107

Das Viskosimeter

Leander Flottau
leander.flottau@tu-dortmund.de

Jan Gaschina
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 08.06.2021 Abgabe: 15.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden verschiedene Metalle sowohl durch die statische als auch die dynamische Methode auf ihre Wärmeleitfähigkeit hin untersucht.

2 Theorie

Bei einem Körper in einem Temparaturungleichgewicht, wird dieses durch den Transport von Wärme hin zu den stellen niedriger Temparatur ausgeglichen. Dieser Transport kann durch Konvektion, Wärmestrahlung und Wärmeleitung zustande kommen, wobei in diesem Falle nur letzteres berücksichtigt wird. Die Wärmeleitung wird von Phononen und freien Elektronen verursacht, erstere können jedoch vernachlässigt werden. Für die Wärmemenge dQ, die in einem festgelegten Zeitintervall durch einen Stab der Querschnittsfläche A fließt, gilt:

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt \tag{1}$$

mit der Temparatur T, welche per Voraussetzung entlang des Stabes ungleich verteilt sein muss. Die Konstante κ ist materialspezifisch und wird Wärmeleitfähigkeit genannt. Aufgrund des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik fließt die Temparatur immer entlang des Temparaturgefälles, was durch das Minuszeichen berücksichtigt wird. Aus dieser Gleichung lässt sich unter Anwendung der Kontinuitätsgleichung die Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \sigma_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{2}$$

in einer Dimension herleiten. Hier bezeichnet ρ die Dichte und c die spezifische Wärmekapazität des betreffenden Materials. Die Größe $\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c}$ wird Temparaturleitfähigkeit genannt und beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich die Temparatur ausgleicht. Die genaue Lösung dieser Differentialgleichung hängt von den Anfangsbedingungen und der Geometrie des Problems ab.

Das abwechselnde Anheizen und Abkühlen eines Stabes an einem Ende mit der Periode T führt zu einer Temparaturwelle der Form

$$T(x,t) = e^{-\sqrt{\frac{w\rho c}{2\kappa}}x} cos(wt - -\sqrt{\frac{w\rho c}{2\kappa}}x) \tag{3}$$

die sich mit der Phasengeschwindigkeit

$$v = \frac{w}{k} = \sqrt{\frac{2\kappa w}{\rho c}} \tag{4}$$

im Stab fortsetzt. Hier wird zusätzlich die Kreisfrequenz $w = 2\pi/T$ der Anregung verwendet, welche sich aus der Periodendauer ergibt. Mithilfe des Verhältnisses der

Amplituden A_{nah} und A_{fern} der Welle an zwei Punkten x_{nah} und x_{fern} lässt sich nun die Wärmeleitfähigkeit bestimmen. Diese ergibt sich aus

$$\kappa = \frac{\rho c(\Delta x)^2}{2\Delta t ln(A_{nah}/A_{fern})} \tag{5}$$

durch den Abstand $\Delta x = x_{fern} - x_{nah}$ sowie der Phasendifferenz Δt.

3 Durchführung

Für den Versuch wird die Apparatur aus Abbildung **??** verwendet. Sie besteht aus je einem Stab aus Aluminium und Edelstahl, sowie zwei Stäben aus Messing. Diese können mithilfe des Peltier-Elementes in der Mitte erhitzt oder abgekühlt werden. An zwei Stellen eines jeden Stabes befinden sich Thermoelemente, mit denen die Temparatur gemessen und auf einem Datenlogger dargestellt werden kann.

Abbildung 1: Apparatur zur Messung der Wärmeleitung

3.1 statische Methode

Für die statische Methode wird die Spannung des Peltier-Elements auf $U = 5$ V eingestellt. Anschließend wird die Temparatur an den Thermoelementen über eine Zeitspanne von 700 s aufgezeichnet. Dabei werden 5 Werte pro Sekunde aufgezeichnet.

3.2 dynamische Methode

Bei der dynamischen Methode wird die Betriebsspannung auf $U = 8$ V eingestellt. Anschließend werden die Stäbe in 40 s Abständen abwechselnd geheizt und gekühlt, sodass eine Temparaturwelle der Periode $T = 80$ s zustande kommt. Für diese wird über die Dauer von 10 Perioden die Temparatur bei 2 Werten pro Sekunde aufgezeichnet. Anschließend wird das gleiche Verfahren für die Periodendauer $T = 200$ s über eine länge von sechs Perioden wiederholt.

4 Fehler

Der Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=0} x_i \tag{6}$$

Die Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{7}$$

Der Fehler des Mittelwertes:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{8}$$

Die Poissonverteilung:

$$\Delta N = \sqrt{N} \tag{9}$$

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_x = \sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x_1})^2 \sigma_{x_1}^2 + (\frac{\partial f}{\partial x_2})^2 \sigma_{x_2}^2 + ... + (\frac{\partial f}{\partial x_n})^2 \sigma_{x_n}^2} \tag{10}$$

5 Auswertung

In diesem Kapitel sollen die aufgenommenen Messwerte Ausgewertet und verrechnet werden.

5.1 Die statische Methode

In diesem Kapitel wird die Wärmeleitfähigkeit κ von verschiedenen Materialien allein durch die Heizkurve bestimmt.

In **??** und in **??** sind die Temperaturverläufe welche an den weiter vom Heizelement entfernten Temperatursensoren gemessen wurden dargestellt. Zu sehen ist das die Kurven für Messing am schnellsten ansteigen, die für Aluminium geht bei einer etwas geringeren Temperatur als die Messingkurven in ein Plateau über. Der Temperaturverlauf von Edelstahl ist der flachste. Um herauszufinden welcher Metallstab die beste Wärmeleitung bietet wurden die Temperaturen bei $t = 700\,\mathrm{s}$ abgelesen, sie sind in **??** dargestellt. Die höchste Temperatur und damit die beste Wärmeleitfähigkeit hat demnach Aluminium gefolgt von dem breiten und dem schmalen Messingstab und am Ende dem Edelstahlstab.

Nun wird für verschiedene Zeiten der Wärmestrom $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ bestimmt.

In **??** ist die Differenz der beiden Temperatursensoren des Messingstabes aufgetragen und in **??** ist die Differenz der Temperatursensorendes Edelstahlstabes aufgetragen. Hier fällt auf das der Messingstab die Wärme viel schneller leitet und so die Tepmeraturdifferenz sehr viel schneller kleiner wird.

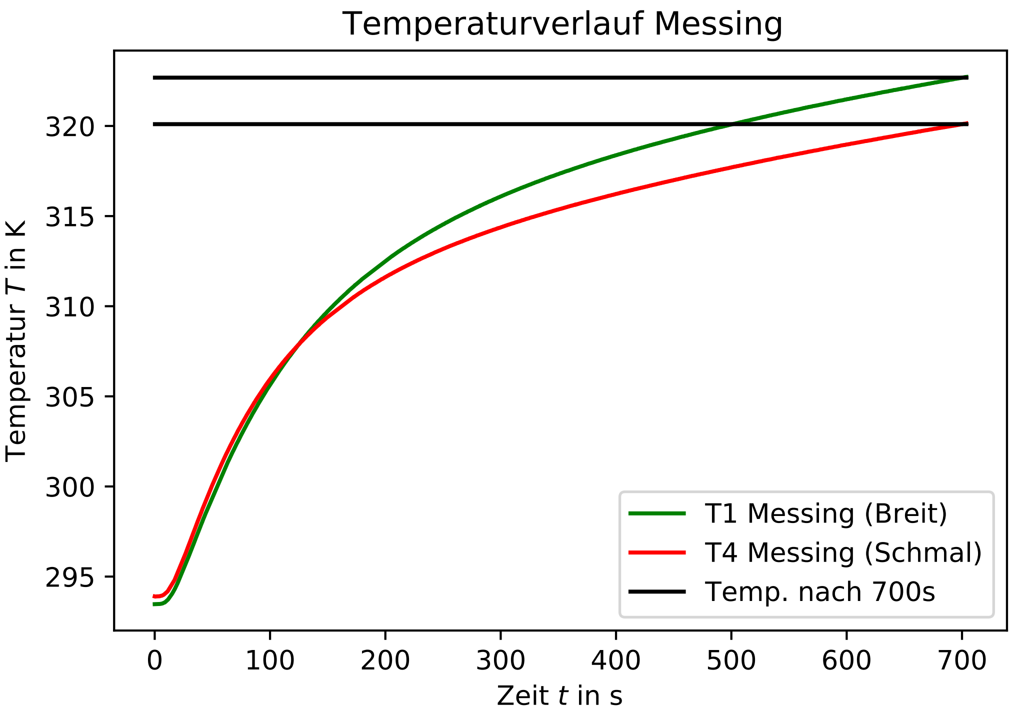

Abbildung 2: Statischer Temperaturverlauf von Messing

Tabelle 1: Temperatur bei $t = 700\,\mathrm{s}$

Thermoelement Nr	Temperatur T in K	Material
1	322.68	Messing (breit)
4	320.10	Messing (schmal)
5	325.28	Alluminium
8	311.04	Edelstahl

Tabelle 2: Wärmestrom nach Zeit

Zeitpunkt t	$(\frac{\Delta Q}{\Delta t})_{Messingbreit}$	$(\frac{\Delta Q}{\Delta t})_{Messingschmal}$	$(\frac{\Delta Q}{\Delta t})_{Aluminium}$	$(\frac{\Delta Q}{\Delta t})_{Edelstahl}$
140.8	0.00927	0.01129	0.00639	0.00600
281.6	0.00570	0.00804	0.00405	0.00545
422.4	0.00468	0.00733	0.00359	0.00511
563.2	0.00439	0.00720	0.00345	0.00493
703.8	0.00432	0.00716	0.00341	0.00483

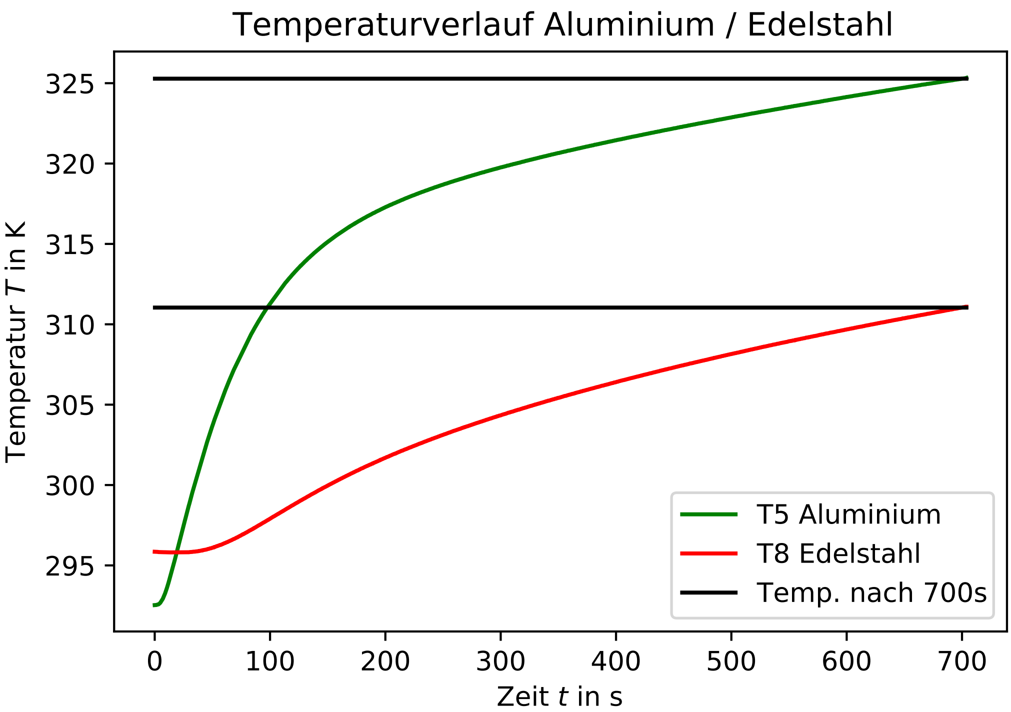

Abbildung 3: Statischer Temperaturverlauf von Messing

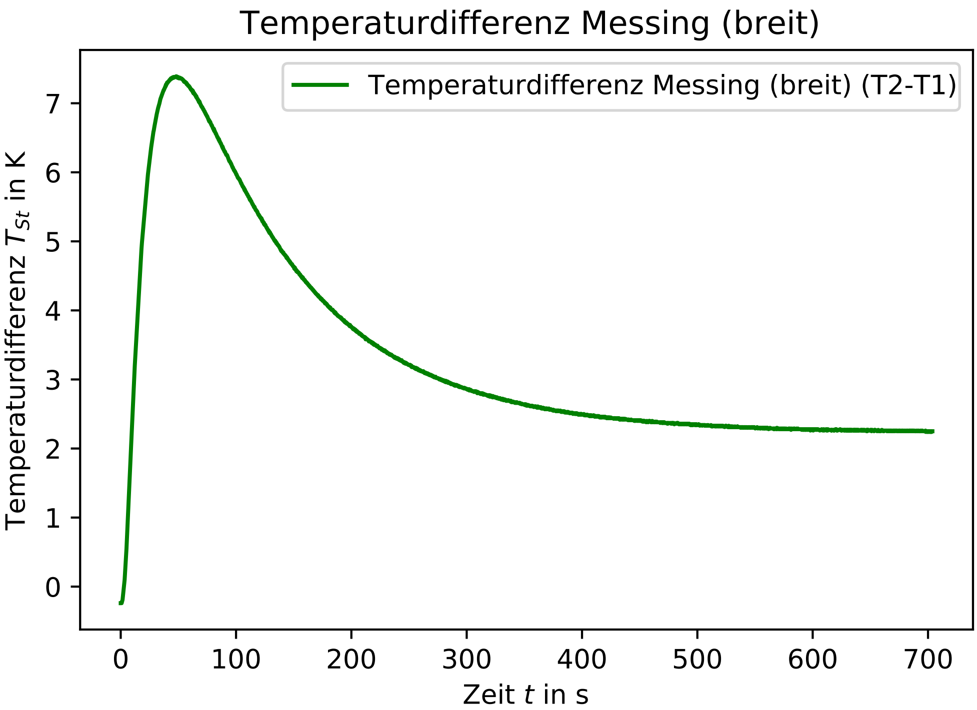

Abbildung 4: Temperaturdifferenzverlauf von Messing

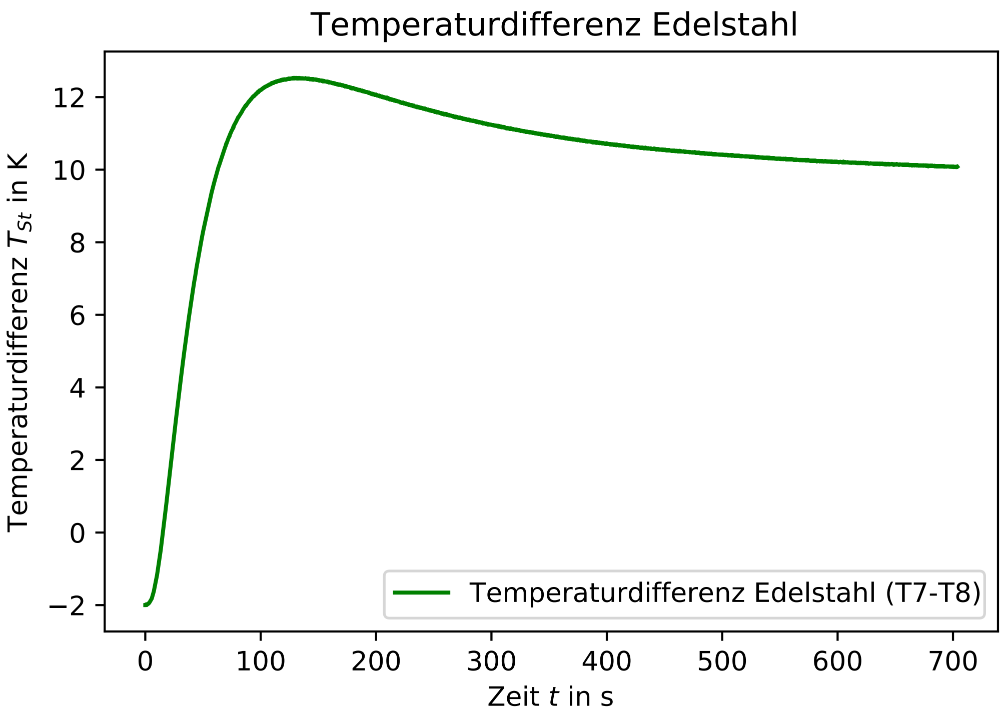

Abbildung 5: Temperaturdifferenzverlauf von Edelstahl

5.2 Das Angström Messverfahren

In diesem Schritt werden die Wärmeleitfähigketen κ mit dem Angström Messverfahren also durch abwechselndes erhitzen und Kühlen der Stäbe genutzt. Dabei wird eine Periodendauer von $T = 80\,\text{s}$ verwendet. Mit den gekenzeichneten Amplituden folgen sofort

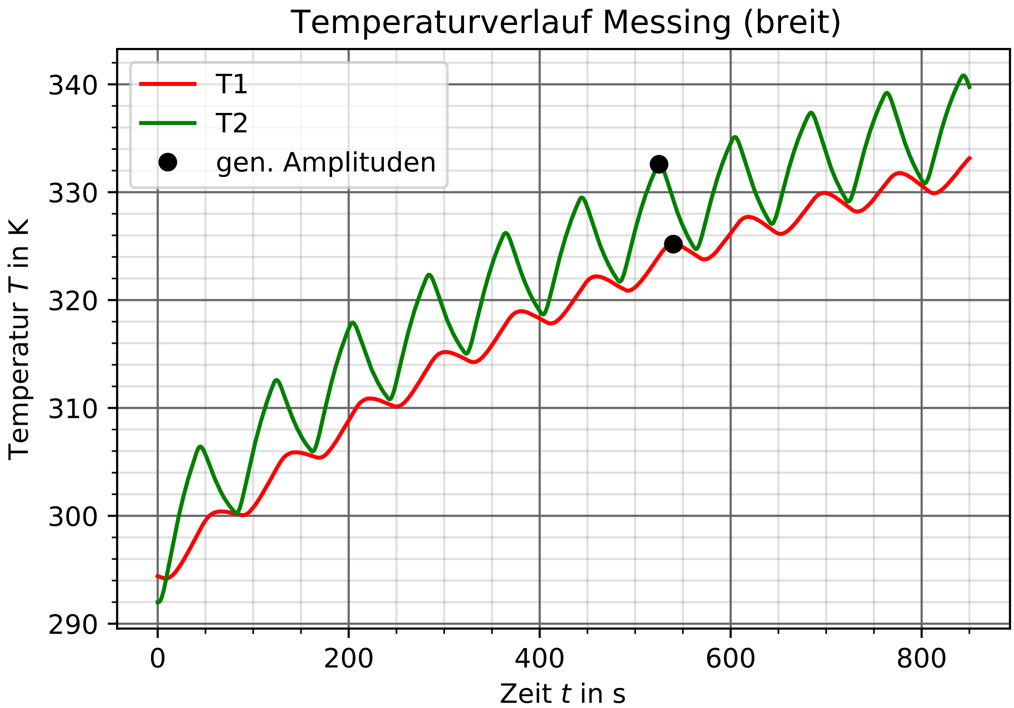

Abbildung 6: Temperaturdifferenzverlauf von Edelstahl

die Phasenverschiebungen $\Delta t_{Messing} = 15\,\text{s}$ und $\Delta t_{Aluminium} = 7\,\text{s}$, sowie Amplitudenverhältnisse $(\frac{A_{fern}}{A_{nah}})_{Messing} = 1.02279$ und $(\frac{A_{fern}}{A_{nah}})_{Aluminium} = 1.00800$, jetzt lassen sich über **??** sofort die Wärmeleitfähigketen bestimmen:

$$\kappa_{Messing} = 4367.46 \frac{\text{W}}{\text{K}*\text{m}}$$
$$\kappa_{Aluminium} = 18745.14 \frac{\text{W}}{\text{K}*\text{m}}$$

Dazu wurde $\Delta x = 0{,}03\,\text{m}$ verwendet. Zur Bestimmung von $\kappa_{Edelstahl}$ wurde eine Periodendauer von $T = 200\,\text{s}$ genutzt. Die zur bestimmung von $\kappa_{Edelstahl}$ benötigten Amplitudenverhältnisse und Phasendifferenzen wurden zuerst einzeln berechnet dann über **??** gemittelt und in **??** eingesetzt. Der Fehler des Mittelwertes ergibt sich über **??**, er pflanzt sich bei benutzung von **??** über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung **??** fort. Das führt zu einem Wert für Edelstahl von:

$$\kappa_{Edelstahl} = (-2.3 \pm 1.1) \times 10^4 \frac{\text{W}}{\text{K}*\text{m}}$$

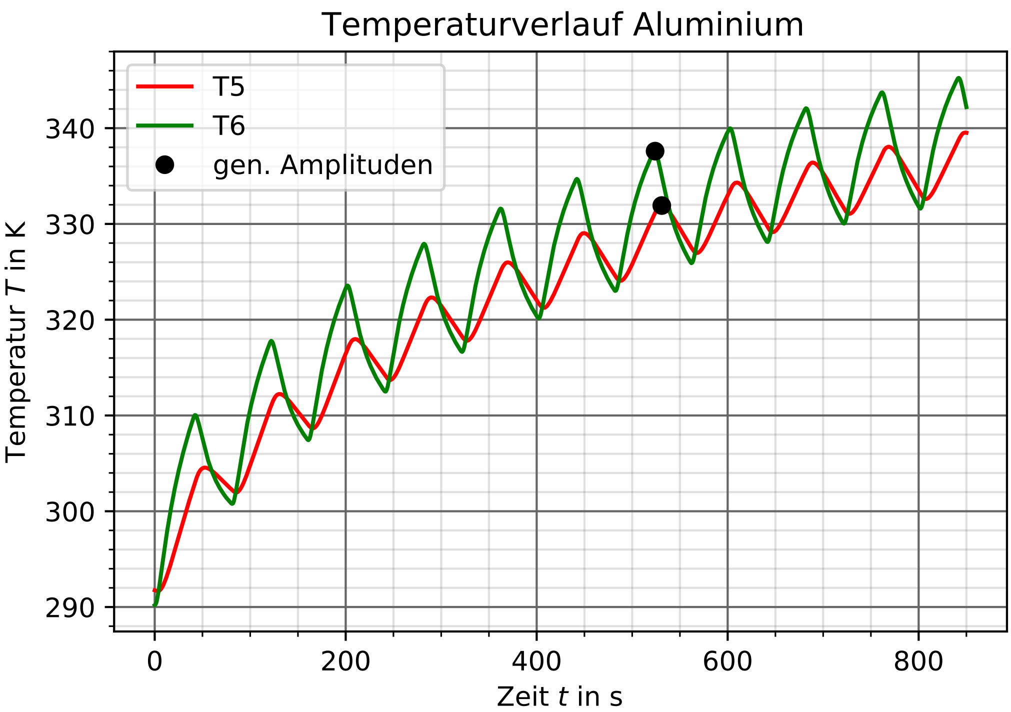

Abbildung 7: Temperaturdifferenzverlauf von Edelstahl

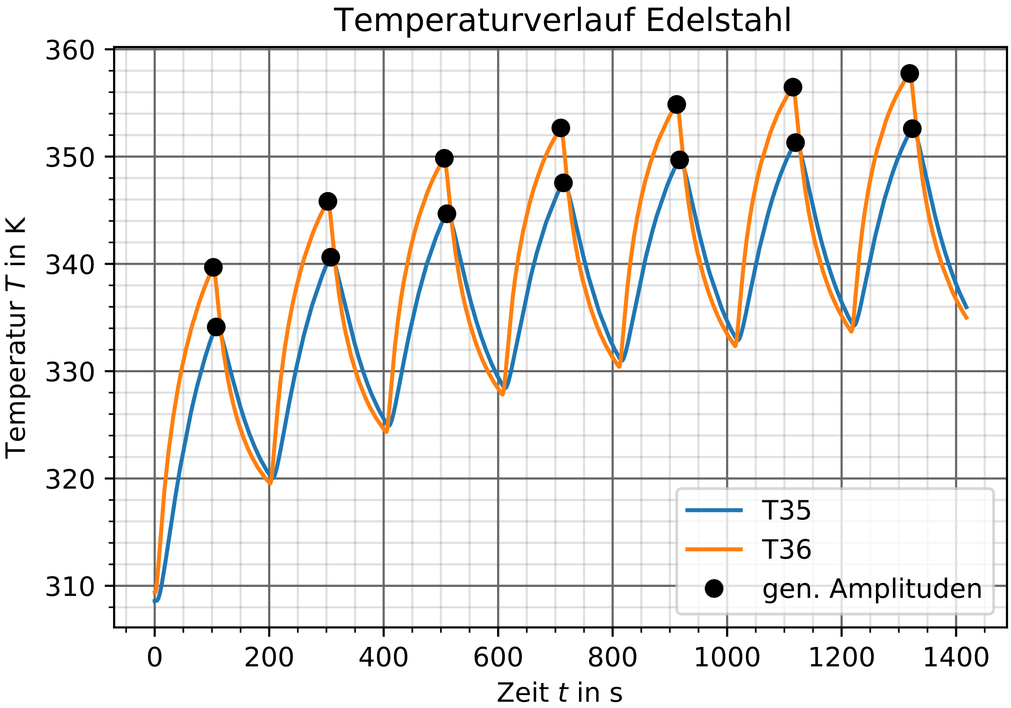

Abbildung 8: Temperaturdifferenzverlauf von Edelstahl

Die Wellenlängen und frequenzen lassen sich einfach bestimmen mit den Zusammenhängen:

$$f = \frac{1}{T}$$
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Daraus folgen sofort die Ergebnisse in **??**.

Tabelle 3: Temperatur bei $t = 700\,\mathrm{s}$

Material	T / s	Δt / s	v / m/s	f / Hz	λ / m
Messing (breit)	81	15	0.002	0.0123	0.162
Alluminium	82	7	0.0042	0.0121	0.3471
Edelstahl	202.8	4.71	0.00636	0.004932	1.290