 1400 \text{ mm} \quad (19)$$

5.2 TEM-Moden

Dieser Abschnitt behandelt die Auswertung der Messung zweier TEM-Moden. Die Stromstärke der Photodiode ist proportional zur Lichtintensität und wird daher hier als Maß für selbige behandelt. Die Messung der Intensität für die Fundamentalmode TEM_{00} finden sich in Tabelle 2. Die der ersten Mode TEM_{10} , in die hier als x -Achse definierte Richtung, findet sich in Tabelle 3.

Tabelle 2: Messung der Intensitätsverteilung in Einheiten der Stromstärke zur TEM_{00}

$\Delta x[\text{mm}]$	$I[\mu\text{A}]$
-12	0,3
-11	0,4
-10	0,8
-9	1,2
-8	1,9
-7	2,6
-6	3,4
-5	4,2
-4	5,2
-3	6,3
-2	7,0
-1	7,2
0	7,2
1	8,0
2	7,4
3	7,0
4	6,4
5	5,5
6	4,4
7	3,5
8	2,6
9	1,8
10	1,3
11	0,8
12	0,5
13	0,3

Tabelle 3: Messung der Intensitätsverteilung in Einheiten der Stromstärke zur TEM₁₀

$\Delta x[\text{mm}]$	$I[\mu\text{A}]$
-18	0,2
-17	0,3
-16	0,4
-15	0,6
-14	0,8
-13	1,0
-12	1,2
-11	1,5
-10	1,6
-9	1,7
-8	1,6
-7	1,2
-6	1,1
-5	0,8
-4	0,5
-3	0,2
-2	0,1
-1	0,0
0	0,1
1	0,3
2	0,5
3	0,9
4	1,2
5	1,5
6	1,8
7	2,0
8	2,0
9	1,9
10	1,8
11	1,5
12	1,3
13	1,0
14	0,8
15	0,6
16	0,5
17	0,4
18	0,2

Die Funktion I_{00} wurde an die Messwerte aus Tabelle 2 angepasst, die Funktion I_{10} an die aus Tabelle 3, um den theoretischen Verlauf mit den Messwerten vergleichen zu können.

$$I_{00}(x) = A \cdot e^{-\left(\frac{x-x_0}{w}\right)^2} \quad (20)$$

$$I_{10}(x) = 2A \cdot \left(\frac{x-x_0}{w}\right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{x-x_0}{w}\right)^2} \quad (21)$$

Die Parameter für Gleichung 20 ergaben sich zu:

$$A = 7,88 \pm 0,05 \mu\text{A} \quad (22)$$

$$x_0 = 0,57 \pm 0,04 \text{ mm} \quad (23)$$

$$w = 7,09 \pm 0,05 \text{ mm} \quad (24)$$

Für Gleichung 21 berechneten sich die Parameter zu:

$$A = 2,43 \pm 0,06 \mu\text{A} \quad (25)$$

$$x_0 = -0.67 \pm 0,12 \text{ mm} \quad (26)$$

$$w = 8.35 \pm 0,12 \text{ mm} \quad (27)$$

In Abbildung 1 sind der Fit der Funktion I_{00} und die Messwerte zur Fundamentalmode aus Tabelle 2 aufgetragen. Die Messwerte aus Tabelle 3 und der Fit der Funktion I_{10} sind in Abbildung 2 zu sehen.

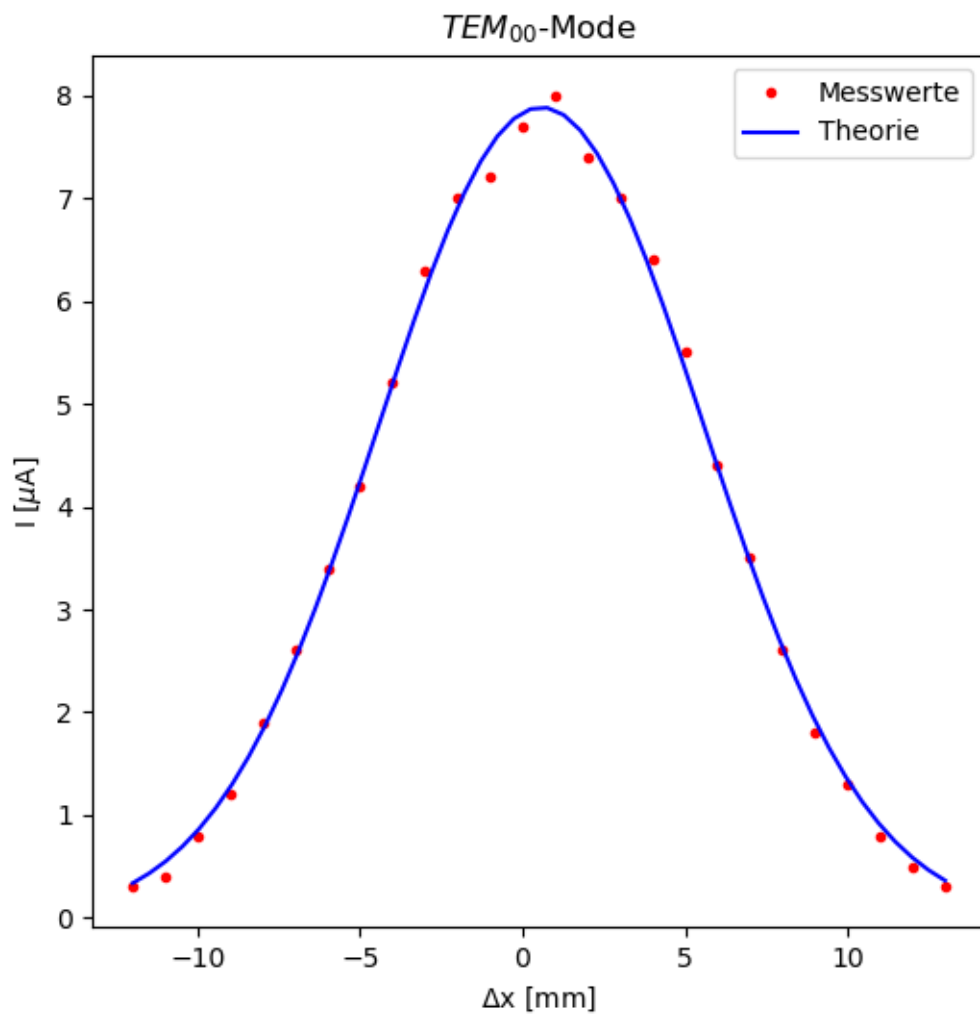


Abbildung 1: Messung und theoretische Werte der TEM_{00}

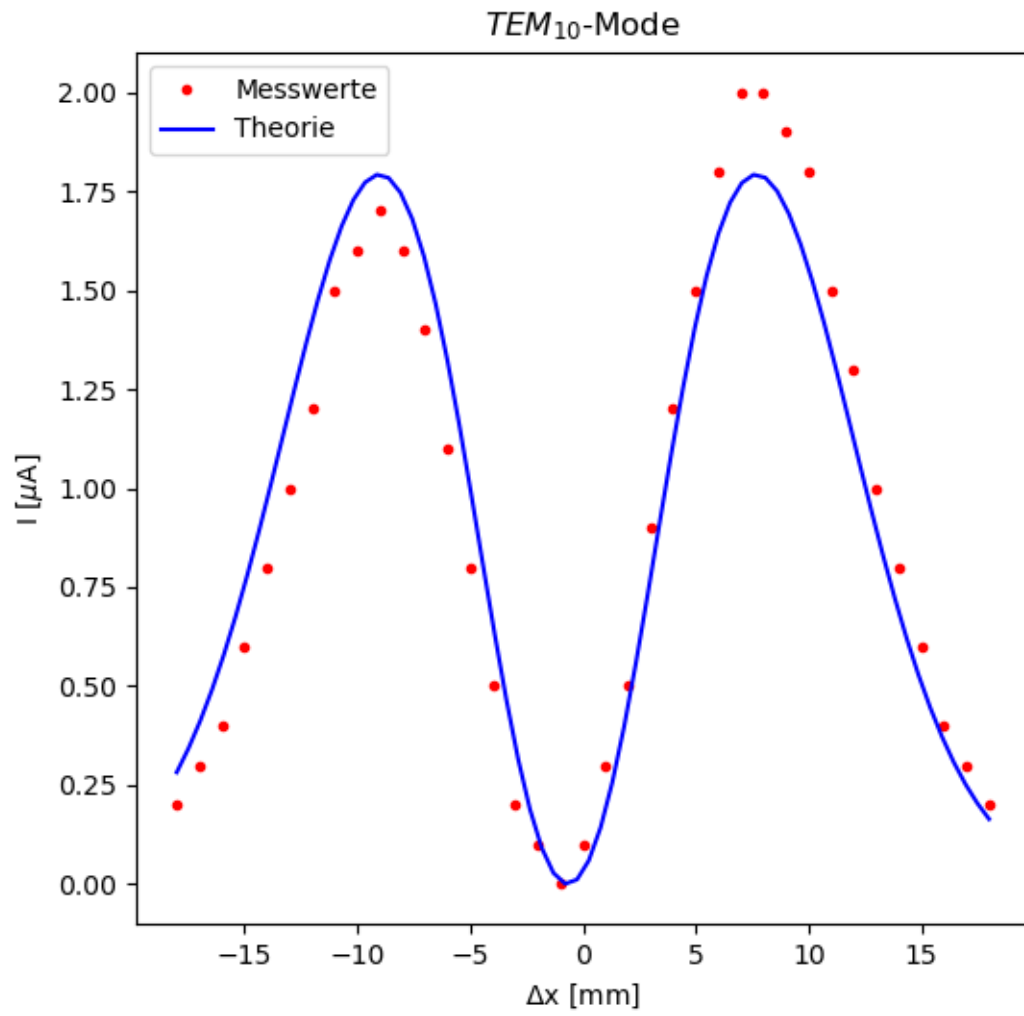


Abbildung 2: Messung und theoretische Werte der TEM_{10}

5.3 Polarisation

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Auswertung der Polarisation des Lasers. Die gemessene Strahlungsleistung P zu verschiedenen Polarisationswinkeln ϕ ist in Tabelle 4 zu sehen. Der Startwinkel $\phi = 0^\circ$ wurde dabei willkürlich zu Beginn der Messung festgelegt.

Tabelle 4: gemessene Strahlungsleistung P zu verschiedenen Polarisationswinkeln ϕ

$\phi[^\circ]$	$P[\text{mW}]$	$\phi[^\circ]$	$P[\text{mW}]$
0	0,0	92	3,9
4	0,1	96	3,7
8	0,2	100	3,5
12	0,3	104	3,4
16	0,4	108	3,3
20	0,6	112	3,1
24	0,8	116	2,9
28	1,0	120	2,7
32	1,2	124	2,4
36	1,5	128	2,2
40	1,8	132	1,9
44	2,0	136	1,6
48	2,3	140	1,4
52	2,6	144	1,1
56	2,8	148	0,9
60	3,0	152	0,8
64	3,3	156	0,5
68	3,5	160	0,4
72	3,6	164	0,2
76	3,7	168	0,1
80	3,8	172	0,1
84	3,9	176	0,0
88	3,9	180	0,1

Die Funktion Gleichung 28 wurde an die gemessenen Werte aus Tabelle 4 angepasst und beides danach in Abbildung 3 dargestellt.

$$P(\phi) = P_0 \cdot (\cos(\phi - \phi_0))^2 \quad (28)$$

Es ergaben sich die Parameter wie folgt:

$$P_0 = (3,83 \pm 0,01) \text{ mW} \quad (29)$$

$$\phi_0 = (86,82 \pm 0,15)^\circ \quad (30)$$

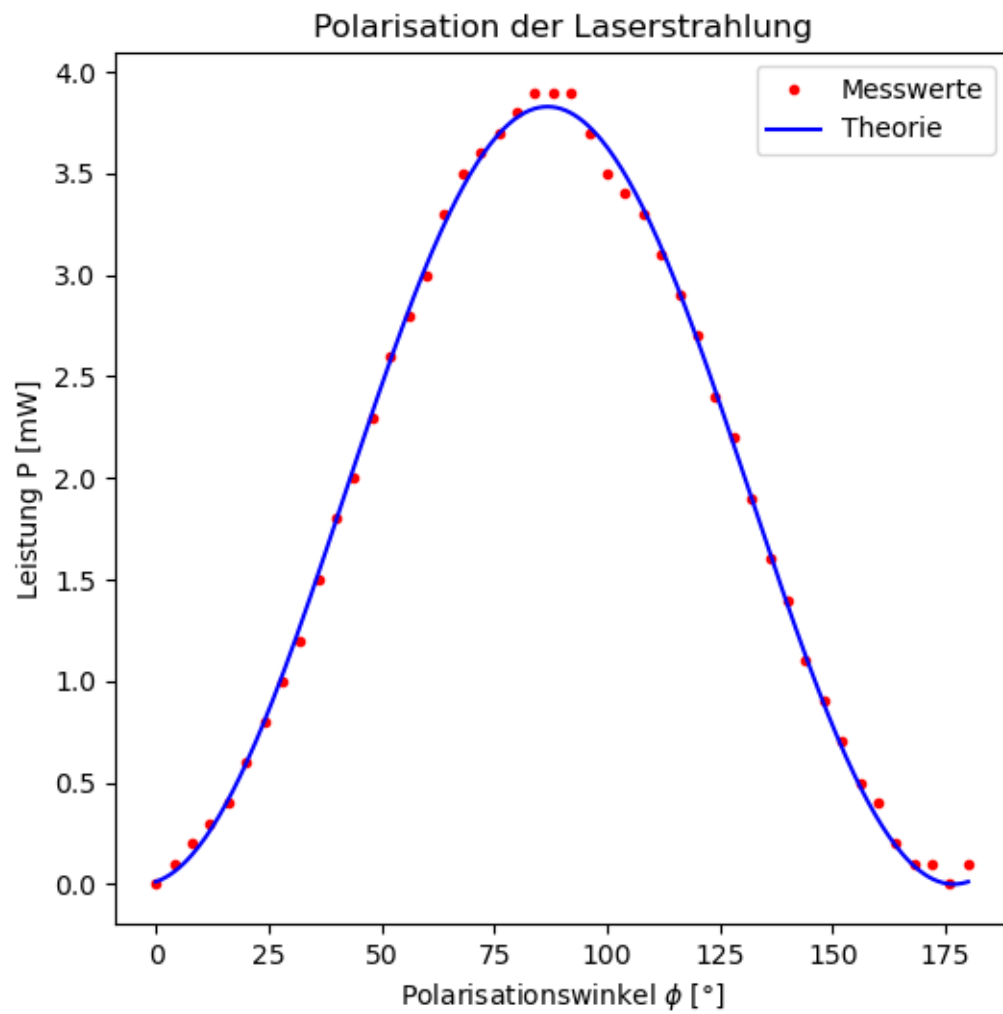


Abbildung 3: Messung und theoretische Werte der Polarisation des Laserstrahls

5.4 Multimodenbetrieb

In diesem Abschnitt werden die Schwebungsfrequenzen, der longitudinalen Moden ausgewertet. Die durch den Spektrumanalysator zu verschiedenen Resonatorlängen L gemessenen Schwebungsfrequenzen finden sich in Tabelle 5.

Tabelle 5: Schwebungsfrequenzen ν_i zu verschiedenen Resonatorlängen L

L [cm]	202,6	190,7	182,0	167,6	158,2	140,4
ν_1 [MHz]	225	233	244	90	94	105
ν_2 [MHz]	443	469	495	180	188	214
ν_3 [MHz]	664	701	730	270	285	319
ν_4 [MHz]	881	938	979	353	375	424
ν_5 [MHz]				446	473	529
ν_6 [MHz]				533	566	634
ν_7 [MHz]				623	660	739
ν_8 [MHz]				713	750	844
ν_9 [MHz]				799	844	953
ν_{10} [MHz]				885	941	1058
ν_{11} [MHz]				979	1035	1163

L [cm]	116,9	107,4	96,2	80,2	61,8	40,5
ν_1 [MHz]	128	139	154	184	236	90
ν_2 [MHz]	255	278	311	368	473	270
ν_3 [MHz]	383	416	461	551	709	360
ν_4 [MHz]	506	551	615	735	945	446
ν_5 [MHz]	634	690	769	919		630
ν_6 [MHz]	761	829	923	1103		716
ν_7 [MHz]	889	968	1076			799
ν_8 [MHz]	1013	1103	1230			
ν_9 [MHz]						
ν_{10} [MHz]						
ν_{11} [MHz]						

Mittels linearer Regression lässt sich zu jeder Resonatorlänge die Grundfrequenz der Schwebungsfrequenzen ermitteln. Dafür wurde die Funktion Gleichung 31 an die Messwerte aus Tabelle 5 angepasst.

$$\nu(x) = m \cdot x + n \quad (31)$$

Wobei x das ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz und $\nu(x)$ die gemessenen Schwebungsfrequenzen angibt. Graphisch beispielhaft für die Resonatorlänge $L = 167,6$ cm in

Abbildung 4 dargestellt.

Der Parameter m entspricht dem Abstand zweier Schwebungsfrequenzen und damit der Grundfrequenz. Die Ergebnisse der Parameterbestimmung zur jeweiligen Resonatorlänge L sind in Tabelle 6 zu finden.

Tabelle 6: Parameter der linearen Regression

$m[\text{MHz}]$	$n[\text{MHz}]$
218,899 \pm 0,232	6,000 \pm 0,636
234,699 \pm 0,293	-1,499 \pm 0,803
243,999 \pm 0,959	2,000 \pm 2,627
88,627 \pm 0,188	1,963 \pm 1,275
93,918 \pm 0,170	1,127 \pm 1,153
105,618 \pm 0,121	1,018 \pm 0,822
126,511 \pm 0,153	1,821 \pm 0,774
137,809 \pm 0,154	1,607 \pm 0,778
153,535 \pm 0,145	1,464 \pm 0,732
183,771 \pm 0,049	0,133 \pm 0,191
236,300 \pm 0,035	0,000 \pm 0,098
117,464 \pm 4,238	3,143 \pm 18,955

Der Frequenzabstand zweier longitudinaler Moden ist gegeben durch:

$$\delta\nu(L) = \frac{c}{2L} \quad (32)$$

Wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist. Diese Formel umgestellt nach L erlaubt einen Fit der Funktion

$$L(\delta\nu) = \frac{c_0}{2 \cdot \delta\nu} \quad (33)$$

mit c_0 als freiem Parameter und m aus Tabelle 6 als Werte für $\delta\nu$. Dabei wurden auch die Standardabweichungen für m berücksichtigt. Die ersten drei Werte, sowie der letzte Wert für m aus Tabelle 6 weichen sichtlich stark von der Theorie ab und wurden daher zur Parameterbestimmung nicht miteinbezogen. Der Parameter c_0 ergab sich zu:

$$c_0 = (299400884,188 \pm 9,146) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (34)$$

In Abbildung 5 sind der Fit der Funktion Gleichung 33 und die ermittelten Werte der Grundfrequenzen aus Tabelle 6 zu sehen. Der Frequenzabstand $\delta\nu$ wurde hier mit f bezeichnet.

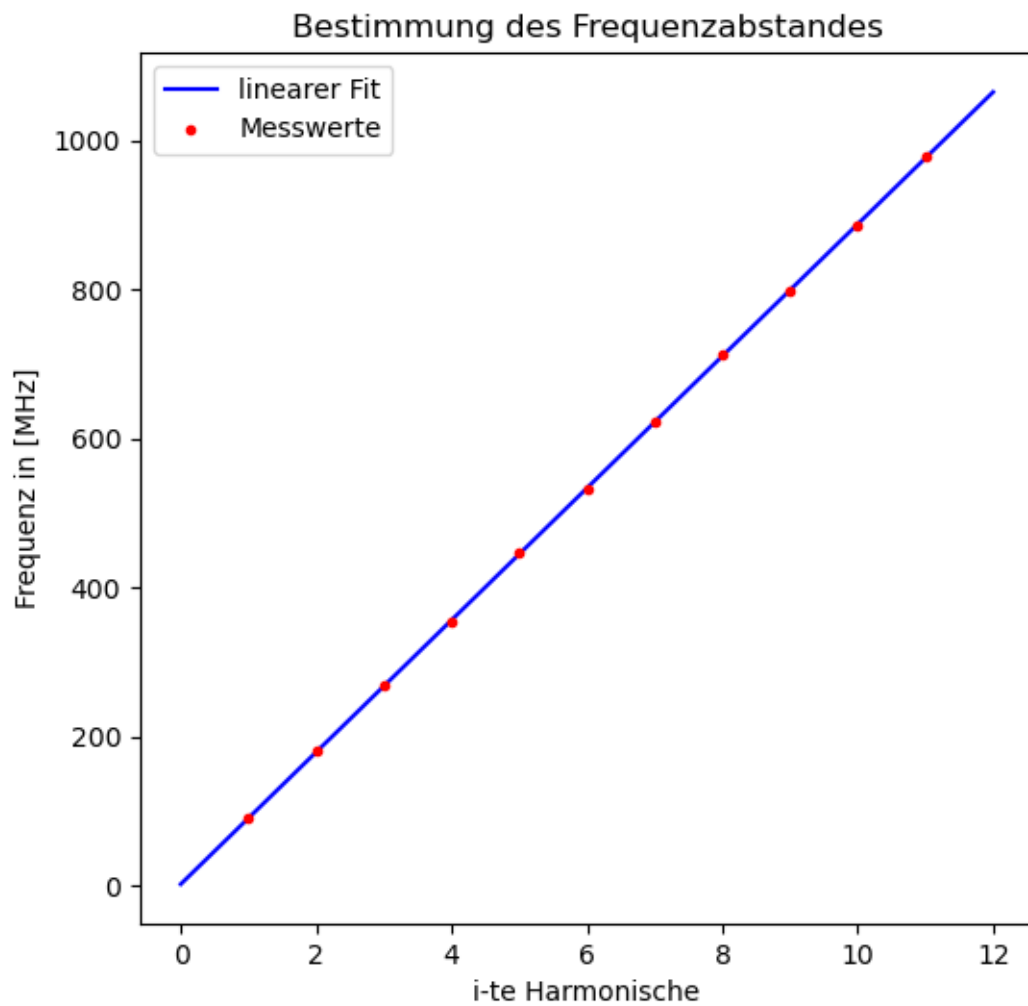


Abbildung 4: Gemessene Schwebungsfrequenzen und linearer Fit zur Resonatorlänge
 $L = 167,6 \text{ cm}$

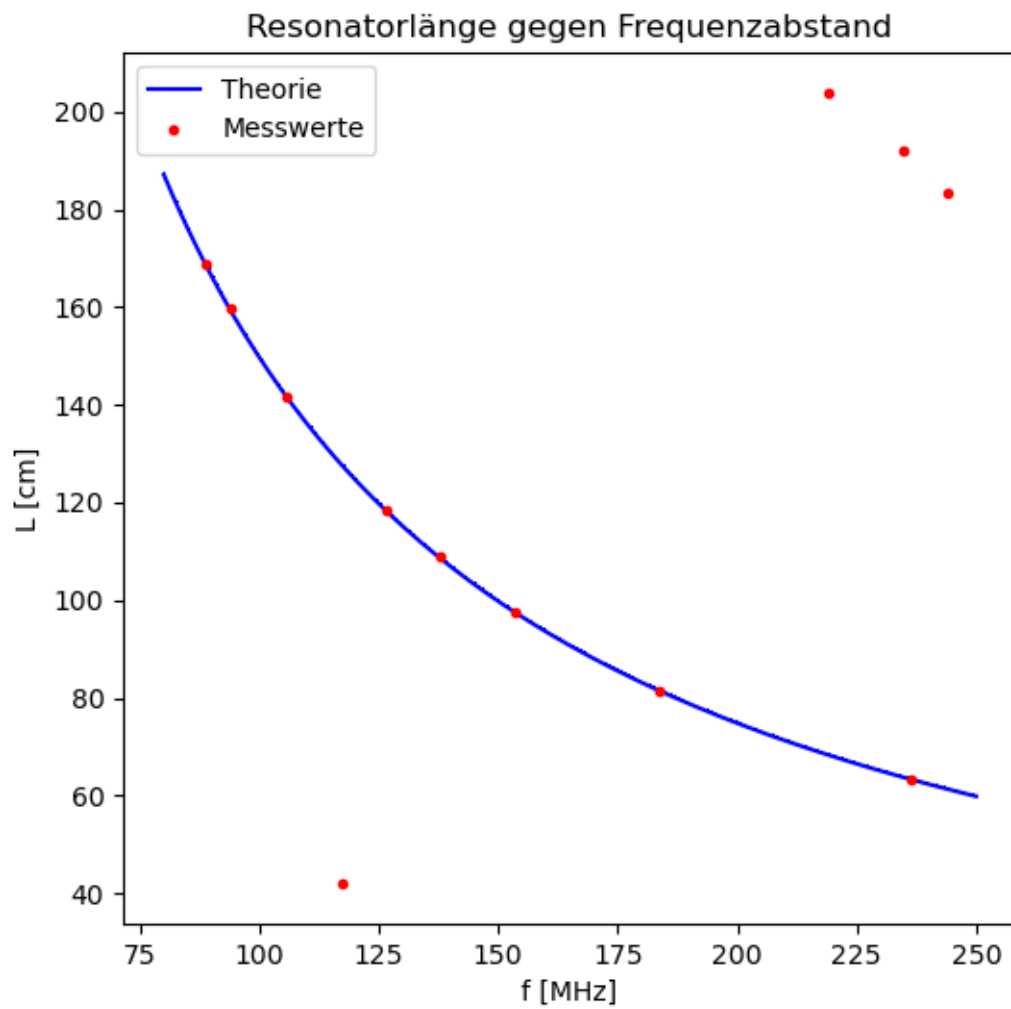


Abbildung 5: Resonatorlänge L und Abstand zweier longitudinaler Moden f : Messwerte und theoretische Werte

5.5 Wellenlänge

In diesem Abschnitt wird die Messung der Abstände der Beugungsmaxima ausgewertet, um daraus die Wellenlänge der Laserstrahlung zu bestimmen. Die Messung für ein Gitter mit 100 lines/mm und eines mit 600 lines/mm ist in Tabelle 7 zu sehen.

Tabelle 7: Abstände der Beugungsmaxima für zwei verschiedene Gitter

100 lines/mm $\delta x[\text{cm}]$	600 lines/mm $\delta x[\text{cm}]$
2,1	22,9
2,1	22,9
2,1	
2,1	
2,1	
2,1	

Innerhalb der Messgenauigkeit gab es keinen Unterschied zwischen den gemessenen Abständen für ein Gitter. Daher ergeben sich die Mittelwerte direkt zu:

$$x_1 = 2,1 \text{ cm} \quad (35)$$

$$x_2 = 22,9 \text{ cm} \quad (36)$$

Der Abstand zwischen Gitter und Schirm für die erste Messreihe betrug $l = 31,6 \text{ cm}$ und $l = 55,7 \text{ cm}$ für die zweite. Zur Berechnung der Wellenlänge wird die folgende Formel¹ verwendet

$$\lambda = \frac{d \cdot \delta x}{\sqrt{l^2 + (\delta x)^2}} \quad (37)$$

wobei d den Abstand zwischen zwei Spalten des Gitters bezeichnet. Dieser lässt sich jeweils aus dem Kehrwert von 100 lines/mm bzw 600 lines/mm berechnen. Daraus ergeben sich die Wellenlängen der beiden Messungen zu:

$$\lambda = 663,1 \text{ nm} \quad (38)$$

$$\lambda = 633,7 \text{ nm} \quad (39)$$

¹<https://www.leifiphysik.de/optik/beugung-und-interferenz/grundwissen/vielfachspalt-und-gitter>

6 Diskussion

Dieses Kapitel befasst sich mit der Diskussion der im Abschnitt 5 erhaltenen Ergebnisse. Die Überprüfung der Resonatorstabilität ergab als maximale Resonatorlängen, die Werte

$$L_{max} = 204,0 \text{ cm} \quad \text{für } r_1, r_2 = 1400 \text{ mm} \quad (40)$$

$$L_{max} = 139,5 \text{ cm} \quad \text{für } r_1 = \infty, r_2 = 1400 \text{ mm} \quad (41)$$

Diese sind innerhalb der theoretisch möglichen Grenzen wie sie in Gleichung 18 und Gleichung 19 berechnet wurden. Der Wert von 204,0 cm ist von der theoretischen Größe 76 cm entfernt, da der Versuchsaufbau keine größere Resonatorlänge zuließ. Der Messwert von 139,5 cm liegt vergleichsweise sehr nahe am theoretischen Maximum. Abweichungen könnten durch Messungenauigkeiten zustande gekommen sein. So ist der Abstand zwischen den Befestigungspunkten der Spiegel sehr gut zu vermessen gewesen, der Abstand vom Befestigungspunkt zur Spiegeloberfläche jedoch nur sehr schwierig.

Die transversalen Moden TEM_{00} und TEM_{10} ließen sich sehr gut beobachten. Abbildung 1 zeigt, dass die Messwerte sehr gut dem Verlauf einer Gaußschen Kurve, wie sie von der Theorie vorhergesagt wird, folgen. Die sprunghaften Abweichungen einiger Messpunkte könnten die Empfindlichkeit der Photodiode als Ursache tragen, da selbst ein Auflegen der Hand auf die Fläche, auf der die Messapparaturen stehen, zu einer merkbaren Änderung der gemessenen Stromstärke geführt hat.

Der Verlauf aus Abbildung 2 deckt sich gut genug mit dem theoretisch vorhergesagten. Deutlich zu erkennen ist jedoch, dass die Messwerte im negativen Δx -Bereich etwas zu niedrig, im positiven etwas zu hoch zu sein scheinen. Dies deutet auf einen systematischen Fehler hin. Etwa einen Winkel zwischen optischer Achse der Photodiode und der optischen Achse des Lasers, sodass Licht zu einer Seite der optischen Achse senkrechter in die Photodiode fällt als auf der anderen Seite. Eventuell könnte aber auch der Wolfram-Draht, der in den Resonator eingebracht wurde, nicht komplett mittig liegen und so eine Seite etwas mehr abschwächen als die andere. Zusammenfassend decken sich Theorie und Messung jedoch ausreichend genug, um die vorhergesagten Verläufe zu bestätigen.

Für vollständig in einer Richtung polarisiertes Licht beträgt der Anteil der Amplitude, der parallel zur Durchlassrichtung des Polarisationsfilters liegt, gerade $\cos(\phi)$ der maximalen Amplitude. Der Winkel ϕ ist derjenige zwischen Polarisationsrichtung des Strahls und Durchlassrichtung des Filters. Da die Intensität proportional zum Quadrat der Amplitude ist, folgt damit der Verlauf der Lichtintensität einer $(\cos)^2(\phi)$ Kurve.

In Abbildung 3 ist zu sehen, dass der gemessene Verlauf der vorhergesagten Kurve sehr gut entspricht. Damit konnte gezeigt werden, dass die vermessene Laserstrahlung vollständig polarisiert ist. Der Winkel zwischen Polarisationsrichtung der Laserstrahlung und der Richtung, die auf dem Filter als 0° angezeigt wird, entspricht dem errechneten Parameter:

$$\phi_0 = (86,82 \pm 0,15)^\circ \quad (42)$$

Die Anzahl der longitudinalen Moden, die sich als stehende Wellen im Resonator entwickeln, ergibt sich aus der Resonatorlänge, aber auch der Verbreitung des Neon-Überganges durch den relativistischen Doppler-Effekt. Da die Anzahl der möglichen Moden mit der Resonatorlänge zunimmt, sollten auch mehr Schwebungsfrequenzen mit dem Spektrumanalysator messbar sein. An der Tabelle 5 ist erkennbar, dass für die drei größten Längen nur höhere Harmonische jeweils messbar waren. Dies führt auch zu den, im Unterabschnitt 5.4 erwähnten, Abweichungen dieser Messwerte, weshalb sie in der Auswertung schlussendlich weggelassen wurden. Auch die Messreihe zur kleinsten Resonatorlänge weicht stark ab und wurde am Ende ausgelassen. Weshalb dies der Fall ist, ist nicht absehbar.

Der berechnete Abstand zwischen zwei longitudinalen Moden ist nur von der Resonatorlänge abhängig. Die zum optimieren verwendete Funktion ließ sich sehr gut an die Messwerte anpassen. Der bestimmte Parameter

$$c_0 = (299400884,188 \pm 9,146) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (43)$$

soll laut Theorie der Lichtgeschwindigkeit entsprechen. Die Abweichung zwischen dem Parameter c_0 und der Naturkonstanten² c beträgt:

$$\left(\frac{c_0}{c} - 1\right) = -0,130 \% \quad (44)$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem theoretischen überein. Mit der Messung konnte der theoretische Sachverhalt über die Abstände der longitudinalen Moden sehr gut gezeigt werden.

Die in Unterabschnitt 5.5 durch Beugung am Gitter berechneten Wellenlängen betrugen:

$$\lambda = 663,1 \text{ nm} \quad (45)$$

$$\lambda = 633,7 \text{ nm} \quad (46)$$

Der Literaturwert³ der Wellenlänge beträgt $\lambda_{\text{Literatur}} = 632,8 \text{ nm}$. Damit weicht der Wert 45 deutlich vom erwarteten Wert ab. Eine mögliche Ursache ist die Messgenauigkeit der Abstände der Beugungsmaxima. Diese ließen sich nur auf 1 mm genau bestimmen, was einen großen Einfluss auf das Messergebnis hat.

Der Wert für λ aus 46 weicht nur um

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{Literatur}}} - 1\right) = 0,142 \% \quad (47)$$

vom Literaturwert ab. Die größere Genauigkeit im Vergleich mit dem errechneten Wert aus der anderen Messreihe lässt sich durch den größeren Abstand zwischen zwei Beugungsmaxima erklären. Die Messungenauigkeit von 1 mm ist bei einem Abstand von 22,9 cm prozentual gesehen niedriger als bei einem Abstand von 2,1 cm. Aufgrund des

²<https://www.leifiphysik.de/optik/lichtausbreitung/grundwissen/lichtgeschwindigkeit>

³<https://www.spektrum.de/lexikon/physik/helium-neon-laser/6579>

größeren Abstandes ließen sich dabei nur wenig Maxima auf dem Schirm abbilden. Zusammenfassend ließ sich der Literaturwert für die Wellenlänge der HeNe-Laserstrahlung bestätigen.