

602

## **Röntgenemmission und -absorption**

Leander Flottau  
leander.flottau@tu-dortmund.de

Jan Gaschina  
jan.gaschina@tu-dortmund.de

Durchführung: 13.04.2021

Abgabe: 20.04.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Röntgenemission . . . . .	3
2.2	Röntgenabsorption . . . . .	4
2.3	Bragg-Reflexion . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Versuchsdurchführung</b>	<b>6</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	6
3.2	Überprüfung der Bragg-Bedingung . . . . .	6
3.3	Emissionsspektrum . . . . .	7
3.4	Absorptionsspektren . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1	Überprüfung der Bragg-Bedingung . . . . .	7
4.2	Bestimmung der Full Width at Half Maximum . . . . .	8
4.3	Bestimmung der Absorbtionskonstanten . . . . .	8
4.4	Analyse der Absorberspektren . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>Literatur</b>	<b>17</b>

# 1 Zielsetzung

Das im folgenden behandelte Experiment beschäftigt sich mit der Absorption und Emission von Röntgenstrahlung. Dabei wird zunächst die Bragg-Bedingung überprüft. Anschließend wird das Emissionsspektrum von Kupfer, sowie die Absorptionsspektren verschiedener Elemente wie Brom und Rubidium untersucht.

## 2 Theorie

Die im Experiment verwendete Röntgenstrahlung wird durch eine Röntgenröhre erzeugt. In dieser werden in einer evakuierten Röhre freie Elektronen an einer Glühkathode erzeugt und anschließend zu einer Anode hin beschleunigt. Beim Auftreffen der Elektronen auf das Anodenmaterial wird von diesem Röntgenstrahlung emittiert.

### 2.1 Röntgenemission

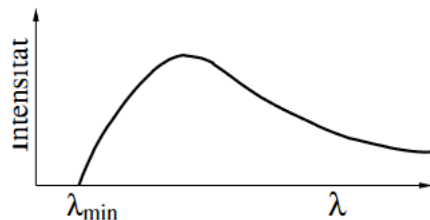


Abbildung 1: Röntgenemission

Das Spektrum der emittierten Röntgenstrahlung ist stark vom verwendeten Anodenmaterial (in diesem Fall Kupfer) abhängig und wird in zwei verschiedene Unterkategorien von Spektren unterteilt. Diese Spektren, zum einen das kontinuierliche, zum anderen das charakteristische, unterscheiden sich grundlegend in der Form der Entstehung der jeweiligen Strahlung, die vom zugehörigen Spektrum beschrieben wird.

Das kontinuierliche Emissionsspektrum beschreibt die sogenannte Bremsstrahlung. Diese entsteht, wenn ein Elektron sich einem Nukleon nähert und in dessen Coulombfeld abgelenkt und im Zuge dessen abgebremst wird, wobei das Elektron einen Teil seiner (kinetischen) Energie abgibt. Bei diesem Vorgang wird ein Röntgenquant emittiert, dessen Energie der Energiedifferenz des Elektrons entspricht.

$$E_{ph} = hf = E_{0.kin} - E_{kin} \quad (1)$$

Da das Elektron situationsabhängig beliebig stark gebremst, also einen beliebigen Anteil seiner kinetischen Energie abgeben kann, ist dieser Teil des Spektrums kontinuierlich. Für den Grenzfall, bei dem das Elektron seine gesamte kinetische Energie abgibt, ergibt sich die maximale Energie, und somit die minimale Wellenlänge des Spektrums. Für diesen

Fall lässt sich aus der Beziehung  $\frac{hc}{\lambda_{min}} = Ue$  die minimale Wellenlänge

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{Ue} \quad (2)$$

mit der Beschleunigungsspannung  $U$  und dem Planckschen Wirkungsquantum  $h$  bestimmen.

Das sogenannte charakteristische Spektrum entsteht, wenn das einfallende Elektron ein Atom derart ionisiert, dass eine Leerstelle in einer der inneren Schalen des Atoms entsteht. Diese Leerstelle wird von einem Elektron aus einer der äußeren Schalen eingenommen was zur Emission eines Röntgenquants führt, dessen Energie der Differenz der Bindungsenergien beider Schalen entspricht ( $E = E_m - E_n$ ).

Da die einzelnen Energieniveaus und daraus folgend die zugehörige Röntgenstrahlung spezifisch für das verwendete Anodenmaterial ist, tritt diese Form der Röntgenstrahlung nur mit bestimmten diskreten Energiewerten auf, die sich im Spektrum durch scharfe Linien zeigt. Dieses Spektrum ist also nicht kontinuierlich und charakteristisch für das Anodenmaterial der verwendeten Röntgenröhre.

Die betreffenden Linien werden in der Form  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$ ,  $L_\alpha$  usw. bezeichnet. Wobei der Buchstabe  $K/L...$  die innere Schale bezeichnet, auf die das Elektron übergeht, während der griechische Buchstabe im Index auf die Herkunft des Elektrons, also die Schale aus der das Elektron übergesprungen ist schließen lässt.

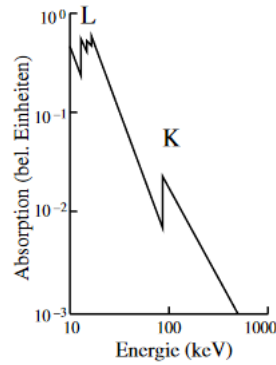
Die Berechnung der Bindungsenergie eines Elektrons auf der  $n$ -ten Schale ist essentiell um die theoretische Energie der charakteristischen Röntgenstrahlung bestimmen zu können. Diese Bindungsenergie kann mithilfe der Formel

$$E_n = -R_\infty z_{eff}^2 \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

mit der Rydbergenergie  $R_\infty = 13,6eV$  berechnet werden. Die Abschirmung der äußeren Elektronen von der Kernladung, die in einem Atom mit mehreren besetzten Elektronenschalen auftritt, wird hier in der effektiven Kernladungszahl  $z_{eff} = Z - \sigma$  durch die Abschirmkonstante  $\sigma$  berücksichtigt. Diese variiert von Elektron zu Elektron und kann empirisch bestimmt werden. Da die Hüllenelektronen sich durch Bahndrehimpuls und Elektronenspin unterscheiden, ist auch die Bindungsenergie nicht bei allen Elektronen identisch. Dadurch ist das charakteristische Spektrum meist in mehrere Linien gegliedert. Dieses Phänomen wird Feinstruktur genannt und muss in einigen Berechnungen berücksichtigt werden.

## 2.2 Röntgenabsorption

Die Absorption von Röntgenstrahlung geschieht vornehmlich durch den Photoeffekt, sowie durch die Verringerung der Photonenenergie durch den Compton-Effekt. Dabei verringert sich das Maß der Absorption mit steigender Energie der einfallenden Röntgenstrahlung, bis diese einen Wert etwas größer der Bindungsenergie einer der inneren Schalen erreicht. Sobald dieser Wert erreicht wird, kann das Photon das Atom ionisieren und der Absorptionskoeffizient steigt infolge dessen sprunghaft an. Diese Sprünge im Absorptionsspektrum



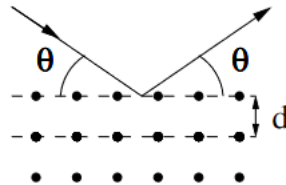
**Abbildung 2:** Röntgenabsorption

werden als K-/M-/L-Kante, je nach Schale des herausgeschlagenen Elektrons, bezeichnet. Der Energiewert der betreffenden Röntgenstrahlung beträgt  $hf = E_m - E_\infty$  und kann näherungsweise als Bindungsenergie der Schale angenommen werden. Wenn der Wert der K-Kante  $E_K$  bekannt ist, kann die Abschirmkonstante für Elektronen der K-Schale durch die Formel

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}} \quad (4)$$

berechnet werden.  $\alpha$  bezeichnet hier die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante.

### 2.3 Bragg-Reflexion



**Abbildung 3:** Bragg-Reflexion

Die Wellenlänge, und im Zuge dessen die Energie, von Röntgenstrahlung kann empirisch mithilfe der Bragg-Reflexion bestimmt werden. Diese tritt auf, wenn einfallende Röntgenstrahlung an einem Kristallgitter gebeugt wird. Durch die Gitterstruktur tritt ein Weglängenunterschied zwischen den Strahlen auf. Unter dem sogenannten Glanzwinkel  $\Theta$  beträgt dieser Gangunterschied ein (ganzzahliges) Vielfaches der Wellenlänge, und es lässt sich konstruktive Interferenz beobachten. Aus dieser Bedingung lässt sich die Gleichung

$$2d \sin(\Theta) = n\lambda \quad (5)$$

für die Wellenlänge herleiten.  $n$  beschreibt hier die Ordnung der Reflexion und  $d$  die Gitterkonstante, die für den in diesem Versuch verwendeten LiF-Kristall  $d = 201,4 \text{ pm}$  beträgt.

### 3 Versuchsdurchführung

#### 3.1 Versuchsaufbau

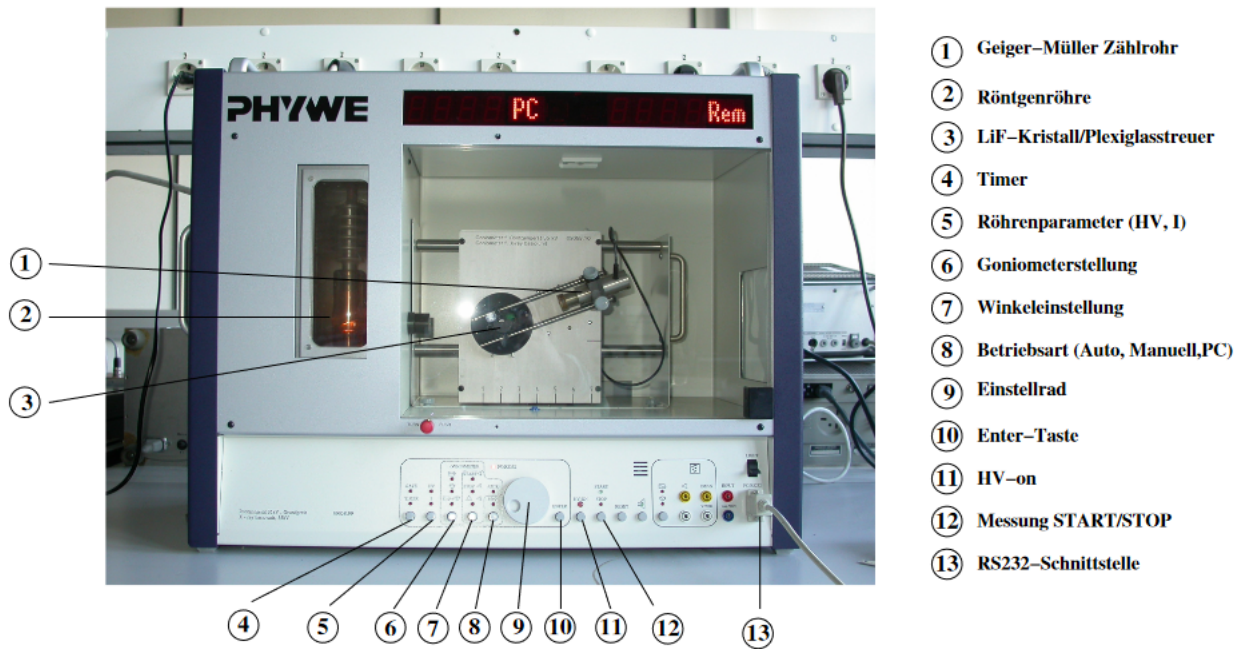


Abbildung 4: Röntgenröhre

Die verwendete Versuchsanordnung besteht aus einer Kupfer-Röntgenröhre, einem LiF-Kristall mit verstellbarem Kristallwinkel und einem darum drehbar gelagerten Geiger-Müller-Zählrohr. Für die Messung von Absorptionsspektren kann ein Absorber des zu messenden Materials vor dem Zählrohr platziert werden. Die Messelektronik ist im Gerät integriert, sodass die Messparameter wie Kristallwinkel, Drehmodus und Integrationszeit der Messung auf einem Computer festgelegt werden können.

#### 3.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg-Bedingung wurde bei einem fest eingestellten Kristallwinkel von  $\theta = 14^\circ$  der Winkel des Zählrohrs in  $0,1^\circ$ -Schritten variiert. Dies wurde im Intervall von  $26^\circ$  bis  $30^\circ$  unter einer Integrationszeit von  $t = 5 \text{ s}$  durchgeführt.

### 3.3 Emissionsspektrum

Das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre wurde mit einer Integrationszeit von  $t = 10s$  unter Variation des Kristallwinkels von  $\Delta\theta = 0,1^\circ$  gemessen.

### 3.4 Absorptionsspektren

Für die Absorptionsmessung wurden die entsprechenden Absorber vor dem Zählrohr platziert und anschließend mit einer Integrationszeit von  $t = 20s$  und unter erneuter Änderung des Kristallwinkels in  $0,1^\circ$ -Intervallen gemessen. Dadurch wurden Absorptionsspektren für Zink, Gallium, Brom, Rubidium, Strontium und Zirkonium gemessen.

## 4 Auswertung

In diesem Kapitel werden alle gemessenen Daten ausgewertet.

### 4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Im folgenden Diagramm Abbildung 5 wurden die gemessenen Strahlungsintensitäten gegen den Winkel an dem sie gemessen wurden aufgetragen. Das gemessene Maximum

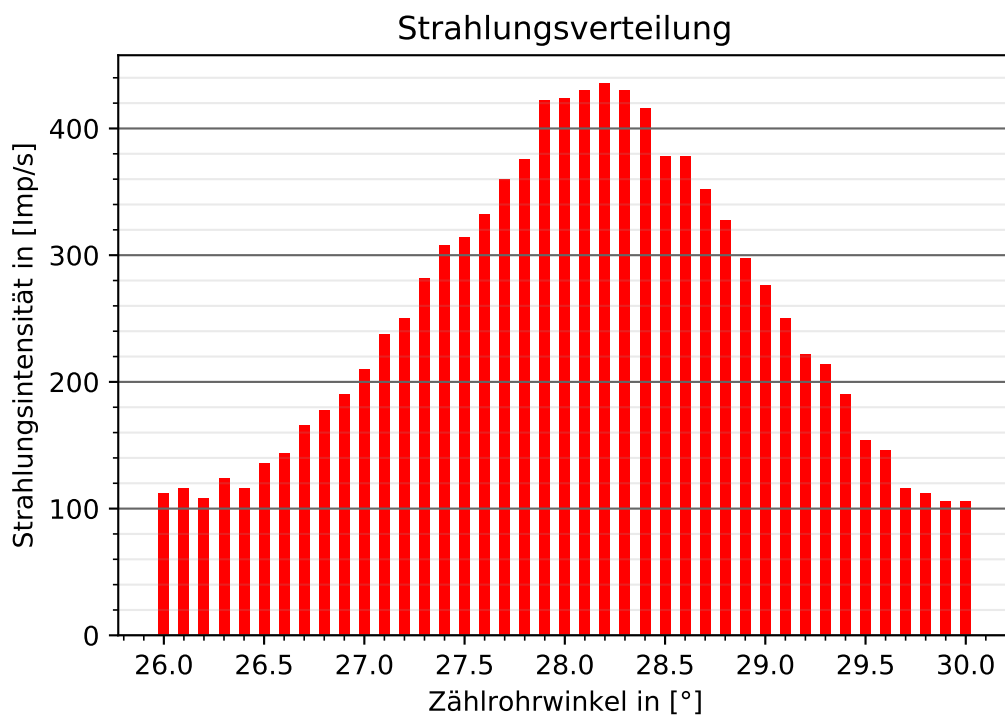


Abbildung 5: Strahlungsintensitäten nach Winkel

liegt bei  $28,2^\circ$ .

## 4.2 Bestimmung der Full Width at Half Maximum

Im Diagramm Abbildung 6 sind die gemessenen Strahlungsintensitäten gegen die verschiedenen Wellenlängen aufgetragen worden, Im Diagramm Abbildung 7 gegen die Energien. Die Punkte zeigen an welchen Stellen die verbundenen Messwerte genau liegen. Auf der ganz linken Seite sieht man Teile des Bremsberges, dessen maximale Energie bzw. minimale Wellenlänge kann hier nicht ersichtlich werden da im zugehörigen Winkelbereich nicht gemessen wurde. Darauf folgt die  $K_\alpha$ – und dann ganz rechts die  $K_\beta$ –Linie, welche jeweils als deutlicher Peak erkennbar sind. In den Peaks sind bei der Hälfte ihrer Höhe horizontale Linien eingezeichnet welche die halbe Höhe der Peaks kennzeichnen. Die Peaks liegen an folgenden Stellen:

$$\begin{aligned} K_\alpha - Peak : \lambda_\alpha &= 13,9086\text{nm}, E_{K\alpha} = 8.914\text{KeV} \\ K_\beta - Peak : \lambda_\beta &= 15,4145\text{nm}, E_{K\beta} = 8.043\text{KeV} \end{aligned}$$

Die zugehörigen Halbwerte  $K_{i,1/2}$  und Messpunkte  $E_{i,j}$   $i \in \{\alpha, \beta\}$ ,  $j \in \{+, -\}$  bei denen der Halbwert zum ersten mal überschritten bzw. wieder unterschritten wurde lauten:

$$\begin{aligned} K_{\alpha,1/2} &= 799.5\text{Imp/s}, E_{\alpha,+} = 8.9996\text{KeV}, E_{\alpha,-} = 8.7484\text{KeV}, \Rightarrow \\ &\Delta E_{FWHM\alpha} = 0.2512\text{KeV} \\ K_{\beta,1/2} &= 2525.0\text{Imp/s}, E_{\beta,+} = 8.1118\text{KeV}, E_{\beta,-} = 7.9102\text{KeV}, \Rightarrow \\ &\Delta E_{FWHM\beta} = 0.2015\text{KeV} \end{aligned}$$

Aus diesen Werten ergibt sich über  $A = \frac{E_K}{\Delta E_{FWHM}}$  direkt das Auflösungsvermögen:

$$\begin{aligned} A_\alpha &= 35.4835 \\ A_\beta &= 39.9101 \end{aligned}$$

## 4.3 Bestimmung der Absorptionskonstanten

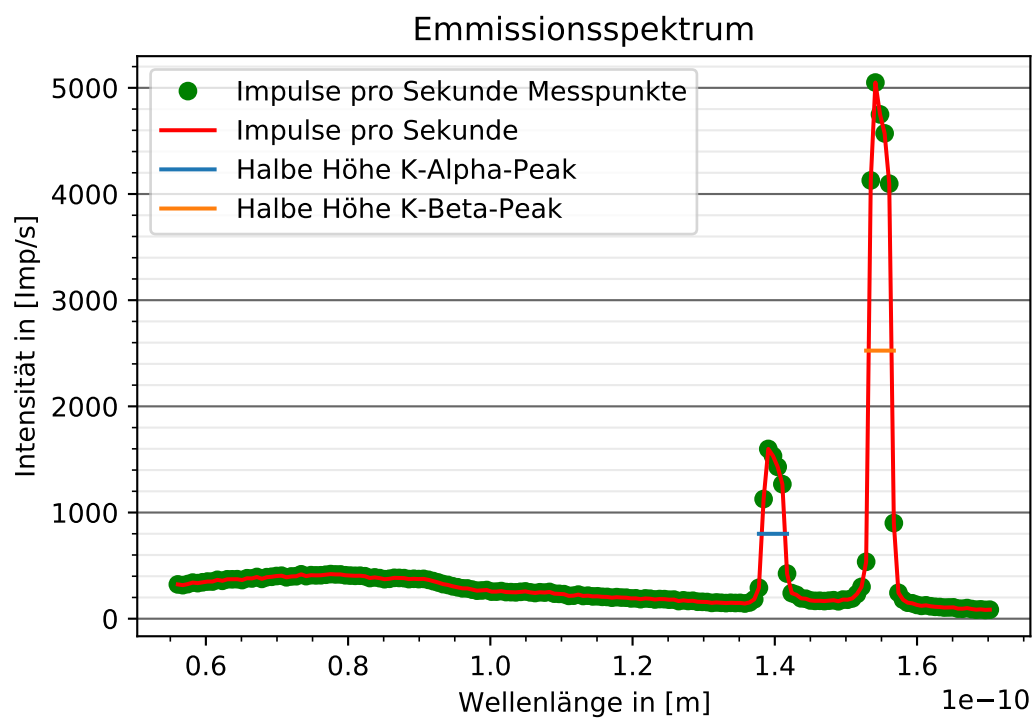
Aus der NIST Datenbank wird die Abschirmkonstante  $E_{K,abs} = 8.98796\text{KeV}$  übernommen. Durch sie kann über den Zusammenhang  $\sigma = Z - \sqrt{\frac{E_{K,abs}}{R_\infty}}$ , mit der Rydbergenergie  $R_\infty = 0.0136\text{KeV}$  und der Ordnungszahl von Kupfer  $Z = 29$  sofort die Absorptionskonstante  $\sigma_1$  berechnet werden:

$$\Rightarrow \sigma_1 = 3.2924$$

Nun lassen sich auch sofort mit  $n = 1$ ,  $m = 2$ ,  $l = 3$  die Abschirmkonstanten  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  bestimmen:

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= z - (z - \sigma_1)m \sqrt{\frac{R_\infty + nE_{K,\alpha}}{nR_\infty}} = 11.0843 \\ \sigma_3 &= z - (z - \sigma_1)l \sqrt{\frac{R_\infty + nE_{K,\alpha}}{nR_\infty}} = 2.1265 \end{aligned}$$





**Abbildung 6:** Intensitäten nach Wellenlänge

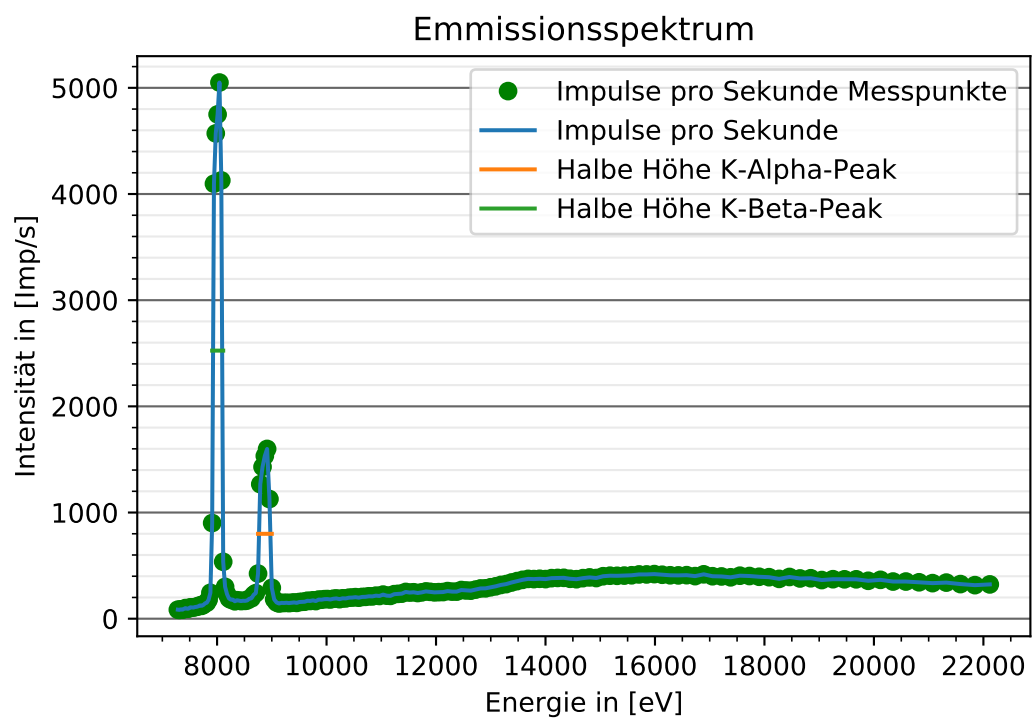


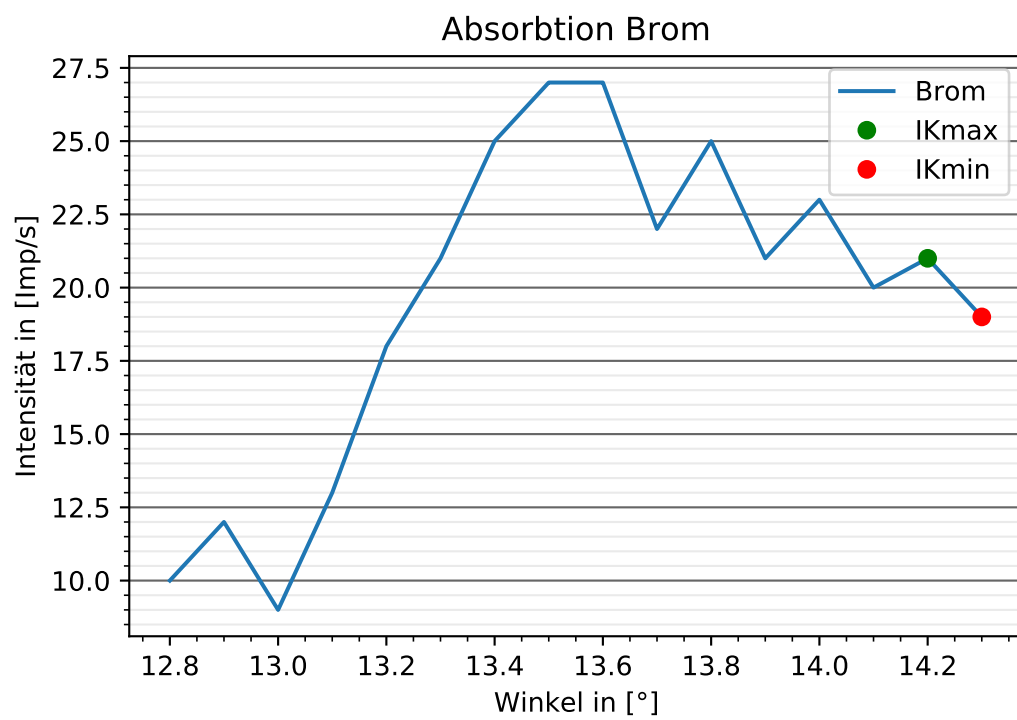
Abbildung 7: Intensitäten nach Energie

#### 4.4 Analyse der Absorberspektren

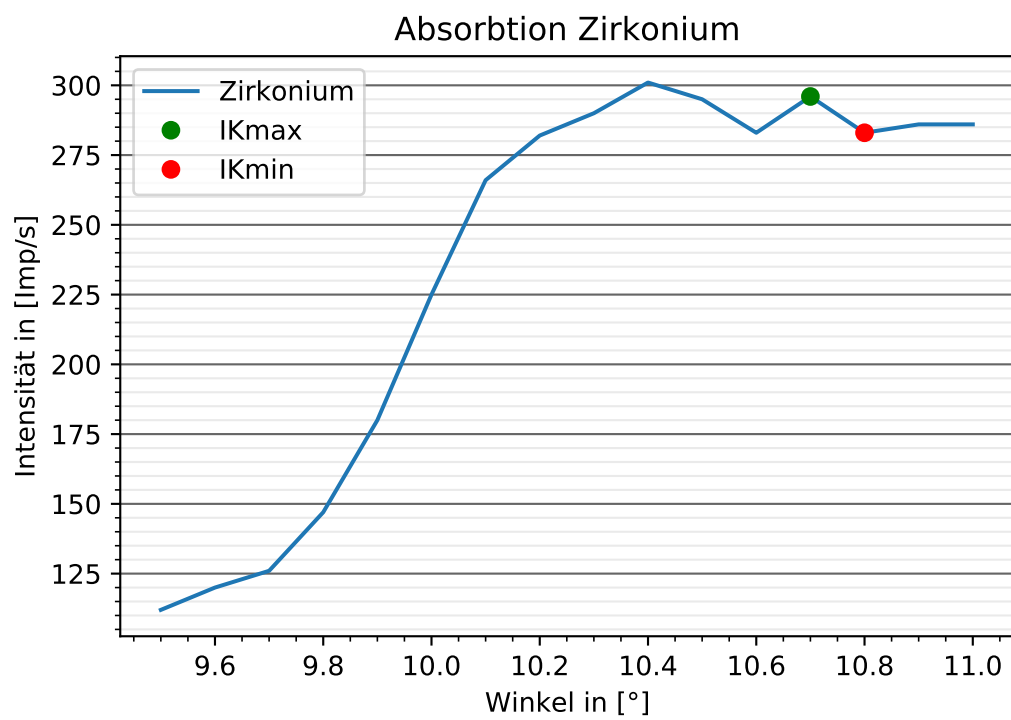
Als nächstes wurden die Absorberspektren verschiedener Elemente bestimmt. Dazu wurde aus dem Winkel  $\Theta$  der Mitte der K-Kante mithilfe der Bragg-Bedingung die zugehörige Energie  $E_K$  und daraus die Absorptionskonstante  $\sigma_K$  berechnet. In den nachfolgenden Grafiken Abbildung 8, Abbildung 9, Abbildung 10, Abbildung 11, Abbildung 12, Abbildung 13, sind die jeweiligen Maximal- und Minimalwerte  $I_{max}$  und  $I_{min}$  aus welchen über die Beziehung  $I_K = I_{min} + \frac{I_{max}-I_{min}}{2}$  die Mitte der K-Kante berechnet wurde. Anschließend wurde eine Gerade durch beide Punkte gelegt und anhand ihrer der Winkel  $\Theta$  berechnet.

**Tabelle 1:** Daten der Absorber

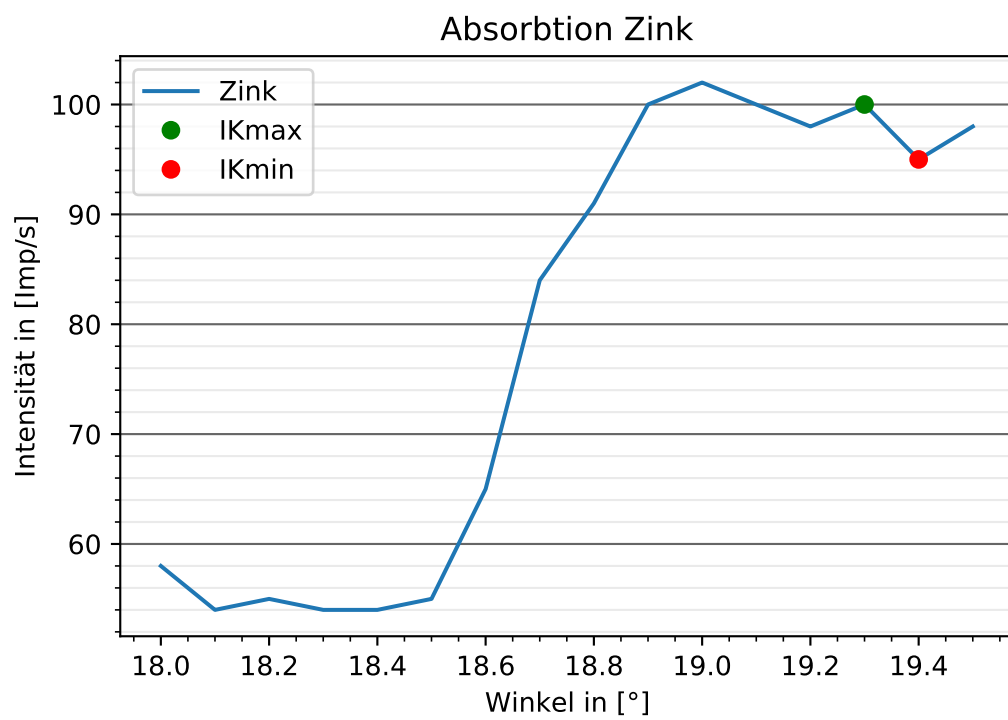
Absorber	Ordnungszahl	$\Theta[^\circ]$	$E_K[\text{KeV}]$	$\sigma_K[\text{Å}]$
Brom	35	14,25	12,50	4,833
Zrkonium	40	10,75	16,50	5,659
Zink	30	19,35	9,29	4,071
Strontium	38	11,65	15,24	4,939
Rubidium	37	12,25	14,51	4,724
Gallium	31	18,75	9,58	4,698



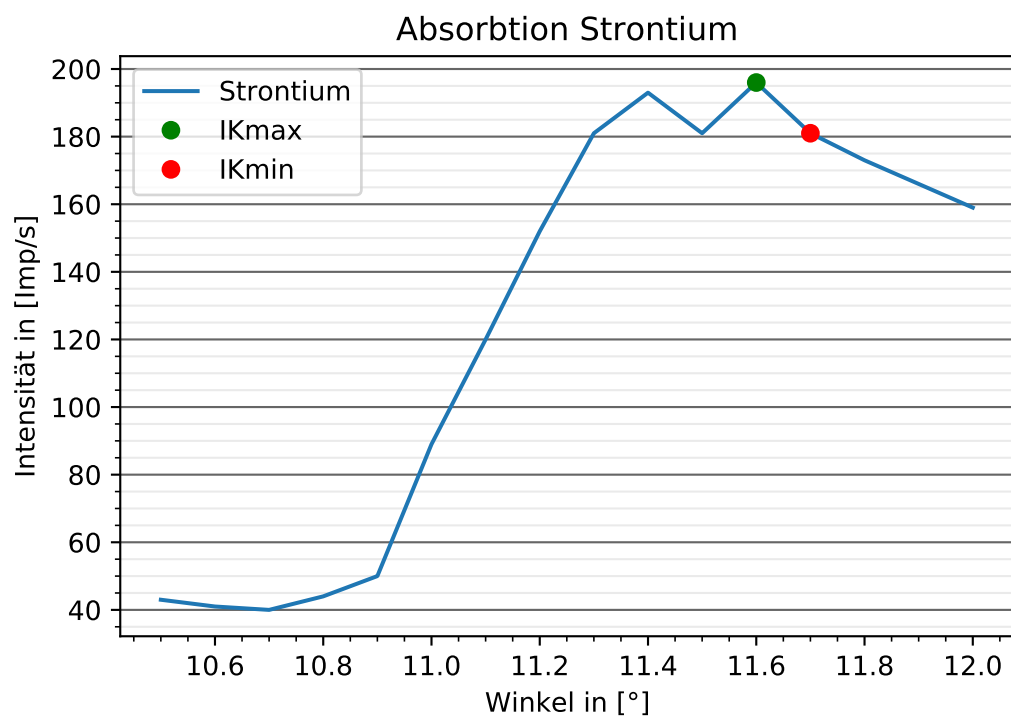
**Abbildung 8:** Intensitäten nach Winkel eines Brom-Absorbers



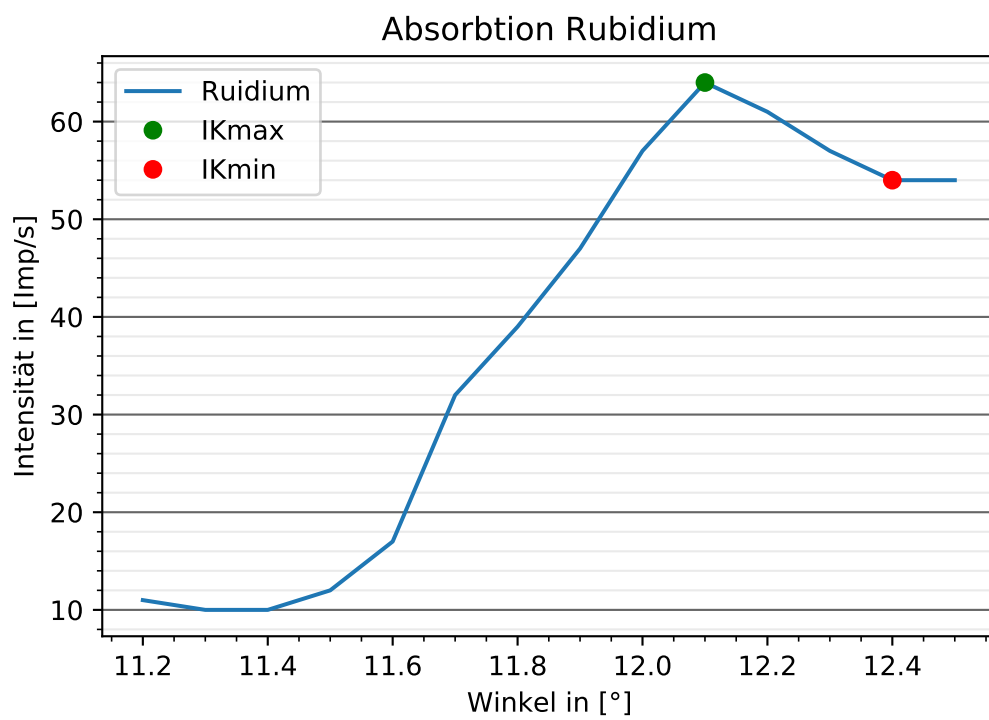
**Abbildung 9:** Intensitäten nach Winkel eines Zirkonium-Absorbers



**Abbildung 10:** Intensitäten nach Winkel eines Zink-Absorbers

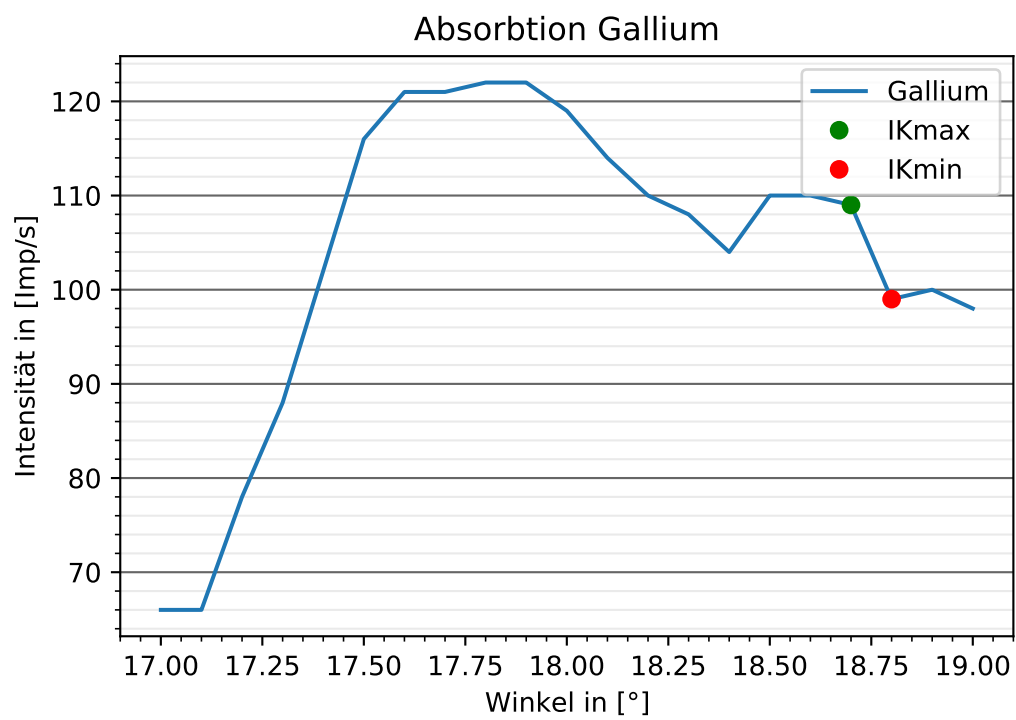


**Abbildung 11:** Intensitäten nach Winkel eines Strontium-Absorbers



**Abbildung 12:** Intensitäten nach Winkel eines Rubidium-Absorbers





**Abbildung 13:** Intensitäten nach Winkel eines Gallium-Absorbers

## 5 Diskussion

In diesem Versuch sollte zunächst die Braggbedingung überprüft werden, dazu wurde der LiF-Kristall auf einen Winkel von  $\Theta = 14^\circ$  eingestellt und in Schritten von  $0,1^\circ$  vermessen. Das Maximum der Reflektierten Strahlung wurde bei  $28,2^\circ$  gefunden, der theoretische Wert liegt bei dem doppelten des Eingestellten Winkels von  $14^\circ$  also  $28^\circ$  es gibt also nur eine Abweichung von weniger als einem Prozent. Im nächsten Schritt wurde dann zunächst die Full Width at half Maximum berechnet, dafür wurden die Messwinkel benutzt an denen die Halbe Impulsdichte zum letzten mal nicht überschritten bzw. zum ersten mal wieder unterschritten wurden, somit ergibt sich für das daraus im nächsten Schritt berechnete Auflösungsvermögen der Versuchsanordnung eine untere Schranke, diese liegt bei  $A_\alpha = 35.4835$ . Alternativ hätte man den nicht vermessenen Raum zwischen den Punkten die jeweils über bzw. unter der FWHM-Linie liegen linear nähern können und so ein genaueres Ergebnis erhalten können. Im nächsten Schritt wurden mithilfe von Energiewerten aus der NIST Datenbank die Abschirmkonstanten  $\sigma_1 = 3.2924$ ,  $\sigma_2 = 11.0843$ ,  $\sigma_3 = 2.1265$  berechnet. Da diese rein auf Theoriewerten beruhen, sind sie selbst Theoriewerte und es ist kaum eine Abweichung zu berechnen. Im darauf folgenden Kapitel wurden dann Proben von Brom, Zirkonium, Zink, Strontium, Rubidium und Gallium vermessen und aus dem Winkel an dem die jeweilige K-Kante ihre Mitte erreicht, die Emissionsenergien und Abschirmkonstanten bestimmt die Ergebnisse werden in der nachfolgenden Tabelle mit ihren Theoriewerten verglichen:

**Tabelle 2:** Vergleich mit Theoriewerten

Absorber	$E_K[\text{KeV}]$	$E_K$ Theoriewert[KeV]	Abweichung[%]
Brom	12,50	13,50	8,0
Zirkonium	16,50	18,00	9,1
Zink	9,29	9,65	3,9
Strontium	15,24	16,10	5,6
Rubidium	14,51	15,20	4,8
Gallium	9,58	9,07	5,6

Die geringen Abweichungen können z.B. durch unregelmäßigkeiten im Kristall, durch das mit  $\Delta\Theta = 0.1^\circ$  nur recht grob vermessene Spektrum und durch weitere Fehler an der Apparatur verursacht werden. Am Ende kann gesagt werden das es sich um einen aufschlussreichen Versuch gehandelt hat.

## 6 Literatur

1. TU Dortmund, Versuch 602 Röntgenemmission und Absorption
2. Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 2
3. NIST X-Ray Transition Database