Intelligence Artificielle NFP212
Année 2012-2013

Logique des défauts

F.-Y. Villemin

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

http://deptinfo.cnam.fr

Raisonnement révisable

Sachant que "la plupart des oiseaux peuvent voler"

et que "Lola est un oiseau",

alors j'en conclus que "Lola peut voler"

Cette inférence semble acceptable, mais exceptions possibles

⇒ incertaine et sujette à révision :

Sachant que "Lola est une autruche"

⇒ l'assertion "Lola peut voler" doit être rétractée

Raisonnement révisable

Logique classique ≡ règles d'inférence permissives [Minsky 74], de la forme :

"q est un théorème si p1, p2, …, pn sont des théorèmes"

Logique non monotone ≡ système d'inférence formalisant raisonnement révisable ⇒ obtention de formules "plausibles"

Logique non monotone ≡ règles restrictives de la forme:

"q est un théorème si p1, p2, …, pn ne sont pas des théorèmes"

Le nombre de théorèmes pouvant décroître lorsque le nombre d'axiomes de base, ou prémisses, augmente

Différentes logiques non monotones :

- Les logiques des défauts
- Les logiques non monotones de McDermott
- Les logiques autoépistémiques
- Principe de monde clos et le principe de circonscription.
- Les logiques de la préférence

Raisonnement révisable

Le raisonnement révisable car incertain et conjectural :

Généralement, les objets de type X ont la propriété P. Si A est un objet de type X, alors je déduis que A possède (vraisemblablement) la propriété P.

Exemple:

"Si Lola est un oiseau alors j'en déduis que (vraisemblablement) Lola vole."

La connaissance qui me permet d'inférer pareille conclusion est du type "la plupart des oiseaux volent", ou encore "un oiseau typique vole". Ce raisonnement est tout à fait incertain et un complément d'information peut m'amener à devoir le réviser.

Un raisonnement révisable car de nature introspective :

Sur la base de mon état de connaissance, je peux déduire que...

Exemple:

"Ne me connaissant pas de frère aîné, j'en déduis que je n'ai pas de frère aîné."

Si j'affirme que je n'ai pas de frère aîné, ce n'est pas parce que "vraisemblablement" je n'en ai pas.

Le mécanisme de raisonnement impliqué ici est différent. Il est introspectif et repose sur l'hypothèse que toute la connaissance relative au problème est donnée: "si j'avais un frère aîné, je le saurais"

La logique autoépistémique

L'objectif de la logique autoépistémique est de formaliser les concepts de croyance et de justification [Moore 83, 88]

La logique autoépistémique est la logique classique, augmentée d'un seul connecteur modal dont l'interprétation sémantique est :

A est vrai $\Leftrightarrow A \in T$ (la théorie)

Une affectation v donne une valeur de $\{0, 1\}$ à chaque variable propositionnelle et est étendue de façon classique en une interprétation des formules en rajoutant la définition autoépistémique :

$[v(A) = 1] \Leftrightarrow A \in T$

La logique autoépistémique

Si $th(S)$ désigne la théorie engendrée par les axiomes de S, dans le calcul des propositions :

- T est stable (T est dite "fondé" sur les axiomes S) :

  $T \subset th(S \cup \{ A \mid A \in T\} \cup \{\neg A \mid A \notin T\})$

  $\Leftrightarrow$ Toute affectation satisfaisant les formules de S (un modèle de S) est aussi modèle de T

- T (T point fixe de th et stable) est complète (contient toutes les formules vraies dans chaque modèle de T)

$\Leftrightarrow T = th(T)$ et $(A \in T \Rightarrow A \in T)$ et $(A \notin T \Rightarrow \neg A \in T)$

La logique des défauts

Introduites par Reiter [Reiter 80] pour formaliser le raisonnement simplement consistant

information incomplète : conclusions conjecturales simplement plausibles (lois correctes dans la plupart des cas, mais admettant des exceptions)

Exemple:

"Si Titi est un oiseau", alors j'en infère que "Titi vole"

"Tous les oiseaux ne volent pas"

mais autorisé à conclure que :

"Titi vole"

si rien dans mes croyances qui m'interdise de tirer cette conclusion, elle est la plus naturelle pour moi

$\Rightarrow$ Raisonnement par défaut

La logique des défauts

Théories avec règles de défauts : $\mathcal{L}$ un langage prédicatif du premier ordre

Une règle de défaut (ou défaut) D est une expression de la forme :

$$\alpha(x) : \beta_1(x), \ldots, \beta_n(x) \vdash \delta(x)$$

$\alpha(x), \beta_1(x), \ldots, \beta_n(x)$ et $\delta(x)$ sont des formules de $\mathcal{L}$ dont les variables libres sont choisies parmi x = (x1, …, xm)

$\alpha(x)$ est appelé le pré-requis du défaut D

$\beta_i(x)$ est appelé une justification du défaut D

$\delta(x)$ est appelé le conséquent du défaut D

La logique des défauts

La logique des défauts formalise le raisonnement par défaut par règles d'inférence particulières, les défauts :

$$\alpha : \beta \mid\!- \delta$$

Interprétation intuitive :

Si α est cru et si β est consistant avec tout ce qui est cru, alors δ peut être cru également

Exemple :

"Les oiseaux généralement volent" :

Oiseau(x) : Vole(x) |- Vole(x)

Interprétation intuitive :

"si x est un oiseau et s'il est consistant de supposer que x vole, alors on peut déduire que x vole"

Les logiques des défauts

Théorie avec défauts (fermées) Δ = (D, F)

$\equiv$ (zéro, un ou plusieurs) ensembles de croyances, appelés extensions

$X \subseteq \mathcal{L}, Th_{\mathcal{L}}(X) \equiv$ ensemble des formules fermées déduites validement de X par les règles d'inférence classiques de L

ThL(X) = $\{\omega \mid \omega \in \mathcal{L}, \omega$ est fermé et $X \mid\!- \omega\}$

Théorie avec défauts fermés Δ = (D, F)

- $S \subseteq \mathcal{L}, \Gamma(S) \equiv$ le plus petit sous-ensemble de L satisfaisant :
- $F \subseteq \Gamma(S)$,
- $Th_{\mathcal{L}}(\Gamma(S)) = \Gamma(S)$,
- si $\alpha : \beta_1(x), \ldots, \beta_n(x) \mid\!- \delta \in D$, si a $\alpha \in \Gamma(S)$ et si $\neg\beta_1(x), \ldots, \neg\beta_n(x) \notin \Gamma(S)$ alors $\delta \in \Gamma(S)$

Certaines théories avec défauts ne possèdent pas d'extension

Théories normales ou avec des défauts normaux ont au moins une extension [Reiter 80]

Défaut normal : $\alpha(x) : \beta(x) \mid\!- \beta(x)$

Exemples d'extensions de théories avec défauts

Une théorie avec défauts:

plusieurs extensions à partir d'un même ensemble de prémisses

Exemple 1 [McDermott et Doyle 80]

Soit Δ = (D, F) où D = { : A |- notP, :P |- notQ, :Q |- notS} et F = $\varnothing$

Cette théorie possède une extension: E = $Th_{\mathcal{L}}$({notP, notS})

Exemple 2

Soit Δ = (D, F) où D = { : A |- notA } et F = $\varnothing$

Cette théorie n'a pas d'extension

Exemple 3 [McDermott et Doyle 80]

Soit Δ = (D, F) où D = { : A |- notB, : B |- notA} et F = $\varnothing$

Cette théorie possède deux extensions : E_1 = $Th_{\mathcal{L}}(\{\neg A\})$ et E_2 = $Th_{\mathcal{L}}(\{\neg B\})$

Exemple 4 [Reiter 80]

Soit Δ = (D, F) où D = {A : $\exists$xP(x) |- $\exists$xP(x), : A |- A, : notA |- notA} et F = $\varnothing$

Cette théorie possède deux extensions : E_1 = $Th_{\mathcal{L}}$({notA}) et E_2 = $Th_{\mathcal{L}}$({A, $\exists$xP(x)})

Les logiques des défauts

Exemple de théorie normale : (dû à Thaysse et all)

Δ = (D, F) avec F = {E(Eric)} et D = {D1, D2, D3}

D1: "typiquement, un étudiant d'université est un adulte"

E(x) : A(x) |- A(x)

D2: "typiquement, un adulte est engagé dans la vie professionnelle"

A(x) : P(x) |- P(x)}

D permet d'inférer (par défaut):

"un étudiant d'université est engagé dans la vie professionnelle"

conclusion non souhaitée → troisième défaut normal:

D3: "typiquement un étudiant d'université n'est pas engagé dans la vie professionnelle":

E(x) : notP(x) |- notP(x)

Théorie normale Δ' = (D', F) avec l'ensemble des défauts D':

D' = {E(x) : A(x) |- A(x), A(x) : P(x) |- P(x), E(x) : notP(x) |- notP(x)}

2 extensions: E_1 = {E(Eric)$\wedge$A(Eric)$\wedge$P(Eric) } et E_2 = {E(Eric)$\wedge$A(Eric)$\wedge$notP(Eric) }

E_2 jugée naturelle

Les logiques des défauts

Distance inférentielle

Soit a(x) le pré-requis d'un défaut normal $D_i = \alpha(x) : \delta(x) \vdash \delta(x)$ et $\beta(x)$ le pré-requis d'un défaut normal $D_j = \beta(x) : \gamma(x) \vdash \gamma(x)$

$D_i < D_j$: < est un ordre partiel sur les défauts, si :

1/ il existe un défaut $D_k = \alpha(x) : \beta(x) \vdash \beta(x)$

2/ il existe un défaut D_k tel que $D_i < D_k$ et $D_k < D_j$

Ordre sur les preuves

Soient S1 et S2 deux traces de calcul (suite de défauts) dans 2 extensions différentes :

$S_1 = \{ D_{11}, \ldots, D_{1i}, \ldots, D_{1n}\}$ et $S_2 = \{ D_{21}, \ldots, D_{2j}, \ldots, D_{2m}\}$

$S_1 < S_2$ si

1/ pour 1 ≤ k ≤ i $D_{1i} = D_{2i}$

2/ $D_{1i+1} \neq D_{2i+1}$ et $D_{1i+1} < D_{2i+1}$

Théorème de D. Touretzky :

L'extension jugée naturelle parmi un ensemble d'extensions est l'extension minimale pour l'ordre sur les preuves