

TP RO

Programmation linéaire : Modélisation et résolution

Les exercices ci-dessous devront être résolus avec le solveur se trouvant à l'adresse suivante :

<http://www.zweigmedia.com/RealWorld/simplex.html>

!!! ne pas donner les contraintes de positivité des variables

cliquer sur exemple pour avoir un modèle de mise en forme du programme linéaire

Exercice I

Une entreprise fabrique 3 types de circuits imprimés C1, C2 et C3. Ces circuits nécessitent 6 couches qui sont assemblées 2 par 2 successivement sur les chaînes d'assemblage A1, A2 et A3. De plus, chaque type de circuit nécessite une certaine quantité de métal précieux (de l'or en l'occurrence) : 20, 40 ou 80 milligrammes pour un circuit de type C1, C2 ou C3. Le coût du milligramme d'or est arrondi à 0,025€ et le budget journalier pour l'achat de l'or est fixé à 25000€.

Les chaînes d'assemblage des couches des circuits tournent 24h/24 sauf la chaîne A3 qui ne tourne que les 2/3 du temps. Chaque circuit doit passer successivement par les chaînes A1, A2 et A3 afin d'assembler les 6 couches qui le composent.

Le traitement par la chaîne A1 dure respectivement 3, 2, 1 secondes pour les circuits C1, C2, C3.

Le traitement par la chaîne A2 dure respectivement 2, 2, 1 secondes pour les circuits C1, C2, C3.

Le traitement par la chaîne A3 dure respectivement 1, 2, 3 secondes pour les circuits C1, C2, C3.

Le coût du traitement (i.e. coût des composants de la couche (sauf l'or) et coût d'amortissement du matériel) par la chaîne A1 revient à 3.5€, 5€, 4€ par circuit de type C1, C2, C3.

Le coût du traitement par la chaîne A2 revient à 4€, 9€, 5€ par circuit de type C1, C2, C3.

Le coût du traitement par la chaîne A3 revient à 7€, 23€, 8€ par circuit de type C1, C2, C3.

Chaque circuit de type C1, C2, C3 est vendu respectivement à 20, 40, 25€.

Afin d'avoir une plus grande part de marché, l'entreprise décide que la fabrication des circuits de type C1 doit représenter au moins 50% de la production.

Question 1- Modéliser sous forme de programme linéaire le problème qui permettra de maximiser le bénéfice journalier de l'entreprise concernant les circuits C1, C2 et C3.

Question 2- Résoudre ce problème.

Question 3- Une contrainte est inutile : laquelle ? Montrez son inutilité en résolvant le programme linéaire simplifié.

Question 4- En terme de bénéfice, est-ce une bonne idée de vouloir que les circuits de type C1 représentent 50% du marché ? Quel serait le gain en ne tenant pas compte de cette volonté ?

Exercice II (modélisé en TD)

Pour produire des pièces de fonte, une entreprise dispose d'une fonderie et d'un atelier de mécanique.

	Fonderie	Atelier
Pièces de type 1	6 tonnes chaque heure	12 tonnes chaque heure
Pièces de type 2	5 tonnes chaque heure	15 tonnes chaque heure
	On dispose de 100mn de	On dispose de 45mn de

	temps d'œuvre pour la fonderie	temps d'œuvre pour l'atelier
--	--------------------------------	------------------------------

La consommation en énergie et les recettes par tonne sont données dans le tableau suivant :

	Energie	Recette par tonne
Une tonne de pièces de type 1	14kW/h	2000€
Une tonne de pièces de type 2	30kW/h	3000€
Quantités disponibles	210kW/h	

Combien de tonnes de pièces de chaque type faut-il fabriquer pour maximiser la recette ?

Exercice III

Pour l'alimentation du bétail d'une exploitation de 1000 têtes, il faut chaque jour les éléments suivants (en kg et par animal) : $X=0.10$, $Y=0.14$, $Z=0.15$, $T=0.24$

Ces éléments sont présentés dans les aliments A et B (par quintal) avec les compositions suivantes :

	X	Y	Z	T
A	10%	20%	30%	40%
B	35%	20%	15%	30%

A et B sont achetés à 500€ le quintal pour A et à 800€ le quintal pour B.

Modéliser et résoudre ce problème de façon à déterminer la quantité optimale des aliments A et B à acheter afin de minimiser le coût de l'alimentation.

Exercice IV

Dans un cabinet d'expert-comptable sont traités trois types de dossiers, T1 pour les artisans, T2 pour les petites et moyennes entreprises, et T3 pour les grandes entreprises. Ce cabinet compte 3 employés E1, E2, E3. Chaque étude de dossier nécessite la réalisation de 20, 40 et 80 photocopies pour un dossier de type T1, T2, et T3. Le coût de chaque photocopie est de 0,05 €, mais le budget prévisionnel en photocopies a été fixé à 250 € par an.

L'année compte 240 jours ouvrables.

Chaque dossier doit passer obligatoirement par les 3 employés qui n'effectuent pas les mêmes tâches.
E1 passe respectivement 3, 2, 1 jours pour préparer les dossiers de type T1, T2, T3.
E2 passe respectivement 2, 2, 1 jours pour préparer les dossiers de type T1, T2, T3.
E3 passe respectivement 1, 2, 3 jours pour préparer les dossiers de type T1, T2, T3.

L'employée E3 travaille à temps partiel pour une quotité de 80%.

Depuis l'instauration du salaire au mérite par le gouvernement, l'expert comptable, propriétaire du cabinet rémunère ses employés au nombre de dossiers traités.

L'employé E1 est rémunéré 40, 30, 20 € par dossier traité de type T1, T2, T3.

L'employé E2 est rémunéré 40, 40, 25 € par dossier traité de type T1, T2, T3.

L'employé E3 est rémunéré 30, 50, 60 € par dossier traité de type T1, T2, T3.

Chaque dossier traité de type T1, T2, T3 rapporte au cabinet respectivement 400, 600, 1000 €.

Afin de diversifier sa clientèle, le cabinet ne désire pas qu'il y ait moins de 50% de dossiers de type T1.

Ecrire et résoudre le programme linéaire qui permettra de maximiser le bénéfice du cabinet.

Exercice V Programmation Linéaire en nombres entiers : méthode « Branch and bound »

Résoudre le PL suivant :

$$(\max) Z = a + 2b$$

$$40a + 20b \leq 3000$$

$$50a \leq 3100$$

$$20a + 40b \leq 2000$$

$$30b \leq 1000$$

$$a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$$

Exercice VI

Programmation Linéaire en nombres entiers : méthode « Branch and bound »

Résoudre le PL suivant :

$$(\max) Z = x + 4y$$

$$5x + 8y \leq 40$$

$$-2x + 3y \leq 9$$

$$x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$$