

TP1 RO

Programmation linéaire:modélisation et résolution

Exercice I

	or(mg)	Temps A1(s)	Temps A2(s)	Temps A3(s)	Cout A1	Cout A2	Cout A3	vente
C1	20	3	2	1	3.5	4	7	20
C2	40	2	2	2	5	9	23	40
C3	80	1	1	3	4	5	8	25
	0.025€ le mg d'or et ne pas dépasser 25 000€	24*60* 60 s= 86400s	24*60* 60 = 86400s	(24*60* 60)*2/3 = 57600s				

Soit x le nombre de circuit C1

y le nbre de circuit C2

z le nbre de circuit C3

Contraintes :

coût or

$$(20x + 40y + 80z) * 0.025 \leq 25000$$

$$0.5x + y + 2z \leq 25000$$

temps

$$3x + 2y + z \leq 86400$$

$$2x + 2y + z \leq 86400$$

$$x + 2y + 3z \leq 57600$$

production

$$x \geq (50\%)x + y + z$$

$$x \geq 0.5x + 0.5y + 0.5z$$

$$0.5x - 0.5y - 0.5z \geq 0$$

$$x - y - z \geq 0$$

cout or :

$$(20x + 40y + 80z) \cdot 0.025$$

cout production :

3.5	4	7	20
5	9	23	40
4	5	8	25

$$\text{Cout A1 : } 3.5x + 5y + 4z$$

$$\text{Cout A2 : } 4x + 9y + 5z$$

$$\text{Cout A3 : } 7x + 23y + 8z$$

$$\text{Cout total: } 14.5x + 37y + 17z$$

Bénéfice :

Max z = vente circuits – cout or – cout production

$$= 20x + 40y + 25z$$

$$-(0.5x + y + 2z)$$

$$-(14.5x + 37y + 17z)$$

$$z (\text{Max}) = 5x + 2y + 6z$$

Programme :

Maximize $z = 5x + 2y + 6z$ subject to

$$0.5x + y + 2z \leq 25000$$

$$3x + 2y + z \leq 86400$$

$$2x + 2y + z \leq 86400$$

$$x+2y+3z \leq 57600$$

$$x-y-z \geq 0$$

Solution :

Optimal Solution: $z = 169055$; $x = 26872.7$, $y = 0$, $z = 5781.82$

Question 3 :

La contrainte $3x+2y+z \leq 86400$ est inutile car on a déjà $2x+2y+z \leq 86400$.

Question 4 :

C'est une mauvaise idée de toute façon, car ça rajoute une contrainte.

En enlevant la contrainte $x-y-z \geq 0$ on trouve le même résultat. Le gain est donc nul.

Exercice II

On cherche le nombre de tonne de pièces de chaque type pour maximiser. On prend donc :

x la quantité de pièces de type 1 (en tonne)

y la quantité de pièce de type 2 (en tonne)

contrainte sur le temps :

Dans la fonderie on fabrique 6 tonnes de pièces 1 par heure, il faut donc 60/6 minutes pour fabriquer une tonne.

Dans la fonderie on fabrique 5 tonnes de pièces 2 par heure, il faut donc 60/5 minutes pour fabriquer une tonne.

temps total passé à la Fonderie :

$$10x + 12y \leq 100$$

Dans l'atelier on fabrique 12 tonnes de pièces 1 par heure, il faut donc 60/12 minutes pour fabriquer une tonne de pièces 1 .

Dans l'atelier on fabrique 5 tonnes de pièces 2 par heure, il faut donc 60/15 minutes pour fabriquer une tonne de pièces 2 .

temps total passé à l'Atelier : $5x + 4y \leq 45$

$$5x + 4y \leq 45$$

contraintes sur l'énergie :

énergie consommé totale: $14x + 30y \leq 210$

Maximisation de la recette :

$$\max(M) = 2000x + 3000y$$

Programme :

Maximize $r = 2000x + 3000y$ subject to

$$10x + 12y \leq 100$$

$$5x + 4y \leq 45$$

$$14x + 30y \leq 210$$

Solution :

Optimal Solution: $r = 255000/11$; $x = 40/11$, $y = 175/33$

Exercice III

Un quintal = 100 kg

Soit a le nombre de quintal de A

Soit b le nombre de quintal de B

Il faut

	Kg par animal	Kg pour 1000têtes	Quintal pour 1000 têtes
X	0.10	100	1
Y	0.14	140	1.4
Z	0.15	150	1.5
T	0.24	240	2.4

Contraintes

$$0.10a + 0.35b \geq 1$$

$$0.20a + 0.20b \geq 1.4$$

$$0.30a + 0.15b \geq 1.5$$

$$0.40a + 0.30b \geq 2.4$$

Minimisation du cout

$$\text{Min}(Z) = 500a + 800b$$

Programme :

Minimize $z = 500a + 800b$ subject to

$$0.10a + 0.35b \geq 1$$

$$0.20a + 0.20b \geq 1.4$$

Veyssiere Daniel TP1 RO <http://moodle.univ-tlse3.fr/course/view.php?id=695>

$$0.30a + 0.15b \geq 1.5$$

$$0.40a + 0.30b \geq 2.4$$

Solution :

Optimal Solution: $z = 3860$; $a = 5.8$, $b = 1.2$

Exercice IV

T1 T2 T3 dossiers

20 40 80 photocopies cout 0.05

cout photocop ≤ 250 par an (240 jours)

E1 E2 E3 employés

E3 travaille 80 %

On souhaite maximiser le bénéfice du cabinet.

On prend donc :

x le nombre de dossiers de type T1

y le nombre de dossiers de type T2

z le nombre de dossiers de type T3

contrainte coût photocopie :

$$(20x+40y+80z) * 0.05 \leq 250$$

$$x+2y+4z \leq 250$$

contrainte temps

nombre de jours pour E1 : $3x+2y+z$

nombre de jours pour E2 : $2x+2y+z$

nombre de jours pour E3 : $x+2y+3z$

$$3x+2y+z \leq 240$$

$$2x+2y+z \leq 240$$

$$x+2y+3z \leq 240 * 0.8$$

$$x+2y+3z \leq 192$$

cout rémunération :

$$E1 : 40x+30y+20z$$

$$E2 : 40x+40y+25z$$

$$E3 : 30x+50y+60z$$

$$\text{cout total : } \mathbf{110x+120y+105z}$$

bénéfice des dossiers traités :

$$\mathbf{400x+600y+1000z}$$

contrainte 50 % T1 :

$$T1 \geq 1/2(T1+T2+T3)$$

$$T1 \geq 0.5T1 + 0.5 T2 + 0.5T3$$

$$0.5T2+0.5T3-0.5T1 \leq 0$$

$$\mathbf{z+y-x \leq 0}$$

Benefice du cabinet :

bénéfice dossiers – cout remunération – cout photocopies=

$$400x+600y+1000z - (110x+120y+105z) - (x+2y+4z)$$

$$\mathbf{=289x+478y+81z}$$

La prof a un résultat auquel on a pas enlevé les photocopies, elle a pris une approximation.

$$\text{Valeur de la prof : } \mathbf{290x+480y+895z}$$

Programme :

Maximize $p = 290x+480y+895z$ subject to

$$x + 2y + 4z \leq 250$$

$$3x+2y+z \leq 240$$

$$2x+2y+z \leq 240$$

$$x+2y+3z \leq 192$$

Veysseire Daniel TP1 RO <http://moodle.univ-tlse3.fr/course/view.php?id=695>

$$z+y-x \leq 0$$

Solution :

Optimal Solution: $p = 56880$; $x = 48$, $y = 0$, $z = 48$

Exercice V

Maximize $z = a + 2b$ subject to

$$40a + 20b \leq 3000$$

$$50a \leq 3100$$

$$20a + 40b \leq 2000$$

$$30b \leq 1000$$

A l'itération 1, on a :

Optimal Solution: $z = 100$; $a = 33.3333$, $b = 33.3333$

On va donc former 4 itérations car a et b sont tous les deux aussi près d'un entier.

Itération 2.1 :

On prend comme contrainte supplémentaire $a \leq 33$
on obtient

Optimal Solution: $z = 99.6667$; $a = 33$, $b = 33.3333$

Itération 2.2 :

On prend comme contrainte supplémentaire $a \geq 34$

Optimal Solution: $z = 100$; $a = 34$, $b = 33$

Itération 2.3 :

On prend comme contrainte supplémentaire $b \leq 33$

Optimal Solution: $z = 100$; $a = 34$, $b = 33$

Itération 2.4 :

On prend comme contrainte supplémentaire $b \geq 34$

No optimal solution exists for this problem.

Veysseire Daniel TP1 RO <http://moodle.univ-tlse3.fr/course/view.php?id=695>

On a donc comme solution **$Z=100$ $a = 34$ et $b=33$**

Exercice VI

Maximize $z = x + 4y$ subject to

$$5x + 8y \leq 40$$

$$-2x + 3y \leq 9$$

Itération 1 :

Optimal Solution: $z = 17.6774$; $x = 1.54839$, $y = 4.03226$

y est le plus proche d'un entier

Itération 1.1 :

contrainte supplémentaire :

$$y \leq 4$$

Optimal Solution: $z = 17.6$; $x = 1.6$, $y = 4$

Itération 1.2:

contrainte supplémentaire :

$$y \geq 5$$

No optimal solution exists for this problem.

Itération 1.1.1 :

contrainte supplémentaire :

$$y \leq 4$$

$$x \leq 1$$

Optimal Solution: $z = 15.6667$; $x = 1$, $y = 3.66667$

Itération 1.1.2 :

$$y \leq 4$$

$$x \geq 2$$

Optimal Solution: $z = 17$; $x = 2$, $y = 3.75$

Itération 1.1.2.1

$$y \leq 4$$

$$x \geq 2$$

$$y \leq 3$$

Optimal Solution: $z = 15.2$; $x = 3.2$, $y = 3$

Itération 1.1.2.2

$$y \leq 4$$

$$x \geq 2$$

$$y \geq 4$$

No optimal solution exists for this problem.

Itération 1.1.2.1.1

$$y \leq 4$$

$$x \geq 2$$

$$y \leq 3$$

$$x \leq 3$$

Optimal Solution: $z = 15$; $x = 3$, $y = 3$

Itération 1.1.2.1.2

$$y \leq 4$$

$$x \geq 2$$

$$y \leq 3$$

$$x \geq 4$$

Optimal Solution: $z = 14$; $x = 4$, $y = 2.5$

$$14 < 15$$

La solution optimale est donc :

$$\mathbf{z = 15; x = 3, y = 3}$$