

## **Das Viskosimeter**

Leander Flottau  
leander.flottau@tu-dortmund.de

Jan Gaschina  
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 02.02.2021

Abgabe: 09.02.2021

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Versuchsdurchführung</b>	<b>4</b>
3.1 Versuchsaufbau . . . . .	4
3.2 Durchführung . . . . .	4
<b>4 Messwerte</b>	<b>4</b>
<b>5 Fehler</b>	<b>5</b>
<b>6 Auswertung</b>	<b>5</b>
6.1 Kugelkonstante . . . . .	5
6.1.1 Viskosität von Wasser bei 20,5 °C . . . . .	6
6.1.2 Berechnung von $K_{gross}$ . . . . .	6
6.2 Temperaturabhängige Viskosität . . . . .	7
<b>7 Diskussion</b>	<b>10</b>
<b>8 Literatur</b>	<b>10</b>
<b>9 Anhang</b>	<b>10</b>

## 1 Zielsetzung

Im vorliegenden Experiment wird ein Höppler-Viskosimeter verwendet, um die temperaturabhängige Viskosität von Wasser zu bestimmen.

## 2 Theorie

Auf einen Festkörper, der sich durch eine zähe Flüssigkeit bewegt, wirken im wesentlichen drei Kräfte. Zunächst wird der Körper durch die Gewichtskraft  $F_G = mg$  konstant in Richtung Boden beschleunigt. Dem entgegen wirkt die Auftriebskraft  $F_A$ , welche proportional zum verdrängten Volumen ist und außerdem von der Dichte des verdrängten Mediums abhängt. Darüber hinaus steht der (bewegte) Körper unter Einfluss der Reibungskraft  $F_R$ , welche immer der Bewegungsrichtung entgegen wirkt und vom Betrag der Geschwindigkeit abhängt. Unter geeigneten Bedingungen lässt sich die Reibungskraft für eine Kugel mit Radius  $r$ , die sich in einer unendlich ausgedehnten Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit  $v$  fortbewegt, nach der Stokesschen-Beziehung

$$F_R = 6\pi\eta r v \quad (1)$$

berechnen.  $\eta$  ist hier die Viskosität der Flüssigkeit, ein materialspezifischer Wert, der stark temperaturabhängig ist. Diese Abhängigkeit lässt sich für die meisten Flüssigkeiten mithilfe eines exponentiellen Verlaufs der Form

$$\eta(T) = Ae^{B/T} \quad (2)$$

darstellen. Da die Reibungskraft proportional zur Geschwindigkeit wächst, während die beschleunigende Kraft konstant ist, wird nach einer bestimmten Zeit die Geschwindigkeit einen Grenzwert erreichen, für den die Reibungskraft betraglich identisch mit der Differenz aus Gewichts- und Auftriebskraft ist, sodass sich beschleunigende Kraft und Reibungskraft ausgleichen. Daher wird nach einer Beschleunigungsphase eine konstante Grenzgeschwindigkeit erreicht, mit der sich die Kugel fortbewegt.

Damit die Stokessche Beziehung gilt, muss sichergestellt werden, dass der Abstand der Kugel zur Rohrwand größer als die Ausdehnung der mitbewegten Flüssigkeitsschicht ist. Weiterhin kann ein geringer Abstand zur Rohrwand zu nicht reproduzierbaren Berührungen von Kugel und Wand führen, die Messungen verfälschen. Daher besitzt das Höppler-Viskosimeter einen leichten Neigungswinkel des Rohres, der in einer einfach zu reproduzierenden Bewegung der Kugel entlang der Rohrwand resultiert. Unter diesen Voraussetzungen lässt sich die Viskosität einer beliebigen Flüssigkeit gemäß folgender Beziehung bestimmen:

$$\eta = tK(\rho_k - \rho_f) \quad (3)$$

Hier bezeichnet  $\rho_f$  die Dichte der Flüssigkeit und  $\rho_k$  die Dichte der Kugel, sowie  $t$  die gemessene Zeit, die die Kugel für die Strecke zwischen oberer und unterer Messschranke benötigt. Weiterhin wird zur Berechnung die Kugelkonstante  $K$  benötigt, welche von verschiedenen Faktoren wie der Geometrie der Anordnung sowie den Größen aus der

Stokesschen Beziehung abhängt. Sie ist nicht analytisch berechenbar und muss daher vor dem eigentlichen Versuch mithilfe einer Kalibrierflüssigkeit oder einer zweiten Kugel mit bekannter Konstante empirisch bestimmt werden.

### 3 Versuchsdurchführung

#### 3.1 Versuchsaufbau

Für den Versuch wurde eine Anordnung gemäß der Abbildung verwendet. Das Viskosimeter besteht aus einem Fallrohr, welches mit Messmarken versehen ist und mit der Flüssigkeit befüllt wird, deren Viskosität bestimmt werden soll. Im inneren des Rohres befinden sich zwei Glaskugeln die sich in ihrem Volumen (und geringfügig in der Dichte) unterscheiden und daher verschiedene Fallzeiten aufweisen. Um das Rohr herum befindet sich ein Wärmebad mit temperiertem Wasser, dessen Temperatur am Thermometer abgelesen werden kann.

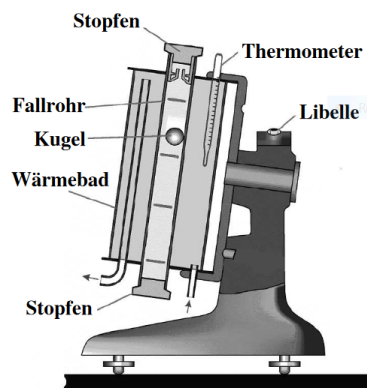


Abbildung 1: Höppler-Viskosimeter

#### 3.2 Durchführung

Zunächst wurde die Kugelkonstante der großen Kugel bestimmt. Dafür wurde sowohl für die große, als auch für die kleine Kugel jeweils zehn mal die Fallzeit bei Raumtemperatur bestimmt. Anschließend wurde für die Bestimmung der Temperaturabhängigkeit für 10 verschiedene Temperaturwerte zwischen  $20.5^{\circ}\text{C}$  und  $88.9^{\circ}\text{C}$  jeweils drei mal die Fallzeit der großen Kugel bestimmt.

### 4 Messwerte

Die Originalmesswerte sind im Anhang Abschnitt 9 zu finden.

## 5 Fehler

Der Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=0} x_i \quad (4)$$

Die Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (5)$$

Der Fehler des Mittelwertes:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

Die Poissonverteilung:

$$\Delta N = \sqrt{N} \quad (7)$$

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_{x_n}^2} \quad (8)$$

## 6 Auswertung

In diesem Kapitel werden die aufgenommenen Messwerte ausgewertet.

### 6.1 Kugelkonstante

In diesem Kapitel soll die Kugelkonstante  $K_{gross}$  der großen Kugel bestimmt werden.

### 6.1.1 Viskosität von Wasser bei 20,5 °C

Da  $\eta$  eine Konstante ist wurde diese zunächst mit den Angaben für die kleine Kugel berechnet um anschließend auf die Kugelkonstante  $K_{gross}$  der der großen Kugel schließen zu können.

$$\begin{aligned} t_{klein} &= 15.650 \pm 0.021s \\ K_{klein} &= (5.08 \pm 0.08) \times 10^{-4} \frac{cm^2}{s^2} \\ \rho_{klein} &= (2.233 \pm 0.009) \frac{g}{cm^3} \\ \rho_F &= (0.998103 \pm 0.0002169) \frac{g}{cm^3} \end{aligned}$$

Um die Dichte  $\rho_F$  zu erhalten wurden aus einer Wertetabelle die Dichten für 19,5 °C, 20,5°C und 21,5 °C abgelesen, anschließend wurde die Differenz zwischen der Dichte bei 20,5 °C zu den Dichten bei 19,5°C und 21,5°C berechnet und der größere Wert als Fehler angenommen. Für die Zeit  $t$  wurde über alle Messwerte nach Gleichung 4 gemittelt und der zugehörige Fehler über Gleichung 6 berechnet. Nach der Gesetzmäßigkeit Gleichung 3 folgt mit den oben genannten Werten sofort:

$$\eta = (0.00982 \pm 0.00017 \frac{g}{cm*s}) = (0.00982 \pm 0.00017)P = (0.982 \pm 0.017)mPa * s$$

Um den zugehörigen Fehler zu berechnen kam Gleichung 8, die Gaußsche-Fehlerfortpflanzung zum Einsatz, dazu wurde Gleichung 3 partiell nach jeder fehlerbehafteten Größe abgeleitet. Die Ableitungen lauten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} &= K_{klein} (\rho_{klein} - \rho_F) \\ \frac{\partial \eta}{\partial K_{klein}} &= (\rho_{klein} - \rho_F) t \\ \frac{\partial \eta}{\partial \rho_{klein}} &= K_{klein} t \\ \frac{\partial \eta}{\partial \rho_F} &= -K_{klein} t \end{aligned}$$

Die Einheit [Pa\*s] oder [mPa\*s] bezeichnet die Pascalsekunde bzw. die Millipascalsekunde und ist die in der Literatur gebräuchliche und gesetzliche Einheit für die Viskosität. Poise [P] ist die im experimentellen Umfeld passendere, jedoch nicht gesetzmäßige Einheit. Es gilt:

$$1 \frac{g}{cm*s} = 1P = 0.1Pa * s = 100mPa * s$$

### 6.1.2 Berechnung von $K_{gross}$

Nun Kann  $K_{gross}$  leicht über:

$$K_{gross} = \frac{\eta}{t_{gross} * (\rho_{gross} - \rho_F)} \quad (9)$$

berechnet werde. Dazu werden folgende Werte benutzt:

$$\begin{aligned}
\eta &= (0.00982 \pm 0.00017) \text{P} \\
t_{gross} &= (131.48 \pm 0.16) \text{s} \\
\rho_{gross} &= (2.229 \pm 0.008) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\
\rho_F &= (0.998103 \pm 0.0002169) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}
\end{aligned}$$

Alle Werte wurden mit ihren Fehlern wie schon oben beschrieben ermittelt und führen zu folgendem Ergebnis:

$$K_{gross} = (6.07 \pm 0.11) \times 10^{-5} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}$$

Der entsprechende Fehler wurde auch hier über die Gaußsche-Fehlerfortpflanzung Gleichung 8 berechnet, dazu wurden die folgenden Ableitungen genutzt:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial K_{gross}}{\partial \eta} &= \frac{1}{(\rho_{gross} - \rho_F) t} \\
\frac{\partial K_{gross}}{\partial t} &= \frac{\eta}{(\rho_F - \rho_{gross}) t^2} \\
\frac{\partial K_{gross}}{\partial \rho_{gross}} &= -\frac{\eta}{t (\rho_{gross} - \rho_F)^2} \\
\frac{\partial K_{gross}}{\partial \rho_F} &= \frac{\eta}{t (\rho_{gross} - \rho_F)^2}
\end{aligned}$$

## 6.2 Temperaturabhängige Viskosität

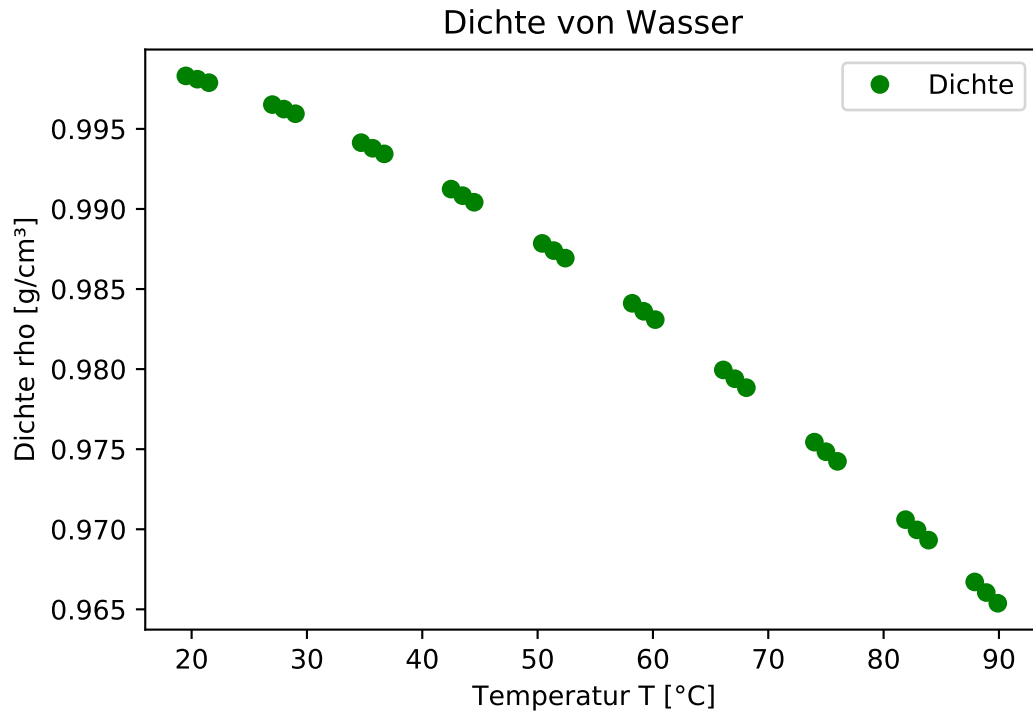
Da  $K_{gross}$  jetzt bekannt ist kann als nächstes die temperaturabhängige Viskosität von Wasser bestimmt werden. Dazu werden zu allen Temperaturen, bei denen eine Messung durchgeführt wurde, die Dichten mit ihrem Fehler nach dem Vorgehen aus Unterunterabschnitt 6.1.1 bestimmt. Hier in Abbildung 2 sind sie gegen die Temperatur  $T$  aufgetragen: Es ergeben sich also folgende Werte zur Berechnung von  $\eta(T)$ :

$$\begin{aligned}
K_{gross} &= (6.07 \pm 0.11) \times 10^{-5} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2} \\
\rho_{gross} &= (2.229 \pm 0.008) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}
\end{aligned}$$

Damit ergeben sich über Gleichung 3 sofort folgende Werte für  $\eta(T)$ :

Die entsprechenden Fehler wurden wieder nach Gleichung 8 berechnet, dazu konnten die Ableitungen aus Unterunterabschnitt 6.1.1 wiederverwendet werden. Diese Werte werden in Abbildung 3 grafisch dargestellt und mit einer Theoriekurve verglichen. Die Theoriekurve folgt der Vorschrift Gleichung 2 mit folgenden Koeffizienten:

$$\begin{aligned}
A &= 0.004 \pm 0.000 \text{g} \\
B &= 13.191 \pm 0.433 \frac{1}{\text{cm}}
\end{aligned}$$



**Abbildung 2:** Temperaturabhängige Dichte von Wasser

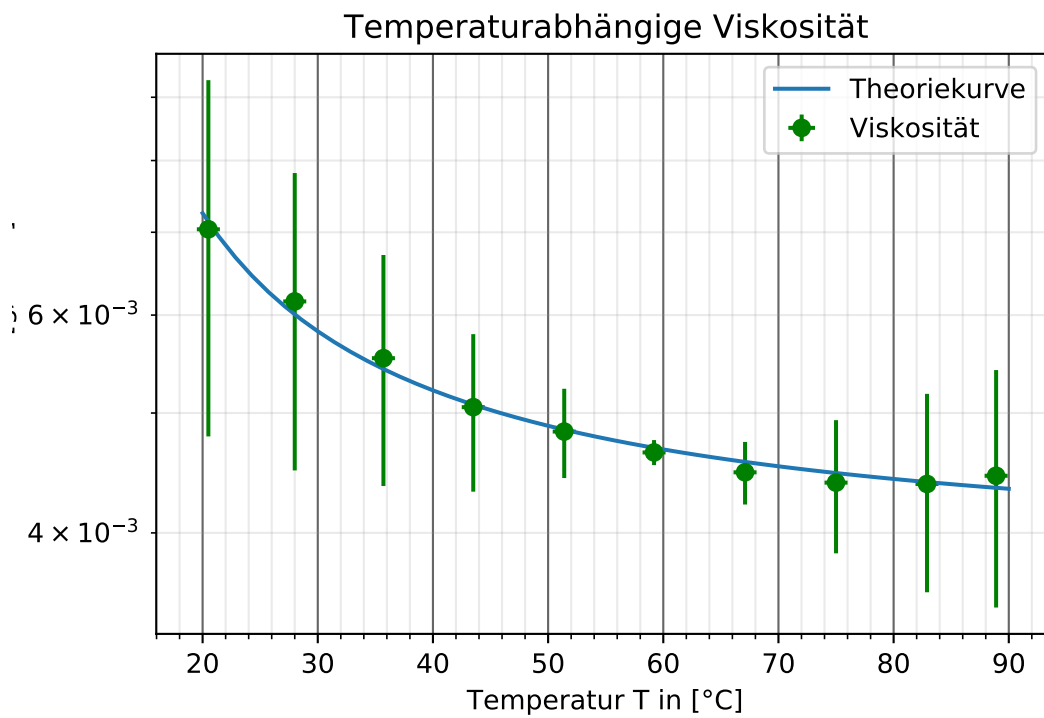
**Tabelle 1:** Temperaturen, Fallgeschwindigkeiten und Dichten

$T[^\circ\text{C}]$	$t[\text{Is}]$	$\rho_F[g/cm^3]$
20.500 $\pm$ 1.0	94.267 $\pm$ 30.115	0.998 $\pm$ 0.000
28.000 $\pm$ 1.0	82.300 $\pm$ 22.168	0.996 $\pm$ 0.000
35.700 $\pm$ 1.0	73.900 $\pm$ 15.596	0.994 $\pm$ 0.000
43.500 $\pm$ 1.0	67.300 $\pm$ 9.726	0.991 $\pm$ 0.000
51.400 $\pm$ 1.0	64.133 $\pm$ 5.198	0.987 $\pm$ 0.000
59.200 $\pm$ 1.0	61.500 $\pm$ 0.946	0.984 $\pm$ 0.001
67.100 $\pm$ 1.0	59.067 $\pm$ 3.280	0.979 $\pm$ 0.001
75.000 $\pm$ 1.0	57.733 $\pm$ 7.049	0.975 $\pm$ 0.001
82.900 $\pm$ 1.0	57.367 $\pm$ 10.428	0.970 $\pm$ 0.001
88.900 $\pm$ 1.0	58.067 $\pm$ 12.588	0.966 $\pm$ 0.001



**Tabelle 2:** Temperaturabhängigkeit der Viskosität

$T[^\circ\text{C}]$	$\eta[\text{P}]$
$20.500 \pm 1.0$	$0.007 \pm 0.002$
$28.000 \pm 1.0$	$0.006 \pm 0.002$
$35.700 \pm 1.0$	$0.006 \pm 0.001$
$43.500 \pm 1.0$	$0.005 \pm 0.001$
$51.400 \pm 1.0$	$0.005 \pm 0.000$
$59.200 \pm 1.0$	$0.005 \pm 0.000$
$67.100 \pm 1.0$	$0.004 \pm 0.000$
$75.000 \pm 1.0$	$0.004 \pm 0.001$
$82.900 \pm 1.0$	$0.004 \pm 0.001$
$88.900 \pm 1.0$	$0.004 \pm 0.001$



**Abbildung 3:** Viskosität von Wasser in Abhängigkeit der Temperatur

## 7 Diskussion

In diesem Versuch sollte die temperaturabhängige Größe der Viskosität von Wasser mit dem Viskosimeter nach Höppler untersucht werden. Dazu wurde in Unterunterabschnitt 6.1.1 zunächst die Viskosität von Wasser bei 20,5 °C bestimmt. Der errechnete Wert von  $\eta = (0.982 \pm 0.017) \text{ mPa} \cdot \text{s}$  weicht nur wenig von dem Literaturwert ab der etwa bei  $\eta = 1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$  liegt. Auf Grundlage dieses Wertes konnte dann in Unterunterabschnitt 6.1.2 die Kugelkonstante  $K_{\text{gross}}$  berechnet werden mithilfe welcher in Unterabschnitt 6.2 die temperaturabhängige Viskosität für Wasser bei einigen ausgesuchten Temperaturen errechnet werden konnte. Dazu wurden die Dichten und Zeiten gemittelt um ein möglichst präzises Ergebnis zu erhalten. Anschließend wurden die Viskositäten für entsprechende Temperaturen berechnet. Die Ergebnisse scheinen gut zu den Literaturwerten zu passen, leider konnte keine Tabelle gefunden werden welche die Viskositäten für Wasser in 0,1 °C Schritten beschreibt daher seien hier nur einige Werte beispielhaft aufgeführt: Die Viskosität von Wasser liegt laut den Ergebnissen dieses Versuchs bei einer Temperatur von etwa 35,7 °C bei  $(0.006 \pm 0.001)P$  der Literaturwert für 35 °C liegt bei  $0.00719P$  und damit nur knapp neben dem Fehlerband. Der errechnete Wert für etwa 59,2 °C liegt bei  $0.005P$  der Literaturwert für 60 °C bei  $0.004666P$  und damit ebenfalls nur knapp außerhalb des Fehlers. Bei 88,9 °C ist der berechnete Wert bei  $(0.004 \pm 0.001)P$  zu finden der Literaturwert liegt hier sogar innerhalb des Fehlerbandes für 90 °C bei  $0.003146P$ . Im allgemein kann also gesagt werden dass die errechneten Werte durchaus realistisch sind. Mögliche Abweichungen sind mit dem großen Ablesefehler bei der Temperatur und beim messen der Zeit zu erklären. Außerdem sind die jeweiligen Literaturwerte jeweils nur in der Nähe der gemessenen Temperatur wodurch die Vergleichbarkeit schlechter, wenn auch nicht unzulässig wird. Im Ganzen kann der Versuch als gelungen beschrieben werden.

## 8 Literatur

1. TU-Dortmund, V107 Das Viskosimeter
2. <https://www.internetchemie.info/chemie-lexikon/daten/w/wasser-dichtetabelle.php> (07.02.2021) - Die Dichten von Wasser
3. [https://www.chemie.de/lexikon/Wasser\\_%28Stoffdaten%29.html](https://www.chemie.de/lexikon/Wasser_%28Stoffdaten%29.html) (08.02.2021)- Die Viskositäten

## 9 Anhang

Auf den folgenden Seiten finden sich die Originalmesswerte.

## Messdaten und Hinweise zum Versuch Viskosimeter

Der Versuch wurde entsprechend der Anleitung durchgeführt.

### 1. Bestimmung der Kugelkonstante der großen Kugel:

Bei Zimmertemperatur ( $\vartheta = (20.5 \pm 1.0)^\circ\text{C}$ ) wurde jeweils 10 mal die Fallzeit beider Kugeln bestimmt:

Messung	$t_{\text{klein}}$ (s)	$t_{\text{groß}}$ (s)
1	15.7	132.3
2	15.8	131.9
3	15.6	132.1
4	15.6	131.8
5	15.6	131.3
6	15.6	131.5
7	15.6	131.0
8	15.6	131.2
9	15.7	131.1
10	15.7	130.6

Diese Messdaten stehen für das Einlesen in andere Programme (z.B. gnuplot, octave/matlab oder xmgrace) zusätzlich in der Datei `Kugel1.txt` bereit. (Falls es Probleme gibt, versuchen Sie es nach Löschen der Kommentarzeile noch einmal.)

Bei fester Temperatur sollte die Viskosität unabhängig von der Kugel sein, so dass  $K_G$  mittels (1.36) bestimmt werden kann. Spätestens jetzt (und natürlich im 2. Teil) wird die temperaturabhängige Wasserdichte benötigt. Mit etwas Glück finden Sie Werte, die in zehntel Grad tabelliert sind (ansonsten linear interpolieren!). Berücksichtigen Sie auch die Unsicherheit der Dichte infolge von  $\Delta\vartheta$ .

Die Fehlerrechnung kann hier in eine größere Differenzieraktion ausarten, wenn man einfach drauflos rechnet.

*Tipp:* Stellt man die Formel  $K_G = K_K \dots$  auf, so sind die darin enthaltenen beiden Dichtedifferenzen die Wurzel des Übels. Mit Zwischengrößen  $\rho_{K_iF} := \rho_{K_i} - \rho_F$  und deren Fehler  $\Delta\rho_{K_iF}$  wird es einfacher, wenn man dann den relativen Fehler  $\frac{\Delta K_G}{K_G}$  berechnet und sich an die Formeln (13) und (14) in der Datei `AllgemeineGrundlagen.pdf` erinnert (die natürlich leicht auf mehrere "Faktoren" verallgemeinert werden können). Alternativ kann man natürlich auch erst  $\eta \pm \Delta\eta$  ausrechnen und in einem zweiten Schritt daraus  $K_G$  bestimmen. Auch so erhält man zwei überschaubare Schritte.

## 2. Bestimmung der temperaturabhängigen Viskosität:

Für die große Kugel wurde die folgende Temperaturabhängigkeit jeweils 3 mal gemessen ( $\Delta\vartheta = 1^\circ\text{C}$  für alle Temperaturen). Die Daten finden Sie auch in der Datei `TAbhaengigkeit.txt`.

$\vartheta$ ( $^\circ\text{C}$ )	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)
20.5	131.2	131.1	130.6
28.0	109.8	109.1	109.6
35.7	93.3	92.7	92.4
43.5	78.3	80.1	79.6
51.4	70.5	70.5	70.6
59.2	62.4	62.9	62.5
67.1	55.0	55.1	55.0
75.0	49.2	49.0	48.9
82.9	44.0	45.2	44.5
88.9	42.5	42.8	42.0

Dass sich nicht nur  $\eta$  sondern auch  $\rho_F$  mit der Temperatur ändert, ist Ihnen sicherlich nicht entgangen. (Ein Plot  $\rho_F(\vartheta)$  ist zwar nicht erzwungen, aber hilfreich. Es könnte ja sein, dass Sie den qualitativen Verlauf im Abschlußkolloquium am Ende des Praktikums skizzieren sollen).

Neben den tabellierten Ergebnissen, wird natürlich auch (mindestens) eine Grafik erwartet. Beachten Sie auch die Fußnoten in der Anleitung<sup>1</sup>

Eine Diskussion der Ergebnisse und ein Vergleich mit der Literatur (Quelle angeben, natürlich auch für die verwendeten Dichtewerte) rundet Ihr Werk ab.

Viel Spaß beim “Versuch”.

---

<sup>1</sup>Die Fußnote 19 impliziert natürlich auch, dass ein sogenannter *Arrhenius-Plot* erforderlich ist!