

## **Beugung am Spalt**

Leander Flottau  
leander.flottau@tu-dortmund.de

Jan Gaschina  
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 11.05.2021

Abgabe: 18.05.2021

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Messwerte</b>	<b>6</b>
4.1	Messwerte zum Einfachspalt . . . . .	6
4.2	Messwerte zum Doppelspalt (Spaltbreite: 0,15 mm, Spaltabstand: 0,75 mm)	8
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>11</b>
5.1	Der Einfachspalt . . . . .	11
5.2	Doppelspalt . . . . .	11
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>7</b>	<b>Literatur</b>	<b>14</b>
<b>8</b>	<b>Anhang</b>	<b>14</b>

## 1 Zielsetzung

Bei dem im folgenden durchgeführten Versuch wird die Beugung von Licht untersucht. Zu diesem Zweck wird sowohl für einen Einzel als auch für einen Doppelspalt das Interferenzmuster durch Intensitätsmessungen aufgenommen.

## 2 Theorie

Wenn Licht auf einen Spalt oder ein undurchlässiges Objekt mit einer Länge kleiner dem Strahldurchmesser trifft kommt es zu Beugungserscheinungen. Das Licht ändert also seine Ausbreitungsrichtung in einer Art, die von der üblichen Beschreibung der geometrischen Optik durch Lichtstrahlen abweicht. Dieses Phänomen lässt sich im Zuge des Welle-Teilchen-Dualismus am besten mithilfe des Wellenmodells des Lichts erklären. Wenn Licht in Näherung durch das klassische Wellenmodell beschrieben wird, kann die Beugung durch das sogenannte Huygenssche Prinzip erklärt werden. Dieses besagt, dass jeder Punkt der Welle am Spalt, bzw. allgemein am beugenden Objekt, als Ausgangspunkt einer Elementarwelle betrachtet werden kann, welche sich Kugelförmig im Raum ausbreitet. Bei der Beobachtung von Lichtbeugung am Spalt wird grundsätzlich zwischen zwei Versuchsanordnungen unterschieden: Zum einen der Fresnelschen Anordnung, bei der

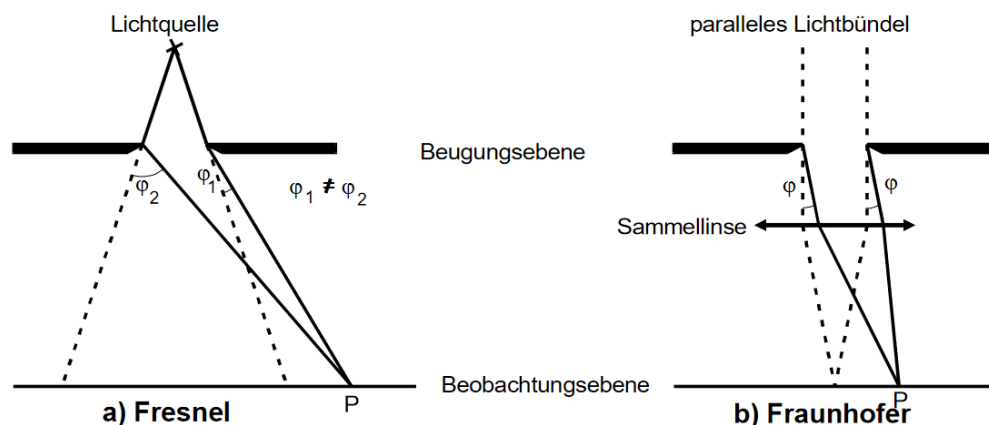


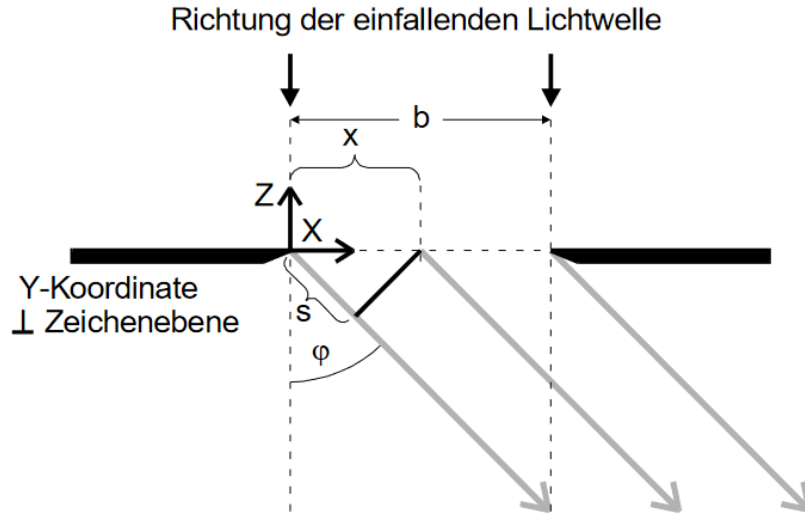
Abbildung 1: Beugungsanordnungen

Lichtquelle und Schirm im endlichen liegen, sodass die Strahlen divergent sind. Bei dieser Anordnung interferieren am Punkt  $P$  Strahlen unter unterschiedlichen Beugungswinkeln. Im Gegensatz dazu wird bei der Fraunhoferschen Anordnung sowohl die Lichtquelle als auch der Aufpunkt ins Unendliche verlegt, wobei letzteres in der Praxis meist durch eine Sammellinse erreicht wird. Dies führt dazu, dass parallele Strahlenbündel auf den Spalt treffen. Da in diesem Fall Strahlen interferieren, die unter identischen Winkeln gebeugt werden, ist diese Form der Beugung wesentlich einfacher zu behandeln als die Fresnelsche und wird daher auch in diesem Experiment verwendet.

Wenn eine Welle der Feldstärke

$$A(z, t) = A_0 \exp(i(\omega t - 2\pi z/\lambda)) \quad (1)$$

mit der Wellenlänge  $\lambda$  auf einen Spalt der Breite  $b$  fällt, sendet gemäß dem Huygensschen Prinzip wie oben geschildert jeder Punkt der Wellenfront eine Elementarwelle aus. Diese



**Abbildung 2:** Geometrie am Spalt

können aufgrund ihrer Kohärenz miteinander interferieren und bilden eine Welle, welche der Einhüllenden der Elementarwellen entspricht.

Zur Bestimmung des Beugungsbildes muss nun über alle unter dem gleichen Winkel  $\phi$  gebeugten Strahlen integriert werden. Aus geometrischen Beziehungen lässt sich herleiten, dass für die Weglängendifferenz zum Aufpunkt  $P$  zweier solcher Strahlenbündel mit Abstand  $x$  gilt:

$$s = x \sin(\phi). \quad (2)$$

Daraus lässt sich auch die Phasendifferenz der Wellenfronten bestimmen. Diese ergibt sich zu

$$\delta = 2\pi \frac{s}{\lambda} = \frac{2\pi x \sin(\phi)}{\lambda}. \quad (3)$$

Mit einem Integral über die gesamte Spaltbreite der Form

$$B(z, t, \phi) = A_0 \int_0^b \exp(i(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \delta)) dx \quad (4)$$

kann nun die Feldstärke  $B$  in Abhängigkeit vom gebeugten Winkel bestimmt werden. Dies ergibt nach einigen weiteren Rechnungen eine Amplitudenverteilung der Form:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp(i(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda})) \exp(\frac{\pi i b \sin(\phi)}{\lambda}) \frac{\lambda}{\pi \sin(\phi)} \sin(\frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda}) \quad (5)$$

wovon de Facto jedoch nur der letzte Term relevant für die Intensitätsmessung ist, da es sich bei den anderen Termen lediglich um komplexe Phasenfunktionen handelt. Mithilfe der Einführung der Konstante  $\eta = \pi b \sin(\phi)/\lambda$  lässt sich daher der relevante Term auf

$$B(\phi) = A_0 b \frac{\sin(\eta)}{\eta} \quad (6)$$

mit Nullstellen an den Punkten

$$\sin(\phi_n) = \pm n \frac{\lambda}{b} \quad (7)$$

verkürzen. Für die Messung muss auf die zeitlich gemittelte Intensität

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \frac{\sin^2(\eta)}{\eta^2} \quad (8)$$

zurückgegriffen werden, da diese sich wesentlich einfacher messen lässt als die Amplitude. Mit einer analogen Rechnung lässt sich auch der Doppelspalt beschreiben, welcher als eine Überlagerung zweier einzelner Spalte im Abstand  $s$  verstanden werden kann. Dies führt zu einer Intensitätsverteilung der Form

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2\left(\frac{\pi s \sin(\phi)}{\lambda}\right) \frac{\sin^2(\eta)}{\eta^2}, \quad (9)$$

welche aus der ursprünglichen Verteilung des Einzelspaltes ergänzt um einen  $\cos^2$  Term besteht.

### 3 Durchführung

Für den Versuch wird ein Aufbau gemäß der Fraunhoferschen Versuchsanordnung verwendet, wie er in der Skizze dargestellt ist. Das Licht des Lasers wird am Spalt gebeugt, welcher individuell zwischen Einzel- und Doppelspalt gewechselt werden kann. Die Intensität wird mithilfe eines photosensitiven Elementes gemessen, welches parallel zum Spalt in einem 5 cm breiten Intervall verschoben werden kann.

Da das Photoelement auch ohne angeschalteten Laser bereits einen Strom anzeigt, muss für akkurate Ergebnisse zunächst dieser Dunkelstrom gemessen werden. Anschließend wird zunächst für den Einzelspalt die Position des Detektors variiert und der Strom gemessen. Anschließend wird eine analoge Messung für den Doppelspalt durchgeführt, wobei jeweils mindestens 50 Messwerte erhoben wurden.

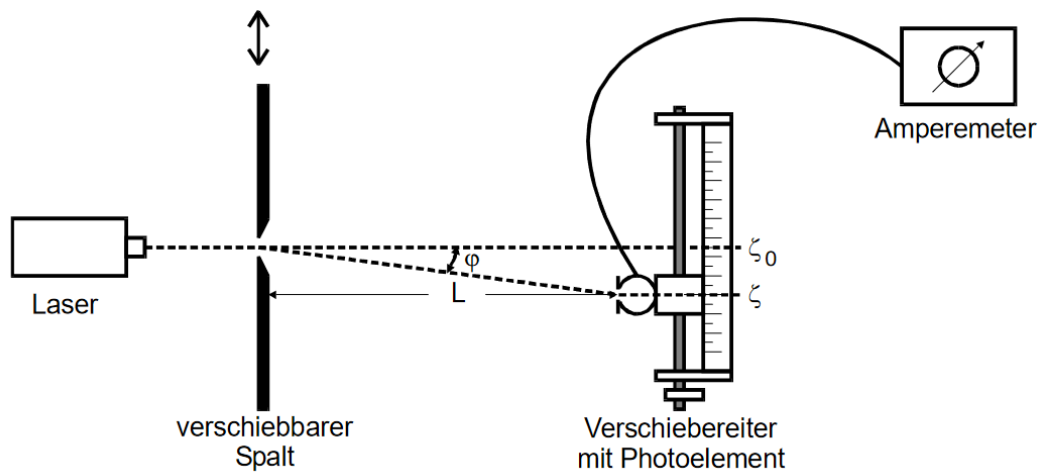


Abbildung 3: Versuchsanordnung

## 4 Messwerte

In diesem Kapitel sind die aufgenommenen Messwerte aufgeführt.

### 4.1 Messwerte zum Einfachspalt

**Tabelle 1:** Messwerte zum Einfachspalt (Spaltbreite 0,15 mm)

Strom $I$ im A	Ort $x$ in m	Strom $I$ im A	Ort $x$ in m	Strom $I$ im A	Ort $x$ in m
0,001	0,000	0,005	0,026	0,009	0,041
0,001	0,001	0,008	0,026	0,009	0,041
0,001	0,002	0,009	0,026	0,014	0,041
0,001	0,003	0,011	0,027	0,016	0,041
0,001	0,004	0,011	0,028	0,019	0,041
0,001	0,005	0,010	0,028	0,023	0,041
0,001	0,006	0,009	0,029	0,110	0,042
0,002	0,007	0,007	0,029	0,088	0,042
0,002	0,008	0,005	0,030	0,096	0,042
0,001	0,009	0,003	0,030	0,086	0,042
0,001	0,010	0,001	0,030	0,062	0,042
0,001	0,011	0,001	0,031	0,008	0,042
0,003	0,012	0,002	0,032	0,011	0,043
0,004	0,013	0,005	0,032	0,009	0,043
0,004	0,014	0,007	0,033	0,004	0,044
0,003	0,015	0,009	0,033	0,003	0,044
0,002	0,016	0,011	0,034	0,001	0,044
0,001	0,017	0,012	0,034	0,001	0,045
0,002	0,018	0,012	0,035	0,002	0,045
0,005	0,019	0,011	0,035	0,005	0,046
0,007	0,020	0,010	0,036	0,007	0,046
0,007	0,021	0,009	0,036	0,010	0,047
0,007	0,022	0,006	0,036	0,011	0,048
0,005	0,022	0,003	0,037	0,012	0,048
0,004	0,022	0,001	0,037	0,012	0,049
0,002	0,023	0,001	0,038	0,011	0,049
0,001	0,024	0,002	0,038	0,010	0,050
0,001	0,024	0,005	0,039	0,008	0,050
0,002	0,025	0,007	0,040	0,005	0,051
0,004	0,025	0,009	0,040	0,002	0,051

#### **4.2 Messwerte zum Doppelspalt (Spaltbreite: 0,15 mm, Spaltabstand: 0,75 mm)**



**Tabelle 2:** Messwerte zum Doppelspalt Teil 1

Strom $I$ in A	Ort $x$ in m
0,000 000 001 5	0,0000
0,000 000 002 0	0,0010
0,000 000 003 0	0,0020
0,000 000 002 0	0,0030
0,000 000 001 0	0,0040
0,000 000 001 5	0,0050
0,000 000 002 0	0,0060
0,000 000 001 5	0,0070
0,000 000 001 0	0,0080
0,000 000 001 5	0,0090
0,000 000 040 0	0,0100
0,000 000 004 0	0,0110
0,000 000 001 5	0,0120
0,000 000 015 0	0,0130
0,000 000 020 0	0,0140
0,000 000 015 0	0,0150
0,000 000 015 0	0,0160
0,000 000 030 0	0,0170
0,000 000 060 0	0,0180
0,000 000 060 0	0,0190
0,000 000 040 0	0,0200
0,000 000 120 0	0,0210
0,000 000 100 0	0,0220
0,000 000 080 0	0,0230
0,000 000 100 0	0,0240
0,000 000 350 0	0,0250
0,000 000 950 0	0,0260
0,000 001 150 0	0,0270
0,000 000 800 0	0,0280
0,000 000 450 0	0,0290
0,000 000 450 0	0,0300
0,000 000 800 0	0,0310
0,000 000 333 3	0,0320
0,000 000 133 3	0,0325
0,000 000 100 0	0,0330
0,000 000 116 7	0,0335
0,000 000 150 0	0,0340
0,000 000 040 0	0,0345
0,000 000 285 0	0,0350

**Tabelle 3:** Messwerte zum Doppelspalt Teil 2

Strom $I$ in A	Ort $x$ in m
0,000 000 038 0	0,0355
0,000 000 072 0	0,0360
0,000 000 026 0	0,0365
0,000 000 010 0	0,0370
0,000 000 016 0	0,0375
0,000 000 012 0	0,0380
0,000 000 040 0	0,0385
0,000 000 004 0	0,0390
0,000 000 021 5	0,0395
0,000 000 017 5	0,0400
0,000 000 006 5	0,0405
0,000 000 014 5	0,0410
0,000 000 016 0	0,0412
0,000 000 003 5	0,0415
0,000 000 015 5	0,0420
0,000 000 014 5	0,0421
0,000 000 010 5	0,0422
0,000 000 019 0	0,0423
0,000 000 008 0	0,0424
0,000 000 005 0	0,0425
0,000 000 026 0	0,0430
0,000 000 020 0	0,0435
0,000 000 026 5	0,0440
0,000 000 015 5	0,0441
0,000 000 008 5	0,0442
0,000 000 006 5	0,0443
0,000 000 007 0	0,0444
0,000 000 009 5	0,0445
0,000 000 009 5	0,0446
0,000 000 009 0	0,0447
0,000 000 028 0	0,0448
0,000 000 023 0	0,0449
0,000 000 018 0	0,0450
0,000 000 014 0	0,0455
0,000 000 010 5	0,0460
0,000 000 023 5	0,0465
0,000 000 015 5	0,0470
0,000 000 021 0	0,0475
0,000 000 018 0	0,0480
0,000 000 012 5	0,0485
0,000 000 011 0	0,0490
0,000 000 009 0	0,0495
0,000 000 007 0	0,0500

## 5 Auswertung

In diesem Kapitel sollen die aufgenommenen Messwerte ausgewertet und in Beziehung gebracht werden.

### 5.1 Der Einfachspalt

Zunächst wird eine Dunkelstrommessung durchgeführt, dazu wird im abgedunkelten Raum bei ausgeschaltetem Laser der Detektorstrom  $I_D$  gemessen. Er beläuft sich auf:

$$I_D = 10 \times 10^{-9} \text{ A}$$

Zudem wird noch der Abstand zwischen beugendem Element und Detektor zu  $z = 1.05\text{m}$  bestimmt. Der Beugungswinkel  $\phi$  ergibt sich über die Beziehung:

$$\phi = \arctan\left(\frac{x_1}{z}\right)$$

wobei  $x_1$  den Abstand vom Intensitätsmaximum beschreibt. An die Messwerte wird mittels der Python scipy Bibliothek eine Kurve nach Gleichung 8 angepasst, das Ergebnis ist in Abbildung 4 zu sehen. Es ergeben sich dabei folgende Parameter:

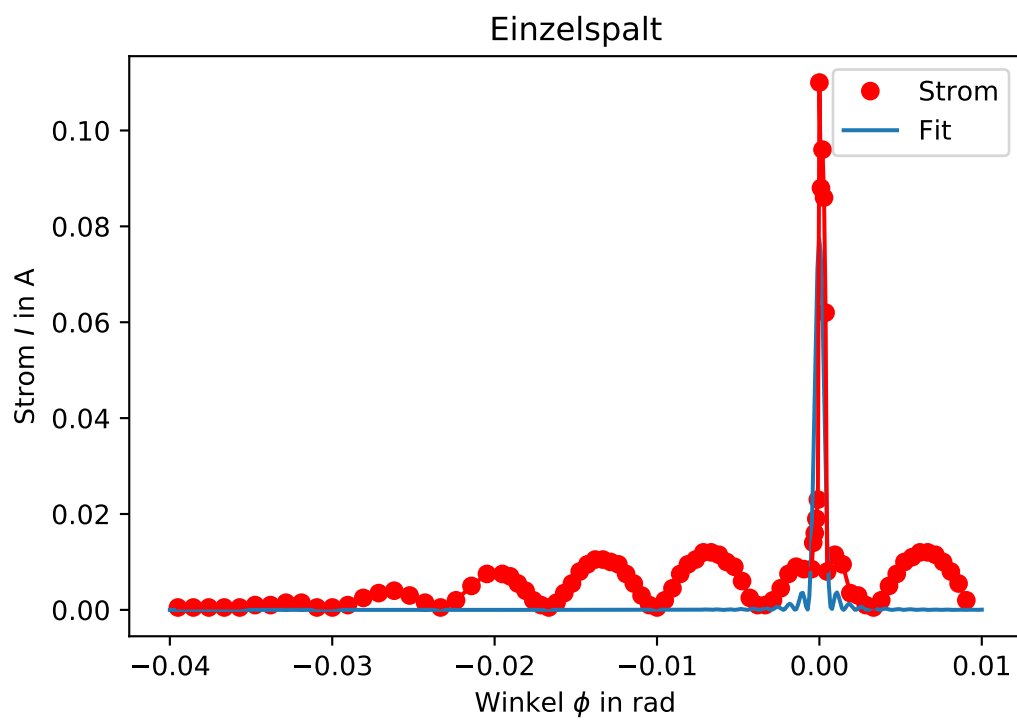
$$\begin{aligned} A_0 &= 325.98 \pm 27.204 \\ b &= (0,855 \pm 0,085) \text{ mm} \end{aligned}$$

### 5.2 Doppelspalt

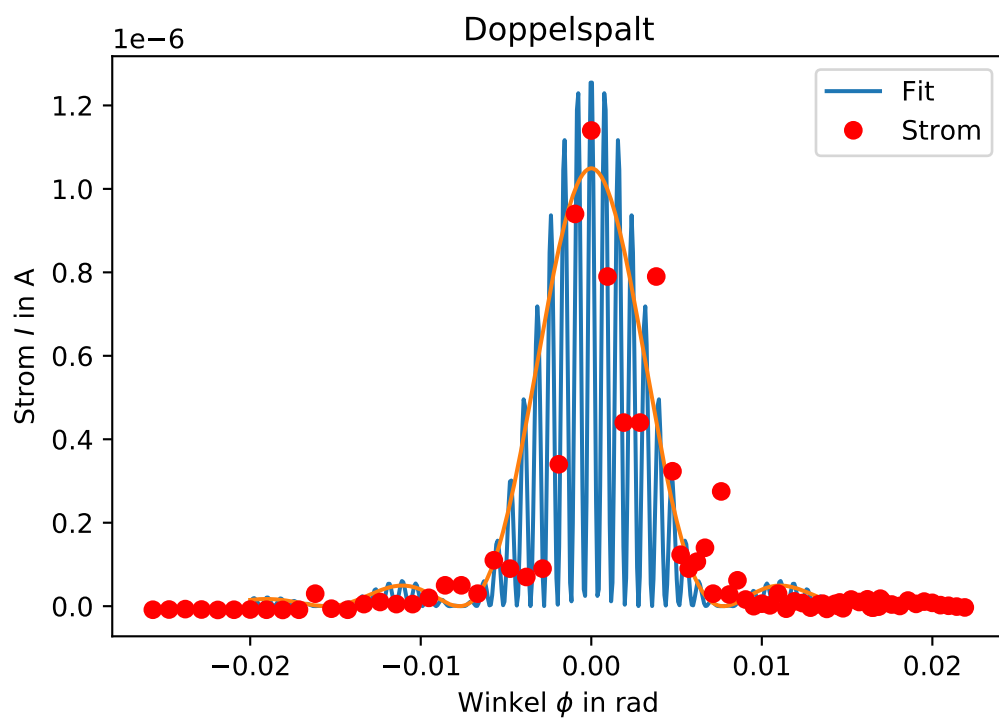
Um den Doppelspalt zu untersuchen wird die selbe Apperatur benutzt, daher bleiben die Werte für  $z$  und  $I_D$  gleich. Ebenfalls wird der Beugungswinkel auch in diesem Kapitel wie Unterabschnitt 5.1 berechnet. An die erhaltenen Messdaten wird eine Kurve nach Gleichung 9 angepasst. Die erhaltenen Werte werden dann in die Funktion Gleichung 8 eingesetzt um die Einhüllende zu erhalten. Das Ergebnis ist in Abbildung 5 zu sehen. Es fällt auf das die Kurve des Einzelspalt es des Doppelspalt sehr gut umreißt. Das bestätigt die Annahme das der Doppelspalt als überlagerung zweier Einzelspalt-Beugungsbilder beschrieben werden kann.

Durch die Ausgleichsrechnung ergeben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned} b &= (0.0819 \pm 0.004) \text{ mm} \\ s &= (0.8023 \pm 0.004) \text{ mm} \end{aligned}$$



**Abbildung 4:** Beugungsmuster am Einzelspalt (Spaltbreite: 0,15 mm)



**Abbildung 5:** Beugungsmuster mit Einhüllender am Doppelspalt (Spaltbreite: 0,15 mm, Spaltabstand: 0,75 mm)

## 6 Diskussion

In diesem Versuch ging es darum die Beugungsbilder des einfachen und des doppelten Spaltes zu bestimmen. Dazu wurde zunächst der Dunkelstrom des Detektors bestimmt, dieser liegt mit einem Wert von  $I_D = 10\text{nA}$  in einem realistischen Bereich, wenn man bedenkt, dass die Messwerte im Bereich von einigen  $\mu\text{A}$  und somit um 3 Größenordnungen höher liegen. Anschließend wurde dann das Beugungsbild am Einzelspalt bestimmt. Die Messwerte sind in Abbildung 4 aufgetragen und scheinen in erster Näherung dem bekannten Beugungsmuster eines Einzelspaltes zu ähneln, einzig das Maximum ist sehr schmal. Sobald dann versucht wird, das entsprechende Gesetz anzupassen, fällt auf, dass dies kaum möglich ist. So musste aufwändig nach geeigneten Startwerten gesucht werden, um überhaupt zu einem Ergebnis zu gelangen. Am Anpassen der Fouriertransformierten scheint trotz sehr vielen Durchläufen der Ausgleichsalgorithmus zu scheitern. Wie leicht zu sehen ist, passt der Fit auch kaum zu den Messwerten. Die freien Parameter können mit den Theorieangaben, welche hier vom Hersteller des Spaltes stammen, verglichen werden. So weicht der experimentell gefundene Wert von  $b = 0.855 \pm 0.085\text{mm}$  um etwa 570 % vom Herstellerwert  $b = 0.15\text{mm}$  ab. Im nächsten Schritt, Unterabschnitt 5.2, wurde dann das Beugungsmuster eines Doppelspaltes vermessen. In Abbildung 5 ist sofort zu sehen, dass scheinbar an der entscheidenden Stelle um das Maximum herum nicht genau genug gemessen wurde. Hier wurde der Detektor in  $0.1\text{mm}$  Schritten bewegt, es hätte jedoch scheinbar noch genauer sein müssen. Daher ist die entsprechende Ausgleichskurve auch eher ungenau. Diese Annahme manifestiert sich in den freien Parametern  $s = (0.8023 \pm 0.004)\text{mm}$  und  $b = (0.0819 \pm 0.004)\text{mm}$ , deren theoretische Pendanten liegen bei  $s = 0.9\text{mm}$  und  $b = 0.15\text{mm}$  und weichen somit um 8% bzw. 83% ab. Im ganzen kann also gesagt werden, dass der Versuch nicht oder nur recht ungenau gelungen ist. Fehlerquellen könnten darin liegen, dass im Raum noch Schreibtischlampen eingeschaltet waren sowie die Tür offen stand. Zudem ist der Detektor nicht punktförmig, sondern räumlich ausgedehnt, was bei Verschiebungen von nur  $0.1\text{mm}$  von Bedeutung sein könnte. Wahrscheinlicher ist bei derart großen Abweichungen allerdings ein systematischer Fehler beim Messen, so können Ablesefehler passieren, wenn die Skala des Messgerätes geändert wurde, oder in der rechnerischen Auswertung der Messwerte. Der Wert der relativen Abweichung ergibt sich über:

$$F = \frac{\text{Messwert} - \text{Theoriewert}}{\text{Theoriewert}} 100\%$$

## 7 Literatur

[1] TU-Dortmund, V406 Beugung am Spalt

## 8 Anhang

Auf den nächsten Seiten ist ein Scan der Originalmesswerte zu finden.