

Examen 3DIS

Master 1 parcours IM, mars 2012, 2h

N.B.

Ce sujet comporte 5 exercices INDEPENDANTS. Il est demandé de JUSTIFIER les réponses. Toutes les notes manuscrites sont autorisées.

EXERCICE 0 :

Traiter sur une copie séparée les exercices 4 et 5

EXERCICE 1 :

On suppose dans cet exercice que vous êtes le responsable de l'organisation d'un concert en salle, en été, et que vous êtes autorisés à retransmettre en ligne (numériquement donc).

Malheureusement pour vous pendant le concert, la climatisation de la salle tombe en panne. Vous ouvrez donc les fenêtres, mais en plus bruit de la circulation très dense que vous entendez de loin, il y a des travaux dans la rue à côté avec un marteau-piqueur.

Votre travail consiste donc à éliminer les différents bruits, à numériser votre concert à le transmettre, sans gêne pour l'auditeur en ligne.

Pour simplifier, on considère que la chanson à retransmettre se résume à une note de musique de fréquence 1046Hz.

- 1) Dans ce problème, il y a deux types de bruit : l'un est sinusoïdal et l'autre blanc. Identifier l'un et l'autre (c-a-d : dire quel est le bruit blanc et quel est le bruit sinusoïdal)

Le bruit sinusoïdal est supposé être à la fréquence de 400 Hz. Le signal du concert est noté $x_c(t)$, les bruits blanc et sinusoïdal sont notés respectivement $bb(t)$ et $bs(t)$ de sorte que le signal effectivement disponible $x(t)$ est un mélange du signal du concert et des bruits, c-a-d :

$$x(t) = x_c(t) + bb(t) + bs(t)$$

On rappelle que la transformée de Fourier de $\cos(2\pi f_0 t) = (1/2)[\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$

- 2) Représenter dans le domaine de Fourier $x(t)$ qu'on nommera $X(f)$
- 3) Choisir une fréquence pour numériser $x(t)$
- 4) Comment éliminer le bruit sinusoïdal ?
- 5) Le bruit sinusoïdal est maintenant enlevé. On souhaite à présent détecter (ou estimer) la fréquence de la note de musique à transmettre. Donner deux façons d'y arriver.

EXERCICE 2

On souhaite numériser un objet 2D (image) définie part :

$$f(x, y) = \frac{\sin(\pi ax) \sin(\pi by)}{\pi^2 xy}$$

- 1) Représenter une ligne de l'objet, c'est-à-dire, en fixant $y = y_0 = \text{constante}$.
- 2) Représenter l'objet dans le repère (x,y).

Lors de l'enregistrement de cet objet un bruit $b(x, y)$ défini par

$$b(x, y) = \cos[2\pi(Ax + By)]$$

s'ajoute à l'objet pour donner la mesure :

$$g(x, y) = f(x, y) + b(x, y)$$

On appelle $F(u, v)$, $G(u, v)$ les transformées de Fourier respectives de $f(x, y)$ et $g(x, y)$

- 3) On souhaite éliminer $b(x,y)$ grâce à un filtre passe-bas idéal, d'amplitude 1 et de fréquence de coupure U_0 et V_0 . Donner l'expression, dans le domaine de Fourier, de ce filtre qu'on nommera $H(u,v)$.
- 4) Représenter sur la même figure $B(u,v), F(u,v), G(u,v)$ et $H(u,v)$.
- 5) Donner l'expression permettant d'éliminer $b(x,y)$ (ou $B(u,v)$)
- 6) Quelles sont les valeurs possibles de U_0 et V_0 qui permettent d'éliminer $b(x,y)$?

EXERCICE 3

En utilisant l'algorithme de Haar donner la décomposition du signal suivant de 8 valeurs $x=[1\ 3\ 3\ 1\ 5\ 7\ 7\ 11]$

EXERCICE 4

On souhaite augmenter la résolution d'une image en niveaux de gris de façon naïve en utilisant l'interpolation bilinéaire. L'image est de 200 par 200 pixels et chaque valeur de pixel est représentée par un flottant compris entre 0 (noir) et 1 (blanc). L'image est stockée dans un tableau à deux dimensions.

- 1) Donnez le code C de la fonction **float evalImageLineaire (float *voisins, float x, float y)** qui calcule l'interpolation bilinéaire des valeurs des pixels de 4 voisins de coordonnées $(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)$ pour un couple $(x,y) \in [0,1]^2$. La syntaxe du code peut-être approximative.
- 2) Écrire le code C d'une fonction qui, en utilisant la fonction **evalImageLineaire**, calcule une image de résolution 600 par 600 à partir de notre image de départ.
- 3) Que pouvez-vous dire de l'aspect de la nouvelle image calculée ?

EXERCICE 5

Soit une courbe de Bézier $b(u)$, $u \in [0,1]$ de degré 4.

- 1) Donnez les équations des polynômes de Bernstein utilisés dans le calcul d'un point de la courbe b .
- 2) Illustrez sur un schéma le calcul de $b(1/2)$ en utilisant l'algorithme de De-Casteljeau.
- 3) Donnez les limites de l'utilisation des courbes de Bézier quand on veut les utiliser pour tracer des courbes de forme complexe.