

602

Röntgenemmission und -absorption

Leander Flottau
leander.flottau@tu-dortmund.de

Jan Gaschina
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 13.04.2021

Abgabe: 20.04.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Röntgenemission	3
2.2	Röntgenabsorption	4
2.3	Bragg-Reflexion	5
3	Versuchsdurchführung	6
3.1	Versuchsaufbau	6
3.2	Überprüfung der Bragg-Bedingung	6
3.3	Emissionsspektrum	7
3.4	Absorptionsspektren	7
4	Auswertung	7
4.1	Überprüfung der Bragg-Bedingung	7
4.2	Bestimmung der Full Width at Half Maximum	8
4.3	Bestimmung der Absorptionskonstanten	8
4.4	Analyse der Absorberspektren	11
4.5	Überprüfung des Moseley'schen Gesetzes	17
5	Diskussion	17
6	Literatur	18

1 Zielsetzung

Das im folgenden behandelte Experiment beschäftigt sich mit der Absorption und Emission von Röntgenstrahlung. Dabei wird zunächst die Bragg-Bedingung überprüft. Anschließend wird das Emissionsspektrum von Kupfer, sowie die Absorptionsspektren verschiedener Elemente wie Brom und Rubidium untersucht.

2 Theorie

Die im Experiment verwendete Röntgenstrahlung wird durch eine Röntgenröhre erzeugt. In dieser werden in einer evakuierten Röhre freie Elektronen an einer Glühkathode erzeugt und anschließend zu einer Anode hin beschleunigt. Beim Auftreffen der Elektronen auf das Anodenmaterial wird von diesem Röntgenstrahlung emittiert.

2.1 Röntgenemission

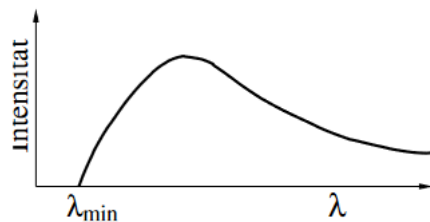


Abbildung 1: Röntgenemission

Das Spektrum der emittierten Röntgenstrahlung ist stark vom verwendeten Anodenmaterial (in diesem Fall Kupfer) abhängig und wird in zwei verschiedene Unterkategorien von Spektren unterteilt. Diese Spektren, zum einen das kontinuierliche, zum anderen das charakteristische, unterscheiden sich grundlegend in der Form der Entstehung der jeweiligen Strahlung, die vom zugehörigen Spektrum beschrieben wird.

Das kontinuierliche Emissionsspektrum beschreibt die sogenannte Bremsstrahlung. Diese entsteht, wenn ein Elektron sich einem Nukleon nähert und in dessen Coulombfeld abgelenkt bzw. abgebremst wird, wobei das Elektron einen Teil seiner (kinetischen) Energie abgibt. Bei diesem Vorgang wird ein Röntgenquant emittiert, dessen Energie der Energiedifferenz des Elektrons entspricht.

$$E_{\text{ph}} = hf = E_{0.\text{kin}} - E_{\text{kin}} \quad (1)$$

In diesem Kontext bezeichnet f die Frequenz des emittierten Photons und h das Plancksche Wirkungsquantum. Da das Elektron situationsabhängig beliebig stark gebremst, also einen beliebigen Anteil seiner kinetischen Energie abgeben kann, ist dieser Teil des Spektrums kontinuierlich. Für den Grenzfall, bei dem das Elektron seine gesamte kinetische Energie abgibt, ergibt sich die maximale Energie, und somit die minimale Wellenlänge

des Spektrums. Für diesen Fall lässt sich aus der Beziehung $\frac{hc}{\lambda_{min}} = Ue$ die minimale Wellenlänge

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{Ue} \quad (2)$$

mit der Beschleunigungsspannung U und dem Planckschen Wirkungsquantum h bestimmen.

Das sogenannte charakteristische Spektrum entsteht, wenn das einfallende Elektron ein Atom derart ionisiert, dass eine Leerstelle in einer der inneren Schalen des Atoms entsteht. Diese Leerstelle wird von einem Elektron aus einer der äußeren Schalen eingenommen was zur Emission eines Röntgenquants führt, dessen Energie der Differenz der Bindungsenergien beider Schalen entspricht ($E = E_m - E_n$).

Da die einzelnen Energieniveaus und daraus folgend die zugehörige Röntgenstrahlung spezifisch für das verwendete Anodenmaterial ist, tritt diese Form der Röntgenstrahlung nur mit bestimmten diskreten Energiewerten auf, die sich im Spektrum durch scharfe Linien zeigt. Dieses Spektrum ist also nicht kontinuierlich und charakteristisch für das Anodenmaterial der verwendeten Röntgenröhre.

Die betreffenden Linien werden in der Form K_α , K_β , L_α usw. bezeichnet. Wobei der Buchstabe K/L... die innere Schale bezeichnet, auf die das Elektron übergeht, während der griechische Buchstabe im Index auf die Herkunft des Elektrons, also die Schale aus der das Elektron übersprungen ist schließen lässt.

Die Berechnung der Bindungsenergie eines Elektrons auf der n-ten Schale ist essentiell um die theoretische Energie der charakteristischen Röntgenstrahlung bestimmen zu können. Diese Bindungsenergie kann mithilfe der Formel

$$E_n = -R_\infty z_{eff}^2 \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

mit der Rydbergenergie $R_\infty = 13,6eV$ berechnet werden. Die Abschirmung der äußeren Elektronen von der Kernladung, die in einem Atom mit mehreren besetzten Elektrenschalen auftritt, wird hier in der effektiven Kernladungszahl $z_{eff} = Z - \sigma$ durch die Abschirmkonstante σ berücksichtigt. Diese variiert von Elektron zu Elektron und kann empirisch bestimmt werden. Da die Hüllenelektronen sich durch Bahndrehimpuls und Elektronenspin unterscheiden, ist auch die Bindungsenergie nicht bei allen Elektronen identisch. Dadurch ist das charakteristische Spektrum meist in mehrere Linien gegliedert. Dieses Phänomen wird Feinstruktur genannt und muss in einigen Berechnungen berücksichtigt werden.

2.2 Röntgenabsorption

Die Absorption von Röntgenstrahlung geschieht vornehmlich durch den Photoeffekt, sowie durch die Verringerung der Photonenenergie durch den Compton-Effekt. Dabei verringert sich das Maß der Absorption mit steigender Energie der einfallenden Röntgenstrahlung, bis diese einen Wert etwas größer der Bindungsenergie einer der inneren Schalen erreicht. Sobald dieser Wert erreicht wird, kann das Photon das Atom ionisieren und der Absorptionskoeffizient steigt infolge dessen sprunghaft an. Diese Sprünge im Absorptionsspektrum

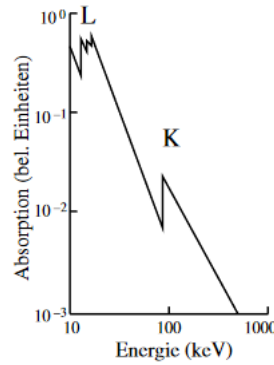


Abbildung 2: Röntgenabsorption

werden als K-/M-/L-Kante, je nach Schale des herausgeschlagenen Elektrons, bezeichnet. Der Energiewert der betreffenden Röntgenstrahlung beträgt $hf = E_m - E_\infty$ und kann näherungsweise als Bindungsenergie der Schale angenommen werden. Wenn der Wert der K-Kante E_K bekannt ist, kann die Abschirmkonstante für Elektronen der K-Schale durch die Formel

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}} \quad (4)$$

berechnet werden. Hier bezeichnet α die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante.

2.3 Bragg-Reflexion

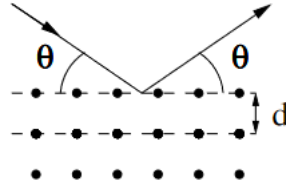


Abbildung 3: Bragg-Reflexion

Die Wellenlänge, und im Zuge dessen die Energie, von Röntgenstrahlung kann empirisch mithilfe der Bragg-Reflexion bestimmt werden. Diese tritt auf, wenn einfallende Röntgenstrahlung an einem Kristallgitter gebeugt wird. Durch die Gitterstruktur tritt ein Weglängenunterschied zwischen den Strahlen auf. Unter dem sogenannten Glanzwinkel Θ beträgt dieser Gangunterschied ein (ganzzahliges) Vielfaches der Wellenlänge, und es lässt sich konstruktive Interferenz beobachten. Aus dieser Bedingung lässt sich die Gleichung

$$2d \sin(\Theta) = n\lambda \quad (5)$$

für die Wellenlänge herleiten. n beschreibt hier die Ordnung der Reflexion und d die Gitterkonstante, die für den in diesem Versuch verwendeten LiF-Kristall $d = 201,4 \text{ pm}$ beträgt.

3 Versuchsdurchführung

3.1 Versuchsaufbau

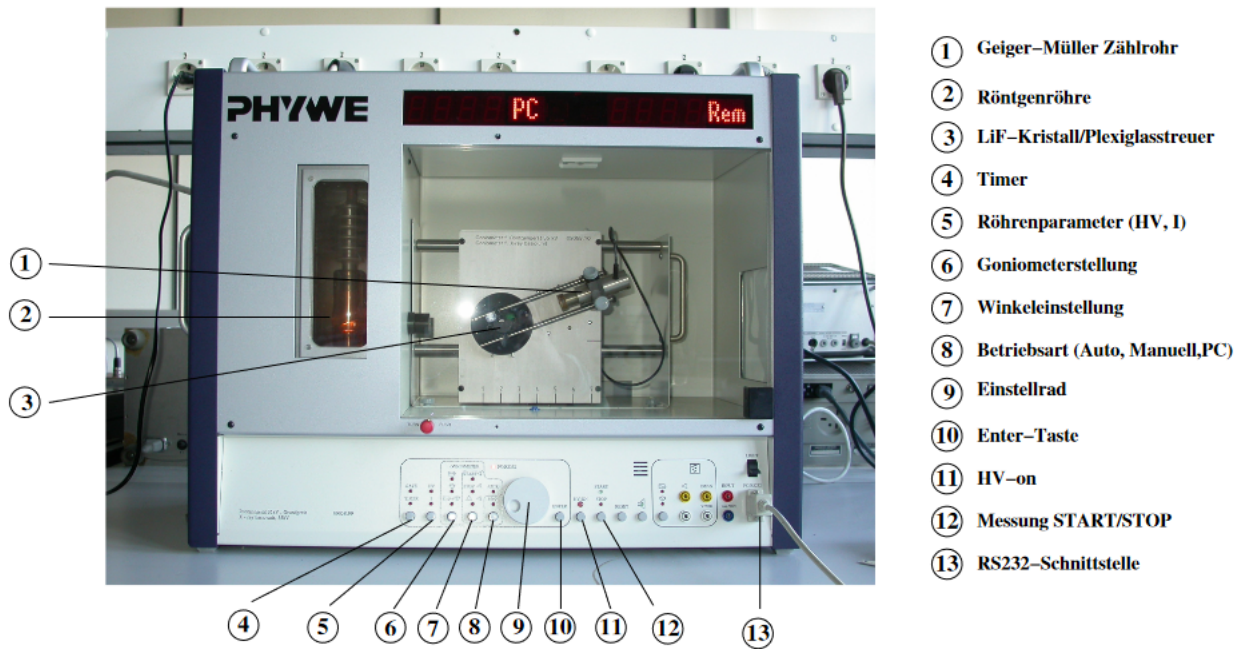


Abbildung 4: Röntgenröhre

Die verwendete Versuchsanordnung besteht aus einer Kupfer-Röntgenröhre, einem LiF-Kristall mit verstellbarem Kristallwinkel und einem darum drehbar gelagerten Geiger-Müller-Zählrohr. Für die Messung von Absorptionsspektren kann ein Absorber des zu messenden Materials vor dem Zählrohr platziert werden. Die Messelektronik ist im Gerät integriert, sodass die Messparameter wie Kristallwinkel, Drehmodus und Integrationszeit der Messung an diesem eingestellt werden können.

3.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg-Bedingung wird bei einem fest eingestellten Kristallwinkel von $\theta = 14^\circ$ der Winkel des Zählrohrs in $0,1^\circ$ -Schritten variiert. Dies wurde im Intervall von 26° bis 30° unter einer Integrationszeit von $t = 5 \text{ s}$ durchgeführt.

3.3 Emissionsspektrum

Das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre wurde mit einer Integrationszeit von $t = 10s$ unter Variation des Kristallwinkels von $\Delta\theta = 0,1^\circ$ gemessen.

3.4 Absorptionsspektren

Für die Absorptionsmessung wurden die entsprechenden Absorber vor dem Zählrohr platziert und anschließend mit einer Integrationszeit von $t = 20s$ und unter erneuter Änderung des Kristallwinkels in $0,1^\circ$ -Intervallen gemessen. Dadurch wurden Absorptionsspektren für Zink, Gallium, Brom, Rubidium, Strontium und Zirkonium gemessen.

4 Auswertung

In diesem Kapitel werden alle gemessenen Daten ausgewertet.

4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Im folgenden Diagramm Abbildung 5 wurden die gemessenen Strahlungsintensitäten gegen den Winkel an dem sie gemessen wurden aufgetragen. Das gemessene Maximum

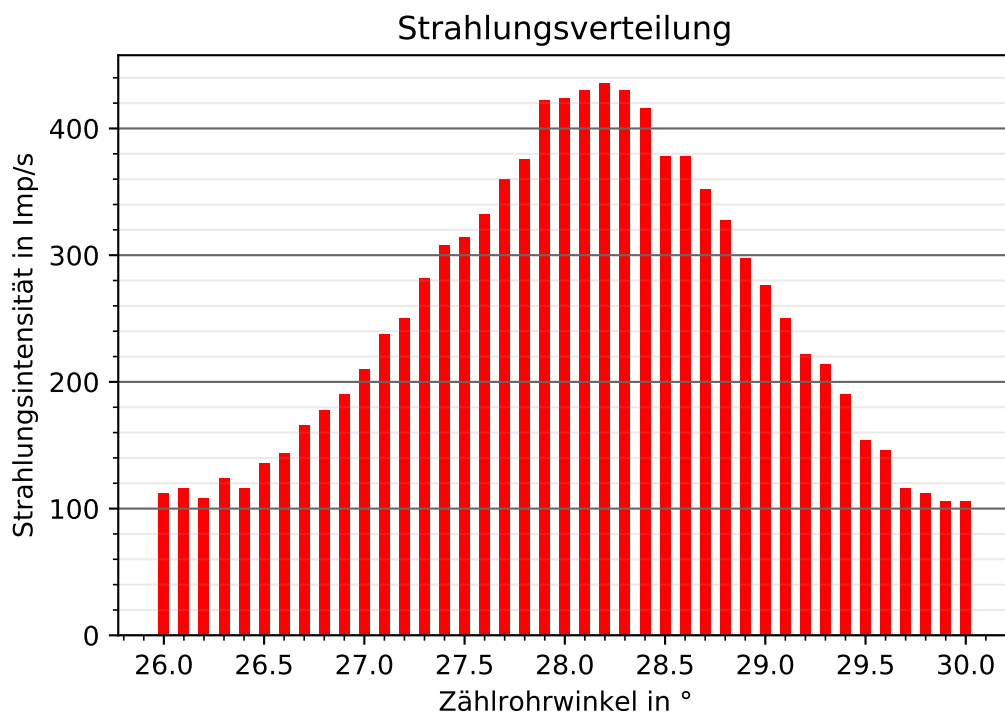


Abbildung 5: Strahlungsintensitäten nach Winkel

liegt bei $28,2^\circ$.

4.2 Bestimmung der Full Width at Half Maximum

Im Diagramm Abbildung 6 sind die gemessenen Strahlungsintensitäten gegen die verschiedenen Wellenlängen aufgetragen worden, im Diagramm Abbildung 7 gegen die Energien. Die Punkte zeigen an welchen Stellen die verbundenen Messwerte genau liegen. Auf der ganz linken Seite sieht man Teile des Bremsberges, dessen maximale Energie bzw. minimale Wellenlänge kann hier nicht ersichtlich werden da im zugehörigen Winkelbereich nicht gemessen wurde. Darauf folgt die K_α – und dann ganz rechts die K_β – Linie, welche jeweils als deutlicher Peak erkennbar sind. In den Peaks sind bei der Hälfte ihrer Höhe horizontale Linien eingezeichnet welche die halbe Höhe der Peaks kennzeichnen. Die Peaks liegen an folgenden Stellen:

$$\begin{aligned} K_\alpha - Peak : \lambda_\alpha &= 13,9086\text{nm}, E_{K_\alpha} = 8.914\text{KeV} \\ K_\beta - Peak : \lambda_\beta &= 15,4145\text{nm}, E_{K_\beta} = 8.043\text{KeV} \end{aligned}$$

Die zugehörigen Halbwerte $K_{i,1/2}$ und die diesen entsprechende linear interpolierten Energien $E_{i,j}$ $i \in \{\alpha, \beta\}$, $j \in \{1, 2\}$ lauten:

$$\begin{aligned} K_{\alpha,1/2} &= 799.5\text{Imp/s}, E_{\alpha,1} = 8.9734\text{KeV}, E_{\alpha,2} = 8.7665\text{KeV} \\ &\Rightarrow \Delta E_{FWHM\alpha} = 0.2069\text{KeV} \\ K_{\beta,1/2} &= 2525\text{Imp/s}, E_{\beta,1} = 8.0927\text{KeV}, E_{\beta,-} = 7.9268\text{KeV} \\ &\Rightarrow \Delta E_{FWHM\beta} = 0.1658\text{KeV} \end{aligned}$$

Aus diesen Werten ergibt sich über $A = \frac{E_K}{\Delta E_{FWHM}}$ direkt das Auflösungsvermögen:

$$\begin{aligned} A_\alpha &= 43.0752 \\ A_\beta &= 48.5050 \end{aligned}$$

4.3 Bestimmung der Absorptionskonstanten

Aus der NIST Datenbank wird die Abschirmkonstante $E_{K,abs} = 8.98796\text{KeV}$ übernommen. Durch sie kann über den Zusammenhang $\sigma = z - \sqrt{\frac{E_{K,abs}}{R_\infty}}$, mit der Rydbergenergie $R_\infty = 0.0136\text{KeV}$ und der Ordnungszahl von Kupfer $Z = 29$ sofort die Absorptionskonstante σ_1 berechnet werden:

$$\Rightarrow \sigma_1 = 3.2924$$

Nun lassen sich auch sofort mit $n = 1$, $m = 2$, $l = 3$ die Abschirmkonstanten σ_2 und σ_3 bestimmen:

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= z - m \sqrt{\frac{R_\infty(z-\sigma)^2 - E_{K,\alpha}}{R_\infty}} = 24.342 \\ \sigma_3 &= z - l \sqrt{\frac{R_\infty(z-\sigma)^2 - E_{K,\beta}}{R_\infty}} = 3.998 \end{aligned}$$

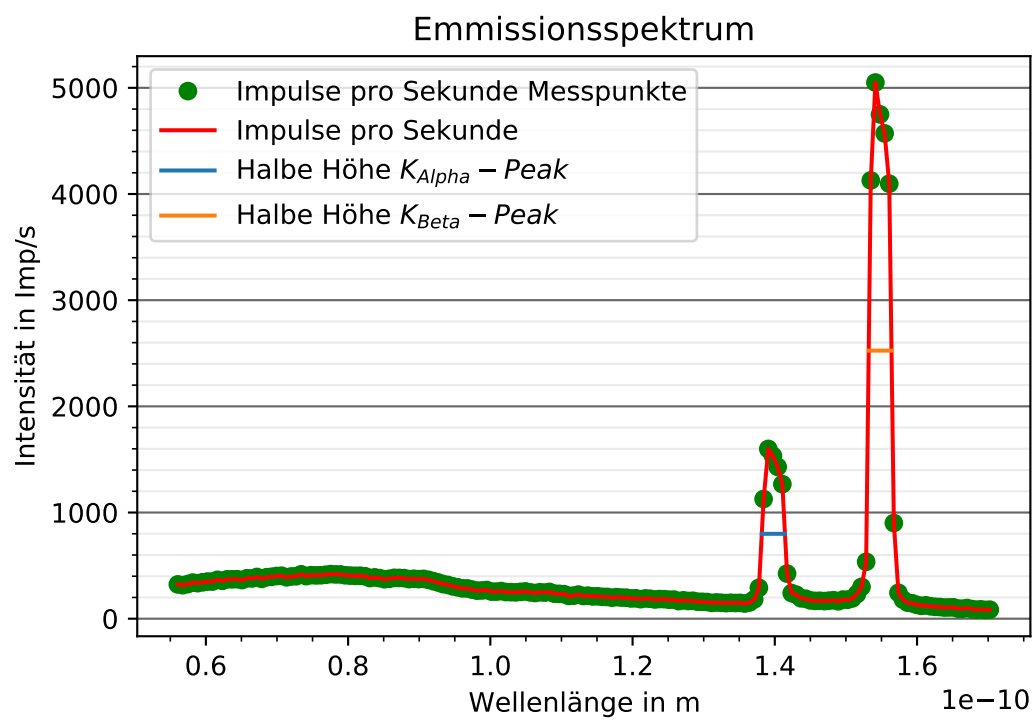


Abbildung 6: Intensitäten nach Wellenlänge

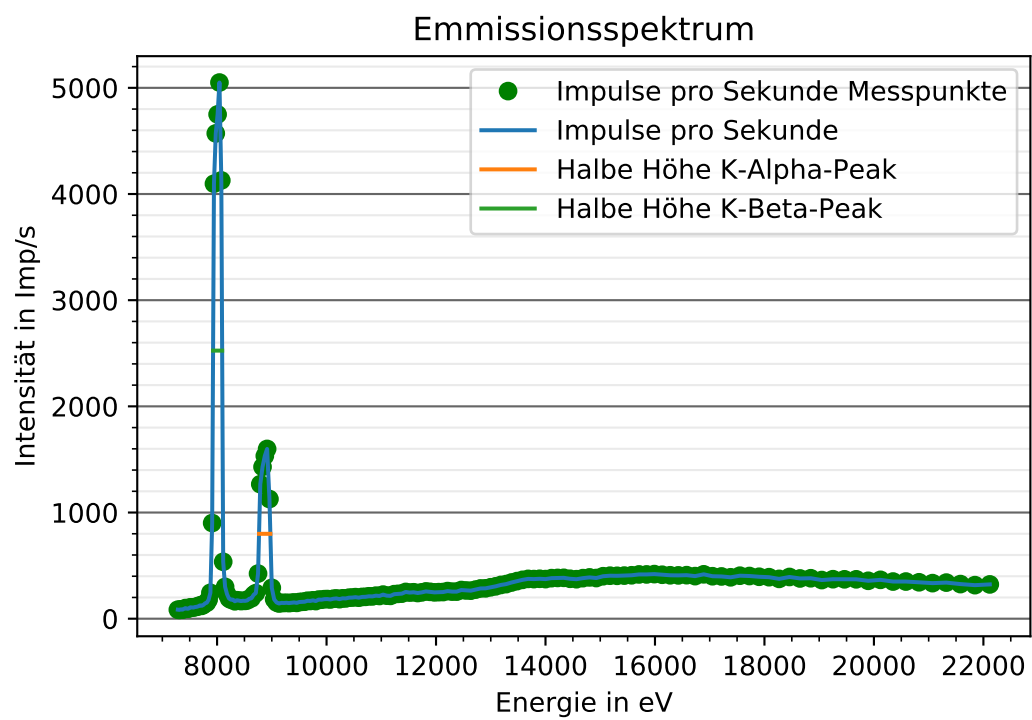


Abbildung 7: Intensitäten nach Energie

4.4 Analyse der Absorberspektren

Als nächstes wurden die Absorberspektren verschiedener Elemente bestimmt. Dazu wurde aus dem Winkel Θ der Mitte der K-Kante mithilfe der Bragg-Bedingung die zugehörige Energie E_K und daraus die Absorptionskonstante σ_K berechnet. In den nachfolgenden Grafiken Abbildung 8, Abbildung 9, Abbildung 10, Abbildung 11, Abbildung 12, Abbildung 13, sind die jeweiligen Maximal- und Minimalwerte I_{max} und I_{min} aus welchen über die Beziehung $I_K = I_{min} + \frac{I_{max}-I_{min}}{2}$ die Mitte der K-Kante berechnet wurde. Anschließend wurde eine Gerade durch beide Punkte gelegt und anhand ihrer der Winkel Θ berechnet.

Tabelle 1: Daten der Absorber

Absorber	Ordnungszahl z	Θ in °	E_K in KeV	σ_K
Brom	35	13,25	13,43	3,726
Zirkonium	40	9,95	17,81	4,282
Zink	30	18,70	9,60	3,635
Strontium	38	11,05	16,06	4,043
Rubidium	37	11,75	15,12	4,039
Gallium	31	17,35	10,32	3,675

4.5 Überprüfung des Moseley'schen Gesetzes

Henry Moseley beschrieb einen Zusammenhang zwischen Rydbergfrequenz und Energie der K-Kante aus dem die Rydbergenergie R_∞ berechnen:

$$R_\infty = \frac{E_K}{(z-\sigma)^2}$$

Tabelle 2: Berechnete Rydbergenergien

Absorber	Ordnungszahl z	E_K in KeV	σ_K	R_∞ KeV
Brom	35	13,43	3,726	0,0137
Zirkonium	40	17,81	4,282	0,0140
Zink	30	9,60	3,635	0,0138
Strontium	38	16,06	4,043	0,0139
Rubidium	37	15,12	4,039	0,0139
Gallium	31	10,32	3,675	0,0138

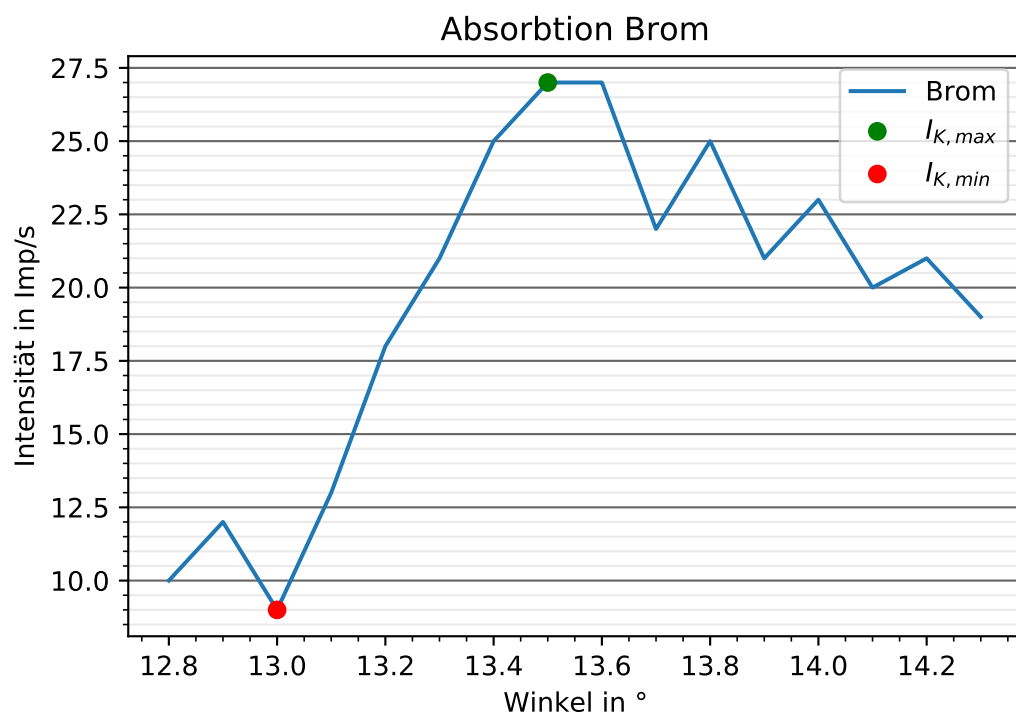


Abbildung 8: Intensitäten nach Winkel eines Brom-Absorbers

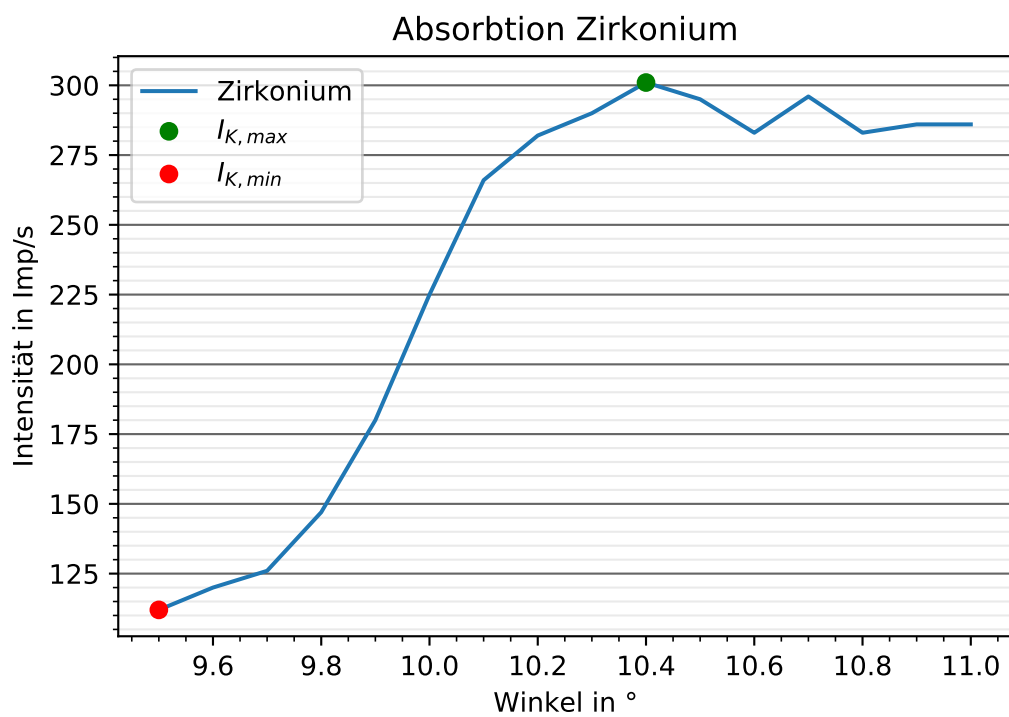


Abbildung 9: Intensitäten nach Winkel eines Zirkonium-Absorbers

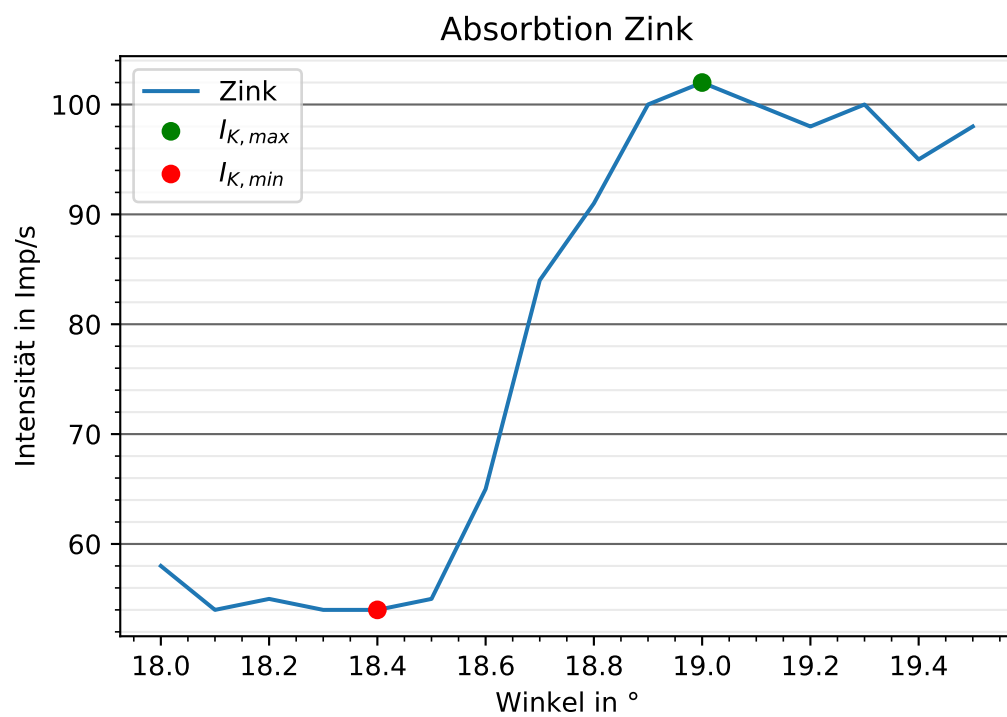


Abbildung 10: Intensitäten nach Winkel eines Zink-Absorbers

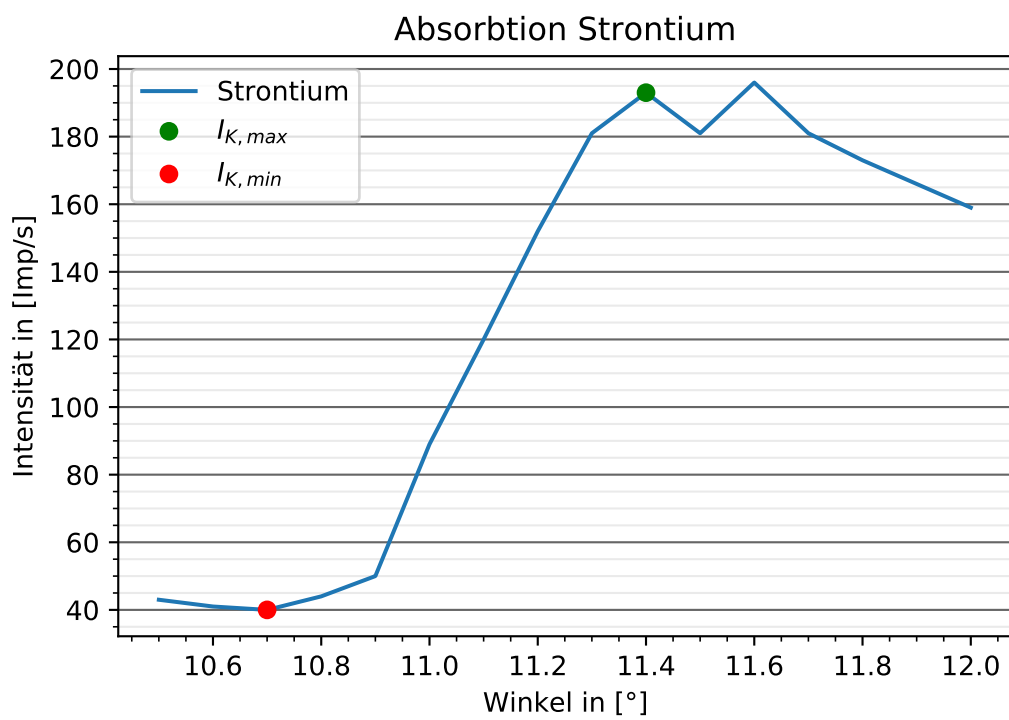


Abbildung 11: Intensitäten nach Winkel eines Strontium-Absorbers

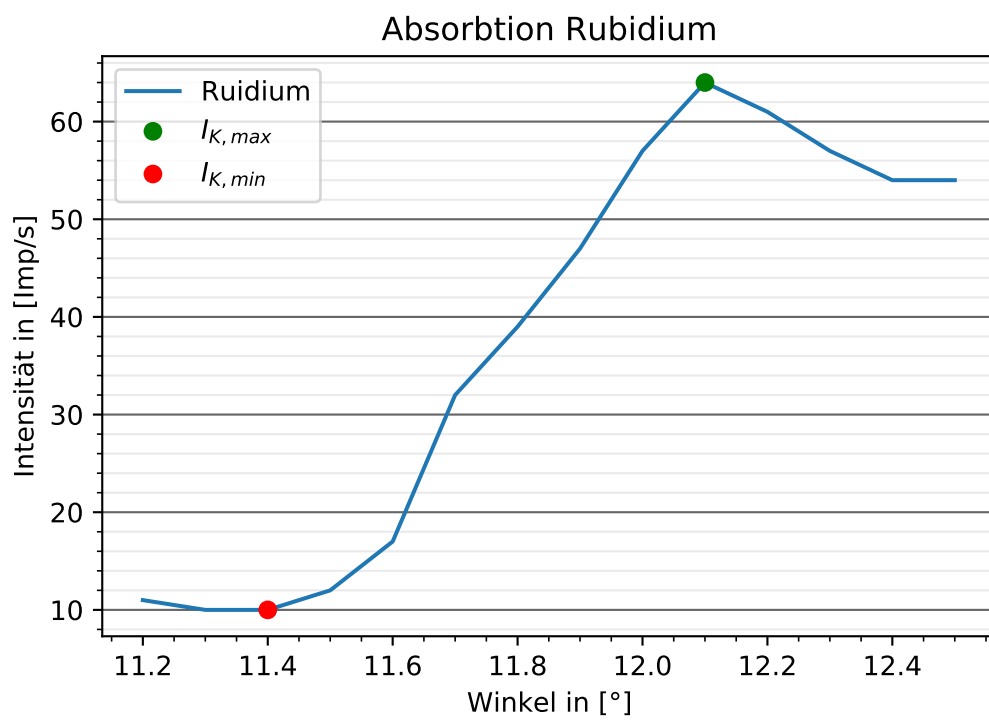


Abbildung 12: Intensitäten nach Winkel eines Rubidium-Absorbers

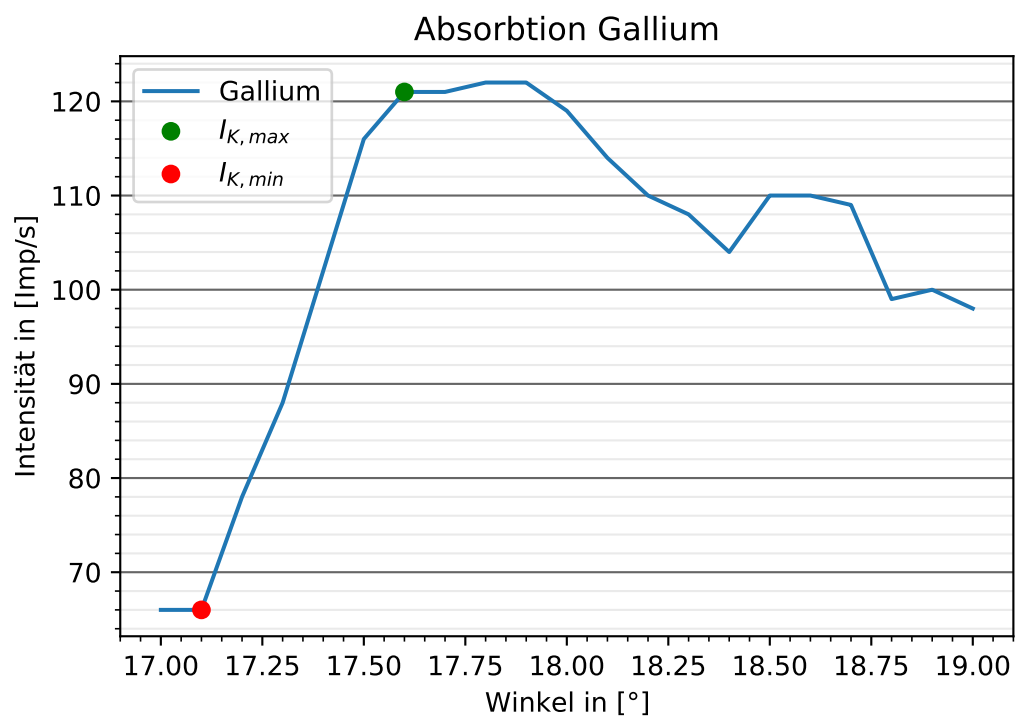


Abbildung 13: Intensitäten nach Winkel eines Gallium-Absorbers

5 Diskussion

In diesem Versuch sollte zunächst die Braggbedingung überprüft werden, dazu wurde der LiF-Kristall auf einen Winkel von $\Theta = 14^\circ$ eingestellt und in Schritten von $0,1^\circ$ vermessen. Das Maximum der Reflektierten Strahlung wurde bei $28,2^\circ$ gefunden, der theoretische Wert liegt bei dem doppelten des Eingestellten Winkels von 14° also 28° es gibt also nur eine Abweichung von $0,71\%$. Im nächsten Schritt wurde dann zunächst die Full Width at half Maximum berechnet, dafür wurde zwischen den beiden Messwinkeln welche am nächsten an der berechneten mittleren Impulsdichte liegen linear interpoliert und der genaue Winkel errechnet. Aus diesem wurde dann das Auflösungsvermögen der Apperatur berechnet, es liegt für die K_α -Linie bei $A_\alpha = 43.0752$ und für die K_β -Linie bei $A_\beta = 48.5050$. Im nächsten Schritt wurden mithilfe von Energiewerten aus der NIST Datenbank die Abschirmkonstante $\sigma_1 = 3.2924$ errechnet. Durch diese und die Energien $E_{K,\alpha}$ und $E_{K,\beta}$ war es möglich auch die Abschirmkonstanten $\sigma_2 = 24.342$, $\sigma_3 = 3.998$ zu berechnen.

Im darauf folgenden Kapitel wurden dann Proben von Brom, Zirkonium, Zink, Strontium, Rubidium und Gallium vermessen und aus dem Winkel an dem die jeweilige K-Kante ihre Mitte erreicht, die Emmisionsenergien und Abschirmkonstanten bestimmt die Ergebnisse werden in der Nachfolgenden Tabelle mit den ebenfalls aus der NIST-Datenbank stammenden Thoeiriewerten verglichen:

Tabelle 3: Vergleich mit Theoriewerten

Absorber	$E_K[\text{KeV}]$	E_K Theoriewert[KeV]	Abweichung[%]
Brom	13,43	13,50	0,52
Zirkonium	17,81	18,00	1,07
Zink	9,60	9,65	0,52
Strontium	16,06	16,10	0,24
Rubidium	15,12	15,20	0,53
Gallium	10,32	9,07	14,0

Zuletzt wurde dann noch das Mosley'sche Gesetz überprüft indem aus der Energie E_K über die Rydbergfrequenz die bekannte Größe der Rydbergenergie $R_\infty = 0.0136\text{KeV}$ berechnet wurde die Ergebnisse mit den Abweichungen zum aus der Versuchsanleitung zum Versuch 602 stammenden Theoriewert sind in der nachfolgenden Tabelle ?? dargestellt:

Tabelle 4: Überprüfung des Moseley-Gesetzes

Absorber	R_∞ in KeV	Abweichung in %
Brom	0,0137	0,74
Zirkonium	0,0140	2,94
Zink	0,0138	1,47
Strontium	0,0139	2,22
Rubidium	0,0139	2,22
Gallium	0,0138	1,47

Die geringen Abweichungen können z.B. durch unregelmäßigkeiten im Kristall und durch weitere Fehler an der Apparatur verursacht werden. Die einzige auffällige Abweichung liegt mit 14% bei der Absorptionsenergie des Galliums hier könnte ein systematischer Messfehler oder ein unentdeckter Rechenfehler der Grund sein. Ansonsten sind die Abweichungen der Energien meist weit unterhalb eines Prozentes und damit sehr gut. Auch die Abweichungen bei der Überprüfung des Moseleyschen Gesetzes liegen alle im Bereich unter 3%, das Moseley-Gesetz kann also als korrekt angesehen werden. Am Ende kann gesagt werden das es sich um einen aufschlussreichen Versuch gehandelt hat.

6 Literatur

1. TU Dortmund, Versuch 602 Röntgenemmission und Absorption
2. Demtröder, Wolfgang, 1995, Experimentalphysik 2, 6.Aufl., Berlin
3. NIST X-Ray Transition Database, Abgerufen 18.04.2021, von <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html>