

V61

Der Operationsverstärker

Benjamin Schäfer
benjamin.schaefer@tu-dortmund.de

Jan Gaschina
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 24.11.2021

Abgabe: 06.12.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Operationsverstärker	3
2.2	Invertierender Linearverstärker	4
2.3	Umkehrintegrator und Invertierender Differenzierer	5
2.4	Nicht-invertierender Schmitt-Trigger	5
3	Fehler	7
4	Durchführung	7
4.1	Der invertierende Linearverstärker	7
4.2	Der Umkehrintegrator und der invertierender Differenzierer	8
4.3	Der Schmitt-Trigger	8
4.4	Der Signalgenerator	8
5	Auswertung	10
5.1	Der Invertierende-Linearverstärker	10
5.2	Der Umkehrintegrator und der invertierender Differenzierer	13
5.3	Nicht-invertierender-Schmitt-Trigger	15
6	Diskussion	19

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches soll es sein die unterschiedliche Einsatzmöglichkeiten des Operationsverstärkers LM741 kennen zu lernen und aufzubauen. Dabei sollen auch die Unterschiede zwischen theoretischer Beschreibung und praktischem Einsatz untersucht werden.

2 Theorie

In diesem Kapitel werden die theoretischen Hintergründe dieses Versuches erläutert. Dabei wird insbesondere auf die in der Durchführung verwendeten Schaltungen eingegangen.

2.1 Operationsverstärker

Ein Operationsverstärker, oftmals mit OPV abgekürzt, ist ein Schaltbauteil und zählt zu den Differenzverstärkern. Das heisst die Differenz zweier Eingangsspannungen U_+ , U_- wird um einen Faktor verstärkt, welcher idealerweise den ∞ beträgt. Ein OPV besitzt acht Anschlüsse, sogenannte Pins, wovon nur sieben einen tatsächlichen Nutzen haben. Die wichtigsten Anschlüsse sind die der beiden Eingangsspannungen, wovon eine invertiert wird, der Anschluss für das Ausgangssignal und zwei Anschlüsse für Versorgungsspannungen. In Abbildung 1 ist eine Zuordnung der pins und der genannten Anschlüsse am Beispiel des Operationsverstärkers LM741 zu sehen.¹ Zur Orientierung des OPVs dient eine Mulde im Bauteil. Die Versorgungsspannungen bedingen das Maximum und Minimum der Ausgangsspannung und sind hier symmetrisch um den Nullpunkt angelegt. Der maximale Wert $U_{a,\max}$ der Ausgangsspannung U_a ist jedoch endlich und genügt der Bedingung:

$$|U_{a,\max}| < UV \quad (1)$$

Mit $|U_{V+}| = |U_{V-}| = U_V$ als dem Betrag der Versorgungsspannung.

In Schaltungen wird der OPV fast ausschließlich mit Rückkopplung betrieben. Ist dies als Gegenkopplung realisiert, sind zwei bedeutende Eigenschaften des OPVs als goldene Regeln zusammengefasst.

1. Goldene Regel

$$U_+ = U_- \quad (2)$$

Die Spannungen an den Eingängen sind identisch und somit ist deren Differenz Null.

2. Goldene Regel

$$I_+ = I_- = 0 \text{ V} \quad (3)$$

Es fließt kein Strom in den Operationsverstärker.

¹Bild dem Datasheet entnommen: <https://www.ti.com/product/LM741>

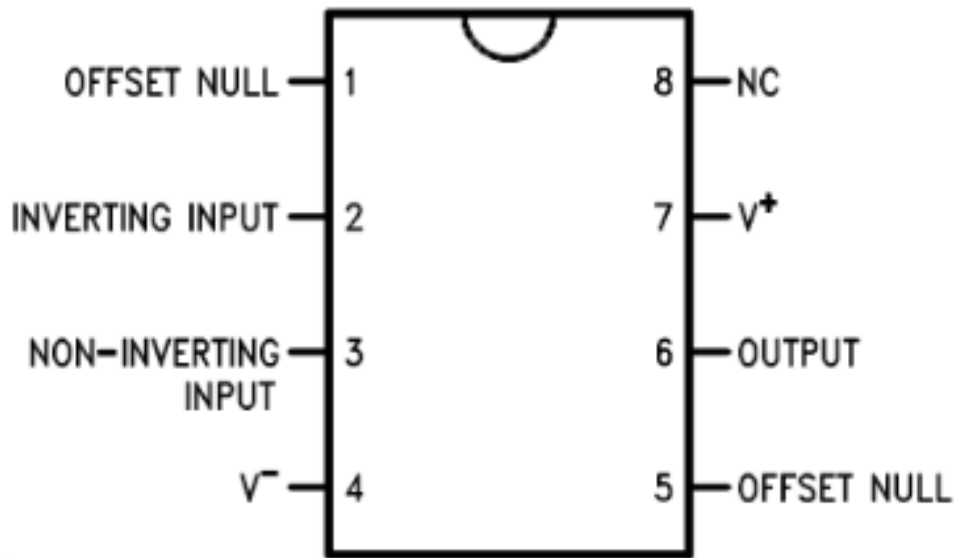


Abbildung 1: Die 8 pins des LM741 Operationsverstärkers

2.2 Invertierender Linearverstärker

Ein invertierender Linearverstärker lässt sich mittels eines Operationsverstärkers realisieren, indem das Ausgangssignal auf den invertierenden Eingang des OPV rückgekoppelt wird. Dazu wird eine Schaltung wie sie in Abbildung 3 zu sehen ist verwendet. Da es sich bei der Rückkopplung um eine Gegenkopplung handelt, dürfen die goldenen Regeln verwendet werden. Aus der ersten ergibt sich, dass die Spannung am Knotenpunkt zwischen R_1 und R_2 identisch sein muss. Dieser befindet sich somit virtuell auf Masse. Die zweite goldene Regel fordert, dass der Strom, der durch R_1 fließt, derselbe ist wie der Strom, der durch R_2 fließt unter Beachtung der Wahl der Stromflussrichtung. Daraus ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen angelegter Spannung U_e und Ausgangsspannung U_a :

$$U_a = -\frac{R_2}{R_1}U_e \quad (4)$$

Das Eingangssignal wird um den endlichen Faktor

$$V = -\frac{R_2}{R_1} \quad (5)$$

verstärkt. Der Verstärkungsfaktor V hängt theoretisch nur von der Wahl der Widerstände ab. Praktisch ergibt sich jedoch ein Zusammenhang mit der Frequenz des Eingangssignals, wodurch der Operationsverstärker eine endliche Bandbreite besitzt. Es zeigt sich, dass die Bandbreite B des OPVs mit dessen Verstärkungsfaktor V folgendermaßen zusammenhängt:

$$B \cdot V = \text{constant} \quad (6)$$

2.3 Umkehrintegrator und Invertierender Differenzierer

Durch Aufbau einer Schaltung, wie sie in Abbildung 4 zu sehen ist, lässt sich der Operationsverstärker nutzen, um einen Integrator zu realisieren. Dieser wechselt jedoch auch das Vorzeichen des Eingangssignals und wird somit Umkehrintegrator genannt. Anstelle eines Widerstandes wird hier ein Kondensator C zur Rückkopplung auf den invertierenden Eingang des OPVs genutzt. Für den Strom, der durch diesen Kondensator fließt, gilt folgender Zusammenhang:

$$I_C = C \frac{dU_a}{dt} \quad (7)$$

Die goldenen Regeln werden analog zu Unterabschnitt 2.2 verwendet. Zur Auflösung der sich ergebenden Gleichung nach U_a wird über die Zeit integriert. Es ergibt sich:

$$U_a = -\frac{1}{RC} \int U_e dt \quad (8)$$

Das Ausgangssignal ist folglich proportional zum zeitlichen Integral über das Eingangssignal.

Durch Austausch des Widerstandes mit dem Kondensator wie es in Schaltung Abbildung 5 zu sehen ist und analoge Rechnung zu Unterabschnitt 2.2 ergibt sich dagegen der folgende Zusammenhang:

$$U_a = -RC \frac{dU_e}{dt} \quad (9)$$

Das Ausgangssignal ist in diesem Fall proportional zur Ableitung des Eingangssignals nach der Zeit.

2.4 Nicht-invertierender Schmitt-Trigger

Die Schaltung in Abbildung 6 wird als sogenannter nicht-invertierender Schmitt-Trigger bezeichnet. Durch Rückkopplung des Ausgangssignals auf den nicht-invertierenden Eingang des Operationsverstärkers ergibt sich ein Schwellwertschalter. Wird die Eingangsspannung gegen die Ausgangsspannung aufgetragen ergibt sich als sogenannte Übertragungskennlinie eine Spannungshysterese wie sie in Abbildung 2 zu sehen ist.² Zu erkennen ist, dass das Ausgangssignal für bestimmte Eingangsspannungen sich schlagartig ändert. Diese Kippunkte lassen sich berechnen zu:

$$U_{1,2} = \pm \frac{R_1}{R_2} U_V \quad (10)$$

wobei U_V den in Unterabschnitt 2.1 beschriebenen Betrag der Versorgungsspannung bezeichnet.

²Bild aus: <https://www.elektronik-kompodium.de/sites/bau/0209241.htm>

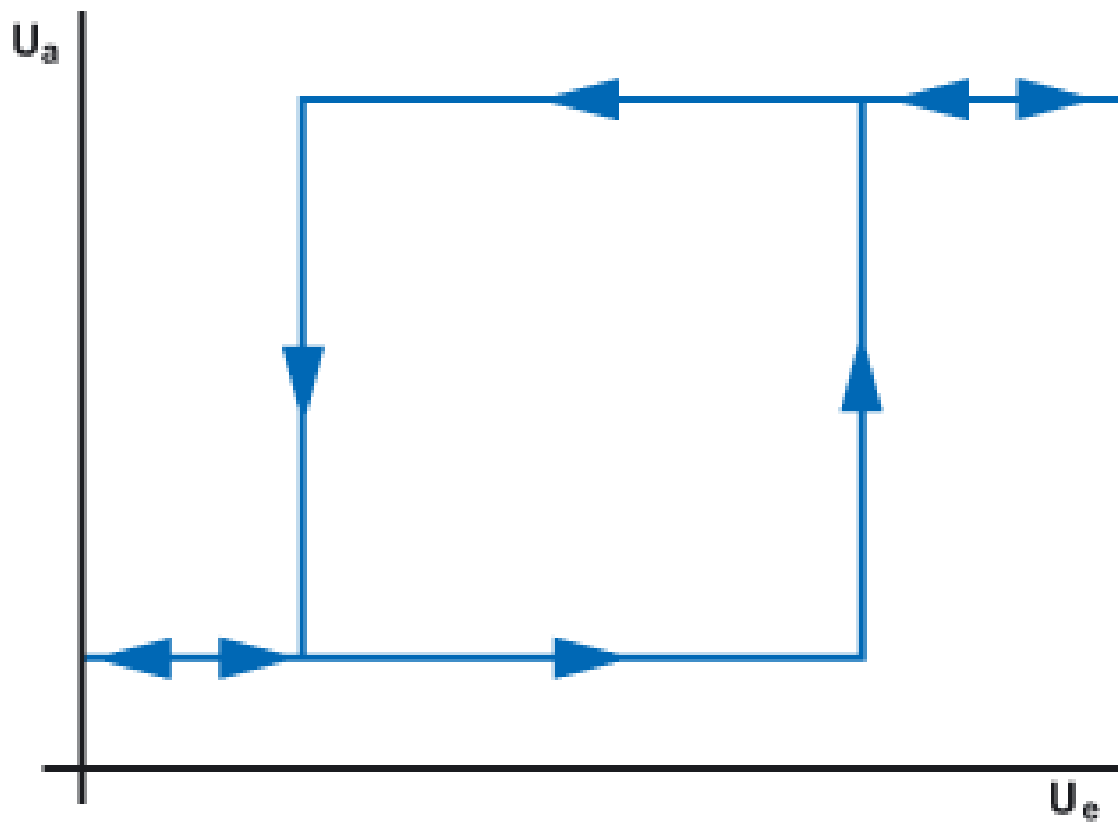


Abbildung 2: Hysterese des nicht-invertierenden Schmitt-Triggers

3 Fehler

Der Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=0} x_i \quad (11)$$

Die Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (12)$$

Der Fehler des Mittelwertes:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (13)$$

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_{x_n}^2} \quad (14)$$

Die Prozentuale Abweichung:

$$Abweichung = \frac{\text{Experimenteller Wert} - \text{Theoriewert}}{\text{Theoriewert}} \times 100 \quad (15)$$

4 Durchführung

In diesem Kapitel sollen die einzelnen Schritte des Versuches erklärt werden. Alle Schaltungen werden auf einem Steckbrett, Breadboard oder Steckplatine genannten Konstrukt aufgebaut. Das vermeidet aufwändiges Löten von Lochrasterplatten.

4.1 Der invertierende Linearverstärker

Für zwei verschiedene Widerstandsverhältnisse wird die Frequenzabhängigkeit des Verstärkungsfaktors sowie der Phasenverschiebung untersucht. Dazu werden ein- und Ausgangsspannung der Schaltung gemessen und am Oszilloskop die Phasenverschiebung abgelesen. Die Schaltung wird wie in Abbildung 3 zu sehen aufgebaut.

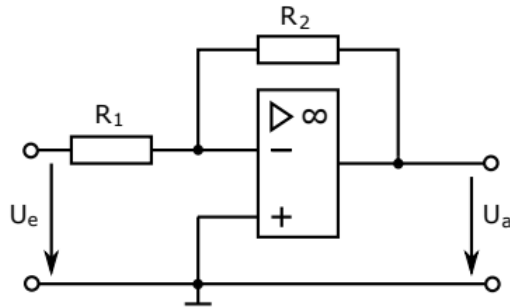


Abbildung 3: Schaltplan des invertierenden Linearverstärkers.

4.2 Der Umkehrintegrator und der invertierender Differenzierer

Für diese beiden Teilversuche werden Schaltungen nach Abbildung 4 und Abbildung 5 auf das Steckbrett gesteckt. Bei diesen beiden Schaltungen wird das Verhalten bei verschiedenen Eingangssignalformen untersucht. Dazu wird von einem Signalgenerator zunächst ein Sinussignal, dann eine Rechteckspannung und anschließend eine Dreiecksspannung erzeugt und diese als Eingangssignal für die jeweilige Schaltung genutzt. Auf einem Oszilloskop wird dann das Ausgangssignal dargestellt. Zudem wird auch hier das Frequenzverhalten des Verstärkungsfaktors untersucht.

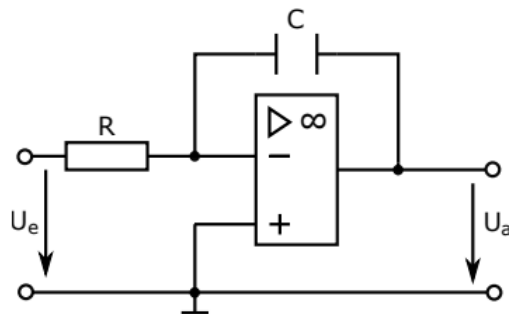


Abbildung 4: Schaltplan des Umkehrintegrators.

4.3 Der Schmitt-Trigger

Für die Untersuchung des Schmitttriggers wird der Operationsverstärker nach Abbildung 6 als Schwellwertschalter beschaltet. Durch allmähliches Erhöhen der Amplitude des eingespeisten Sinussignals wird mittels gleichzeitiger Spannungsmessung der Kippunkt ermittelt, an welchem der Trigger durchschaltet und sperrt.

4.4 Der Signalgenerator

Beim Signalgenerator werden Schmitt-Trigger und Umkehrintegrator hintereinander geschaltet und die Signalformen werden genauer untersucht. Die Schaltung wird hier

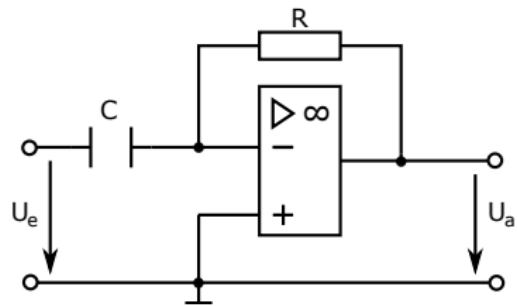


Abbildung 5: Schaltplan des invertierenden Differenzierers.

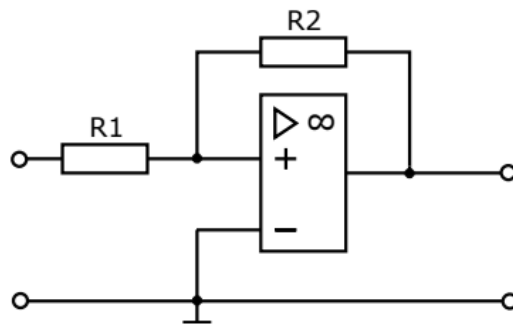


Abbildung 6: Schaltplan des Schmitt-Triggers.

nach Abbildung 7 aufgebaut.

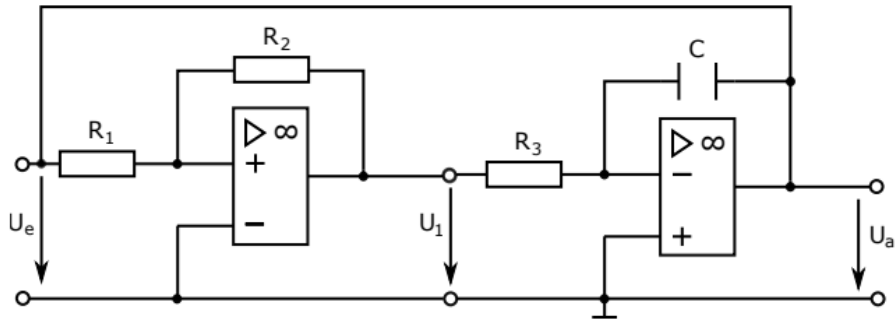


Abbildung 7: Schaltplan des Signalgenerators.

5 Auswertung

In diesem Kapitel werden die aufgenommenen Messwerte ausgewertet.

5.1 Der Invertierende-Linearverstärker

Bei dieser ersten Schaltung wurden für zwei verschiedene Widerstandsverhältnisse Eingangs- und Ausgangsspannung, U_a und U_e , sowie der zeitliche Versatz Δt der beiden Signalamplituden vom Oszilloskop abgelesen. Zunächst wird dann der reale Verstärkungsfaktor x mithilfe der von Gleichung 16 berechnet und in Abbildung 8 gegen die Frequenz f des Eingangssignals aufgetragen. Der Phasenverschiebungswinkel ϕ wurde dann über Gleichung 17 errechnet und in Abbildung 9 ebenfalls gegen die Frequenz aufgetragen.

$$x = \frac{U_a}{U_e} \quad (16)$$

$$\phi = 2\pi f \Delta t \quad (17)$$

Der theoretische Wert für die Verstärkung ist durch Gleichung 2.2 gegeben und beträgt für die Widerstandskombination $R_1 = 1 \text{ k}$, $R_2 = 100 \text{ k}$, $x_1 = 100$. Für die Widerstandskombination $R_1 = 1 \text{ k}$, $R_2 = 10 \text{ k}$, beträgt er $x_2 = 10$. An die konstanten Plateaubereiche der Verstärkungskurve wurde je eine Gerade nach der Vorschrift $x(f) = af + b$ mit den Parametern:

$$\begin{aligned} a_{1/100} &= 0.001 \pm 0.003 \\ b_{1/100} &= 85.819 \pm 2.946 \\ a_{1/10} &= 0.000 \pm 0.000 \\ b_{1/10} &= 9.834 \pm 0.095 \end{aligned}$$

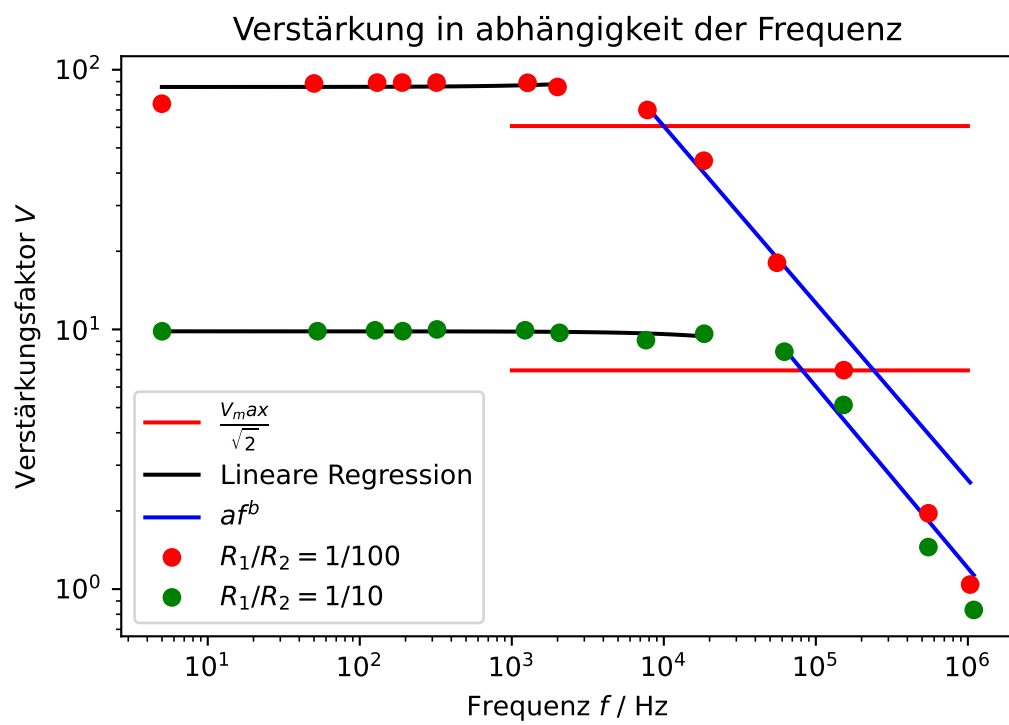


Abbildung 8: Verstärkungskurve des als invertierenden Linearverstärker geschalteten Operationsverstärkers nach Eingangsfrequenz.

angepasst. Die Steigungen $a_{1/100}$ und $a_{1/10}$ sind vernachlässigbar klein so das die Verstärkung hier als Konstant betrachtet werden kann. An die in der gewählten doppelt-logarithmischen Darstellung Funktionsabfälle wurden hingegen Kurven der Vorschrift:

$$x = cf^d \quad (18)$$

angepasst. Daraus folgen die Parameter:

$$\begin{aligned} c_{1/100} &= 32076.147 \pm 16619.806 \\ d_{1/100} &= -0.681 \pm 0.056 \\ c_{1/10} &= 18911.087 \pm 21201.677 \\ d_{1/10} &= -0.699 \pm 0.099 \end{aligned}$$

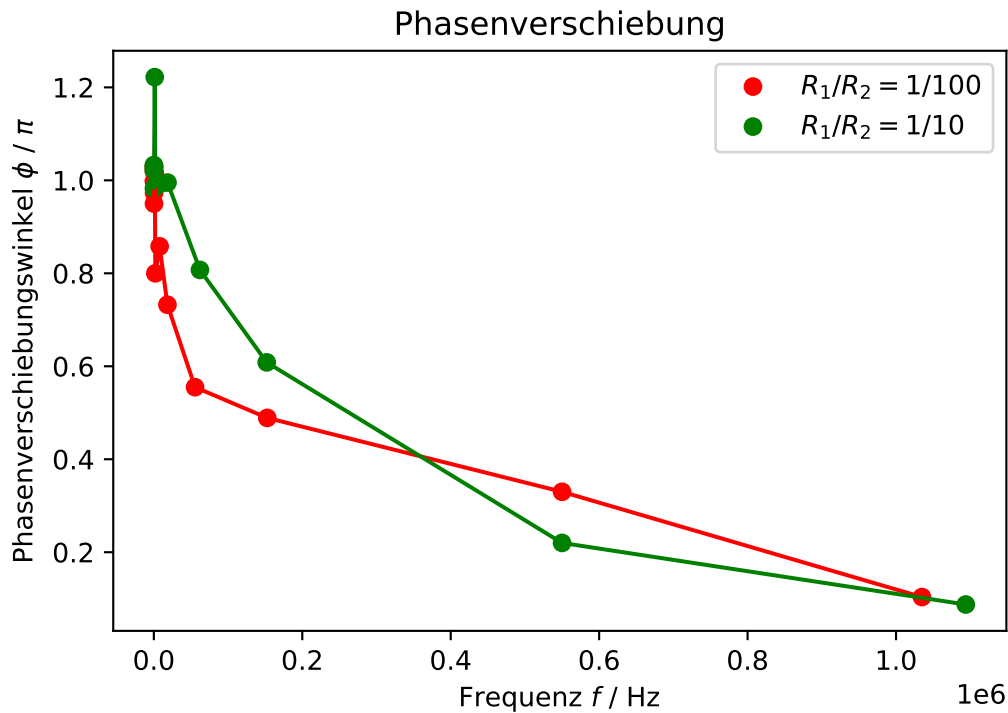


Abbildung 9: Phasenverschiebung am invertierenden Linearverstärker in Abhängigkeit der Zugangsfrequenz.

Der Frequenzabhängige Verlauf des Phasenverschiebungswinkels gleicht dem eines LR-Gliedes. Er beginnt bei kleinen Frequenzen bei etwa π und strebt dann gegen null. Die Grenzfrequenzen liegen bei $f_{\text{grenz},1} = 9970.01 \pm 8436.61$ und $f_{\text{grenz},2} = 81931.26 \pm 23183.478$ 6.953

5.2 Der Umkehrintegrator und der invertierender Differenzierer

Für den Aufbau des Umkehrintegrators nach Abbildung 4 wurde ein Widerstand von $R = 10\text{ k}$ und ein Kondensator mit der Kapazität $C = 100\text{ nF}$ verwendet. Es wurde mit Gleichung 16 erneut der Verstärkungsfaktor berechnet und gegen die Frequenz aufgetragen. Im niedrigen Frequenzbereich wurde eine Kurve nach Gleichung 18 angepasst. Die Parameter lauten hier:

$$\begin{aligned}c_{Int} &= 191.631 \pm 17.526 \\d_{Int} &= -1.006 \pm 0.034\end{aligned}$$

Das Ergebnis ist in Abbildung 10 dargestellt.

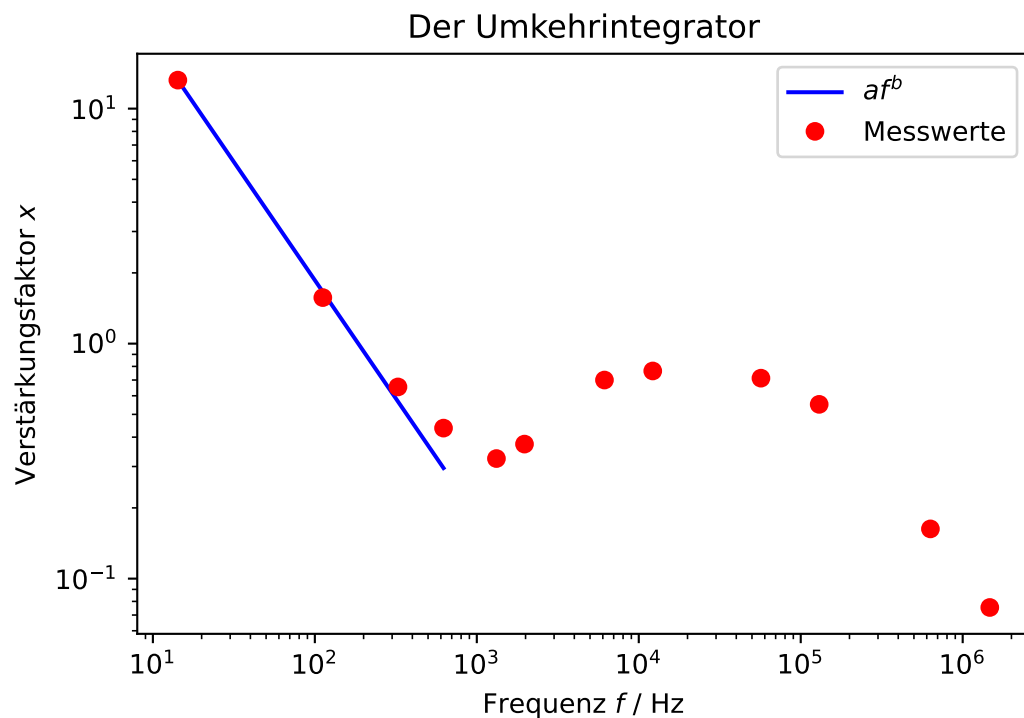


Abbildung 10: Verstärkungskurve des Umkehrintegrators nach Eingangsfrequenz

Im Anschluss daran wurde zunächst ein Sinus-, dann ein Dreiecks- und am Ende ein Rechtecksignal auf den Eingang der Schaltung gegen und dann das Eingangs- mit dem Ausgangssignal auf dem Oszilloskop dargestellt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 11, Abbildung 12 und Abbildung 13 zu sehen.

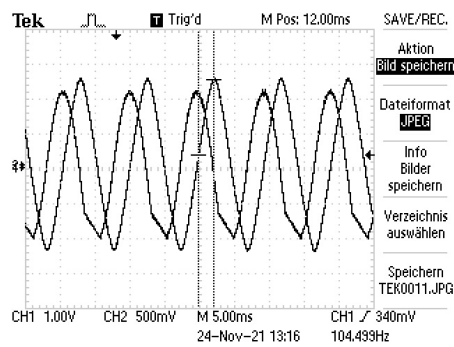


Abbildung 11: Oszilloskopbeild des Umkehrintegrators bei einer sinusförmigen Eingangsspannung.

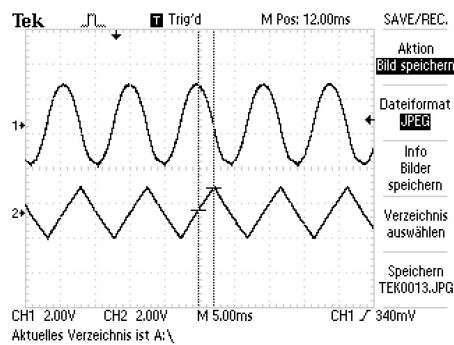


Abbildung 12: Oszilloskopbeild des Umkehrintegrators bei einer dreieckförmigen Eingangsspannung.

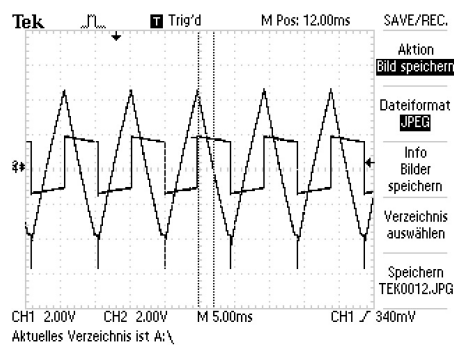


Abbildung 13: Oszilloskopbeild des Umkehrintegrators bei einer rechteckförmigen Eingangsspannung.

Beim invertierenden-Differenzierer wurde exakt analog vorgegangen. Die Bauteilwerte des Widerstandes und des Kondensators betrugen hier $R = 100\text{ k}$ und $C = 22\text{ nF}$. Die nach Gleichung 18 angepasste Kurve hat die Parameter:

$$\begin{aligned}c_{dif} &= 0.012 \pm 0.000 \\d_{dif} &= 0.981 \pm 0.005\end{aligned}$$

und ist im x - f -Diagramm in Abbildung 14 dargestellt. Die Oszilloskopbilder für die verschieden förmigen Eingangssignale sind in Abbildung 15, Abbildung 16 und Abbildung 17 zu sehen.

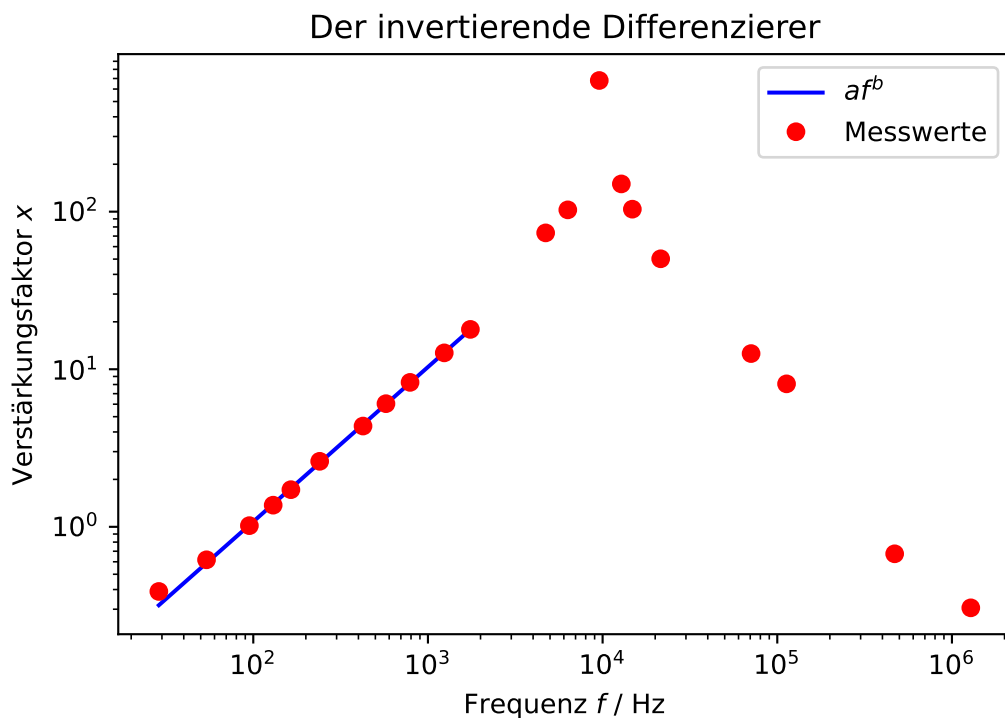


Abbildung 14: Verstärkungskurve des invertierenden Differenzierers nach Eingangsfrequenz.

Beim Differentiator wird die Ableitung des Eingangssignal erwartet während beim Integrator die Stammfunktion des Eingangssignals erwartet wird. Dies wird erfüllt.

5.3 Nicht-invertierender-Schmitt-Trigger

Zur Realisierung des Schmitttriggers wurde eine Schaltung nach Abbildung 6 mit drei Verschiedenen Widerstandsverhältnissen aufgebaut und jeweils der Kippunkt an welchem die Schaltung durchschaltet bestimmt. In Abbildung 18 ist das Oszilloskopbild der Schaltung an dem Punkt dargestellt an dem die Spannung grade die Schwelle überschreitet.

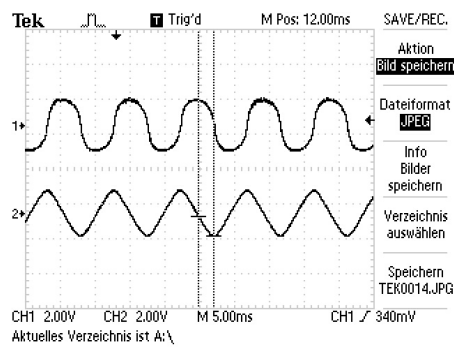


Abbildung 15: Oszilloskopbild des invertierenden Differenzierers bei einer sinusförmigen Eingangsspannung.

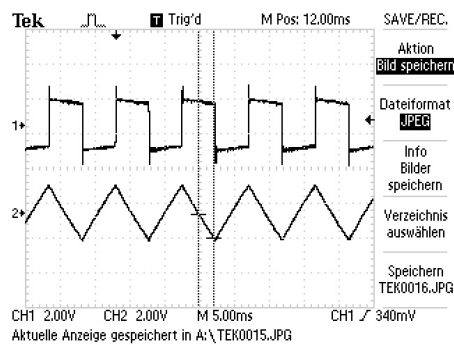


Abbildung 16: Oszilloskopbild des invertierenden Differenzierers bei einer dreieckförmigen Eingangsspannung.

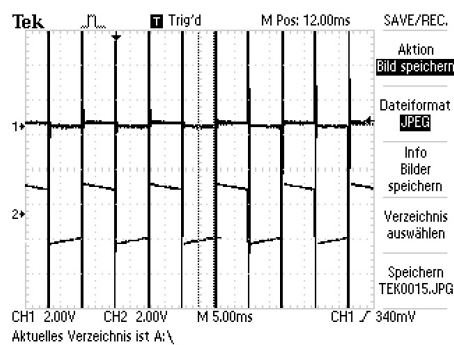


Abbildung 17: Oszilloskopbild des invertierenden Differenzierers bei einer rechteckförmigen Eingangsspannung.

Hieraus können die Kippspannungen abgelesen werden. Sie sind zusammen mit den Widerstandsverhältnissen in Tabelle 1 dargestellt.

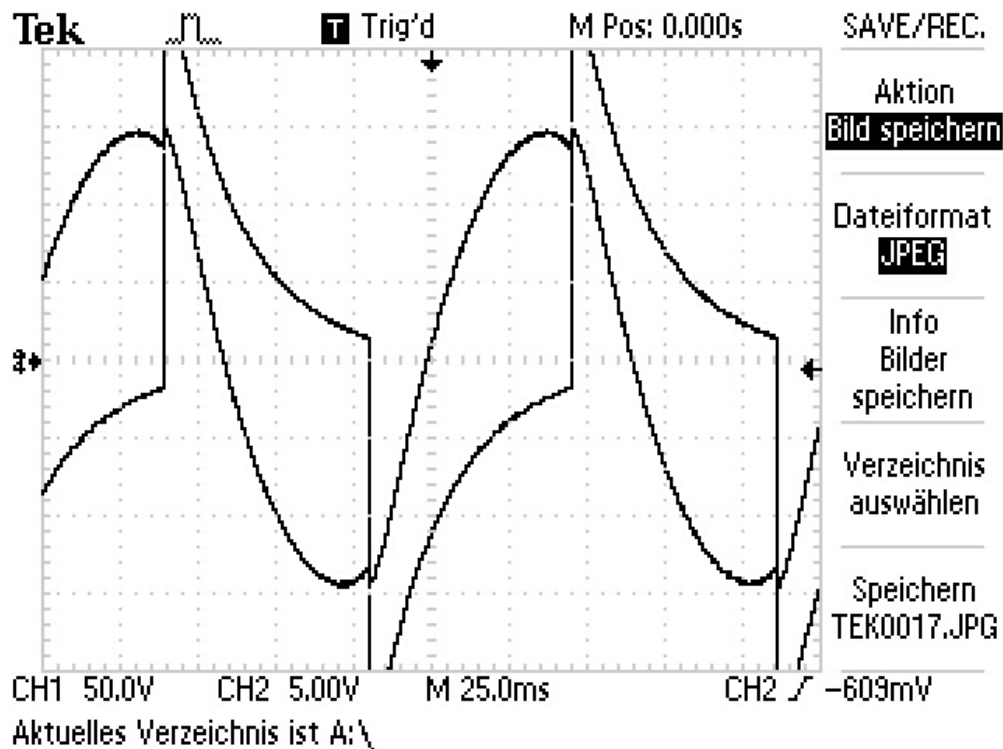


Abbildung 18: Oszilloskopbild des Spannungsverlaufs am invertierenden Schmitttrigger.

Tabelle 1: In der Tabelle sind die theoretischen und experimentellen Kippspannungen und die Widerstandsverhältnisse zu sehen.

$R_1/[K]$	$R_2/[K]$	$U_{kipp,exp}/[V]$	$U_{kipp,theo}/[V]$
1	15	1.1	1
1	100	0.2	0.15
15	100	1.35	2.25

Die Kippunkte wurden mit einer Versorgungsspannung von U_B über Gleichung 2.4 berechnet.

6 Diskussion

Dieses Kapitel befasst sich mit der Diskussion der im Abschnitt 5 erhaltenen Ergebnisse. In Unterabschnitt 5.1 liegen die Steigungen der an die Plateaus angepassten Funktionen

bei Null oder werden von ihrem eigenen Fehler betragsmäßig um ein Vielfaches übertroffen. Dies entspricht absolut der theoretischen Erwartung. Die theoretischen Verstärkungsfaktoren liegen bei $x_{1t} = 100$ und $x_{2t} = 10$. Die experimentell gemessenen entsprechen etwa dem Y-Achsenabschnitt der Ausgleichsgeraden aus Abbildung 8 und liegen bei $x_{1e} = (85.819 \pm 2.946)$ und $x_{2e} = (9.834 \pm 0.095)$. Das entspricht Abweichungen von 14,818 % und 1,66 %. Diese Fehler entstehen vermutlich dadurch dass es sich nicht um einen Idealen Operationsverstärker mit unendlichem Eingangs- und null Ausgangswiderstand handelt, sondern um eine reale Schaltung mit hohem Eingangs und geringem Ausgangswiderstand der die optimalwerte nicht erreicht. Die berechneten Grenzfrequenzen haben leider sehr große Fehler was vermutlich an den wenigen Messpunkten liegt. Die in Unterabschnitt 5.2 erstellten Oszilloskopbilder entsprechen im allgemeinen der Erwartung, sind jedoch stellenweise etwas Kantig oder in anderer Weise unperfekt, das dürfte jedoch wieder daran liegen dass der Operationsverstärker kein ideales sondern ein reales Bauteil ist. In Unterabschnitt 5.3 wurde der Kippunkt des Schmitttriggers gemessen. Die theoretischen Werte liegen hier bei $U_{kipp1} = 1 \text{ V}$, $U_{kipp2} = 0,15 \text{ V}$ und $U_{kipp3} = 2,25 \text{ V}$. Die experimentell gemessenen hingegen bei $U_{kipp1} = 1,1 \text{ V}$, $U_{kipp2} = 0,2 \text{ V}$ und $U_{kipp3} = 1,35 \text{ V}$. Das entspricht Abweichungen von 10 %, 25 % und 40 %. Mögliche Fehler können durch schlechte Messwerte des Oszilloskops erklärt werden. Das Oszilloskop misst die Spannung immer von der untersten zur obersten Signalspitze. Diese Spannungen liegen oft weit oberhalb der theoretisch messbaren Werte welche durch die Einganspannung beschränkt sind. Sie sind vermutlich auf die interne Schaltung des Operationsverstärkers zurückzuführen und würden in einem zum Beispiel durch ein Niederohmiges Messgeräten belasteten Stromkreis vermutlich nicht auftreten. Zudem kann es schwierig sein das exakte Maximum eines Signals zu finden um den zeitlichen Abstand zu einem anderen Maximum zu bestimmen. Das kann zu Fehlern in der Phasenverschiebung führen. Zudem waren die Ausgangssignale des Operationsverstärkers oft mit einem hochfrequenten Rauschen überlagert was bei der exakten Vermessung der Signale zu Problemen führt. Am Ende kann jedoch von einem Lehrreichen Versuch gesprochen werden.