

Thermische Elektronenemmission

Leander Flottau
leander.flottau@tu-dortmund.de

Jan Gaschina
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 04.05.2021

Abgabe: 11.05.2021

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
3	Durchführung	5
3.1	Messapparatur	5
3.2	Messung der Kennlinien	5
4	Auswertung	6
4.1	Kennlinien der Hochvakuumdiode	6
4.2	Bestimmung des Exponenten der Strom-Spannungs-Beziehung	7
4.3	Untersuchung des Anlaufstromgebietes	8
4.4	Abschätzung der Kathodentemperatur	10
4.5	Die Austrittsarbeit	10
5	Diskussion	10
6	Literatur	12
7	Anhang	12

1 Zielsetzung

In diesem Experiment wurde die thermische Elektronenemission anhand einer Hochvakuum-Diode untersucht. Dazu wurde insbesondere die Kennlinie der Diode für mehrere Heizspannungen aufgenommen.

2 Theorie

Neben dem photoelektrischen Effekt und der Sekundärelektronen-Emission ist eine wesentliche Methode zur Erzeugung freier Elektronen der sogenannte Glühelktrische Effekt, bei welchem Elektronen durch Erhitzung eines Drahtes aus selbigem austreten können.

Innerhalb von Metallen sorgen freie Elektronen in einem periodischen Gitter aus Ionen für die elektrische Leitfähigkeit. Das Potential kann in diesem Gitter näherungsweise als konstant angenommen werden und unterscheidet sich um den Wert Φ vom äußeren Potential. Dadurch befinden sich die freien Elektronen in einem sogenannten Potentialtopf, aus dem sie nur unter Aufbringung der Austrittsarbeit $e_0\Phi$ austreten können.

Die freien Elektronen unterliegen dem Pauli-Verbot, welches besagt, dass ein Energiezustand jeweils nur von zwei Elektronen mit entgegengesetzten Spinquantenzahlen eingenommen werden kann. Aus diesem folgt, dass die Elektronen selbst für $T = 0$ eine endliche Energie besitzen. Die maximale Energie auf dem absoluten Nullpunkt wird als fermische Grenzenergie ζ bezeichnet. Daher müssen Elektronen, um aus dem Potentialtopf zu gelangen und die Metalloberfläche zu verlassen, mindestens die Energie

$$E = \zeta + e_0\Phi \tag{1}$$

besitzen. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer bestimmten Temperatur eine Energiezustand besetzt ist wird durch die Fermi-Diracsche-Verteilungsfunktion beschrieben. Sie lautet in Näherung für große Energien:

$$f(E) = \exp\left(\frac{\zeta - E}{kT}\right) \tag{2}$$

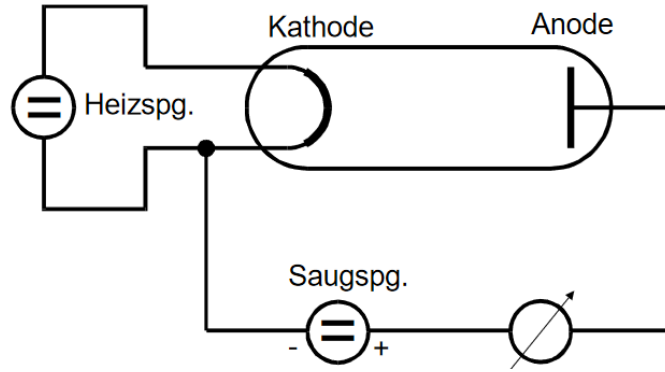
Hier handelt es sich bei T um die Temperatur und k um die sogenannte Boltzman-Konstante.

Ausgehend von dieser Verteilung kann die Sättigungsstromdichte $J_s(T)$, also die Zahl der pro Flächen- und Zeiteinheit aus der Metalloberfläche austretenden Elektronen in Abhängigkeit von der Temperatur, bestimmen. Durch Integration ergibt sich nach längerer Rechnung für diesen Wert die sogenannte Richardson Gleichung

$$J_s(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k^2}{h^3} T^2 \exp\left(\frac{-e_0\Phi}{kT}\right) \tag{3}$$

wobei die Elementarladung e_0 , die Elektronenmasse m_0 und das Plancksche Wirkungsquantum h allesamt Konstanten bezeichnen.

Die Messung des Sättigungsstromes erfolgt in einer Hochvakuum Diode. Diese besteht



aus einer evakuierten Röhre, in der ein Draht mithilfe einer Heizspannung erhitzt wird. Die aus der Kathode austretenden Elektronen werden mittels einer Saugspannung zur Anode hin beschleunigt und der resultierende Strom gemessen. Das Vakuum ist dabei essentiell, das die Elektronen ansonsten durch Wechselwirkung mit den Luftmolekülen nicht bis zur Anode gelangen würden.

Bei einer Strommessung mit einer entsprechenden Vorrichtung ist auffällig, dass sich erst ab einer hinreichen hohen Saugspannung der nach der Richardson-Gleichung zu erwartende Sättigungsstrom einstellt. Dies liegt daran, dass die Bewegung der Elektronen beschleunigt ist, die Elektronen also nahe der Kathode sehr viel langsamer als nahe der Anode sind. Daraus resultiert eine negative Raumladung vor der Kathode, die diese vom durch die Saugspannung induzierten elektrischen Feld abschirmt. Da die Feldlinien des äußeren Feldes also an den Raumladungselektronen und an der Kathode enden, werden einige Elektronen nicht erfasst und der Anodenstrom wird verringert. Ausgehend von der Poissonsgleichung in einer Dimension

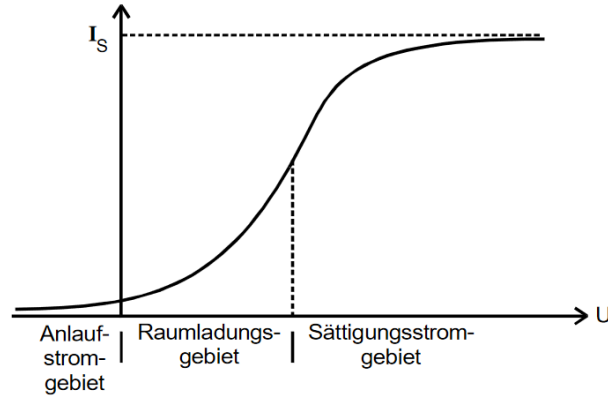
$$\frac{d^2}{dx^2}V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4)$$

mit der Raumladungsdichte ρ kann hergeleitet werden, dass das Potential unter Berücksichtigung der Raumladung eine $x^{\frac{4}{3}}$ besitzt, anstelle eines linearen anwachsenden Potentials im Raumladungsfreien Fall, woraus folgt, dass das Elektrische Feld proportional zu $x^{\frac{1}{3}}$ und die Raumladungsdichte proportional zu $x^{-\frac{2}{3}}$ verläuft. Daraus lässt sich für den Zusammenhang zwischen der Stromdichte j und der Anodenspannung U das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz

$$j = \frac{4}{9}\epsilon_0\sqrt{2e_0/m_0}\frac{U^{\frac{3}{2}}}{a^2} \quad (5)$$

herleiten. Hier beschreibt a den Abstand zwischen Anode und Kathode.

Jede Hochvakuum-Diode verfügt über eine Kennlinie, die den Anodenstrom in Abhängigkeit von der Saugspannung beschreibt. Diese Kennlinie lässt sich in drei Abschnitte gliedern. Hier ist auffällig, dass auch ohne Saugspannung bereits ein Anodenstrom auftritt. Dieses Phänomen ist darauf zurückzuführen, dass die aus der Kathode austretenden



Elektronen die Differenz zwischen ihrer ursprünglichen Energie und der zum Austritt aus dem Material benötigten Energie

$$\Delta E = E - \zeta + e_0 \Phi \quad (6)$$

in Form kinetischer Energie behalten, welche ausreicht selbst gegen ein geringes Gegenfeld zur Anode zu gelangen. Dieser Bereich der Kennlinie wird als Anlaufstrombereich bezeichnet. In diesem lässt sich die Stromdichte durch den exponentiellen Zusammenhang

$$j = \text{const} \exp\left(-\frac{e_0 U}{kT}\right) \quad (7)$$

beschreiben. An das Anlaufstromgebiet schließt sich das Raumladungsgebiet an, in dem das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz gilt. Mit steigender Anodenspannung wird dieses schließlich vom Sättigungsstromgebiet abgelöst, in dem sich der Anodenstrom asymptotisch dem durch die Richardson-Gleichung festgelegten Grenzwert nähert.

3 Durchführung

3.1 Messapparatur

Für die experimentelle Untersuchung der thermischen Elektronenemission wird eine Diode entsprechend der schematischen Darstellung verwendet. Die Hochvakuumdiode wird von einem Konstantspannungsgerät mit einer Heizspannung und einem Weiteren mit einer Saugspannung versorgt, wobei im zweiten Spannungsgerät zugleich der Anodenstrom abgelesen werden kann. Für die Messung des Anlaufstromgebietes wird ein Konstantstromgerät für niedrige Spannungen sowie ein separates Strommessgerät verwendet.

3.2 Messung der Kennlinien

Zur Messung der Kennlinien wird bei konstanter Heizspannung die Saugspannung variiert und der resultierende Anodenstrom gemessen. Dieses Verfahren wurde für fünf

Heizspannungen zwischen 2V und 2.5 durchgeführt. Anschließend wird bei konstanter Heizspannung ein schwaches Gegenfeld ($0 - 1V$) angelegt, die entsprechende Spannung erhöht und erneut der Anodenstrom gemessen, um das Anlaufstromgebiet der Anode zu untersuchen.

4 Auswertung

In diesem Kapitel sollen die aufgenommenen Messwerte ausgewertet und interpretiert werden.

4.1 Kennlinien der Hochvakuumdiode

In Abbildung 1 sind die Kennlinien der benutzten Hochvakuumdiode bei 5 verschiedenen Heizströmen I_H zu sehen, von diesen lassen sich für die in ?? dargestellten Sättigungsströme I_s ablesen.

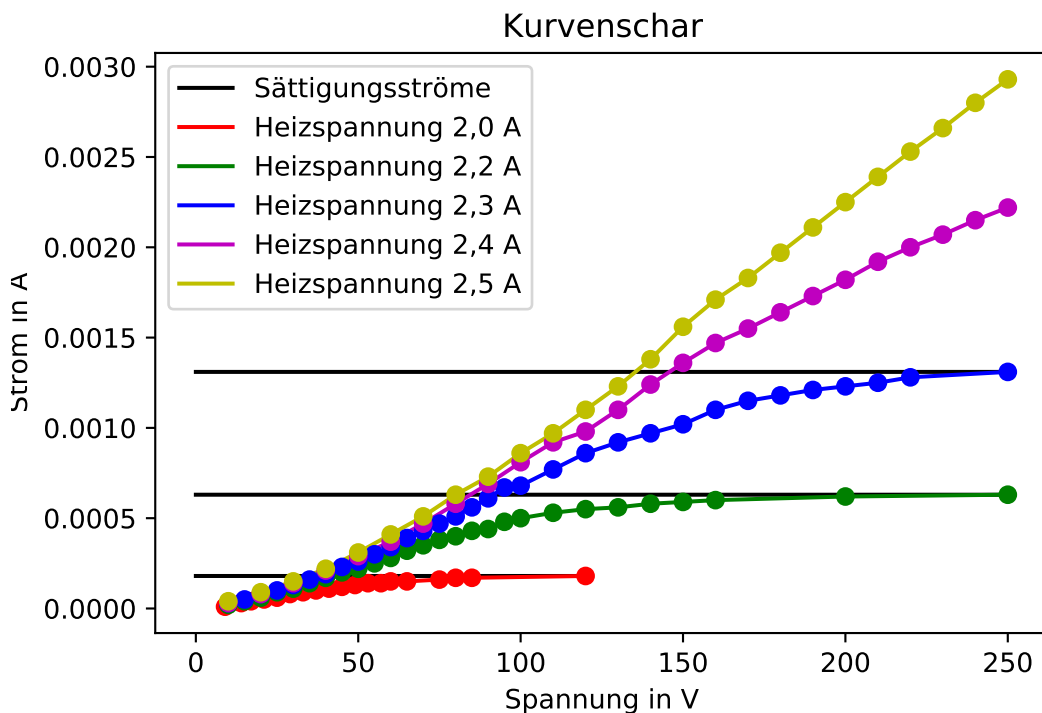


Abbildung 1: Kurvenschar der Ströme in einer Hochvakuumdiode

Für die Heizströme $I_s = 2.4A$ und $I_s = 2.5A$ lassen sich nur untere Schranken festlegen.

Tabelle 1: Sättigungsströme

I_H in A	I_s in A
2.0	1.8×10^{-4}
2.2	6.3×10^{-4}
2.3	13.1×10^{-4}
2.4	$\geq 22.2 \times 10^{-4}$
2.5	$\geq 29.3 \times 10^{-4}$

4.2 Bestimmung des Exponenten der Stom-Spannungs-Beziehung

In Abbildung 2 ist die Kennlinie der Diode bei dem maximal möglichen Heizstrom $I_s = 2.5\text{A}$ dargestellt und der ungefähre Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen-Raumladungsgesetzes, zwischen Y-Achse und der eingezeichneten Linie markiert. In

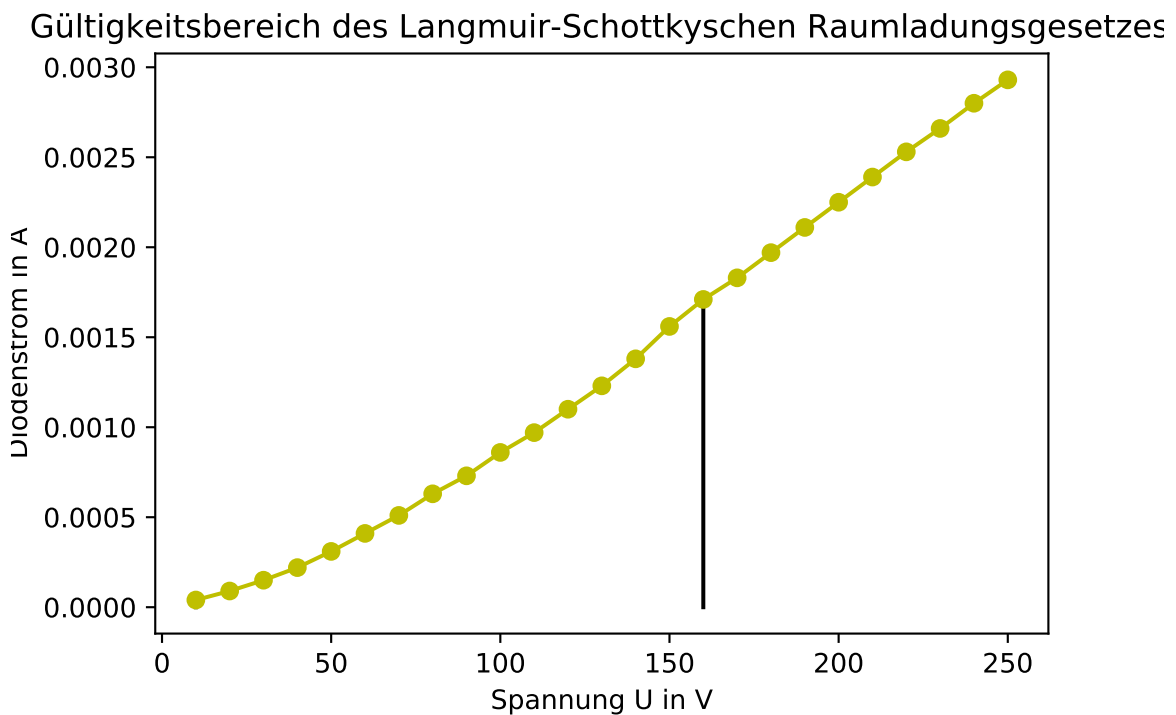


Abbildung 2: Das Langmuir-Schottky-Gesetz

Abbildung 3 wurde dann das Langmuir-Schottkyschen-Raumladungsgesetz an die Messwerte angepasst dafür wurde folgende Beziehung:

$$j = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{2e_0/m_0} \frac{V^x}{a^2}$$

verwendet und durch die Python scipy Bibliothek der Divisor $a = 1.475 \pm 0.048$ wie auch der Exponent $x = 1.450 \pm 0.014$ errechnet.

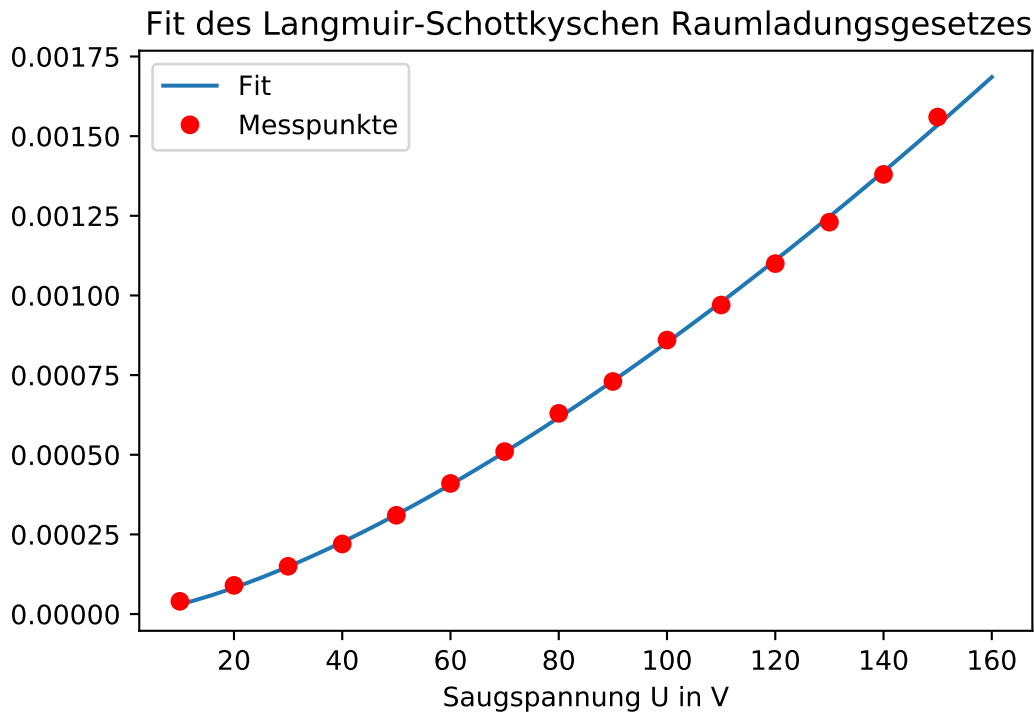


Abbildung 3: Anpassung der Strom-Spannungs-Beziehung an die Messwerte

4.3 Untersuchung des Anlaufstromgebietes

Um zu untersuchen wie viele Elektronen die Anode verlassen wenn es keine Saugspannung gibt und welche Energie diese Elektronen haben wurde in kleinen Schritten ein Gegenfeld aufgebaut und der Kathodenstrom gemessen das ergebnis ist in Abbildung 4 dargestellt.

An die Messwerte wurde das Gestz:

$$j(V) = const * \exp\left(-\frac{e_0 V}{kT}\right)$$

angepasst und so die Konstante $const$ und die Temperatur T ermittelt. Es ergaben sich folgende Werte:

$$c = (1.20931 \pm 0.2146) \times 10^{-8}$$

$$T = 1747.32 \pm 48.63\text{K}$$

Die Anpassung an die Messwerte und die Fehlerberechnung wurden mit Hilfe der Python scipy Bibliothek erstellt.

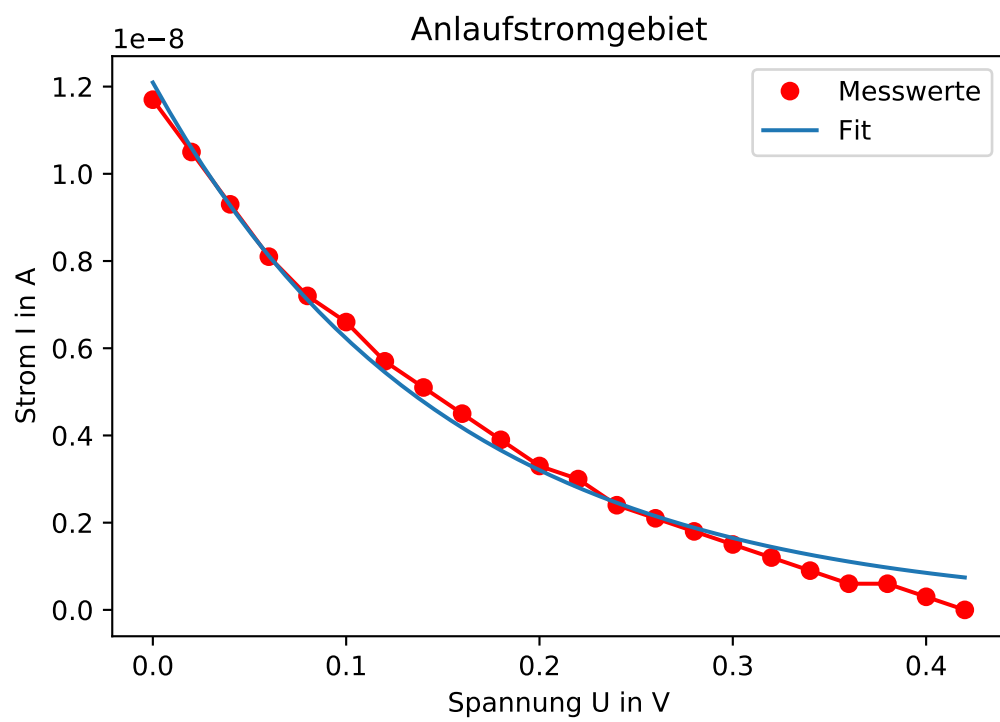


Abbildung 4: Ströme im Gegenfeld

4.4 Abschätzung der Kathodentemperatur

Im nächste Schritt wurde dann mithilfe der Beziehung:

$$I_H U_H = f \eta \sigma T^4 + N_{WL}$$

$$\Leftrightarrow T = \sqrt[4]{\frac{I_H U_H - N_{WL}}{f \eta \sigma}}$$

die Kathodentemperatur bei verschiedenen Heizleistungen abgeschätzt. Für N_{WL} wurde der Wert $N_{WL} = 0.95$ angenommen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zu sehen.

Tabelle 2: Kathodentemperatur

I_H in A	U_H in V	T in K
2.0	4.0	1930.045
2.2	4.0	1982.611
2.3	4.5	2073.968
2.4	5.0	2159.537
2.5	5.5	2240.384

4.5 Die Austrittsarbeit

Um die Austrittsarbeit aus der Wolframelektrode zu berechnen wurde die Richardsongleichung Gleichung 3 nach $e_0 \phi$ umgestellt und für die T, I_S wertepare berechnet. Anschließend wurde mit der Python numpy Bibliothek der Mittelwert und dessen Fehler bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Austrittsarbeit aus einer Wolframkathode

I_S in A	T in K	$e_0 \phi$ in eV
2.0	1930.045	6.2789
2.2	1982.611	6.2451
2.3	2073.968	6.4181
2.4	2159.537	6.5998
2.5	2240.384	6.8075
\emptyset	—	6.47 ± 0.09

5 Diskussion

In diesem Versuch wurde zunächst in Unterabschnitt 4.1 eine Kurvenschar von fünf Kennlinien einer Hochvakuumdiode erstellt. Bei den beiden größten Heizleistungen ist nicht mehr zu erkennen ab wann die Diodenströme in den Sättigungsbereich kommen da die maximal

einstellbare Saugspannung bei $U = 250\text{V}$ lag. Daher war es auch schwierig in Unterabschnitt 4.2 den Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen-Raumladungsgesetzes festzulegen und der errechnete Exponent $x = 1.450 \pm 0.014$ weist daher gegenüber dem Theoriewert [1] von $x = 1,5$ einen Fehler von etwa 3.4% auf. Im nächsten Kapitel Unterabschnitt 4.3 wurde dann untersucht wie sich die Diodenströme bei kleinen Gegenfeldern verhalten, um eine Aussage über das Anlaufstromgebiet machen zu können. Hier wurde an die Messpunkte eine Exponentialfunktion angepasst aus welcher man die Temperatur $T_{\text{gerechnet}} = (1747.32 \pm 48.63)\text{K}$ ableiten kann. Im darauffolgenden Unterkapitel Unterabschnitt 4.4 wurden dann für die verschiedenen Sättigungsströme noch einmal die Kathodentemperaturen abgeschätzt. Diese liegen in einem Intervall von $T_{\text{geschätzt}} = 1930.045\text{K}$ bei einem Heizstrom von $I_H = 2.0\text{A}$ bis $T_{\text{geschätzt}} = 2240.384\text{K}$ bei einem Heizstrom von $I_H = 2.5\text{A}$. Auffällig ist hier das sich $T_{\text{gerechnet}}$ und $T_{\text{geschätzt}}$ bei einem Heizstrom von $I_H = 2.5\text{A}$ um etwa 493K also rund 28.2% voneinander unterscheiden. Dies ist wahrscheinlich darauf zurückzuführen das sich die Heizspannung am Netzgerät nur schlecht ablesen ließ, diese in der Rechnung aber ein wichtiger Faktor ist. Im letzten Unterkapitel des Auswertungsteils Unterabschnitt 4.5 wurde dann die Austrittsarbeit aus der Wolframelektrode berechnet diese liegt im Mittelwert bei $W = (6.47 \pm 0.09)\text{eV}$ und weicht damit um etwa 42.19% von dem Literaturwert [2] ab. Dies wird vor allem daran liegen das die zur berechnung wichtigen Kathodentemperaturen in Unterabschnitt 4.4 nur abgeschätzt wurden und diese Abschätzung wie oben geschrieben eher ungenau zu sein scheint. Auch wenn die berechneten Daten eher große Abweichungen zum jeweiligen Soll aufweisen, kann von einem gelungenen und aufschlussreichen Versuch gesprochen werden.

6 Literatur

[1] TU-Dortmund, Physikalisches Praktikum, Versuch Nr. 504 Thermische Elektronenemission

Hütte, Das Ingenieurwesen 34. Auflage, Tabelle 16-6, Springer Vieweg 2012

7 Anhang

Auf den nächsten Seiten befindet sich ein Scan der Originalmesswerte.