

金融学发展历程

金融学的研究对象与主要方法

传统经济学分析方法：古典政治经济学

- Adam Smith, 1776年《An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations》
- 英国人Thomas Malthus, 1798年《An Essay on the Principle of Population》
- 英国人David Ricardo, 1817年《On the Principles of Political Economy and Taxation》
- 英国人John Mill, 1848年《Principles of Political Economy》
- 德国人Karl Marx, 他1867年《Capital》

传统经济学分析方法：边际分析

- 19世纪70年代，英国人William Jevons、奥地利人Carl Menger（、在瑞士的法国人Leon Walras发起所谓边际革命，用边际分析取代古典经济学家的价值分析
- 美国人John Bates Clark, 1891年发表《Distribution as Determined by a Law of Rent》，提出要素价格由要素对生产的边际贡献决定，从而把分配问题也统一进了价格形成问题
- 英国人Alfred Marshall, 1890年出版了著作《Principles of Economics》

传统经济学分析方法：一些新变化

- 宏观经济学的建立
 - 新古典经济学假设市场永远出清，因此难以解释20世纪30年代的大萧条。英国人John Maynard Keynes, 1936年出版著作《The General Theory of Employment, Interest and Money》，提出了一套认为市场可以不出清的新理论。
 - 美国人Paul Samuelson把新古典经济学的微观理论和凯恩斯主义的宏观理论结合起来，叫做新古典综合neoclassical synthesis。新古典综合的微观和宏观是割裂的
 - 经由美国人Milton Friedman和Robert Lucas等人的批判和重构，20世纪70年代后有微观基础的宏观经济学建立了起来。
- 数学工具的引入
 - 数学在经济学里的运用在19世纪就有了。Marshall就是学数学出身的，但他不在正文中用数学，只把数学放在附录里。
 - 1947年Samuelson的著作《Foundations of Economic Analysis》是一个分水岭，在此之前，很少有经济学论文用数学，在此之后，很少有经济学论文不用数学
- 博弈论的引入
 - 数学工具博弈论来分析人和人之间的行为来进一步探索人和市场之间的关系
 - 匈牙利数学家John von Neumann和奥地利经济学家Oskar Morgenstern, 1944年出版著作《Theory of Games and Economic Behavior》，创立了博弈论
 - 之后美国数学家John Nash和美国经济学家Lloyd Shapley分别建立了非合作博弈和合作博弈的基础
 - 80年代后博弈论在经济学中的地位越来越重要
- 一般均衡理论的建立
 - 个体做出选择以最大化偏好，所有个体的决定彼此相符称为均衡
 - 消费者决定需求，生产者决定供给，单个市场的供给和需求相等称为部分均衡，所有市场的供给和需求相等称为一般均衡。
 - 英国人John Hicks (1904-1989) , 1939年出版《Value and Capital》中建立了消费者需求理论。

- 美国经济学家Kenneth Arrow和法国经济学家Gérard Debreu，1954年合作发表了论文《Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy》，证明了一般均衡的存在
- 美国人Gary Becker（经济学帝国主义）甚至把经济学中的均衡分析广泛应用于非市场行为。
- 新制度经济学
 - 英国经济学家Ronald Coase在1937年的论文《The Nature of the Firm》和1960年的论文《The Problem of Social Cost》中指出了产权和交易成本对经济制度运行的重要性。
 - 后续的经济学家将他的思想严格表述，使新制度经济学成为主流经济学的一部分。
- 从完全信息到不完全信息
 - 新古典经济学假设信息是完全的，但现实中人们往往得不到完全信息，并且信息在不同人之间往往是不对称的。新古典经济学认为市场可以通过价格来调节供需，于是波兰经济学家Oskar Lange指出，可以让中央计划者来模拟市场，用虚拟的报价来调节供需，这样计划经济就可行了，这叫市场社会主义
 - 1945年奥地利经济学家Friedrich Hayek发表论文《The Use of Knowledge in Society》回应，指出计划经济之所以不可行，关键在于信息。每个人拥有的信息是不一样的，市场机制中价格的作用不只是调节供需，更是传递信息，而靠中央计划者传递信息效率会很低
 - 1951年Arrow出版著作《Social Choice and Individual Values》，建立了社会选择理论，研究人们的偏好不一样时如何加总的问题
 - 到70年代美国经济学家Leonid Hurwicz把Arrow的社会选择理论和Hayek的信息传递理论结合起来，建立了机制设计理论。机制设计理论和前面提到的博弈论是反的，博弈论是给定规则求结果，而机制设计理论是给定结果设计规则。机制设计理论是现在在不完全信息下做研究的基本框架，有两个研究方向，一个是信息传递，一个是执行结果。从机制设计的角度看，市场、政府、企业都只是让偏好和信息不同的个人获得激励的机制，各有其适用范围。
- 实验经济学和行为经济学
 - 2002年诺贝尔经济学奖授予了拓宽传统经济学的美国经济学家Vernon Smith和美国心理学家Daniel Kahneman
 - 传统上经济学界曾经认为经济学是没法做实验的，由于Smith等人的努力，现在经济学界知道，有些问题是可以用实验研究的
 - 经济学中的实验有在实验室中进行和在现实中实地进行两种。传统上经济学只是简单地假设个体偏好，Kahneman等人把心理学引入了经济学，从而产生深入研究人类偏好和行为的新经济学分支——行为经济学

现代主流经济学的无力

- 以短期代替长期
 - 经济学所研究的是理性经济人的短期行为，对于跨越漫长历史时期，和代际的分析不够清晰。在代际模型中，经济人甚至会为了本期多消费而对未来借贷。这样，经济学就忽视了一代人为子孙后代所做的努力。以中国的实践，牺牲当前利益为后人抛头颅、谋福利的全局行为就很难理解。例如比较优势学说。
- 以静态代替变化
 - 随着技术发生变化，社会基础发生变化，导致人类行为必然发生变化，但现代经济学显然忽视了这个问题，在经济学的研究中，经济学家倾向于研究某一个静止的历史阶段，把生产力变迁当成是外生变量而讨论所谓均衡，极其可笑。例如一般均衡学说
- 以现象代替本质
 - 经济活动包括两重行为，其一是人和自然界的关系，即生产活动、消费活动；其二是人和人的关系，即分配、交换行为。不管怎样说，经济活动都不可能被市场行为所涵盖。但现代经济学研究的是市场活动以及市场活动背后人和人的交易行为（博弈论）。研究市场是研究现象，不能取代对人和人关系以及人和自然的关系这种本质的研究

传统金融学分析方法

- 风险-收益分析（马科维茨，1952年）
 - 马科维茨用预期收益和方差来分析资产组合，然后形成了有效边界、SML、量基金分离定理、CML等概念，直到CAPM的出现
 - CAPM模型出现后，出现了一系列证明方法和新模型
- 无套利定价分析
 - 发端于莫迪里阿尼和米勒的MM定理的启发
 - 布拉克和斯科尔斯在1972年发表了BSM模型，引发了人们对于风险中性定价的思考
 - Cox等，1979年提出了二叉树模型，精炼了BSM的理论思路，并为计算机在定价中发挥作用提供了基础
 - Ross, 1979年提出套利定价理论（APT），进一步完善了无套利定价理论
 - 鞍理论的提出，为风险中性定价提供了数学上的理论基础
 - 风险空间中的线性定价理论
- 有效市场假说（EMH）

金融学的演进

- 面向已有问题
 - 发展更为复杂的金融模型
 - 研究金融风险度量
 - 资产定价
 - 投资组合与量化交易策略
 - 信息技术在金融中的应用
- 面向未来业务
 - 金融产品设计、金融合约
 - 理论资产定价模型
 - 金融市场结构与金融行业机制设计

当代金融学的主要问题

金融学的无力

- 神似赌场中的职业赌徒对赌博的研究
- 忽略关键的问题（如何支持经济发展或者生产力发展）而过度关注如何赚钱（通过对赌交易赚钱）
- 英国、美国的去工业化及其后果

经济学家（或者说金融学家）傻吗？

- 共同问题：
 - 学说的阶级属性：经济学家的阶级属性必然带有局限性，例如，西尼尔教授的最后一小时理论
 - 学者的自身视角的局限性（有些人脑子就比较一般），例如，西斯蒙第、蜜蜂的寓言
- 中国学者的特殊问题：经济学者的报国情怀
- 金融学的学者是否更高明？

解决问题的要点

- 实践！实践！实践！
 - 学说必须走群众路线，从实际出发，理论联系实际，才能做出优秀的学说——现代经济学和金融学基本上已经走入死路（理论模型派、实证派、实验研究派）
- 恢复政治经济学的研究传统

- 古典政治经济学致力于研究人和人之间的关系，这个思路是对的，能解决问题，边际分析现在看，可能是一条邪路
- 不完善的道路也比完善的邪路强得多
- 结构化的研究方法
 - 学说的由来：西方学术研究体系潜在的解构主义的思路（不是解构主义）
 - 学说的未来：必须回归到对人类社会的整体研究中来，不能封闭在自己的理论框架之下

如果没有自己的方法论会如何？

- 几种结果：
 - 难以区分错误的事实：投资一带一路的钱和用来扶贫的钱不一样吗？
 - 难以区分错误的逻辑：美国对华制裁是中国咎由自取吗？
 - 难以区分错误的结论：美国主导的全球体系不会瓦解吗？

金融工程学的发展历程与主要逻辑

什么是金融工程

- 金融工程包括创新型金融工具与金融手段的设计、开发与实施，以及对金融问题给予创造性的解决——美国金融学家约翰·芬尼迪（John Finnerty）
 - 狹义的金融工程：利用数学及通讯工具，在各种现有基本金融产品的基础上，进行不同形式组合分解，以设计出符合客户需要并具有特定风险-收益的新型金融产品
 - 广义的金融工程：指一切利用工程化手段来解决金融问题的技术开发，它不仅包括金融产品设计，还包括金融产品定价、交易策略设计、金融风险管理等各个方面
 - 最广义的金融工程：利用所有手段来解决金融问题进而解决经济问题、社会问题等多种问题的方案设计与实施

金融工程发展略要

- 金融工程发展略要
 - 上世纪50-70年代金融理论的发展
 - 信息科学的发展：金融工程就是指借助先进而庞大的金融信息系统，用系统工程的方法对现代金融理论和计算机信息技术综合结合在一起，通过运用科学的数学模型、网络图解、仿真技术等方法来设计各种各样的新型金融产品，创造性的解决各种各样金融问题的学科（国际金融工程师协会对“金融工程”的定义）
 - 现实的需求：1970s开始的金融创新；1988年对金融工程的最初定义；
- 金融工程给金融业带来的兴衰
 - 凯恩斯计划、布雷顿森林体系及其瓦解、黄金非货币化（1970s）以及全球供养体系的建立
 - 冷战的胜利、美国全球霸权的建立及其衰落、金融危机

研究金融工程的目的

- 理论价值
 - 能够给资产定价，帮助市场更好的发挥价格发现的功能，提高资本市场运行效率，从而促进经济发展，给人民带来更好的未来
 - Q派的价值：对新的衍生品能够给出一个相对合理的定价
 - P派的价值：能够对有历史数据的产品估算出一个相对合理的定价
- 实践价值
 - 有助于谋求类似衍生品交易、衍生品设计、量化交易等高薪工作
 - 吹牛的时候，在有些场合看起来好像比较厉害

当代金融所面对的主要问题

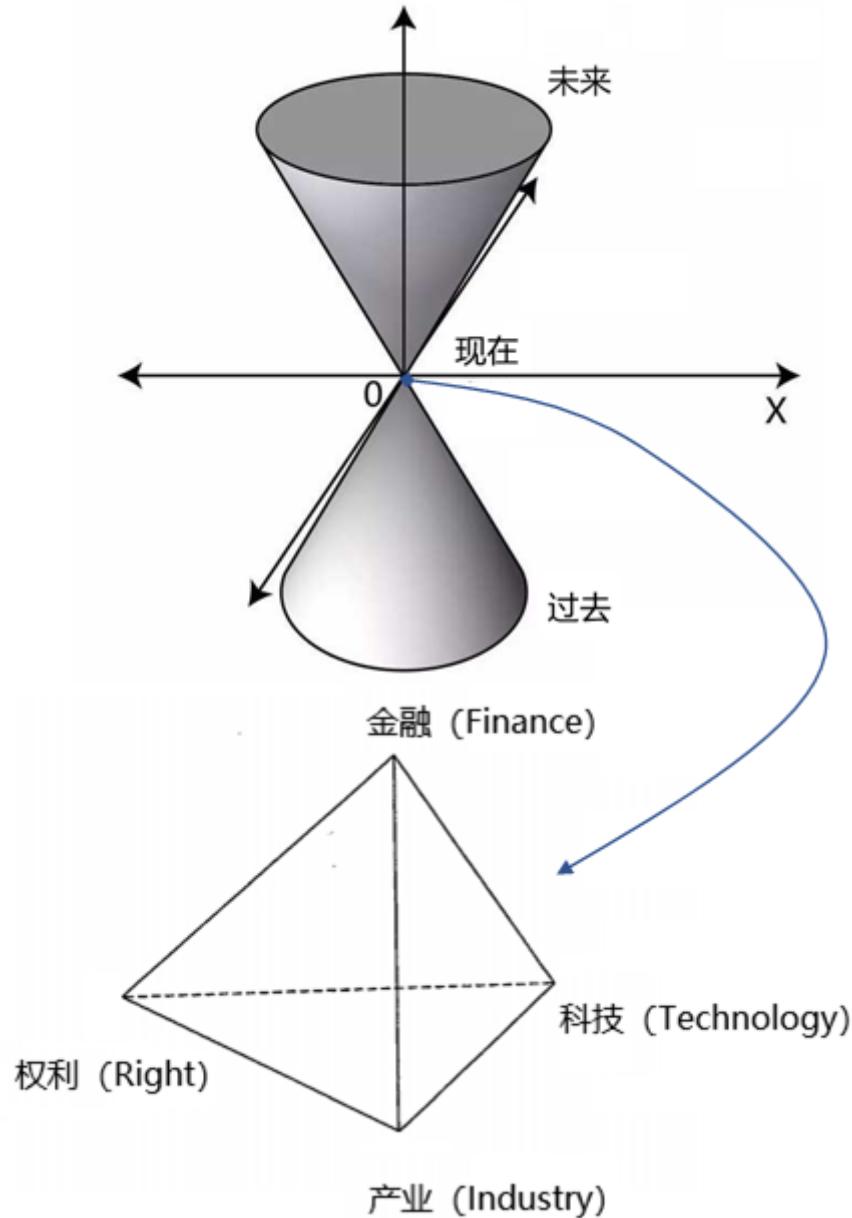
- 国际层面
- 国内层面
- 面向未来

金融学的三大方向

- 重构国际金融理论体系
- 风控、金融与经济活动关系的一般规律
- 面向未来的资源配置策略以及对高新技术估值

FRIT模型

- 当我们考虑一个经济问题的时候，我们或许应该意识到我们应该同时考虑如下四个方面：
 - F-Finance-金融或经济层面：基本分析方法是经济学或政治经济学的分析方法
 - R-Right-权利层面：基本分析方法是政治学的、国际政治学的分析方法
 - I-Industry & information-产业与信息层面：
 - I-Industry-产业层面：基本分析方法是产业经济学、管理学的分析方法
 - I-Information-信息层面：基本分析方法是信息科学、传媒学分析方法
 - T-Technology-技术层面：基本分析方法是科学与技术的分析方法
- FRIT-Frit-将不透明的玻璃炉料烧成透明的玻璃：这是一个完整的思考方式，将所有经济活动理解为一个完整的、有历史的、动态的、真实的与可行的活动



FRIT的基本关系

- 谁是真实的？
 - RIT是真实的
 - T-人和自然界的关系，客观存在，容易量化
 - I-人和人与自然界的关系，主观色彩明显，可以量化
 - R-人和人的关系，纯粹的主观问题，难以量化，但**确实存在**
 - F是概念
 - 分配资源的工具：将有限的社会资源汇集起来后投入特定的方向
 - 分配利益的工具：对产生的回报进行分配

三个基本假设

- 假设1：个体差异假设（传统上，代理人假设、理性人假设等认为个体差异可以被忽略）
 - 个体差异普遍存在，这种差异体现在包括生物差异（智力、体能等各个方面）与社会差异（财富、权利等）
- 假设2：趋利避害假设（传统理论中，利害关系原则上是不可变的）

- 所有参与选择的主体都倾向于趋利避害，利害的定义来自生物定义（可能是某种基因表达：如死亡、疼痛等）与社会定义（来自于社会定义：如尊重、财富等）以及边界模糊的定义（来自于生理和社会的交叉定义，如，美、善）
- 社会定义是人为制定的概念，也是权利的一部分，会通过教育进行代际传承
- 假设3：有限信息与有限理性假设（传统理论认为人的理性是无限的）
 - 信息获取和处理都有明显的成本，信息处理能力作为一种人的能力也有成本和界限
 - 有限信息和有限信息处理能力可以被类似互联网之类的技术手段改变，理性的变化代表了认知能力水平的变化

几个基本结论

- 定理1：权利关系的来源是个体差异（不同于卢梭的看法）
- 定理2：维持权利关系的动机是维持不平等（如，权利的代际传承）
 - 假设1+假设2
- 定理3：维持权利关系的手段主要是制造并维持信息差异
 - 假设1+假设2+假设3
- 定理4：改变权利关系的主要手段是改变技术与改变教育
 - 假设3+定理3
 - 这里是改变而不一定是提高，譬如蛮族之于罗马，满清之于中华
- 定理5：改变权利关系的动机是技术、产业、信息变化后导致的利益变化
 - 假设2+定理4

几个可以作用在经济问题上的推论

- 三个关于R-I-T关系的推论
 - 权利关系在三者中是决定性的基础
 - 权利关系的产生、维持与发展是经济活动的目的，不存在无权利关系的经济活动（森的研究）
 - 权利决定分配，分配在交换中产生需求、需求产生满足需求的产业、产业需要激发技术进步
 - 需求同时刺激资源分配，诱导人才的个人选择
 - 技术可以改变权利关系
 - 技术变化可以提供新产业（烟草）、替代旧产业（电动汽车）或者使原有产业效率改变；产业的变化改变不同权利方的生产能力与社会价值；能力和地位的变化带来权利关系的变化
 - 例资本主义下产业是提供分配的根本渠道，技术新贵与产业新贵对old money的冲击
 - 权利关系转变的核心是成本收益分析（从旧有权利者的视角）
 - 所谓收益：原有权利者通过接纳新权利者而带来的收益
 - 所谓成本：1. 新权利者划走的收益，2. 新权利者“革命”带来的潜在损失

关于金融行业的几个推论

- 金融是一个工具而不是目的，金融是一个基于权利关系的制度安排
 - 目的是维持权利关系的稳定，个人命运可能有起伏，但阶级权利关系相当稳固
 - 为了目的，作为工具的金融制度安排可以被维持、调整或者重构
- 在权利关系目的明确的情况下，根据技术条件与产业条件的实际情况，存在具有优势的制度安排
 - 麦金农和肖的理论的实际谬误；金融分析理论（例如资产组合理论）的正确部分与错误部分；国际金融理论与一国内金融理论的逻辑差别

- 本质上，金融行业的从业者没有决定自己命运的逻辑和力量，在一切发生以前，金融行业的命运早已被注定，错误的制度安排会逐步得到修正，不可能长期维持
 - 换言之，金融行业本身的根本变化动力并不来自金融行业本身，在其他条件不变时，金融行业发展趋势也可以预判；但任何判断都不能忽视其它条件的变化而导致的行业本身的变化

涉及金融风险问题的几个推论

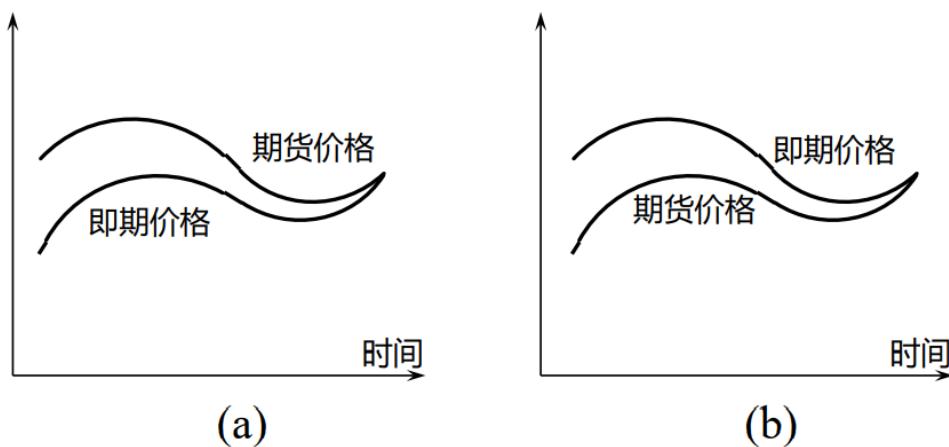
- 本质上，纯粹的金融风险并不存在，金融危机体现的是权利结构不稳导致的**权利危机**，无论金融危机在一国范围还是在国际范围
- 金融危机在任何情况下都不会在经济上对拥有主要分配权的人群整体产生负面的影响，确定谁掌握主导权是金融风险管理的**核心问题**
- 金融风险对不同金融机构的影响在**本质上完全不同**，要求不同的金融机构用统一的标准去管理金融风险，在管理层面或许有意义，但在金融机构本身生死存亡的问题上没有意义

期货市场的运作机制

期货合约

- 交易所交易
- 需要规定：
 - 什么能交割
 - 哪里能交割
 - 何时能交割
- 每日结算
- 通过一个相反的交易对合约进行平仓，大多数合约在到期之前进行平仓

期货价格收敛到即期价格



保证金

- 保证金是投资者存在经纪人处的现金或有价证券
- 保证金账户余额按每日结算进行调整
- 保证金将合约的违约损失概率最小化

期货交易举例

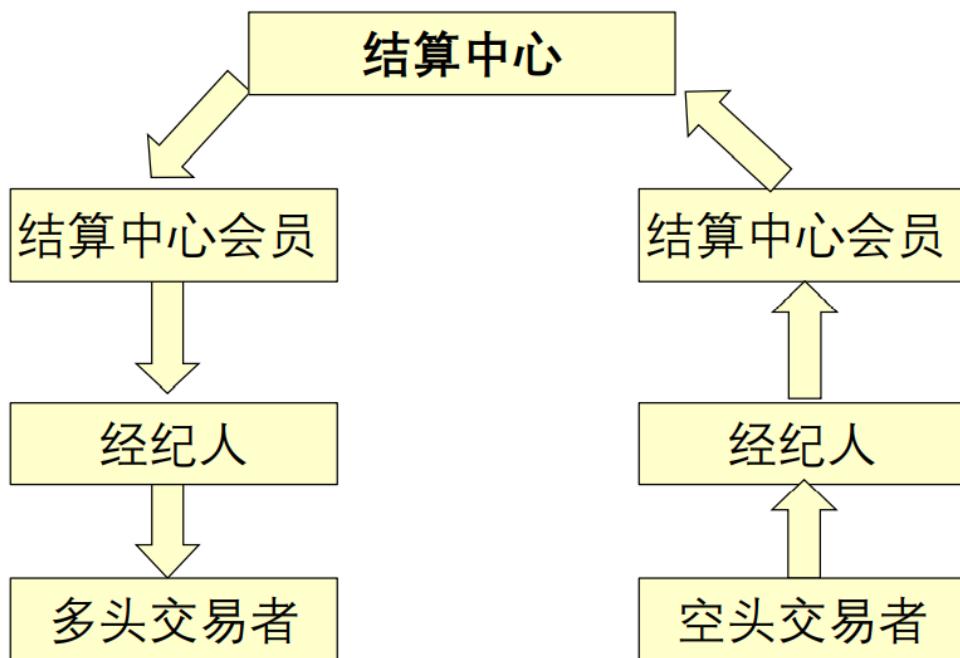
投资者在6月5日买入2份12月到期的黄金期货合约

- 合约规模为100盎司
- 期货价格为1250美元/盎司
- 初始保证金为6000美元/份 (一共12000美元)
- 维持保证金为4500美元/份 (一共9000美元)

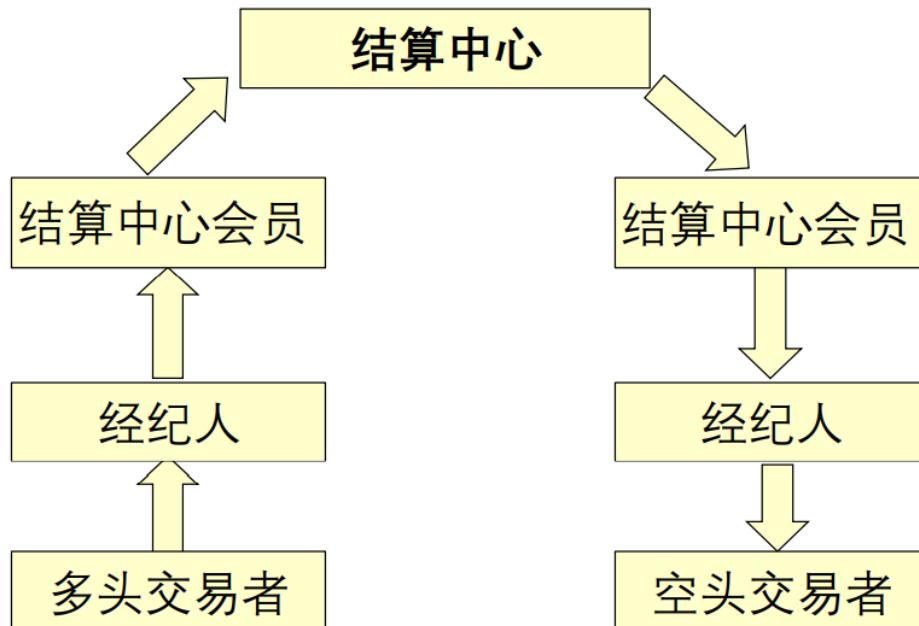
可能的结果

交易日	交易价格	结算价格	日收益	累积收益	保证金余额	催付保证金
1	1 250.00				12 000	
1		1 241.00	-1 800	-1 800	10 200	
2		1 238.30	-540	-2 340	9 660	
.....		
6		1 236.20	-780	-2 760	9 240	
7		1 229.90	-1 260	-4 020	7 980	4 020
8		1 230.80	180	-3 840	12 180	
.....		
16	1 226.90		780	-4 620	15 180	

期货价格上涨时，保证金现金流向



期货价格下跌时，保证金现金流向



专业术语

- **未平仓数量**: 正在交易的合约总数
 - 等于所有多头的总和，也等于所有空头的总和
- **结算价格**: 交易日结束前最后成交的期货合约价格
 - 用于计算每天合约的盈亏以及保证金的数量
- **交易量**: 一天交易合约的总和

2010年5月26日原油交易：

	开盘价	最高价	最低价	结算价格	变化量	成交量	未平仓数量
2010年7月	70.06	71.70	69.21	71.51	2.76	6,315	388,902
2010年8月	71.25	72.77	70.42	72.54	2.44	3,746	115,305
2010年12月	74.00	75.34	73.17	75.23	2.19	5,055	196,033
2011年12月	77.01	78.59	76.51	78.53	2.00	4,175	100,674
2012年12月	78.50	80.21	78.50	80.18	1.86	1,258	70,126

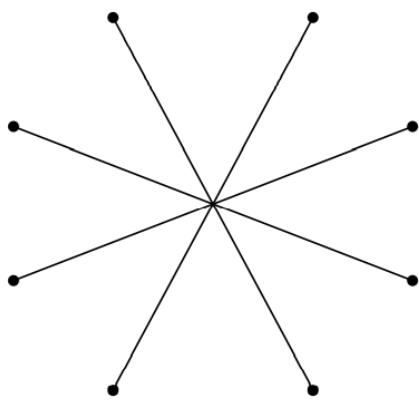
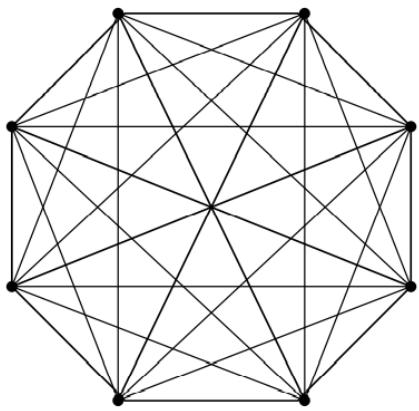
场外市场的抵押制度

- 场外市场交易中抵押制度越来越普遍
- 考虑公司A和公司B之间的场外交易
- 如果两公司之间设立抵押。假设第二天，场外交易对于公司A价值增长X，公司B需要向公司A支付X。反之亦然
- 如果公司A违约，公司B有权占有抵押品

场外市场的中心结算

- 传统上，场外市场的交易由双边进行结算
- 自2007-2009年金融危机后，美国以及世界各国政府纷纷通过立法要求场外衍生产品通过中心结算机制来进行交易

双边交易与中心结算



交割

- 如果期货合约没有在到期日前平仓，通常需要通过交割基础资产进行结算。空头方有权决定交割资产种类、地点及时间
- 一些合约（如欧洲美元）以现金进行结算

远期合约与期货合约比较

远期合约	期货合约
交易双方的私下合约	交易所交易
非标准化合约	标准化合约
通常只有单一交割日	有一系列的交割日
合约到期时结算	每日结算
通常会发生实物或现金交割	合约通常在到期日前被平仓
有信用风险	几乎没有信用风险

利用期货的对冲策略

多头对冲与空头对冲

- 当投资者已知在将来需要买入一项资产并想在今天锁定价格时，可以采用多头对冲
- 当投资者已知将来要卖出一项资产并希望锁定价格时，可以采用空头对冲

拥护对冲的观点

- 公司应集中精力发展主业，采取措施将由利率、汇率和其他市场因素导致的风险最小化

反对对冲的观点

- 股东通常可以充分分散投资，并且制定自己的对冲策略
- 当竞争对手不对冲时，将增加对冲的风险
- 解释对冲导致的损失和基础资产产生的收益，通常非常困难

基差风险

- 完美对冲：是指完全消除风险的对冲策略
- 在实践中，完美对冲很少见
 - 对冲期限与期货合约的到期期限不一致
 - 对冲的资产与期货合约的标的资产不一致
- 在对冲意义下，基差定义为：
 - 基差 = 被对冲资产的即期价格 - 用于对冲的期货合约的价格
- 期货平仓时基差的不确定性将带来基差风险
 - 基差风险 = 时间基差风险 + 级数基差风险

购买资产的多头对冲

- F_1 ：对冲建立时的期货价格
- F_2 ：资产购买时的期货价格
- S_2 ：购买时的资产价格
- b_2 ：购买时的基差

资产成本	S_2
期货收益	$F_2 - F_1$
支付净额	$S_2 - (F_2 - F_1) = F_1 + b_2$

出售资产时的空头对冲

- F_1 ：对冲建立时的期货价格
- F_2 ：资产出售时的期货价格
- S_2 ：出售时的资产价格
- b_2 ：出售时的基差

资产成本	S_2
期货收益	$F_1 - F_2$
支付净额	$S_2 + (F_1 - F_2) = F_1 + b_2$

合约的选择

- 选择与对冲的到期日最近但长于对冲到期日的交割月份
- 当不存在标的资产的期货合约时，选择期货价格与资产价格最为相关的期货合约。这就是交叉对冲

最优对冲比率

- 最优对冲比例为：

$$h^* = \rho \frac{\sigma_S}{\sigma_F}$$

- 其中

- s_S ：对冲期间即期价格的变动 DS 的标准差
- s_F ：对冲期间期货价格的变动 DF 的标准差
- r ： DS 和 DF 的相关系数

最优对冲比率的证明

- 假定我们在 T_2 时刻要卖出 N_A 单位的资产，选择在时刻 T_1 卖出 N_F 单位某类似资产的期货合约来对冲风险，记对冲比率为 h ，有：

$$h = \frac{N_F}{N_A}$$

- 将对冲后的资产组合的总收入记为 Y ：

$$Y = S_2 N_A + (F_1 - F_2) N_F$$

- 整理为：

$$Y = S_1 N_A + (S_2 - S_1) N_A + (F_1 - F_2) N_F$$

- 令：

$$\Delta S = S_2 - S_1, \Delta F = F_2 - F_1$$

- 上式可表示为：

$$Y = S_1 N_A + N_A (\Delta S - h \Delta F)$$

- 因为 S_1 和 N_A 在 T_1 已知，当 $(\Delta S - h \Delta F)$ 的方差被极小化时， Y 的方差也被极小化：

$$v = \text{Var}(\Delta S - h \Delta F) = \sigma_S^2 + h^2 \sigma_F^2 - 2h \rho \sigma_s \sigma_F$$

- 令：

$$\frac{dv}{dh} = 2h \sigma_F^2 - 2\rho \sigma_s \sigma_F = 0$$

- 得：

$$h^* = \frac{\rho \sigma_s}{\sigma_F}$$

最优合约数量

Q_A 被对冲头寸的大小（单位数量）

Q_F 合约的规模（单位数量）

V_A 被对冲头寸的实际货币价值（即期价格乘以 Q_A ）

V_F 一个期货合约的货币价值（期货价格乘以 Q_F ）

无尾随调整时最优合约数量 尾随调整后的最优合约数量

$$= \frac{h^* Q_A}{Q_F} = \frac{h^* V_A}{V_F}$$

例：某航空公司将在一个月后购买200万加仑飞机燃料，并决定用加热油期货来对冲。

由历史数据, $s_F = 0.0313$, $s_S = 0.0263$, $r = 0.928$

$$h^* = 0.928 \times \frac{0.0263}{0.0313} = 0.7777$$

- 加热油期货合约的规模为42000加仑
- 即期价格为1.94, 期货价格为1.99 (美元/加仑)

$$V_A = 1.94 \times 2000000 = 3880000$$

$$V_F = 1.99 \times 42000 = 83580$$

- 假设不存在每日结算时的最优合约数量

$$0.7777 \times 2000000 / 42000 = 37.03$$

- 尾随调整后的最优合约数量

$$0.7777 \times 3880000 / 83580 = 36.10$$

利率

利率的种类

- 国债利率
- 伦敦同业银行拆出利率 (LIBOR)
- 回购利率

国债利率

- 政府以本国货币为计量单位发行的金融产品的利率

LIBOR和LIBID

- LIBOR是一家银行同意将资金存入另一家银行的利率 (第二家银行通常需拥有AA评级)
- 英国银行家协会每日公布针对主要货币、期限长达12个月的 LIBOR报价
- LIBID 是一家AA级银行同意其他银行存入资金时愿意支付的利率

回购利率

- 回购协议约定, 持有证券的金融机构将证券出售给合约另一方, 并在将来以稍高价格将证券买回
- 该金融机构实际上获取一项贷款
- 回购利率根据卖出价格与回购价格之间的差额计算

无风险利率

- 传统上, 衍生品从业者将LIBOR作为无风险利率
- 国债利率被认为人为地压低 (见业界事例4-1)

- 后面将会解释:
 - 欧洲美元期货合约和利率互换的运用可以将LIBOR收益曲线延伸到一年以上
 - 隔夜指数互换利率 (OIS) 逐渐代替LIBOR作为无风险利率

利率的计量

- 复利频率定义了利率的计量方式
- 利率在不同计息频率下的关系可以类比为公里同英里之间的关系

复利的影响

如果我们按照年利率R每年复利m次，一年之内资金A将增长为
 $A(1+R/m)^m$

复利频率	10%利率时100美元在一年后的价值 (美元)
年 (m=1)	110.00
半年 (m=2)	110.25
季度 (m=4)	110.38
月 (m=12)	110.47
周 (m=52)	110.51
日 (m=365)	110.52

连续复利

- 复利频率m趋于无穷大时所对应的利率被称为连续复利
- 按连续复利R投资T时间，100美元将增长为 $100e^{RT}$ 美元
- T时间的100美元按连续复利R折现，零时点的价值为 $100e^{-RT}$ 美元

转换公式

- R_c : 连续复利率
- R_m : 与之等价的每年m次复利利率

$$R_c = m \ln\left(1 + \frac{R_m}{m}\right)$$

$$R_m = m\left(e^{R_c/m} - 1\right)$$

例:

- 利率报价每年10%，按半年复利，等价于连续复利
 $2\ln(1.05)=9.758\%$
- 利率报价8%，连续复利，等价于季度复利 $4(e^{0.08/4} - 1)=8.08\%$
- 用于期权定价的利率通常用连续复利表示

利率的规则

- 利率是以年利率的形式表示的
 - 便于不同投资方案的比较：投资承诺5年收益率为40%，投资承诺3年收益率为23%
- 大部分利率报的都是名义利率
 - 一家银行称其半年付息一次，利率为6%，那么我们名义上每年得到6%，实际上有效的年利率是 $(1+0.06/2)^2 - 1=6.09\%$
 - 有效利率= $(1+r/m)^m - 1$
 - 有效利率= $e^r - 1$

零息利率

- 零息利率（又称即期利率）是一项仅在到期日T支付本息的投资在期限T内的收益率

期限 (年)	零息利率 (连续复利, %)
0.5	5.0
1.0	5.8
1.5	6.4
2.0	6.8

债券定价

- 为计算债券价格，需将每笔现金流以合适零息利率折现：
- 两年期票息6%、半年付息的债券的理论价格为：

$$3e^{-0.05 \times 0.5} + 3e^{-0.058 \times 1.0} + 3e^{-0.064 \times 1.5} + 103e^{-0.068 \times 2.0} = 98.39$$

债券收益率

- 债券收益率是使现金流的现值等于债券市场价格的折现率
- 假定债券市场价格等于其理论价格98.39
- 债券收益率（连续复利）可以通过下式

$$3e^{-y \times 0.5} + 3e^{-y \times 1.0} + 3e^{-y \times 1.5} + 103e^{-y \times 2.0} = 98.39$$

- 求得： $y=0.0676$ 或 6.76%

平价收益率

- 一定期限内的平价收益率是使债券价格等于票面价值的票面利率

$$\frac{c}{2}e^{-0.05 \times 0.5} + \frac{c}{2}e^{-0.058 \times 1.0} + \frac{c}{2}e^{-0.064 \times 1.5} + \left(100 + \frac{c}{2}\right)e^{-0.068 \times 2.0} = 100$$

- 求得: $c=6.87\%$ (半年复利)

零息利率曲线的确定

债券本金 (美元)	期限 (年)	年票息 (美元) *	债券价格 (美元)
100	0.25	0	97.5
100	0.50	0	94.9
100	1.00	0	90.0
100	1.50	8	96.0
100	2.00	12	101.6

* 票息每半年支付一次

票息剥离法

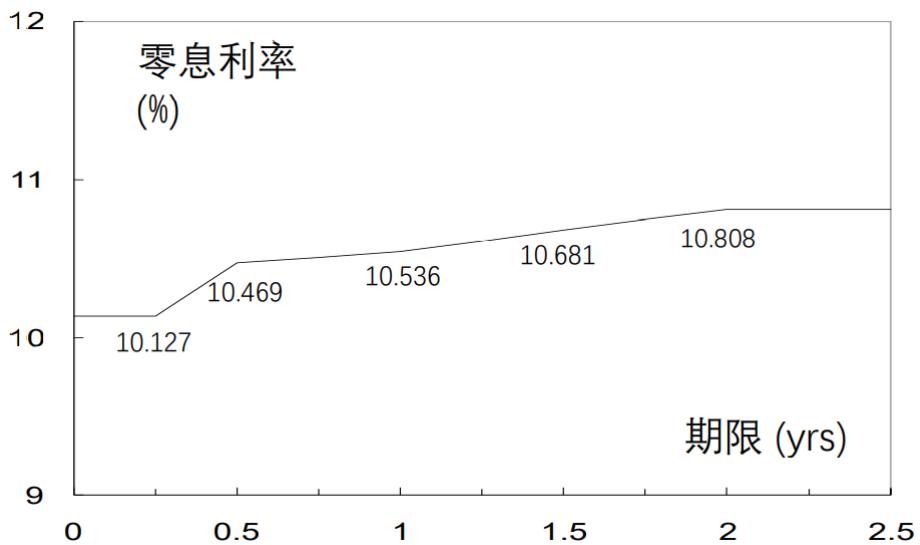
- 3个月内97.5美元投资将赚得2.5美元
- 因为 $100 = 97.5e^{0.10127 \times 0.25}$ ， 所以3个月连续复利利率为10.127%
- 类似地，6个月和1年期的连续复利利率为 10.469% 和 10.536%
- 为计算1.5年利率，有

$$4e^{-0.10469 \times 0.5} + 4e^{-0.10536 \times 1.0} + 104e^{-R \times 1.5} = 96$$

得 $R = 0.10681$ 或 10.681%

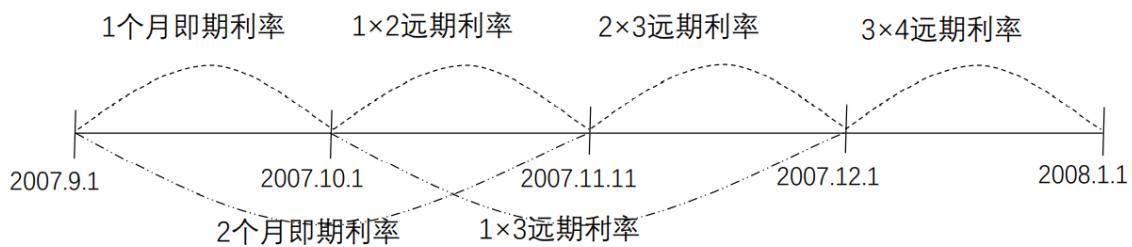
- 类似地，2年期利率为10.808%

由以上数据得出的零息利率曲线：



远期利率

- 远期利率是由当前零息利率期限结构所揭示的将来期限内的零息利率
- 远期利率：现在时刻的将来一定期限的利率
- 即期利率：当前时刻起一定期限的利率



远期利率的计算公式

- 假定时间期限 T_1 和 T_2 内的零息利率为 R_1 和 R_2 ，连续复利

$$e^{R_1 T_1} e^{R_F(T_2 - T_1)} = e^{R_2 T_2}$$

- 期限 T_1 和 T_2 之间的远期利率为

$$R_F = \frac{R_2 T_2 - R_1 T_1}{T_2 - T_1}$$

- 当利率不是连续复利时，该公式只是近似正确

公式应用

年限 (年)	对应于n年投资零息利率 (每年, %)	第n年的远期利率 (每年, %)
1	3.0	
2	4.0	5.0
3	4.6	5.8
4	5.0	6.2
5	5.5	6.5

瞬时远期利率

$$R_F = R_2 + T_1 \frac{R_2 - R_1}{T_2 - T_1}$$

- 令 T_2 接近于 T_1 , 并将共同值记为 T
- 期限 T 的瞬时远期利率指从 T 开始的一段很短时间内的远期利率

$$R_F = R + T \frac{\partial R}{\partial T}$$

其中, R 为期限 T 的零息利率

远期利率协议

- 远期利率协议 (FRA) 是一种场外交易, 这种交易约定在将来某一时间段交易的一方将以某一利率借入或借出一定数量的资金
 - FRA的多方为利息支付者, 即名义借款人, 其订立FRA的目的主要是为了规避利率上升的风险
 - FRA的空方为利息获得者, 即名义贷款人, 其订立FRA的目的主要是为了规避利率下降的风险
- 在FRA中, 借入或借出的利率通常为LIBOR
- 进行现金结算是FRA常见的做法, 因此, FRA中的本金通常被称为名义本金

关键结果

- 远期利率协议等价于以预定利率 (R_K) 交换市场利率的一项协议
- 远期利率协议的定价通过假设远期LIBOR利率 (R_F) 一定会实现
- 这意味着远期利率协议的价值等于分别按 R_K 和 R_F 计算的利息差额的折现值

定价

- 如果一份远期利率协议适用的期限为从 T_1 到 T_2 , 则假定 R_F 和 R_K 复利频率与该适用的区间保持一致
- 当利率为 R_K 时, T_2 时的利息现金流为 $R_K(T_2 - T_1)$
- 当利率为 R_F 时, T_2 时的利息现金流为 $R_F(T_2 - T_1)$

- 假定贷款本金为 L , 时间 T_2 时收到的利率为 R_K
- 对收入 R_K 一方而言, 远期利率协议的价值等于 $(R_K - R_F)(T_2 - T_1)$ 的现值
- 对付出 R_K 一方而言, 远期利率协议的价值等于 $(R_F - R_K)(T_2 - T_1)$ 的现值

例:

- 远期利率合约规定, 一家公司将在一年后收入6个月期限4%的固定利率
- 远期LIBOR利率为5%
- 1.5年期的连续复利利率为4.5%
- 远期利率协议的价值 (百万美元) 为:

$$100 \times (0.04 - 0.05) \times 0.5 \times e^{-0.045 \times 1.5} = -0.467$$

- 如果一年后6个月期限利率为5.5%, 该公司将在1.5年后支付 (百万美元)

$$100 \times (0.04 - 0.055) \times 0.5 = -0.75$$

- 该交易可以在一年后按照 $\frac{-0.75}{1.0275} = -0.730$ (百万美元) 进行等价支付

久期

- 在时间 t_i 向持有人提供现金流 c_i 的债券的久期:

$$D = \sum_{i=1}^n t_i \left[\frac{c_i e^{-yt_i}}{B} \right]$$

其中, B 为债券价格, y 为连续复利收益率

关键久期关系

- 久期非常重要, 因为它揭示了债券价格与收益率之间的关键关系:

$$\frac{\Delta B}{B} = -D \Delta y$$

- 当收益率 y 在一年 m 次复利的情形下:

$$\Delta B = -\frac{BD\Delta y}{1 + y/m}$$

- 定义修正久期为:

$$\frac{D}{1 + y/m}$$

债券关系

- 债券组合的久期是组合中每个债券久期以价格为权重的加权平均
- 债券组合的关键久期关系描述了债券收益率曲线的微小变化产生的影响
- 如果资产的久期等于负债的久期，是否仍然存在其他风险？

凸性

- 债券的凸性 C 被定义为

$$C = \frac{1}{B} \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i t_i^2 e^{-yt_i}}{B}$$

- 由此，可以得到更为精确的表达式

$$\frac{\Delta B}{B} = -D\Delta y + \frac{1}{2} C(\Delta y)^2$$

- 当应用于债券组合时，凸性可以应对收益率曲线的较大移动，但该移动仍需是平行的

利率期限结构理论

- 预期理论：远期利率等于未来即期利率的期望值
- 市场分割理论：短期、中期和长期利率互不相干
- 流动性偏好理论：远期利率高于将来零息利率期望值

流动性偏好理论

假定利率曲线是水平的，考虑以下选择

期限（年）	存款利率（连续复利）	住房抵押贷款利率
1	3%	6%
5	3%	6%

如果你是储户，你会如何选择？如果你是住房抵押贷款者，又会如何选择？

- 为匹配储户与贷款者，银行必须将长期利率高于预期将来短期利率
- 上例中，银行将提供以下选择

期限（年）	存款利率（连续复利）	住房抵押贷款利率
1	3%	6%
5	4%	7%

远期和期货价格的确定

投资资产与消费资产

- 投资资产是足够多的投资者为了投资而持有的资产（例如金融资产、黄金、白银）

- 消费资产是主要为了消费而持有的资产（例如铜、石油、猪肉）

卖空

- 卖空指卖出你并不拥有的证券
- 你的经纪人可以从其他的客户手中借入证券，然后在市场上卖出
- 将来某时刻，你必须买入该证券，用于偿还此前借入的证券
- 你必须支付卖空证券的股息和其他收益
- 借入证券需要缴纳一定手续费

例

- 当价格为100元时，卖空100股，然后在3个月之后价格为90元时，将空头头寸平仓
- 3个月期间，支付每股3元股息
- 收益多少？
- 如果当初购买100股，损失多少？

假设

- 市场参与者进行交易时没有手续费
- 市场参与者对所有交易利润都使用同一税率
- 市场参与者能够以同样的无风险利率借入和借出资金
- 当套利机会出现时，市场参与者会马上利用套利机会

符号

s_0 :	标的资产的当前价格
F_0 :	远期或期货合约当前价格
T :	远期或期货合约的期限
r :	期限T的无风险利率

套利机会？

- 假定：
 - 无股息股票的当前价格是40美元
 - 3个月远期价格为43美元
 - 3个月无风险利率为每年5%
- 是否存在套利机会？

无收益资产的远期价格

- 考虑一个投资资产的远期价格，资产的当前价格为 S_0 ，资产无收益， T 为期限， r 为无风险利率， F_0 为远期价格，则 F_0 与 S_0 的关系为：

$$F_0 = S_0 e^{rT}$$

- 在例子中， $S_0=40$, $r=0.05$, $T=0.25$, 则：

$$F_0 = 40 e^{0.05 \times 0.25} = 40.5 \text{ 美元}$$

无收益资产的远期价格证明

- 买入一份资产并且进入远期合约的空头，在远期合约中以 F_0 价格卖出资产，这一交易成本为 S_0 ，在将来的现金流入为 F_0 ，因此 S_0 一定等于 F_0 的贴现值：

$$S_0 = F_0 e^{-rT}$$

- 即： $F_0 = S_0 e^{rT}$
- 与标的股票的公司本身无关，为什么？

如果不允许卖空

- 上述公式依然成立
- 因为当远期合约价格过低时，持有标的资产的投资者将出售资产，然后买入远期合约

已知现金收益资产的远期价格

- 资产在远期合约期限内支付的现金收益的贴现值为 I 时，远期价格为：

$$F_0 = (S_0 - I) e^{rT}$$

- 证明：买入一份资产并进入远期合约空头，在 T 时刻以 F_0 价格卖出资产，交易成本为 S_0 ，在 T 时刻现金流入为 F_0 ，在将来流入的现金流贴现值为 I ，最初的现金流出 S_0 ，所有流入现金流的贴现值为 $I + F_0 e^{-rT}$ ，因此 $S_0 = I + F_0 e^{-rT}$ ，即 $F_0 = (S_0 - I) e^{rT}$

已知收益率资产的远期价格

- 定义 q 为资产在远期期限内的平均收益率，计算形式为连续复利，远期价格为：

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$$

远期合约价值与远期价格

- 远期合约价值 (f) : 远期合约本身的价值
 - 在远期合约签订时, 如果信息是对称的, 而且合约双方对未来的预期相同, 对于一份公平的合约, 多空双方所选择的交割价格 (K) 应使远期价值等于0
 - 在远期合约签订后, 由于交割价格不再变化, 多空双方的远期价值将随着标的资产价格的变化而变化, 如果标的资产价格高于交割价格的现值, 多头的远期价值就是正的而空头的为负的, 反之亦然
- 远期价格 (F_0) : 使一个远期合约价值为0的理论交割价格
 - 远期合约签订时, 交割价格等于远期价格, 否则存在套利机会
 - 远期合约签订后, 远期价格与交割价格 (K) 就不一定相等

远期合约价值

- 将一个交割价格为 F_0 的远期合约多头与另一个与其相同但交割价格为 K 的远期合约进行比较, 两个合约唯一不同是在 T 时刻买入标的资产的价格不同, 第一个为 F_0 , 第二个为 K , T 时刻的现金流差异 $F_0 - K$ 的现值为: $(F_0 - K)e^{-rT}$, 亦即二者合约价值之差
- 具有 F_0 的合约在今天的交割价值为0, 因此具有交割价格 K 的合约的现值为: $(F_0 - K)e^{-rT}$
- 具有执行价格 K 的远期合约多头的价值为: $f = (F_0 - K)e^{-rT}$
- 具有执行价格 K 的远期合约空头的价值为: $f = (K - F_0)e^{-rT}$

各种远期合约的价值

- 无收益资产远期合约价值为:

$$f = S_0 - Ke^{-rT}$$

- 收益贴现值为 I 的资产远期合约价值为:

$$f = S_0 - I - Ke^{-rT}$$

- 收益率为 q 的资产远期合约价值为:

$$f = S_0 e^{-qT} - Ke^{-rT}$$

远期价格与期货价格的关系

- 期货价格与远期价格一样, 都是理论交割价格
- 唯一的区别是远期和期货交易机制的不同
 - 远期合约在签订之后就不再变化直至到期交割清算
 - 期货合约则每日盯市结算结清浮动盈亏
- 利率为时间的已知函数时, 期货价格与远期价格相等
- 当利率变化无法预测, 远期价格与期货价格从理论上讲会有所不同
 - 当 S 与利率有正的相关性时, 期货价格会稍稍高于远期价格

- 当S与利率有负的相关性时，期货价格会稍稍低于远期价格
- 在期限小于几个月时，期货价格与远期价格的理论差异在大多数情形下可以忽略
- 虽然有很多不定因素，对于大多数情形，我们仍然可以比较合理地假定期货价格等于远期价格。在本书中，我们常常采用这一假定，用FO表示某标的资产当前的远期价格和期货价格
- 欧洲美元期货和远期合约是上面假定的一个例外

远期价格与期货价格总结

资产	远期/期货价格	执行价格为K的 远期合约多头的价值
无收益资产	$S_0 e^{rT}$	$S_0 - K e^{-rT}$
资产有收益， 贴现值为l	$(S_0 - l) e^{rT}$	$S_0 - l - K e^{-rT}$
资产收益率为q	$S_0 e^{(r-q)T}$	$S_0 e^{-qT} - K e^{-rT}$

注：资产价格为 S_0 ，期限为T，无风险利率为r

预期收益与风险

- 与其他金融工具一样，远期合约的预期收益与风险也可根据CAPM模型来建模
- 远期价格：

$$F_t = S_t e^{(r-q)(T-t)}$$

- 两边取自然对数：

$$\ln F_t = \ln S_t + (r - q)(T - t)$$

- 同理：

$$\ln F_{t-1} = \ln S_{t-1} + (r - q)(T - t + 1)$$

- 上两式相减，可得远期价格的连续变动率：

$$R_F = \ln(F_t/F_{t-1}) = \ln(S_t/S_{t-1}) - (r - q) = (R_s - q) - (r - q) = R_s - r$$

- 由上式可得：

$$E(R_F) = E(R_s - r) = E(R_s) - r$$

- 远期收益的方差（远期的总风险）等于基础资产收益的方差：

$$\text{Var}(R_F) = \text{Var}(R_s - r) = \text{Var}(R_s)$$

- 远期收益的β（远期的市场风险）等于基础资产的β：

$$\beta_F = \frac{\text{Cov}(R_F, R_M)}{\text{Var}(R_M)} = \frac{\text{Cov}(R_s - r, R_M)}{\text{Var}(R_M)} = \frac{\text{Cov}(R_s, R_M)}{\text{Var}(R_M)} = \beta_s$$

- 远期合约的风险与基础资产的风险一样，但远期合约的预期收益率低于基础资产的预期收益率，差额等于无风险利率

- 根据CAPM，资产的预期收益为：

$$E(R_S) = r + \beta_S(E(R_M) - r)$$

- 可得：

$$\begin{aligned} E(R_F) &= E(R_S) - r = r + \beta_S(E(R_M) - r) - r \\ &= \beta_S(E(R_M) - r) = \beta_F(E(R_M) - r) \end{aligned}$$

- 买入资产时，实际上购买了无风险资产和风险，因为资金冻结在该资产上，不管其风险水平如何，可以获得无风险资产利率r的回报率，此外，因为投资风险，还可以获得持有资产所带来的风险溢价
- 买入远期时，只承担了风险，因此只能获得风险溢价，因为没有资金占用，无法获得无风险收益

完全替代品

头寸1	头寸2
买入资产/卖出远期合约	买入无风险债券
买入无风险债券/买入远期合约	买入资产
买入资产/卖出无风险债券	买入远期合约
卖出资产/买入远期合约	卖出无风险债券
卖出无风险债券/卖出远期合约	卖出资产
卖出资产/买入无风险债券	卖出远期合约

股指

- 可以被视为支付一定股息的投资资产
- 因此，远期价格和即期价格的关系为

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$$

其中， q 是合约期限内股指所代表的组合资产的平均股息收益率

- 为满足以上公式，股指必须代表一项投资资产
- 以美元计价的日经指数期货并不代表一项投资资产

股指套利

- 当 $F_0 > S_0 e^{(r-q)T}$ 时，套利者买入构成指数的股票，卖出指数期货合约
- 当 $F_0 < S_0 e^{(r-q)T}$ 时，套利者买入指数期货合约，卖出构成指数的股票
- 指数套利同时交易股指期货和许多不同股票
- 通常借助计算机执行交易

有时，套利交易是不可行的， F_0 和 S_0 之间理论上的无套利关系不成立

货币的远期和期货合约

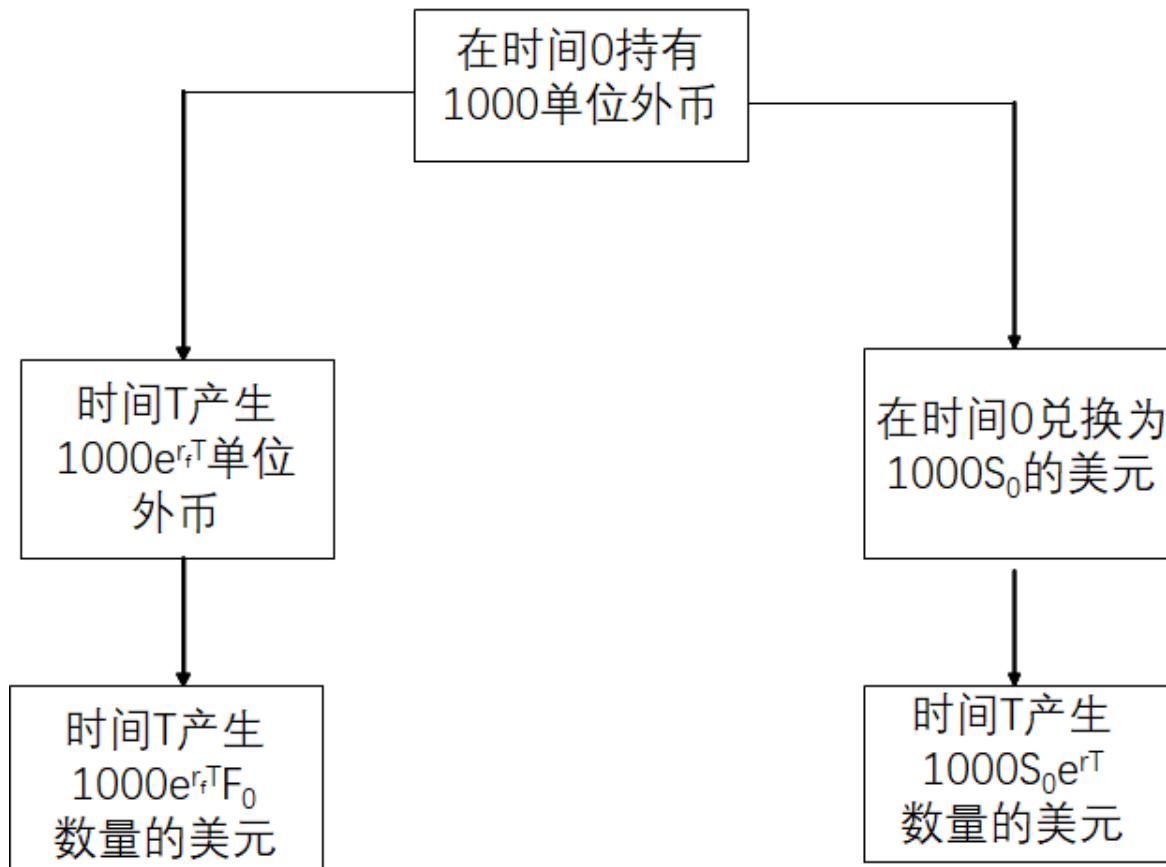
- 外汇可以视为提供一定收益率的证券
- 该收益率为外币无风险利率

- 假定 r_f 是外币无风险利率，有

$$F_0 = S_0 e^{(r-r_f)T}$$

- 即国际金融领域著名的利率平价关系式

即期和远期货币价格之间的关系



消费商品：储存费用是负收入

$$F_0 \leq S_0 e^{(r+u)T}$$

其中， u 是单位储存费用占即期价格的比例

或者，

$$F_0 \leq (S_0 + U)e^{rT}$$

其中， U 是储存成本的现值

持有成本

- 持有成本 c 包括储存成本加上融资利息，减去资产收益
- 对于投资资产 $F_0 = S_0 e^{cT}$
- 对于消费资产 $F_0 \leq S_0 e^{cT}$
- 定义 y 为消费资产的便利收益率，有

$$F_0 = S_0 e^{(c-y)T}$$

期货价格与预期即期价格

- 以无收益标的资产为例，假设 y 为标的资产的预期收益率，则标的资产在 T 时刻的预期价格为：

$$E(S_T) = S_0 e^{yT}$$

- 远期/期货价格为：

$$F_0 = S_0 e^{rT}$$

- 可得：

$$E(S_T) = F_0 e^{(y-r)T}$$

无系统性风险	$y = r$	$F_0 = E(S_T)$
正系统性风险	$y > r$	$F_0 < E(S_T)$
负系统性风险	$y < r$	$F_0 > E(S_T)$

正系统风险：股票指数

负系统风险：黄金（至少一定时期内）

利率期货

天数计算惯例

- 定义：
 - 利率适用的期限
 - 用以计算累计利息的期限

美国的天数计算惯例

- 长期国债：实际天数/实际天数
- 企业债券、市政债券：30/360
- 货币市场产品：实际天数/360

债券: 8% , 实际天数/ 实际天数 (期限内)

票息支付日分别为3月1日和9月1日。票息支付日之间的利息为4%。问3月1日和4月1日之前的利息是多少?

债券: 8% , 30/360

假设每月30天，每年360天。如果票息支付日分别为3月1日和9月1日，问3月1日和4月1日之前的利息是多少?

短期国库券: 8% 实际天数/360

360天的利息率为8%。问3月1日和4月1日之前的利息是多少?

2月效应 (业界事例6-1)

当分别采用以下方法时，在2013年2月28日与3月1日之间，赚取了多少天的利息：

日期计数采用：实际天数/实际天数 (期限内)

日期计数采用：30/360

长期美国国债期货合约主要条款

交易单位	本金为100 000美元或其倍数的美国政府长期（30年）国债
可交割等级	从交割月的第一天起剩余期限长于（包括等于）15年且在15年内不可赎回的美国国债
现金价格	期货结算价格×交割债券的转换因子+交割债券的应计利息
转换因子	交割月第一天，面值每1美元的实际被交割债券按6%年到期收益率（半年计一次复利）计算的价值
最小变动价位	1/32 %=31.25美元
报价	100美元面值债券的价格，最小单位为1/32
合约交割月份	3月、6月、9月、12月
交易时间	芝加哥时间周一至周五7: 20—14: 00
最后交易时间	交割月最后一个工作日之前的第七个工作日芝加哥时间中午12: 01
最后交割日	交割月的最后一个工作日

美国长期国债报价

- 美国长期国债是以美元和美元的1/32为单位报出的，所报价格是相对于面值100美元的债券
- 因此，90-05的价格意味着100 000美元面值的债券的价格为90156.25
- 上面报价被交易员称为纯净价，与现金价不同
- 交易员将现金价称为带息价格
- 现金价格 = 报价（纯净价）+ 从上一个付息日以来的累计利息

例

- 假定现在时间是2010年3月5日，债券的息票率为年率11%，到期日为2018年7月10日，报价为95-16，即95.5美元
- 国债的券息为每半年支付一次，最后一个券息支付日期为债券的到期日。最近一次付息日为1月10日，下一个付息日为7月10日。2010年，1月10日至3月5日之间共有54天，而1月10日至7月10日之间共有181天。一个面值为100美元的债券在1月10日和7月10日之间所支付的券息均为5.5美元

2010年3月5日的累计利息是在7月10日所支付的利息累计到3月5日时的数量。因为美国国债累计利息是基于“实际天数/实际天数（期限内）”，因此累计利息为：

$$\frac{54}{181} \times 5.5 = 1.64 \text{ 美元}$$

在2018年7月10日到期100美元面值债券的现金价格为：

95.5 + 1.64 = 97.14 美元

因此，对应100 000美元面值债券的现金价格为97 140美元

美国长期国债期货报价

- 长期国债期货合约的报价与长期国债本身的报价方式相同
- 每一个期货合约的规模对应于交割100 000美元的债券，因此，期货价格报价的1美元的变化引起期货合约的总价值变化为1 000美元
- 空头方拥有选择所交割债券的权利（为什么？），也拥有选择交割时间的权利
- 当交割某一特定债券时，转换因子定义了空头方的债券交割价格
- 现金价格 = （期货报价×转换因子）+ 累计利息

最近成交价格 = 90.00

交割债券的转换因子 = 1.3800

债券累计利息 = 3.00

应收现金价格 = $1.3800 \times 90.00 + 3.00 = 127.20$

转换因子

- 长期国债期货允许合约的空头方选择交割任何期限长于（包括等于）15年且在15年内不可赎回的美国债
- 但不同的国债有不同的息票率，价格也不同
- 如果没有其他限制，空头方将选择零息债券，因为其他因素一样情况下，其价值最低
- 转换因子就是使得期货合约空头方无论选择哪种债券都是无差异的，做法就是将每种债券转换为同一种虚构的收益率为6%的付息债券

- 考虑息票率为6%、每半年付息一次、期限为15年的付息债券价格，如果到期收益率为6%，债券价格为： $B = \sum_{t=1}^{30} \frac{3}{1.03^t} + \frac{100}{1.03^{30}} = 100.00$
- 考虑息票率为9%、每半年付息一次、期限为15年的付息债券价格为： $B = \sum_{t=1}^{30} \frac{4.5}{1.03^t} + \frac{100}{1.03^{30}} = 129.40$
- 这些债券的唯一不同就是其息票付款，拥有9%的付息债券必定与拥有1.294份6%的债券一样
- 期货价格是基于6%的息票债券，所以期货价格乘以转换因子1.294，就可计算出空头方选择9%息票率债券时的交付价格
- 假定所有期限的利率均为年利率6%（每半年复利一次），则某债券的转换因子被定义为在交割月份的第一天具有1元本金的债券的价格
- 为了便于计算，债券的期限及券息支付日的期限被取整到最近的3个月
- 如果在取整后，债券的期限为6个月的整数倍，那我们假定第1次支付利息为6个月后
- 如果在取整后，债券的期限不是6个月的整数倍（即包含另外的3个月），我们假定第1次支付利息为3个月后，支付利息数量中应剔除累计利息
- 假定某债券的息票率为10%，期限为20年零2个月
- 为计算转化因子，假定债券期限为20年，6个月后第一次付息，因此息票被假定为每6个月支付一次，直到20年后支付本金为止
- 假定面值为100美元，贴现率为年率6%（每半年复利一次），即每6个月为3%，因此债券价格为：

$$\sum_{i=1}^{40} \frac{5}{1.03^i} + \frac{100}{1.03^{40}} = 146.23 \text{ 美元}$$

- 将以上价格除以100，得出转换因子为1.4623
- 假定某债券的息票率为8%，期限为18年零4个月。为计算转化因子，假定债券的期限为18年零3个月
- 假定面值为100美元，年率6%，每半年复利一次，将所有息票支付的现金流以年率贴现到3个月后的时间上，因此债券价格为：

$$4 + \sum_{i=1}^{36} \frac{4}{1.03^i} + \frac{100}{1.03^{36}} = 125.83 \text{ 美元}$$

- 3个月的利率为 $\sqrt[6]{1.03} - 1$ ，即1.4889%，因此，贴现到今天的价格为 $125.83 / 1.014889 = 123.99$ 美元，减去累计利息2美元，则债券价格为121.99美元
- 因此，转换因子为1.2199

最便宜交割债券

- 在交割月份的任意时刻，有许多债券可以用于长期国债期货合约的交割，这些可交割债券有各式各样的息票率及到期日
- 空头方从这些债券中可以选出最便宜交割债券用于交割
- 空头方收到的现金量为：

(期货报价×转换因子) + 累计利息

- 买入债券费用为：

债券报价+累计利息

- 因此，最便宜交割债券时使得：

债券报价 - (期货报价×转换因子)

达到最小的债券

- 一旦期货的空头方决定交割债券，最便宜交割债券可以通过对每一个债券进行计算来确定

例：

- 期货空头方决定交割，可以从下表中选出最便宜交割债券，假定最近一次的期货报价为93-08，即93.25美元

债券	债券报价 (美元)	转换因子
1	99.5	1.0382
2	143.5	1.5188
3	119.75	1.2615

- 交割每种债券的成本如下：

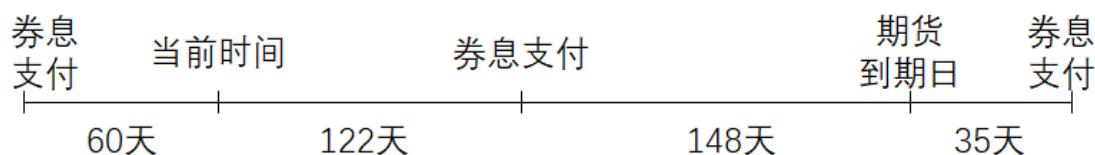
- 债券1： $99.5 - (93.25 \times 1.0382) = 2.69$ 美元
- 债券2： $143.5 - (93.25 \times 1.5188) = 1.87$ 美元
- 债券3： $119.75 - (93.25 \times 1.2615) = 2.12$ 美元
- 因此，最便宜交割债券为债券2

确定期货价格

- 由于空头方既拥有选择交割时间的权利，也有选择所交割债券的权利，因此精确地确定长期国债期货的理论价格是十分困难的
- 但是，如果假定最便宜可交割债券及交割日期均为已知，长期国债期货就等价于一个为持有人提供中间收入的证券的期货合约
- 期货价格 F_0 与即期价格 S_0 的关系式为：

$$F_0 = (S_0 - I)e^{-rT}$$

- 期货价格 F_0 与即期价格 S_0 都是现金价格
- 假定对于某一国债期货，已知最便宜交割债券的息票利率为12%，转换因子为1.4。假定期货交割日期为270天以后，券息的支付为每半年一次。由下图所示，上一次券息支付为60天以前，下一次券息支付为122天以后，再下一次券息支付为305天以后。利率期限结构为水平，利率为年率10%



- 假定债券的当前报价为120美元，债券的现金价格等于报价加上从上一次付息至今的累计利息，债券现金价格为：

$$120 + \frac{60}{60 + 122} \times 6 = 121.978 \text{ 美元}$$

- 在122天后，即0.3342年后，债券持有者将收到6美元的利息，该利息的贴现值为：

$$6e^{-0.1 \times 0.3342} = 5.803 \text{ 美元}$$

- 期货合约将持续270天（0.7397年），期货合约是关于券息率为12%的债券，期货的现金价格：

$$(121.978 - 5.803) e^{0.1 \times 0.7397} = 125.094 \text{ 美元}$$

- 债券交割时，会产生148天的累计利息，则期货的报价为：

$$125.094 - 6 \times \frac{148}{148 + 35} = 120.242 \text{ 美元}$$

- 由转换因子的定义得出，1.4倍的标准债券等价于一个12%的债券，因此，期货的报价应为：

$$\frac{120.242}{1.4} = 85.887 \text{ 美元}$$

CME场内交易的欧洲美元期货合约主要条款

交易单位	本金为1 000 000美元的3个月欧洲美元定期存款
点数	1点=0.01%=25美元
最小变动价位	即将到期合约: 0.0025%=6.25美元 其他合约: 0.005%=12.5美元
交易月份	40个3月季度循环月份以及不在3月循环中距离当前最近的四个序列月份
交易时间	芝加哥时间周一至周五7: 20—14: 00
最后交易日与结算日	3月循环月份: 到期月第三个星期三往回数的第二个伦敦银行工作日伦敦时间上午11点。 故此CME场内交易的实际结束交易日是到期月第三个星期三往回数的第三个伦敦银行工作日 序列月份: 除了到期日通常为到期月的某个星期一之外, 其他规定相同
新合约上市日	3月循环月份: 前一个合约最后交易日的下一个工作日, 芝加哥时间7: 20 序列月份: 前一个合约最后交易日的芝加哥时间早上7: 20, 如遇假期顺延至下一工作日
结算方式	根据到期结算日伦敦时间上午11: 00英国银行家协会提供的利率概览中的3个月期LIBOR进行现金结算。最后结算价将四舍五入至小数点后4位, 即0.0001%, 意味着每份合约0.25美元

欧洲美元期货报价

- 欧洲美元是存放在美国之外的银行的美元
- 欧洲美元期货是基于3个月欧洲美元存款利率（与3个月LIBOR相等）的期货
- 一份合约对应借入100万美元的3个月利率
- 欧洲美元期货的报价形式是“100-R”，R为改天实际的3个月欧洲美元不含百分号利率报价
- 欧洲美元期货合约以现金交割
- 到期日的最终结算价格为100减去3个月欧洲美元不含百分号实际存款利率

每基点25美元规则

- 合约的设计保证期货报价一个基点的变化对应于25美元的盈亏
- 当利率变化一个基点时, 面值100万美元在3个月的利息变化为:

$$1000000 \times 0.0001 \times 0.25 = 25 \text{ 美元}$$
- 当欧洲美元报价增长一个基点时, 多头交易员收益为25美元, 同时, 空头交易员损失25美元
- 例如, 当交割价格从97.12变为97.23时, 多头交易员每合约的收益为 $25 \times 11 = 275$ 美元, 而空头交易员则损失275美元

合约价值公式

- 如果Q是欧洲美元期货合约的报价, 一份合约的价格为10 000 ($100 - 0.25 (100 - Q)$)
- 这与每个基点变化25美元的规则是一致的

远期利率与期货利率比较

- 欧洲美元期货合约期限最长可达10年

- 对于期限超过2年的欧洲美元期货，不能假定远期利率等于期货利率

两个原因

- 期货每日结算而远期只结算一次
- 期货在3个月期限之初结算，而远期在3个月期限结束时才结算

凸性调节

- 凸性调节：

$$\text{远期利率} = \text{期货利率} - 0.5\sigma^2 T_1 T_2$$

- T_1 为期货合约的期限
- T_2 为期货合约标的利率所对应的期限 (T_1 后 3 个月)
- σ 为一年短期利率变化的标准差，通常假定为 1.2%
- 利率均为连续利率

当 $\sigma = 0.012$ 时，凸性调节

期货期限 (年)	凸性调节 (基点)
2	3.2
4	12.2
6	27.0
8	47.5
10	73.8

延长LIBOR零息收益率曲线

- LIBOR 利率可以确定 LIBOR 零息收益率曲线
 - 期限小于一年的 LIBOR 零息曲线可由 1 个月、3 个月、6 个月以及 12 个月的 LIBOR 利率来确定
- 凸性调整后，欧洲美元期货可用于延长曲线的期限，进而可采用票息剥离法计算零息利率
- 有

$$F_i = \frac{R_{i+1}T_{i+1} - R_i T_i}{T_{i+1} - T_i}$$

- 因此

$$R_{i+1} = \frac{F_i(T_{i+1} - T_i) + R_i T_i}{T_{i+1}}$$

- 400天期限的LIBOR零息利率为4.80%（连续复利），由欧洲美元期货报价得出的 (a) 在400天开始的90天远期利率为5.30%（连续复利），(b) 从491天开始的90天远期利率时5.51%（连续复利），(c) 从589天开始的90天远期利率时5.60%（连续复利）
- 491天期限的零息利率为：

$$R_{491} = \frac{F_{400}(T_{491}-T_{400}) + R_{400}T_{400}}{T_{491}} = \frac{0.053 \times (491 - 400) + 0.048 \times 400}{491} = 4.893\%$$

- 589天期限的零息利率为：

$$R_{589} = \frac{F_{491}(T_{589}-T_{491}) + R_{491}T_{491}}{T_{589}} = \frac{0.0551 \times (489 - 491) + 0.04893 \times 491}{589} = 4.994\%$$

基于久期的对冲比率

$$N^* = \frac{PD_P}{V_F D_F}$$

V_F 利率期货合约的价格

D_F 期货标的资产在期货到期日的久期

P 被对冲组合在对冲到期日的价格

D_P 被对冲组合在对冲到期日的久期

- 8月2日，一位基金经理管理1000万美元政府债券组合，组合久期为6.80，希望对冲未来3个月的利率风险
- 该经理决定采用12月份的国债期货来对冲。该期货报价为93-02，即93.0625，可用于交割的最便宜国债的久期为9.2
- 合约空头数量为：

$$\frac{10000000}{93062.50} \times \frac{6.80}{9.20} = 79$$

久期匹配

- 通过匹配资产和负债的久期来对冲利率风险
- 用于对冲零息利率曲线的微小平行移动

基于久期对冲的限制条件

- 假定收益率曲线只发生平行移动
- 假定收益率曲线变动非常微小
- 当运用国债期货对冲时，假定最便宜的可交割债券不会发生变动

缺口管理（业界事例6-3）

- 缺口管理是银行运用的一种更为复杂的对冲利率风险方法
- 该方法的步骤：
 - 将零息利率曲线切为几段
 - 当某段曲线利率变动而其他段利率不动时，检验风险敞口，进行对冲

互换

互换

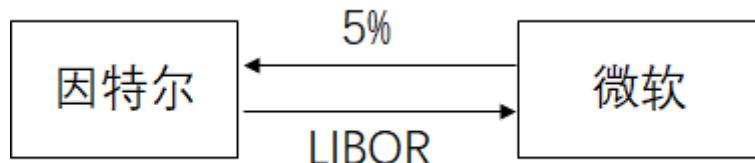
- 互换是双方之间达成的在将来互换现金流的合约
- 在合约中，双方规定现金流的互换时间及现金流数量的计算方法
- 一个远期合约可以看做一个最简单的互换合约
- 远期合约可以等同于在今后的某单一时间现金流的互换，而互换合约通常阐明在今后的若干时间互换现金流

标准利率互换

- 一家公司同意向另一家公司在今后若干年内支付在本金面之上按事先约定的固定利率与本金产生的现金流。作为回报，前者将收入以相同本金而产生的浮动利率现金流
- 大多数利率互换合约中的浮动利率是LIBOR。LIBOR是银行将资金存入其他AA级以上的银行所得的利率。世界上所有的主要货币均提供1个月、3个月、6个月及12个月的LIBOR报价
- 国内市场，常用最佳客户利率作为浮动利率参考

例子：

- 考虑在微软公司和因特尔公司之间的利率互换合约，2012年3月5日开始，为期3年
- 假定微软同意向因特尔支付年率5%、本金1亿美元所产生的利息，作为回报，因特尔向微软支付6个月期由同样本金产生的浮动利息，双方约定每6个月互换一次现金流，5%的固定利率为每半年复利一次



微软公司的现金流（百万美元）

日期	6个月的 LIBOR	收入的浮 动现金流	支付的固 定现金流	净现金流
2012年3月5日	4.2%			
2012年9月5日	4.8%	+2.10	-2.50	-0.40
2013年3月5日	5.3%	+2.40	-2.50	-0.10
2013年9月5日	5.5%	+2.65	-2.50	+0.15
2014年3月5日	5.6%	+2.75	-2.50	+0.25
2014年9月5日	5.9%	+2.80	-2.50	+0.30
2015年3月5日	6.4%	+2.95	-2.50	+0.45

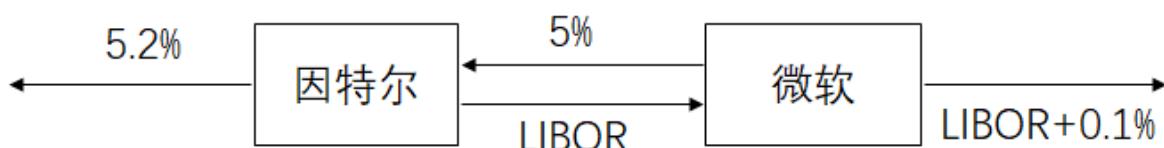
交换本金下微软公司的现金流

日期	6个月的 LIBOR	收入的浮 动现金流	支付的固 定现金流	净现金流
2012年3月5日	4.2%			
2012年9月5日	4.8%	+2.10	-2.50	-0.40
2013年3月5日	5.3%	+2.40	-2.50	-0.10
2013年9月5日	5.5%	+2.65	-2.50	+0.15
2014年3月5日	5.6%	+2.75	-2.50	+0.25
2014年9月5日	5.9%	+2.80	-2.50	+0.30
2015年3月5日	6.4%	+102.95	-102.50	+0.45

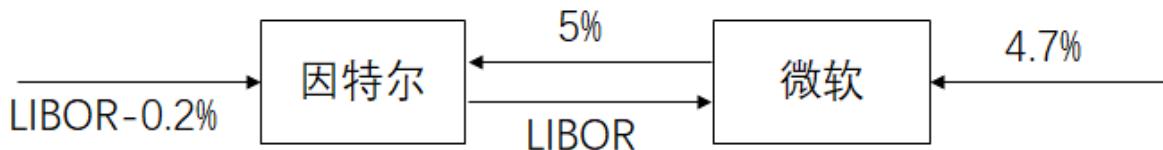
利率互换协议的用途

- 转换负债的性质
 - 从固定利率到浮动利率
 - 从浮动利率到固定利率
- 转换资产的性质
 - 从固定利率到浮动利率
 - 从浮动利率到固定利率

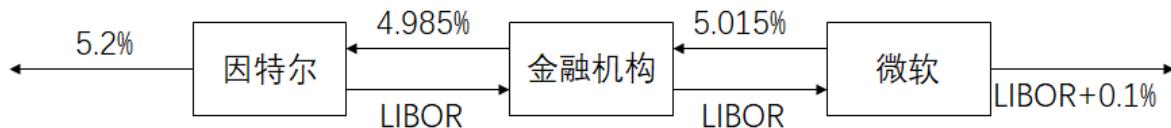
利用互换改变负债的性质



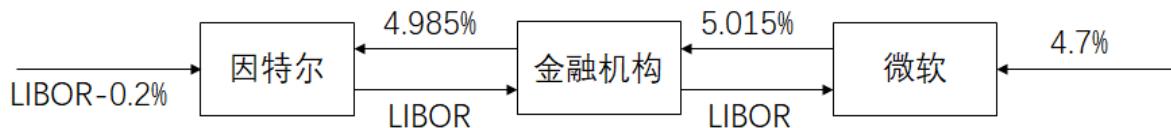
利用互换改变资产的性质



利用互换改变负债的性质 (含金融机构)



利用互换改变资产的性质 (含金融机构)



某利率互换市场做市商报价

期限(年)	买入价 (%)	卖出价 (%)	互换利率 (%)
2	6.03	6.06	6.045
3	6.21	6.24	6.225
4	6.35	6.39	6.370
5	6.47	6.51	6.490
7	6.65	6.68	6.665
10	6.83	6.87	6.850

注：利息互换每半年一次。

互换利率

- 买入卖出利率的平均值被称为互换利率
- 考虑一个新交易的互换合约，该合约中的固定利率等于当前的互换利率
- 可以合理地假定这一互换的价值为0（不然做市商为什么会选择以互换利率为中心的买卖报价呢？）
- 互换的价值等于固定利率的债券与浮动利率债券的差
- 因此， $B_{fix} = B_{fl}$

互换利率的实质

- LIBOR是AA级银行向其他银行借入1~12月期的资金的利率
- 互换利率等于以下两个利率的平均值
- 做市商在互换合约中收入LIBOR，并准备付出的固定利率（买入利率）
- 做市商在互换合约中付出LIBOR，并准备收入的固定利率（卖出利率）
- 5年期互换利率等于借给AA级公司10个6个月期的LIBOR短期资金的收益率

LIBOR/互换零息曲线

- 衍生产品交易员对衍生产品定价时，通常采用LIBOR利率作为无风险利率
- 问题是直接能观察到的利率期限不超过12个月
- 延长LIBOR零息曲线期限的一种方法是利用欧洲美元期货，将LIBOR零息曲线延长到2年，有时甚至长达5年
- 然后，交易员利用利率互换，将LIBOR零息曲线再进一步延长
- 所得零息曲线称其为LIBOR/互换零息曲线

确定LIBOR/互换零息利率

- 新发行的票面利率为6个月LIBOR的浮动利率债券，如果采用LIBOR/互换零息曲线来对其定价，得出的价格总等于本金价格（平价）。原因是债券的利率为LIBOR，同时贴现率也是LIBOR
- 新成交的互换交易，当固定利率等于互换利率时， $B_{fix}=B_{fl}$ 。 B_{fl} 等于本金值，因此， B_{fix} 也等于本金值
- 这说明互换利率可以被定义为平价债券的收益率
- 计算LIBOR/互换零息曲线的方法是息票剥离法
- 假定6个月期、12个月期、18个月期的LIBOR/互换零息利率分别为4%、4.5%、和4.8%，连续复利。2年期互换利率为5%（半年频率）
- 5%的互换利率意味着本金为100美元，票面利率5%（半年支付）的债券为平价，即

$$2.5e^{-0.04 \times 0.5} + 2.5e^{-0.045 \times 1.0} + 2.5e^{-0.048 \times 1.5} + 102.5e^{-R \times 2.0} = 100$$

- 得2年期零息利率 R 为4.953%

天数计量

- 互换中通常会指定天数计量惯例
- 例如，美国的LIBOR一般是按“实际天数/360”计算，因为LIBOR是货币市场利率
- 固定利率的天数计量惯例通常为“实际天数/365”或“30/360”
- 本章中忽略天数计量惯例

确认书

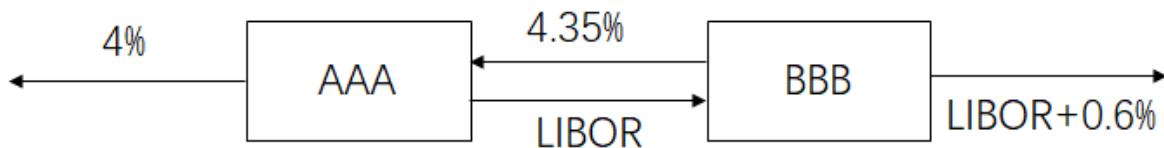
- 确认书明确交易条款
- 国际互换和衍生品协会开发了标准条款，涵盖交易双方之间所有细节
- 目前政府要求大部分标准化衍生品进行集中结算

比较优势的观点

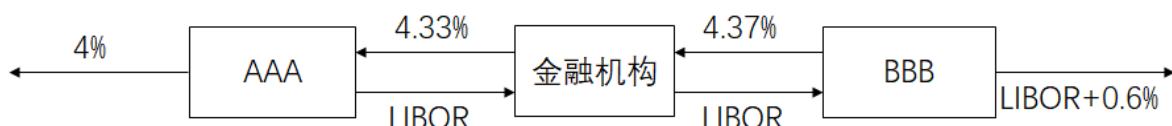
- AAA公司和BBB公司均想借入100万美元，期限为5年
- AAA公司想借入基于6月期LIBOR的浮动利率贷款
- BBB公司想借入固定利率贷款

	固定利率	浮动利率
AAA	4.0%	6个月LIBOR - 0.1%
BBB	5.2%	6个月LIBOR + 0.6%

互换设计



互换设计（含金融机构）



对比较优势观点的批评

- AAA公司和 BBB公司可借用的4.0%及5.2%固定利率是5年期利率
- 而 LIBOR-0.1% 和 LIBOR+0.6% 的浮动利率是6个月期利率
- BBB公司可借用的固定利率取决于其将来能否连续借入既定的浮动利率

利率互换的定价

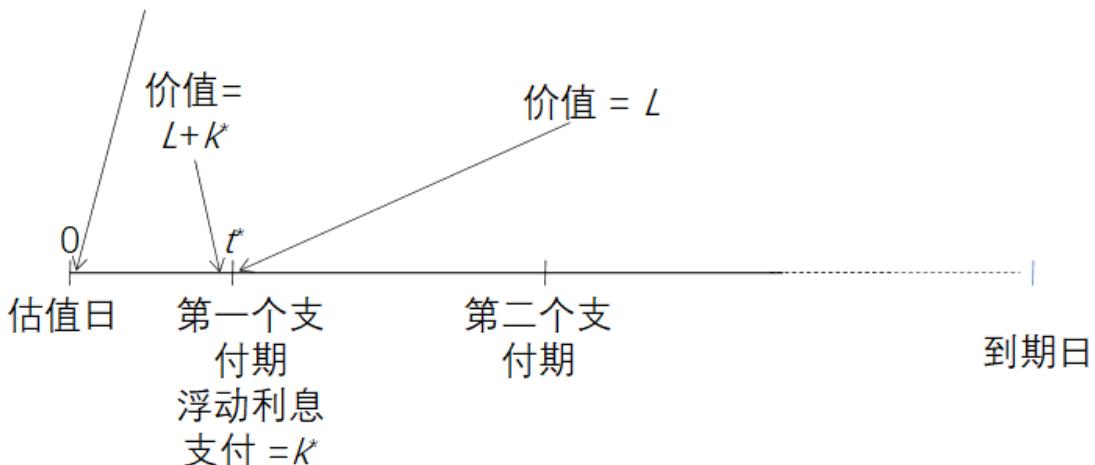
- 最初利率互换价值为零
- 随后，可以根据固定利率债券和浮动利率债券差额来定价
- 将利率互换视为两个债券的差
- 或者，可借由FRA组成的交易组合来定价
- 将利率互换视为由远期利率协议（FRA）组成的交易组合

以债券形式对互换定价

- 将收入固定利率并付出浮动利率的互换，看做固定利率债券的多头与浮动利率债券的空头的组合：
 $V_{swap} = B_{fix} - B_{fl}$
- 将收入浮动利率并付出固定利率的互换，看做浮动利率债券的多头与固定利率债券的空头的组合：
 $V_{swap} = B_{fl} - B_{fix}$
- 固定利率债券使用通用的方法计算
- 浮动利率债券在券息支付后等于面值L

浮动利率债券定价

$$\text{价值} = t^* \text{时刻 } L + k^* \text{的现值} \quad (L+k^*) e^{-r^* t^*}$$



例

- 假定某金融机构同意在互换合约中支付6个月期的LIBOR，同时收入年利率为8%（每半年复利一次）的固定利率，本金1亿美元
- 互换合约还有1.25年的剩余期限
- 对应期限为3个月、9个月和15个月的LIBOR（连续复利）分别为10%、10.5%和11%
- 前一个付款日所对应的LIBOR为10.2%（每半年复利一次）

时间	Bfix 现金流	Bfl 现金流	贴现因子	Bfix 的现值	Bfl 的现值
0.25	4.0	105.100	0.9753	3.901	102.505
0.75	4.0		0.9243	3.697	
1.25	104.0		0.8715	90.640	
总计				98.238	102.505

互换的价格 = $98.238 - 102.505 = -4.267$

以远期合约组合形式对互换定价

- 利率互换协议中每一次现金流的交换，都是一份远期利率协议
- 假定远期利率在将来会实现，进而对FRA定价

例子：

- 假定某金融机构同意在互换合约中支付6个月期的LIBOR，同时收入年利率为8%（每半年复利一次）的固定利率，本金1亿美元
- 还有1.25年的剩余期限
- 对应期限为3个月、9个月和15个月的LIBOR（连续复利）分别为10%、10.5%和11%
- 前一个付款日所对应的LIBOR为10.2%（每半年复利一次）

时间	固定现金流	浮动现金流	净现金流	贴现因子	净现金流的现值
0.25	4.0	-5.100	-1.100	0.9753	-1.073
0.75	4.0	-5.522	-1.522	0.9243	-1.407
1.25	4.0	-6.051	-2.051	0.8715	-1.787
总计					-4.267

隔夜指数互换

- 假定某金融机构同意在互换合约中支付6个月期的LIBOR，同时收入年利率为8%（每半年复利一次）的固定利率，本金1亿美元
- 还有1.25年的剩余期限
- 对应期限为3个月、9个月和15个月的LIBOR（连续复利）分别为10%、10.5%和11%
- 前一个付款日所对应的LIBOR为10.2%（每半年复利一次）
- 也许会认为3个月期的隔夜指数互换利率会等于3个月期的LIBOR利率，但实际上，前者通常会低一些。因为银行A承担了协议中银行B的信用风险，而索取回报
- 隔夜互换利率被视为比LIBOR更接近短期无风险利率
- 3个月期LIBOR与3个月期隔夜互换利率的差被称为LIBOR-OIS溢差，可以用于检验压力市场的受压程度。该溢差一般在10个基点左右，但在2008年10月曾高达364个基点。1年后恢复到正常水平。2010年6月又上升至30个基点

货币互换

- 最简单的货币互换包括在某种货币下的利息及本金与另一种货币下的利息及本金进行互换
- 在利率互换协议中，本金通常无需交换
- 在货币互换协议中，本金通常在期限开始和结束时都需交换
- 通常货币本金互换数量的比率大致与最初的汇率等价
- IBM与BP的货币互换协议，起始日期为2011年2月1日
- IBM支付英镑的利率为5%，同时IBM由BP收入美元的利率为6%，现金流互换频率为1年1次，本金数量分别为1 800万美元和1 000万英镑
- 互换开始，IBM首先支付1 800万美元并收入1 000万英镑
- 每年IBM收入108万美元（即1 800万美元的6%），并支付50万英镑（即1 000万英镑的5%）
- 互换结束时，IBM支付1 000万英镑并收入1 800万美元



IBM的现金流（百万）

日期	美元现金流	英镑现金流
2011年2月1日	-18.00	+10.00
2012年2月1日	+1.08	-0.50
2013年2月1日	+1.08	-0.50
2014年2月1日	+1.08	-0.50
2015年2月1日	+1.08	-0.50
2016年2月1日	+19.08	-10.50

货币互换的应用

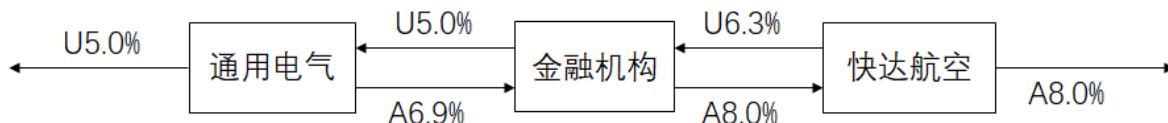
- 将一种货币的贷款转换为另一种货币的贷款
- 将一种货币的资产转换为另一种货币的资产

货币互换的比较优势

- 通用电气想借入2 000万澳元，快达航空想借入1 500万美元
- 当前的汇率为0.75（每澳元所对应的美元数量）
- 考虑税率调整后的货币互换利率

	美元	澳元
通用电气	5.0%	7.6%
快达航空	7.0%	8.0%

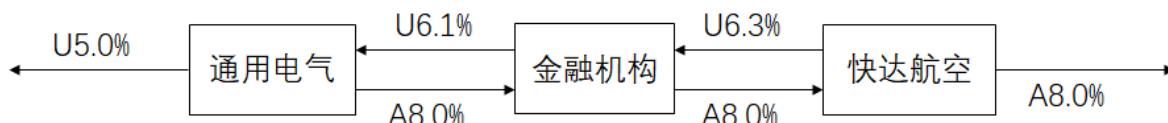
由比较优势而促成的货币互换



快达航空承担外汇风险



通用电气承担外汇风险



货币互换定价

- 类似于利率互换，固定息与固定息货币互换可以被分解为两个债券的差，或一组远期合约的组合

以债券形式对互换定价

- 定义 V_{swap} 为收入美元并支付外币的货币互换的美元价值，则：

$$V_{swap} = B_D - S_0 B_F$$

- 其中， B_F 为互换中外汇现金流所对应的债券并以外币计量的价值， B_D 为互换中本国货币现金流所对应的债券并以美元计算的价值， S_0 为即期汇率
- 互换的价值可以由两个不同货币下的LIBOR、国内货币的利率期限结构及即期汇率来确定
- 类似地，收入外币并同时支付美元的互换价值为：

$$V_{swap} = S_0 B_F - B_D$$

- 日元利率为4%，美元利率为9%，连续复利
- 某公司进入一个货币互换，在互换中收入日元利率为5%，付出美元利率为8%，互换的支付每年一次，货币本金分别为1 000万美元和12亿日元，互换期限为3年，当前汇率是1美元兑110日元

时间	美元CF	美元PV	日元CF	日元PV
1	0.8	0.7311	60	57.65
2	0.8	0.6682	60	55.39
3	0.8	0.6107	60	53.22
3	10.0	7.6338	1 200	1 064.30
总计		9.6439		1,230.55

$$\frac{1230.55}{110} - 9.6439 = 154.30 \text{ 万美元}$$

以远期合约组合形式对互换定价

- 互换合约中的每一个固定息与固定息互换都可以看做是一个外汇远期合约
- 外汇远期合约可以在假定远期汇率会被实现的情况下定价
- 远期外汇汇率为： $F = S e^{(r_f - r_d)T}$

例子：

- 日元利率为4%，美元利率为9%，连续复利
- 某金融机构进入一个货币互换，在互换中收入日元利率为5%，付出美元利率为8%，互换的支付每年一次，货币本金分别为1000万美元和12亿日元，互换期限为3年，当前汇率是1美元兑110日元

时间	美元CF	日元CF	远期汇率	日元CF的 美元价值	NCF	PV
1	-0.8	60	0.009557	0.5734	-0.2266	-0.2071
2	-0.8	60	0.010047	0.6028	-0.1972	-0.1647
3	-0.8	60	0.010562	0.6337	-0.1663	-0.1269
3	-10.0	1200	0.010562	12.6746	+2.6746	2.0417
总计						1.5430

互换与远期

- 互换协议可以视为两份远期协议的组合
- 尽管互换协议的价格在最初通常为零，但每份基础的远期协议的价格并不为零

信用风险

- 互换协议的初始价值为零
- 一段时间后，其价值可能为正也可能为负
- 只有当价值为正时，投资者才面临信用风险敞口
- 一些互换协议比其他的协议更可能导致信用风险敞口

其他类型的互换

- 标准利率互换的变形：浮动利率与浮动利率互换、摊还互换、本金逐步增加的互换、固定期限互换.....
- 其他货币互换：交叉货币利率互换、浮动息与浮动息互换
- 股权互换
- 期权互换
- 商品互换
- 波动率互换

期权市场机制

期权类型

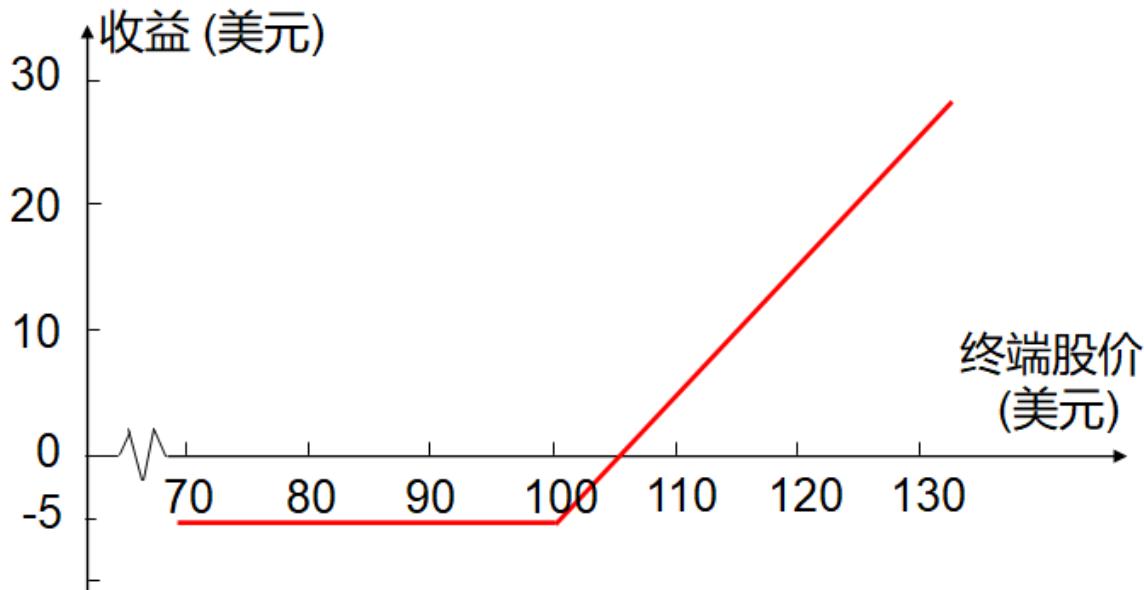
- 看涨期权
- 看跌期权
- 欧式期权
- 美式期权

期权头寸

- 看涨期权多头
- 看跌期权多头
- 看涨期权空头
- 看跌期权空头

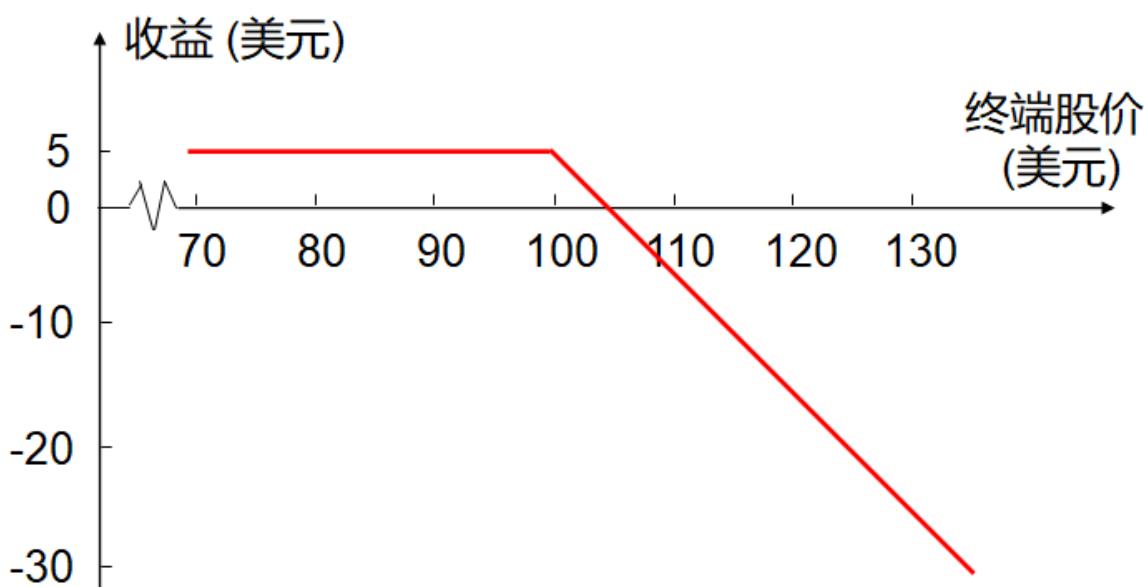
看涨期权多头

买入一只股票的欧式看涨期权收益曲线（期权价格=5美元，执行价格=100美元）



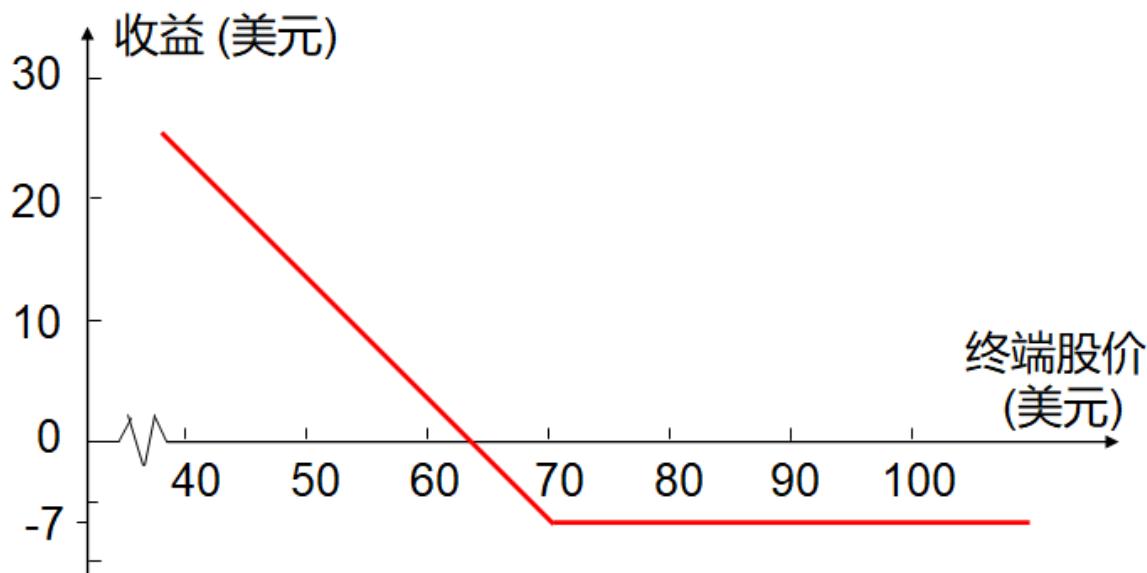
看涨期权空头

卖出一只股票的欧式看涨期权收益曲线（期权价格=5美元，执行价格=100美元）



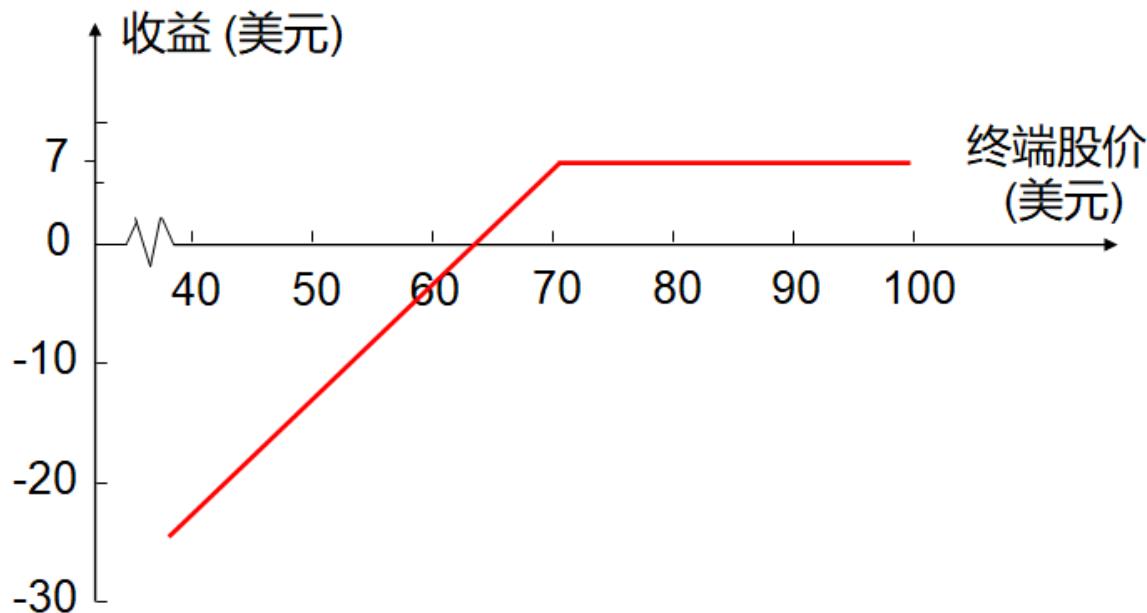
看跌期权多头

买入一只股票的欧式看跌期权收益曲线（期权价格=7美元，执行价格=70美元）



看跌期权空头

卖出一只股票的欧式看跌期权收益曲线（期权价格=7美元，执行价格=70美元）



欧式期权的收益

- 看涨期权多头收益：

$$\max(S_T - K, 0)$$

- 看涨期权空头收益：

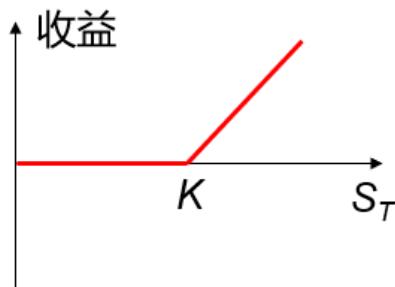
$$-\max(S_T - K, 0) = \min(K - S_T, 0)$$

- 看跌期权多头收益：

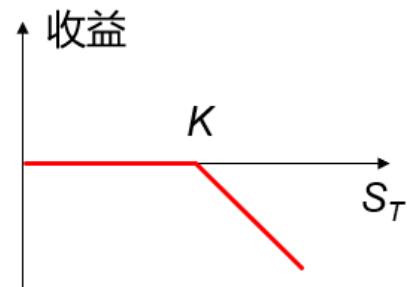
$$\max(K - S_T, 0)$$

- 看跌期权空头收益：

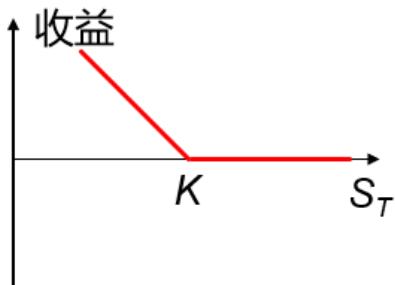
$$-\max(K - S_T, 0) = \min(S_T - K, 0)$$



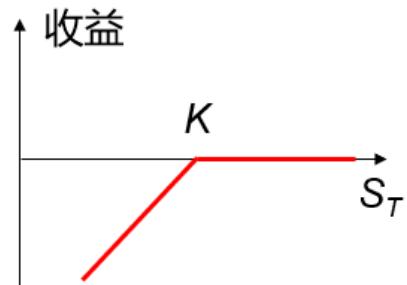
看涨期权多头



看涨期权空头



看跌期权多头



看跌期权空头

期权的标的资产

- 股票
- 货币
- 股指
- 期货

期权特征

- 到期日
- 执行价格
- 欧式或美式
- 看涨或看跌

期权类与期权系列

- 对于任何资产，在任何给定的时刻市场上都可能有许多不同的期权在交易
- 所有类型相同的期权（看涨或看跌）都可以归为一个期权类，如IBM的看涨期权为一类，IBM的看跌期权为另一类
- 一个期权系列是由具有相同到期日及执行价格的某个给定类型的所有期权，即某期权系列是指市场交易中某个特定的合约，如10月份70 IBM看涨期权是一个期权系列

实值期权、平值期权与虚值期权

- 对于看涨期权：
 - 实值期权： $S > K$
 - 平值期权： $S = K$
 - 虚值期权： $S < K$
- 对于看跌期权：
 - 实值期权： $S < K$
 - 平值期权： $S = K$
 - 虚值期权： $S > K$
- 显然，期权只有在实值期权时才会被行使

内涵价值与时间价值

- 期权的内涵价值定义为0与期权被立即行使的价值的最大值
 - 看涨期权的内涵价值为： $\max(S - K, 0)$
 - 看跌期权的内涵价值为： $\max(K - S, 0)$
- 一个实值美式期权的价值至少等于其内涵价值，因为可以马上行使期权来实现其内涵价值
- 通常一个实值美式期权的持有者最好的做法是等待而不是立即执行期权，这种期权称为具有时间价值
- 期权的整体价值等于内涵价值与时间价值的和

股息及股票分股

- 当公司发放现金股息时，期权不做任何调整
- 当存在n对m股票分股时
 - 交割价格减至： $(m/n) K$
 - 期权数量增至： $(n/m) N$
 - 考虑可以让持有者以每股30美元的价格买入100只股票的看涨期权，假定公司进行了2对1股票分股，期权合约的条款将变为持有者以每股15美元的价格买入200只股票
- 股票期权对股票股息进行调整，方式类似于股票分股
 - 例如20%的股票股息等价于6对5股票分股
 - 考虑可以让持有者以每股15美元的价格出售100只股票的看跌期权，假定公司发放25%的股票股息，这等价于5对4股票分股，期权合约的条款将变为持有者以每股12美元的价格买入125只股票

做市商

- 大多数交易所都采用做市商制度来促成交易
- 一个期权的做市商是一个当需要时会报出买入价和卖出价的人
- 在报价时，做市商并不知道询问价格的一方是要买入还是卖出期权
- 卖出价一定要高于买入价，差额就是买卖差价

- 做市商的存在，可以确保买卖指令在没有延迟的情况下在某一价格立即执行

保证金

- 裸露期权指期权不与标的资产并用
- 在芝加哥期权交易所，卖出裸露看涨期权的初始保证金是以下两个数量中的最大值：
 - 变卖期权所得金额的100%，加上20%的标的股票价值，减去（如果存在）期权的虚值数量
 - 变卖期权所得金额的100%，加上10%的标的股票价值
- 卖出裸露看跌期权的初始保证金是以下两个数量中的最大值：
 - 变卖期权所得金额的100%，加上20%的标的股票价值，减去（如果存在）期权的虚值数量
 - 变卖期权所得金额的100%，加上10%的执行价格
- 由于包含广泛股票的股指比单个股票的波动率要小，因此在计算中，用15%代替20%

认股权证

- 认股权证是由金融机构和非金融机构发行的期权
- 一家金融机构可以发行认股权证，并同时创立关于这些权证的市场，为了行使权证，投资者需要同金融机构取得联系
- 非金融机构一般在债券发行时应用认股权证

雇员股票期权

- 雇员股票期权是公司发给高管的看涨期权，是一种报酬形式
- 发行时，期权通常为平值
- 当期权被行使时，公司发行股票，将其按执行价格出售给期权持有者
- 期权被视作费用，计入利润表

可转换债券

- 可转换债券是公司发行并在将来以预定比例转换为股票的债券
- 可转换债券是含有对公司股票看涨期权的债券

股票期权的性质

股票期权的性质

- 在严格地对衍生产品建立模型之前，我们应该问这样的基本问题：有哪些性质是无论我们选择什么模型都会始终保持不变的呢？
- 如果能找出这些性质，我们就能以此为指导去寻找有意义的衍生产品模型。通过各种不同的理论和工具，可以建立起无数的模型，但我们这章讨论的性质，任何一个模型都必须满足
- 因此，这些性质很重要，我们用以获得这些性质的方法也非常基本和重要
- 我们将讨论影响股票期权价格的因素，将采用一些不同形式的套利方式来探讨欧式期权价格、美式期权价格和标的资产价格之间的关系式，其中最重要的关系式为欧式看涨期权和看跌期权价格之间的看跌 - 看涨平价关系式
- 我们还将讨论美式期权是否应该提前行使，将证明提前行使无股息股票上的美式看涨期权肯定不会是最佳选择，但是在一定条件下，提前行使这种股票上的看跌期权则是最佳选择

符号

- c : 欧式看涨期权价格
- p : 欧式看跌期权价格
- C : 美式看涨期权价格
- P : 美式看跌期权价格
- S_0 : 股票当前价格
- S_T : 股票到期时价格
- T : 期权期限
- K : 期权执行价格
- σ : 股票价格的波动率
- r : 连续复利下的无风险利率
- D : 期权期限内发放股息的现值

变量对期权价格的影响

变量	c	p	C	P
S_0	+	-	+	-
K	-	+	-	+
T	?	?	+	+
s	+	+	+	+
r	+	-	+	-
D	-	+	-	+

假设

- 没有交易费用
- 对于所有交易盈利（减去交易损失）的税率相同
- 投资者可以按无风险利率借入和借出资金
- 市场上不存在套利机会

美式期权和欧式期权

- 美式期权的价值至少等于欧式期权： $C \geq c$, $P \geq p$
- 证明：如果 $C < c$, 那么卖出欧式看涨期权，买入美式看涨期权， $c - C$ 将是你的套利收入。为保持这个数值，美式期权在到期日之前不行权，到期日时，或者两个期权毫无价值，或者来自欧式期权的损失可利用美式期权弥补。看跌期权同理

期权价格的上限

看涨期权价格的上限是股票价格

$$c \leq S_0, \quad C \leq S_0$$

美式看跌期权价格的上限是执行价格

$$P \leq K$$

欧式看跌期权价格的上限是执行价格的现值

$$p \leq K e^{-rT}$$

无股息股票欧式看涨期权的下限

- 考虑两个交易组合：
 - 组合A：一个欧式看涨期权加在T时刻提供收入K的零息债券
 - 组合B：一股股票
- 组合A在T时刻的价值为： $\max(S_T, K)$
- 组合B在T时刻的价值为： S_T
- 因此，组合A的价值总不会低于组合B的价值，在无套利条件下，有 $c + K e^{-rT} \geq S_0$ ，即 $c \geq S_0 - K e^{-rT}$
- 期权不能为负值，因此无股息股票欧式看涨期权下限为：
- $c \geq \max(S_0 - K e^{-rT}, 0)$

无股息股票欧式看跌期权的下限

- 考虑两个交易组合：
 - 组合C：一个欧式看跌期权加一股股票
 - 组合D：在T时刻提供收入K的零息债券
- 组合C在T时刻的价值为： $\max(S_T, K)$
- 组合D在T时刻的价值为： K
- 因此，组合C的价值总不会低于组合D的价值，在无套利条件下，有 $p + S_0 \geq K e^{-rT}$ ，即 $p \geq K e^{-rT} - S_0$
- 期权不能为负值，因此无股息股票欧式看跌期权下限为：
- $p \geq \max(K e^{-rT} - S_0, 0)$

看跌-看涨平价关系式

- 考虑以下两个组合：
 - 组合A：一个欧式看涨期权加在T时刻提供收入K的零息债券
 - 组合C：一个欧式看跌期权加一股股票
- 两个期权在到期时价值均为： $\max(S_T, K)$
- 组合A和组合C在今天应该有同等的价值， 可得看涨看跌平价关系式：
 - $c + Ke^{-rT} = p + S_0$
 - c和p可相互推导

$$c - p = S_0 - Ke^{-rT}$$

看跌-看涨平价关系式与资本结

$$c + PV(K) = p + A_0$$

提前行使期权

- 通常， 美式期权有可能提前行使， 即 $C \geq c, P \geq p$
- 无股息看涨期权是一个例外， 它永远不应被提前行使， 即 $C = c$

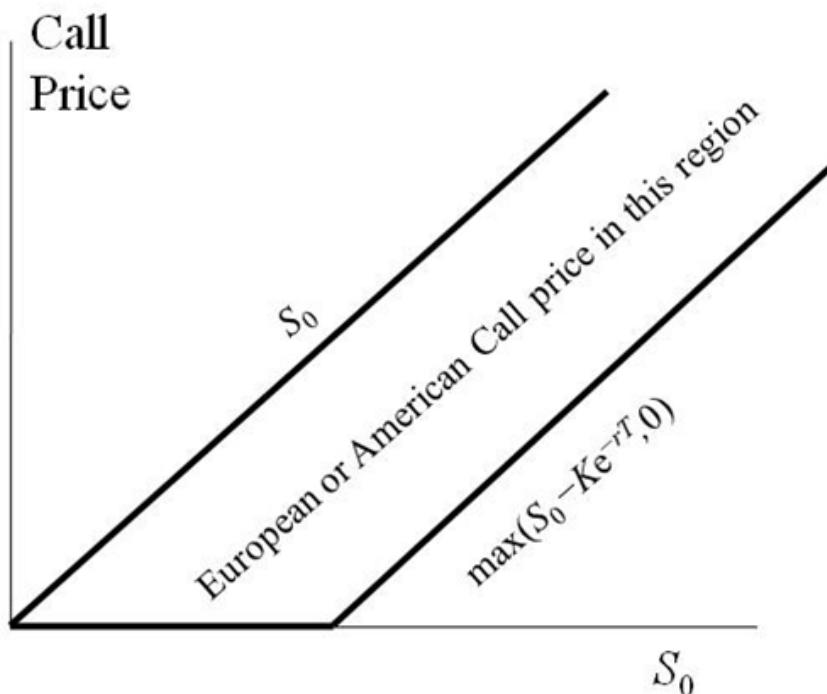
证明

- 已知公式： $c \geq S_0 - Ke^{-rT}$
- 则： $C \geq c \geq S_0 - Ke^{-rT}$
- 因为 $r > 0$, 则： $C > S_0 - K$
- 若提前行使期权, 则： $C = S_0 - K$
- 因此, 提前行使期权不会最优
- 即： $C = c$

不提前行使期权的原因

- 第一个原因同期权所提供的保险有关：当拥有期权而不是股票时，持有者拥有价格保险。一旦期权被行使后，执行价格同股票互换，保险也因此消失
- 另一个原因是货币的时间价值有关：对期权持有者而言，支付执行价格越迟越好

欧式与美式看涨期权价格的上下限

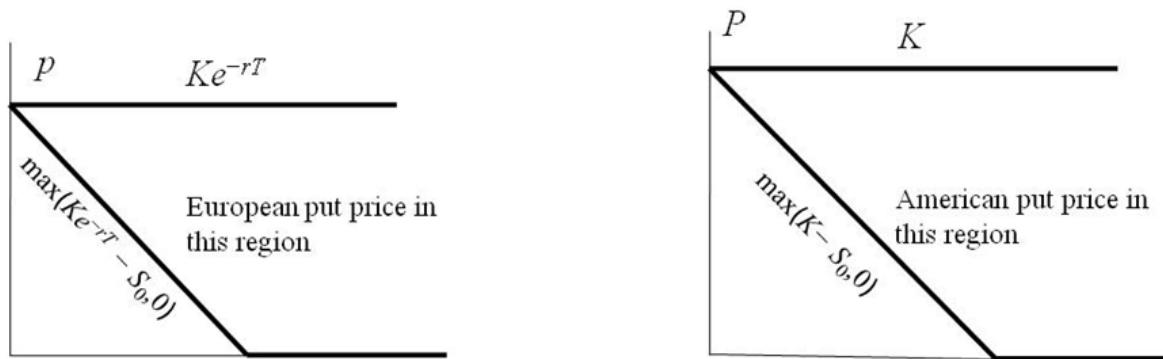


$$\max(S_0 - Ke^{-rT}, 0) \leq c = C \leq S_0$$

看跌期权是否应提前行使

- 提前行使无股息股票的看跌期权有时可能是最优的
 - 考虑一个极端情形，假定执行价格为10美元，股票价格几乎为0，则立即行使期权，投资者可马上获取近10美元；若选择等待，行使期权的盈利可能低于10美元，但不可能高于10美元，因为股票的价值不可能为负值，而且现在收到10美元要比将来收到10美元更好，所以期权应该被马上执行
 - 当同时持有股票和看跌期权时，看跌期权可以为期权持有者在股票价格下跌到一定水平时提供保险。但与看涨期权不同的是，放弃这一保险而提前行使期权能立即实现执行价格可能为更优
 - 一般来讲，当 S_0 减小， r 增大，delta减小时，提前行使期权可能会更有利
-
- 已知公式 $p \geq K e^{-rT} - S_0$ ，对于价格为P的美式看跌期权而言，总可以马上行使期权，因此总可以满足更强的条件 $P \geq K - S_0$
 - 只要 $r > 0$ ，当股票价格足够低时，立即行使美式期权总是最佳的

欧式和美式看跌期权价格的上下限



$$\max(K e^{-rT} - S_0, 0) \leq p \leq K e^{-rT}$$
$$\max(K - S_0, 0) \leq P \leq K$$

美式期权价格关系式

虽然看涨看跌平价关系式只对欧式期权成立，但我们可以得出没有股息时，美式期权服从的关系式

$$S_0 - K \leq C - P \leq S_0 - K e^{-rT}$$

- $P \geq p = c + Ke^{-rT} - S_0 = C + Ke^{-rT} - S_0$, 得 $C - P \leq S_0 - Ke^{-rT}$
- 考虑两个组合E和F, 具有相同的执行价格和到期日:
 - 组合E: 一个欧式看涨期权加数量为K的现金
 - 组合F: 一个美式看跌期权加一只股票
- 假定现金投资收益率为无风险利率, 看跌期权不被提前执行, 则在T时刻
 - 组合E价值为: $\max(S_T - K, 0) + Ke^{rt} = \max(S_T, K) - K + Ke^{rt}$
 - 组合F价值为: $\max(S_T, K)$
- 此时, 组合E的价值不会低于组合F的价值
- 假定看跌期权在时刻 t 被执行, 则组合F在 t 时刻价值为K, 但是即使看涨期权价值为0, 组合E中的现金此时为 Ke^{rt} , 同样组合E的价值不会低于组合F的价值
- 因此, 在无套利假设下, $c + K \geq P + S_0$, 即 $S_0 - K \leq c - P$
- 又 $C = c$, 则 $S_0 - K \leq C - P$
- 综上所述, 美式期权价格关系式成立:
- $S_0 - K \leq C - P \leq S_0 - Ke^{-rT}$

股息对于期权的影响

- 之前我们的讨论都是假设标的股票不支付任何股息
- 接下来我们讨论股息对期权价格的影响
 - 下限
 - 提前行使
 - 看跌-看涨平价关系式

下限

- 将A与B交易组合重新定义如下：
 - 组合A：一个欧式看涨期权加数量为 $D + Ke^{-rT}$ 的现金
 - 组合B：一只股票
- 此时易证明： $c \geq S_0 - D - Ke^{-rT}$
- 将C与D交易组合重新定义如下：
 - 组合C：一个欧式看跌期权加一只股票
 - 组合D：数量为 $D + Ke^{-rT}$ 的现金
- 此时易证明： $p \geq D + Ke^{-rT} - S_0$

提前行使

- 当股息在预计之中时，将不再有美式看涨期权不会被提前行使的结论
- 有时在除息日之前，行使美式看涨期权为最优，在其它时刻行使不会是最优策略
- 我们在后面章节将进一步讨论

看跌 - 看涨平价关系式

- 比较T时刻经过重新定义的组合A和组合C的价格
 - 组合A：一个欧式看涨期权加数量为 $D + Ke^{-rT}$ 的现金
 - 组合C：一个欧式看跌期权加一只股票
- 可以得出当存在股息时，欧式期权看跌-看涨平价关系式变为：

$$c + D + Ke^{-rT} = p + S_0$$

美式期权价格关系式

- 美式期权价格关系式变为：
- $S_0 - D - K \leq C - P \leq S_0 - Ke^{-rT}$
- 在无股息的模型中， $C - P \leq S_0 - Ke^{-rT}$
- 存在股息D时，将减少C而等量增加P，因此存在股息时，不等式仍成立
- 考虑以下修正的两个组合：
 - 组合E：一个欧式看涨期权加数量为K+D的现金
 - 组合F：一个美式看跌期权加一只股票
- 假定现金投资收益率为无风险利率，看跌期权不被提前执行，则在T时刻
 - 组合E的价值为： $\max(S_T - K, 0) + (K + D)e^{rT}$
 - $= \max(S_T, K) - K + K e^{rT} + De^{rT}$
 - 组合F的价值为： $\max(S_T, K) + De^{rT}$
- 此时，组合E的价值不会低于组合F的价值
- 假定看跌期权在时刻t被执行，则组合F在t时刻价值为 $K + De^{rt}$ ，但是即使看涨期权价值为0，组合E中的现金此时为 $De^{rt} + Ke^{rt}$ ，同样组合E的价值不会低于组合F的价值
- 因此，在无套利假设下， $c + K + D \geq P + S_0$
即 $S_0 - D - K \leq c - P$
- 又，美式期权行使期权的机会包括欧式期权行使期权的机会，因此 $C \geq c$ ，则 $S_0 - D - K \leq C - P$
- 美式期权价格关系式为： $S_0 - D - K \leq C - P \leq S_0 - Ke^{-rT}$

期权交易策略

可供选择的策略

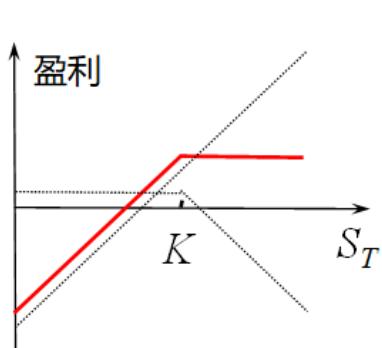
- 期权与零息债券（保本债券）
- 期权与标的资产
- 同一标的资产上的两个或更多相同类型的期权（差价）
- 同一标的资产上的两个或更多不同类型的期权（组合）

保本债券

- 允许投资者对风险资产建立头寸，而不用冒本金风险
- 例：考虑以下1000美元的投资机会
 - 3年期零息债券，本金1000美元
 - 标的物为股票组合的3年期欧式平值看涨期权
- 可行性依赖于
 - 股息水平
 - 利率水平
 - 组合的波动率
- 标准化产品的变异

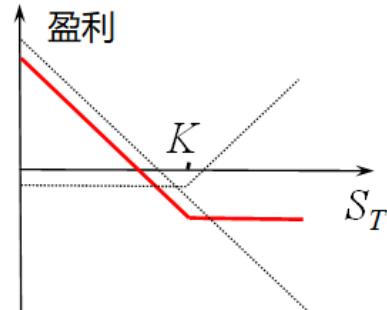
- 提高期权的执行价格
- 投资者的收益封顶
- 投资者收益依赖于组合的平均价格（而不是最后价格）
- 指明一个将期权敲出的临界水平

期权与标的资产的组合

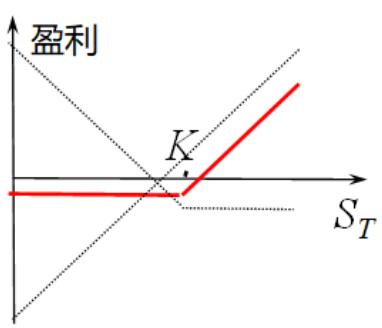


标的资产多头与看涨期权空头的组合

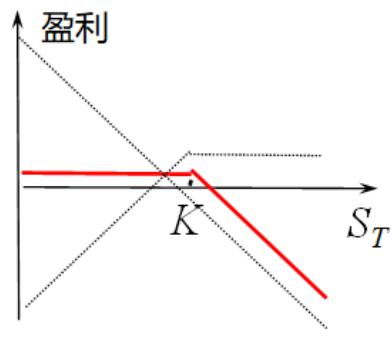
$$p + S_0 = c + Ke^{-rT} + D$$



标的资产空头与看涨期权多头的组合



标的资产多头与看跌期权多头的组合

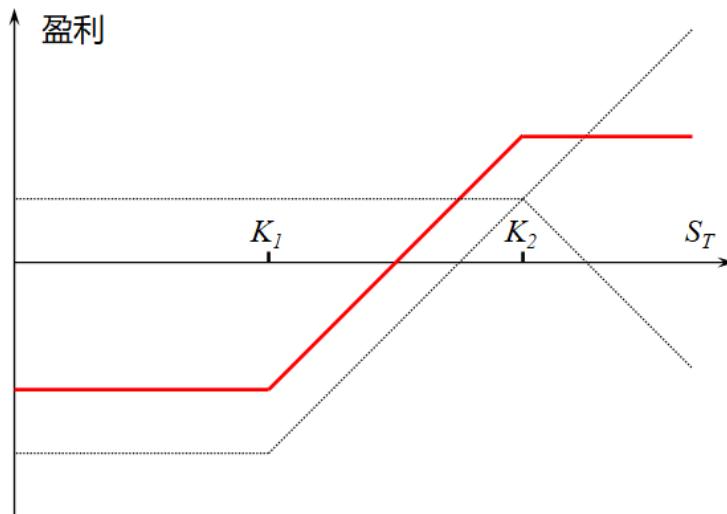


标的资产空头与看跌期权空头的组合

差价

- 差价是指将具有相同类型的两个或多个期权（由两个或更多个看涨期权，或两个或更多个看跌期权）组合在一起的交易策略
 - 牛市差价
 - 熊市差价

由看涨期权构造的牛市差价



- 买入较低执行价格看涨期权，卖出较高执行价格看涨期权，两个期权的标的资产相同、期限相同

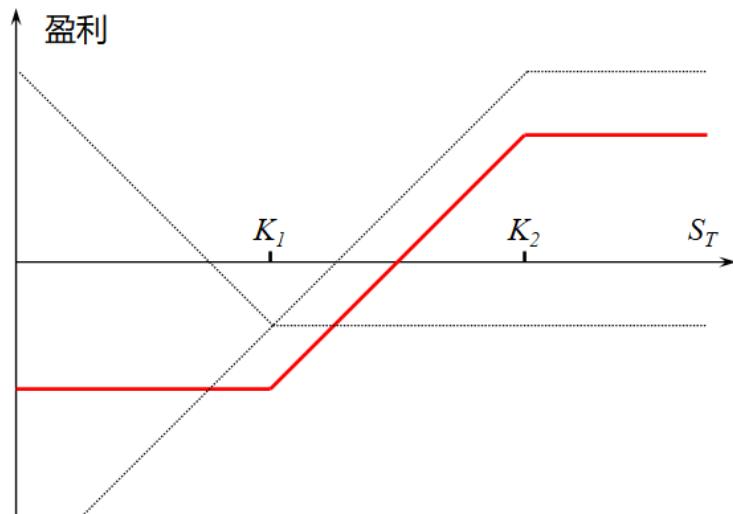
标的资产价格	看涨期权 多头的收益	看涨期权 空头的收益	整体收益
$S_T \leq K_1$	0	0	0
$K_1 < S_T < K_2$	$S_T - K_1$	0	$S_T - K_1$
$S_T \geq K_2$	$S_T - K_1$	$K_2 - S_T$	$K_2 - K_1$

例子

- 某投资人以3美元价格买入一个执行价格为30美元的看涨期权并同时以1美元的价格卖出一个执行价格为35美元的看涨期权
- 这一牛市差价策略的成本为 $3 - 1 = 2$ 美元

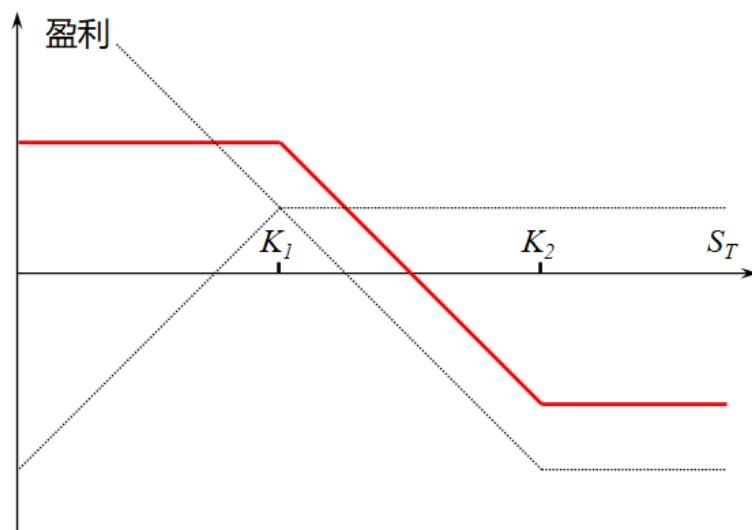
标的资产价格	盈利
$S_T \leq 30$	-2
$30 < S_T < 35$	$S_T - 32$
$S_T \geq 35$	3

由看跌期权构造的牛市差价



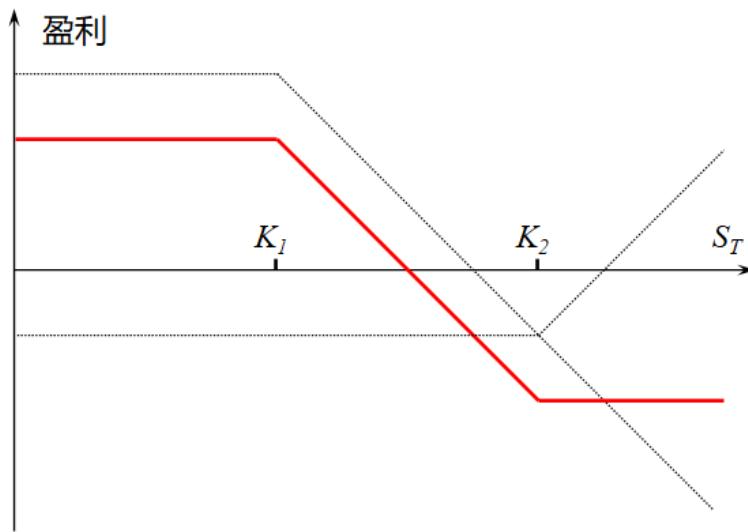
- 买入较低执行价格看跌期权，卖出较高执行价格看跌期权。
与看涨期权构造的牛市差价不同，看跌期权构造的牛市差价给投资者在最初带来一个正现金流，收益为负或为0₁₀

由看跌期权构造的熊市差价



- 买入较高执行价格看跌期权，卖出较低执行价格看跌期权

由看涨期权构造的熊市差价



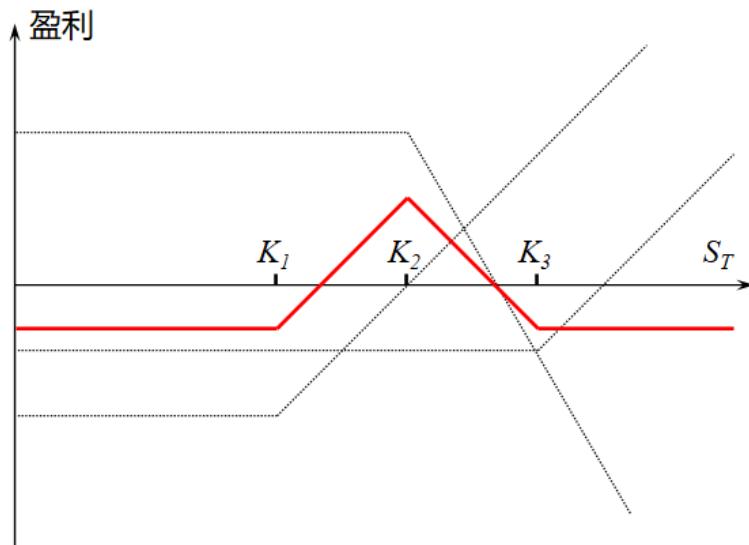
- 买入较高执行价格看涨期权，卖出较低执行价格看涨期权

盒式差价

- 盒式差价是看涨期权组成的牛市差价和看跌期权组成的熊市差价的组合
- 欧式期权的盒式差价为执行价格之差的现值
- 美式期权的盒式差价不一定为执行价格之差的现值

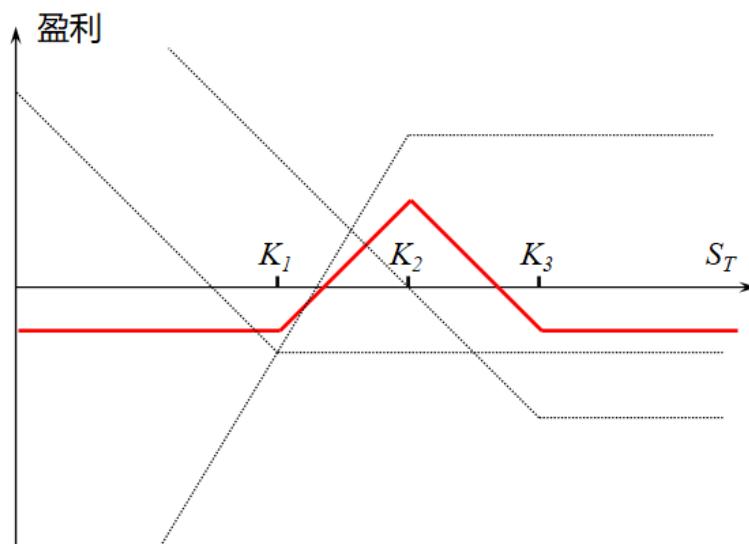
标的资产价格	牛市差价收益	熊市差价收益	整体收益
$S_T \leq K_1$	0	$K_2 - K_1$	$K_2 - K_1$
$K_1 < S_T < K_2$	$S_T - K_1$	$K_2 - S_T$	$K_2 - K_1$
$S_T \geq K_2$	$K_2 - K_1$	0	$K_2 - K_1$

由看涨期权构造的蝶式差价



- 买入较低执行价格 K_1 的看涨期权，买入较高执行价格 K_3 的看涨期权，卖出两个执行价格 K_2 的看涨期权，其中 K_2 为 K_1 及 K_3 的中间值。通常 K_2 接近于当前股票价格

由看跌期权构造的蝶式差价

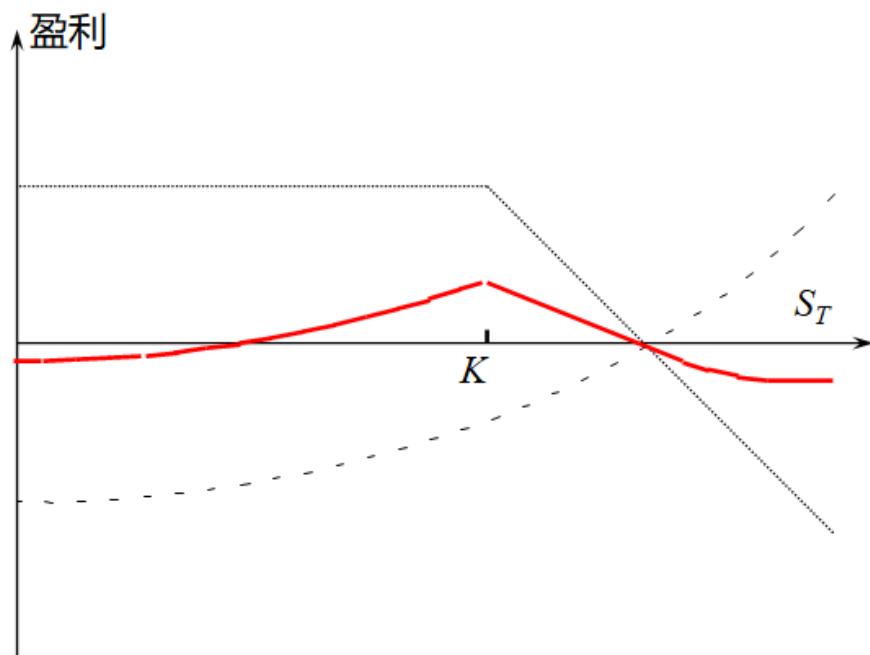


- 买入较低执行价格和较高执行价格的两个看跌期权，卖出两个具有中间执行价格的看跌期权

日历差价

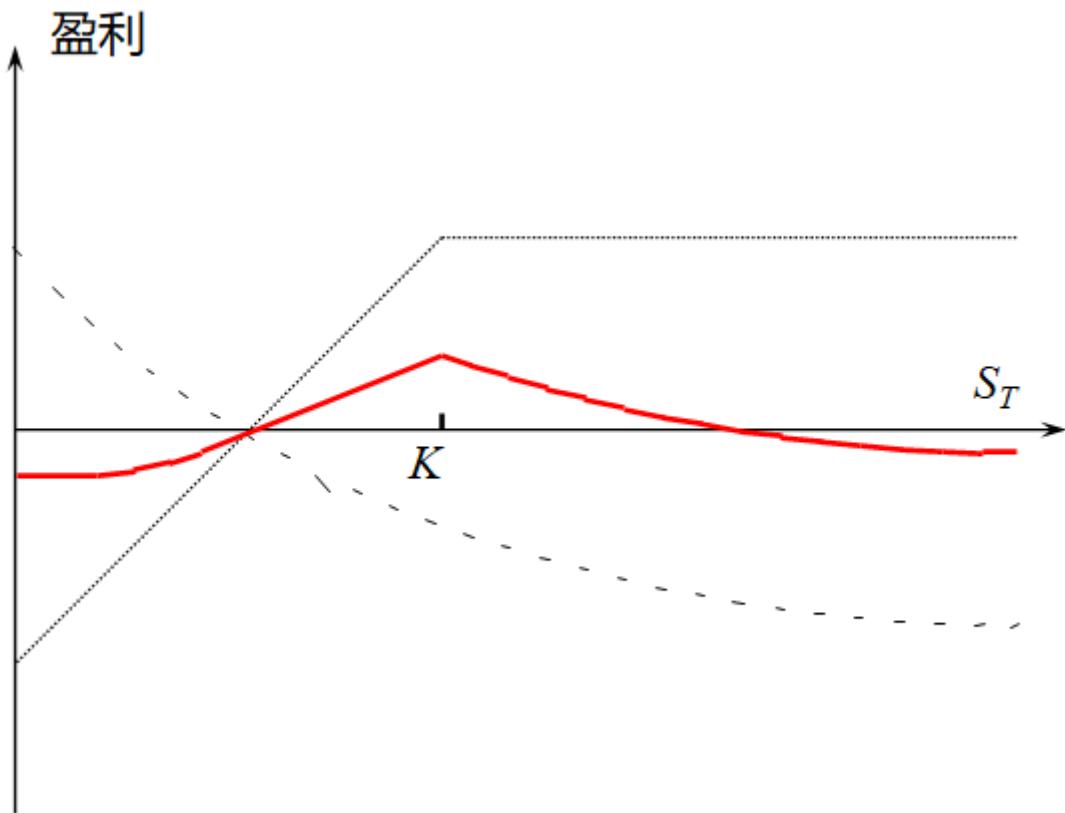
- 日历差价构成期权具有相同的执行价格却具有不同的到期日
- 日历差价可以由看涨期权空头和同样执行价格、较长期限看涨期权的多头来构造
- 期权的期限越长，期权的价格也会更加昂贵，因此日历差价需要一定的初始投资
- 通常价格日历差价的盈利实现在较短期限期权的到期日，而较长期限期权会被出售

由看涨期权构造的日历差价



- 日历差价的盈利形状与蝶式差价类似

由看跌期权构造的日历差价



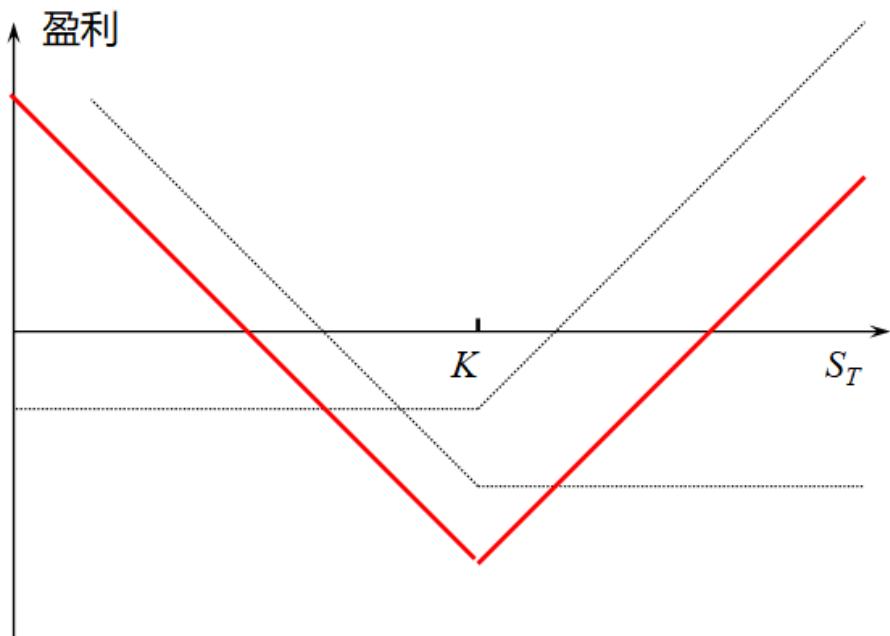
日历差价的类型

- 中性日历差价：执行价格接近标的资产当前价格
- 牛市日历差价：较高的执行价格
- 熊市日历差价：较低的执行价格

组合

- 组合是一种包括对于同一标的资产上看涨期权与看跌期权的交易策略
 - 跨式组合
 - 序列组合带式组合
 - 异价跨式组合

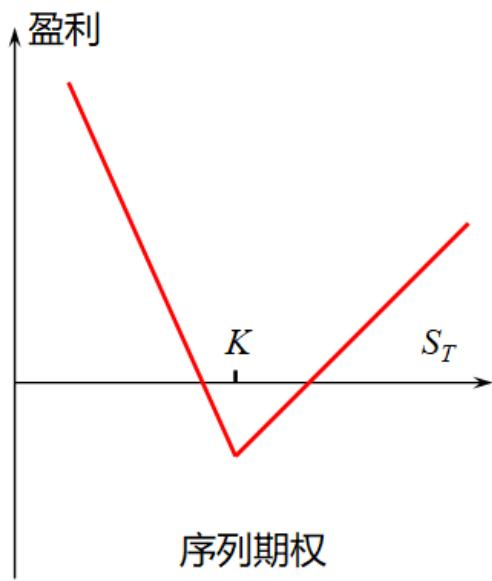
跨式组合



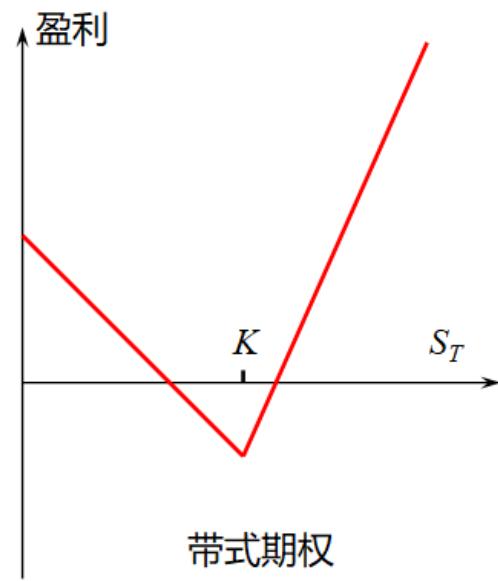
- 买入相同执行价格与期限的看涨期权和看跌期权

标的资产价格	看涨期权收益	看跌期权收益	整体收益
$S_T \leq K$	0	$K - S_T$	$K - S_T$
$S_T > K$	$S_T - K$	0	$S_T - K$

序列组合与带式组合



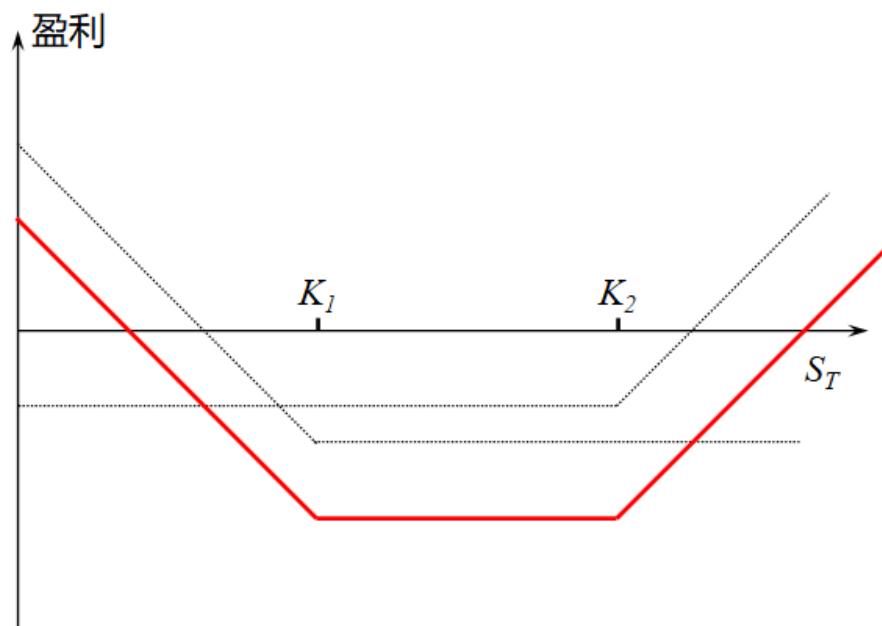
序列期权



带式期权

- ◆ 序列组合：一个看涨期权和两个看跌期权的组合
- ◆ 带式组合：两个看涨期权和一个看跌期权的组合

异价跨式组合



- ◆ 买入相同期限但不同执行价格的看跌和看涨期权

标的资产价格	看涨期权收益	看跌期权收益	整体收益
$S_T \leq K_1$	0	$K_1 - S_T$	$K_1 - S_T$
$K_1 < S_T < K_2$	0	0	0
$S_T \geq K_2$	$S_T - K_2$	0	$S_T - K_2$

二叉树

二叉树

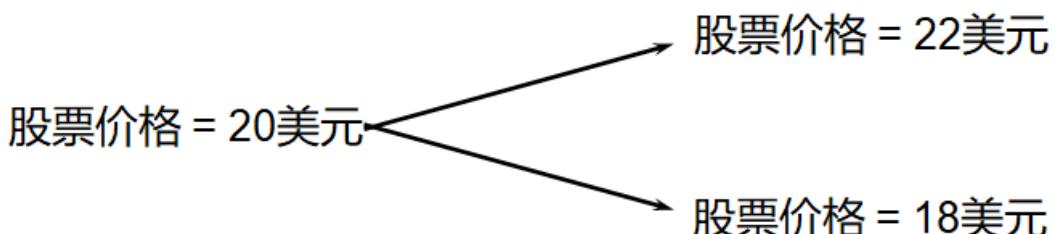
- 期权定价领域中一个有用并很常见的工具是二叉树方法
- 二叉树中，股票价格被假定为服从随机漫步，在树形的每一步，股票价格具有一定的概率向上移动一定的比率，也具有一定的概率会向下移动一定的比率
- 在极限状态下，即步长足够小时，二叉树中的股票价格趋于对数正态分布，而对数正态分布正是布莱克-斯科尔斯模型关于股票价格的假设

意义：

- 解释了用来对期权定价的无套利假设的特点
- 介绍了常常用于美式期权和其他衍生产品定价所用的二叉树数值方法
- 引进了非常重要的风险中性定价原理

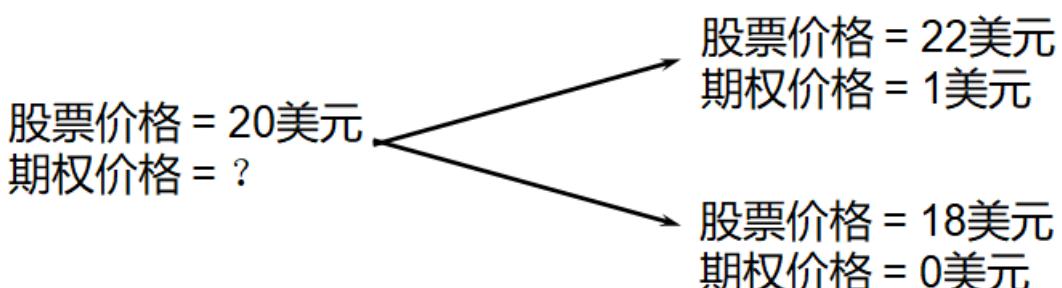
单步二叉树模型

- 股票当前价格为20美元
- 3个月后，股票价格会变为22美元或18美元



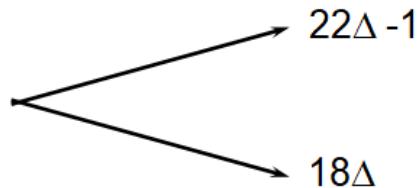
看涨期权

- 3个月看涨期权的执行价格为21美元



构建无风险组合

- 考虑一个组合： Δ 单位股票的多头和一份看涨期权空头



- 当 $22\Delta - 1 = 18\Delta$ ，即 $\Delta = 0.25$ 时，组合是无风险的

组合价值

- 无风险组合：
 - 多头：0.25单位股票
 - 空头：1份期权
- 股价22美元，组合价值： $22 \times 0.25 - 1 = 4.5$ 美元
- 股价18美元，组合价值： $18 \times 0.25 = 4.5$ 美元
- 在无套利机会的前提下，无风险组合的收益率等于无风险利率。假设无风险利率为每年12%，那么该组合现值必须为4.5美元的贴现值，即：

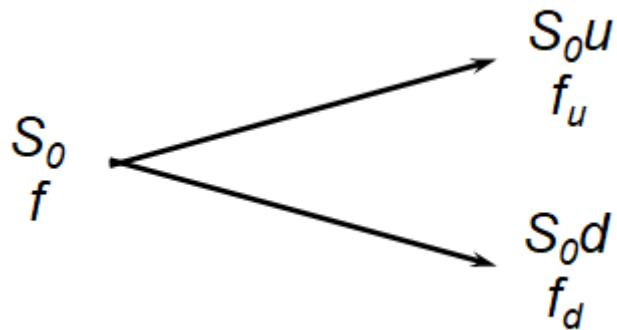
$$4.5e^{-0.12 \times 0.25} = 4.367 \text{ 美元}$$

期权定价

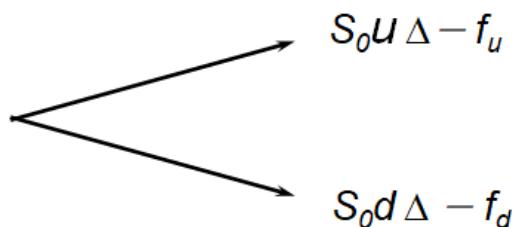
- 无风险组合的现值为：
4.367美元
- 记期权的价格为 f ，则组合现值为：
 $20 \times 0.25 - f = 4.367$
- 因此，期权价值：
 $f = 0.633$ 美元

推广

- 假定股票的价格为 S_0 ，期权的价格为 f ，期权的期限为 T ， $u>1$ ， $d<1$



- 考虑组合： Δ 单位股票多头与1份期权空头



- 当 $S_0u \Delta - f_u = S_0d \Delta - f_d$ 或 时，
组合无风险

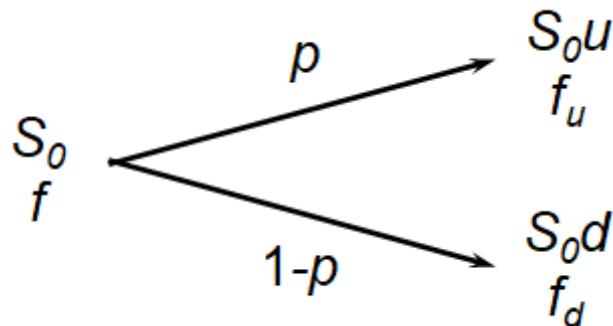
- 在 T 时刻，组合价值为： $S_0u \Delta - f_u$
- 组合的现值为： $(S_0u \Delta - f_u)e^{-rT}$
- 组合的起始成本为： $S_0 \Delta - f$
- 因此： $f = S_0 \Delta - (S_0u \Delta - f_u)e^{-rT}$
- 把 Δ 代入，整理得： $f = [pf_u + (1 - p)f_d]e^{-rT}$
其中： $p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$
- 当股票价格由一步二叉树给出时，上面公式可以用来对期权定价，这个公式的唯一假设是无套利假设

股票期望收益的无关性

- 期权定价公式中没有股票价格上涨或下跌的概率
- 造成这一现象的关键原因是，我们并不是在一个绝对的条件下对期权进行定价的，我们是根据股票的价格来计算期权的价格，未来股票价格上涨与下跌的概率已经包括在它的价格之中

p 作为概率

- 在上述推导中，我们不需要对股票价格上涨与下跌的概率作出任何假设，所需要的只是无套利假设
- 但是，我们仍然可以很自然地可以把 p 和 $(1 - p)$ 理解成股价上升和下降的概率
- $p f_u + (1 - p) f_d$ 是期权收益的期望，按照这种理解，期权今天的价值 $f = [p f_u + (1 - p) f_d] e^{-rT}$ 等于收益期望的贴现值



风险中性定价

- 现在讨论当上涨概率为 p 时，股票的期望收益为多少
- 在 T 时刻，股票的期望值为：

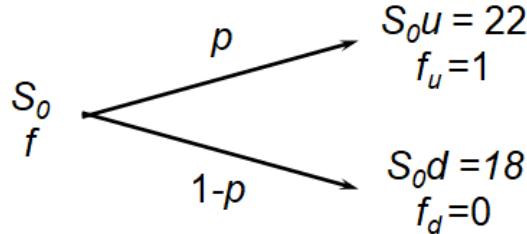
$$E(S_T) = p S_0 u + (1 - p) S_0 d = p S_0 (u - d) + S_0 d$$

- 将 $p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$ 代入，可得 $E(S_T) = S_0 e^{rT}$
- 上式表明，股票价格按无风险利率平均增长。因此，股票价格上涨概率为 p ，等价于股票的收益率为无风险收益率
- $F_0 = S_0 e^{rT}$ ，事实上，理解 p 的一种方法是把它看做股票价格的期望值等于远期价格的概率
- 在一个风险中性世界中，投资者对风险都持中性的态度。在这样的世界里，投资者对风险不要求任何补偿，从而所有证券的期望收益率均等于无风险收益率。因此，当假设股票价格上涨的概率为 p 时，就是在假设世界为风险中性世界
- 以上结果是期权定价领域中非常重要的风险中性定价原理的应用。这个原理说明，在期权定价时我们可以放心地假设世界为风险中性，由此得出的期权价格不仅在风险中性世界正确，在其他世界也是正确的

再论单步二叉树

- 假定股票收益为无风险收益率， p 为概率，则：

$$20e^{0.12 \times 0.25} = 22p + 18(1 - p), p = 0.6523$$



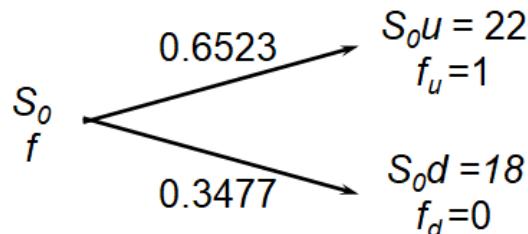
- 当然，我们也可以使用公式：

$$p = \frac{e^{rT} - d}{u - d} = \frac{e^{0.12 \times 0.25} - 0.9}{1.1 - 0.9} = 0.6523$$

用风险中性原理对期权定价

- 期权的价格为：

$$f = e^{-0.12 \times 0.25} (0.6523 \times 1 + 0.3477 \times 0) = 0.633$$

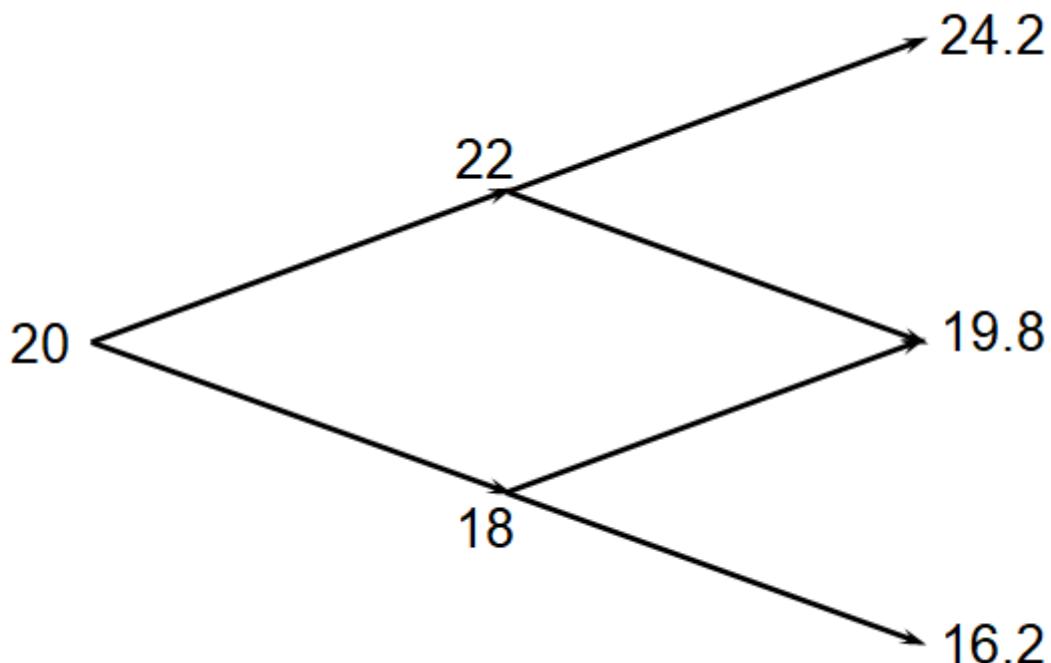


现实世界与风险中性世界

- 应该强调 p 为风险中性世界里股票价格上涨的概率，一般来讲，这一概率与现实世界里股票价格上涨的概率是不同的
- 在前例中， $p=0.6523$ 。当价格上涨的概率为0.6523时，股票及期权的期望收益率为12%。假定现实世界里股票的期望收益率为16%， p^* 表示在现实世界里股票价格上涨的概率
- 由 $22p+18(1-p)=20e^{0.16 \times 0.25}$ ，则 $p^*=0.7041$
- 此时在现实世界里，期权的期望收益为
 - $p \times 1 + (1 - p) \times 0 = 0.7041$
- 不幸的是，我们并不知道用什么样的贴现率对以上的期望值进行贴现，期权头寸比股票头寸的风险更大，因此对于期权期望收益的贴现率比16%更高
- 在不知道期权价格的情况下，我们也不知道贴现率的确切值
- 在风险中性世界里，所有资产的期望收益率和期权的期望收益的贴现率均为无风险利率，因此采用风险中性定价极为方便

两步二叉树

- 假定树中每一步的步长均为3个月，期权期限为6个月，无风险利率 $r = 12\%$ ，执行价格 $K = 21$ 美元



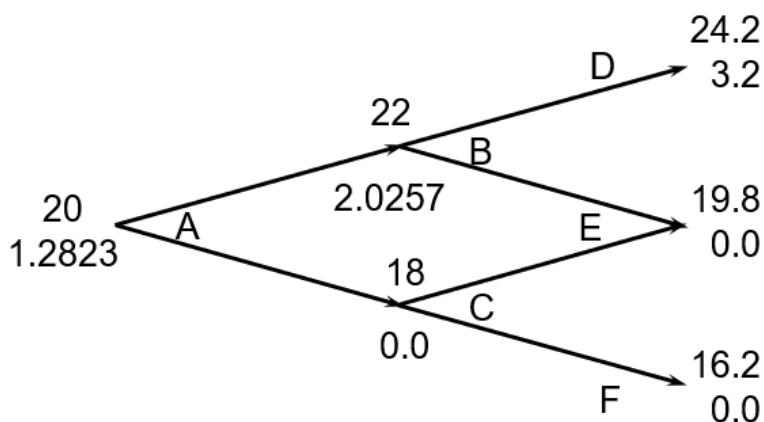
看涨期权定价

- 在B点，期权的价格为：

$$e^{-0.12 \times 0.25} (0.6523 \times 3.2 + 0.3477 \times 0) = 2.0257 \text{ 美元}$$

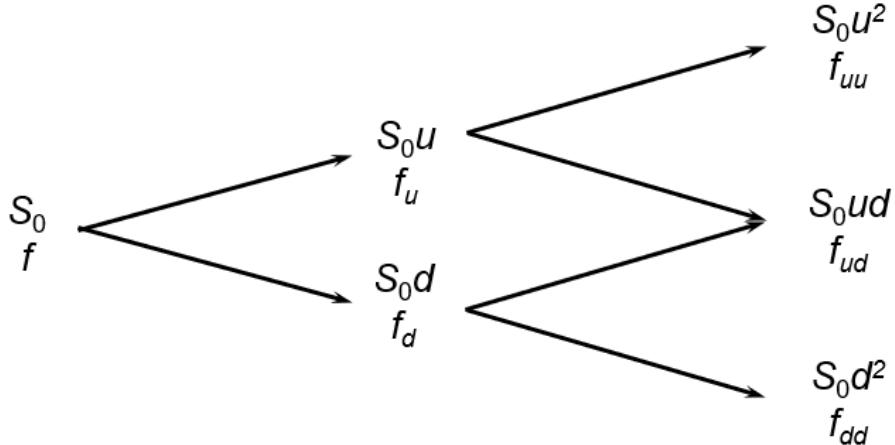
- 在A点，期权的价格为：

$$e^{-0.12 \times 0.25} (0.6523 \times 2.0257 + 0.3477 \times 0) = 1.2823 \text{ 美元}$$



推广

- 假定初始股票价格为 S_0 , 在二叉树的每一步, 股票价格或者上涨为初始价格 u 倍, 或者下跌到初始价格的 d 倍, 期权价值显示在树中
- 假定无风险利率为 r , 二叉树的步长为 Δt 年



- 因为步长为 Δt 年, 则 $f = e^{-r\Delta t}(pf_u + (1-p)f_d)$, $p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$
- 重复应用上式, 可得:

$$f_u = e^{-r\Delta t}(pf_{uu} + (1-p)f_{ud})$$

$$f_d = e^{-r\Delta t}(pf_{ud} + (1-p)f_{dd})$$

$$f = e^{-r\Delta t}(pf_u + (1-p)f_d)$$

- 整理可以得出: $f = e^{-r\Delta t}(p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd})$
- 以上结论与前面提到的风险中性定价理论是一致的, 期权价格等于其在风险中性世界里的期望收益以无风险利率进行贴现所得的数量

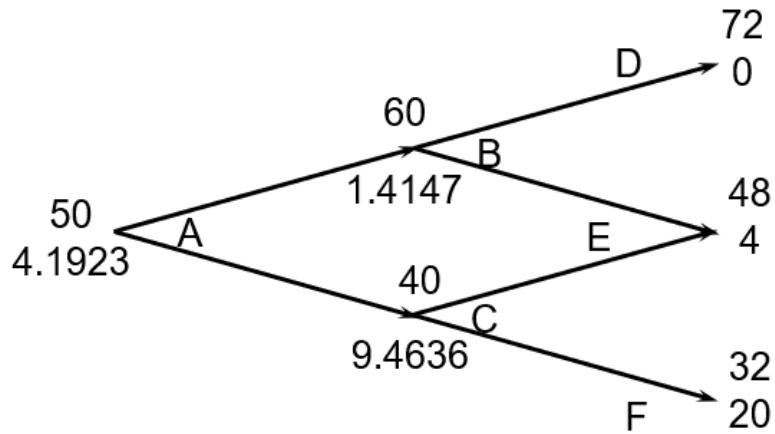
看跌期权

- $K = 52$, $\Delta t=1$, $r = 5\%$, $u = 1.2$, $d = 0.8$

- 则：

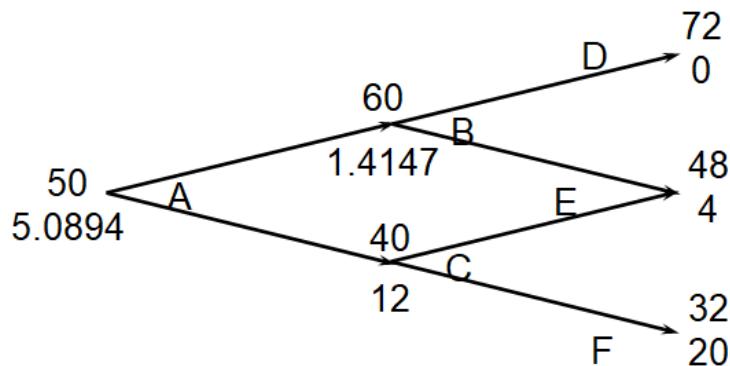
$$p = \frac{e^{0.05 \times 1} - 0.8}{1.2 - 0.8} = 0.6282$$

- $f = e^{-2 \times 0.05 \times 1} (0.6282^2 \times 0 + 2 \times 0.6282 \times 0.3718 \times 4 + 0.3718^2 \times 20)$
 $= 4.193$ 美元



美式期权

- 美式期权定价的过程是从树的末尾出发以倒推的形式推算到树的起始点，在树的每一点上需要检验提前行使期权是否最优
- 在树的最后节点上，期权价格等于欧式期权的价格
- 之前的任何一个节点上期权价格等于以下两个数量的极大值：
 - 由 $f = e^{-\Delta t} (pf_u + (1-p)f_d)$ 计算所得
 - 提前行使期权的收益
- 在例中，B点不会提前行使，但C点会提前行使期权
- 在A点， $f = e^{0.05 \times 1} (0.6282 \times 1.4147 + 0.3718 \times 12) = 5.0894$ 美元

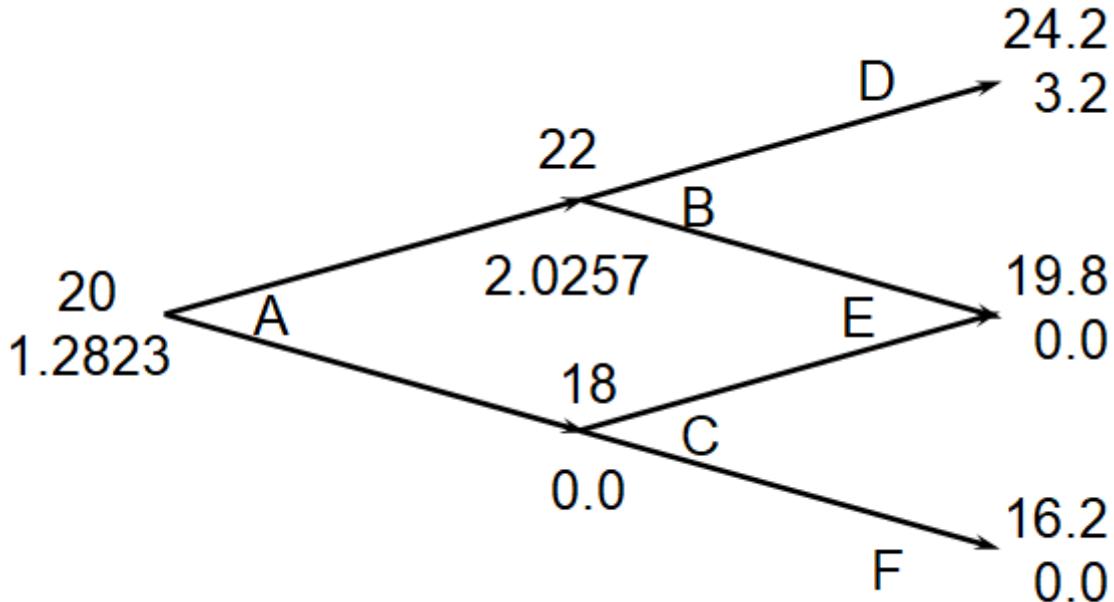


Delta

- Delta 是期权价格变化同股票价格变化之间的比率
- 它是当我们卖出一份期权时，为了构造无风险组合而需要持有的标的股票数量

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d}$$

- 两步二叉树的例子说明，Delta 的值随着时间变化。因此，采取期权或股票进行无风险对冲时，需要不断调整所持股票的数量



构造二叉树

- 在实际中，为了描述股票价格变化而构造二叉树时，会通过选择u和d来使树形与股票价格的波动率相吻合
- 构造二叉树的目的，是为了以一种在经济上合理的方法刻画未来股票价格的不确定性

不确定性

- 对于股票收益率不确定性的常见测度为连续复利的股票收益率的年标准差，记作 σ
- 这个标准差测度了对于股票收益接近期望收益的确信度， σ 较大的股票，收益偏离期望收益的可能性也较大
- 通过对与远期价格相关的股票价格上下变动的建模，将不确定性加入二叉树中，其中，股票价格偏离远期价格的程度与标准差有关
- 后面我们会看到，如果年标准差为， T 内的标准差为

$$\sigma \sqrt{\Delta t}$$

Cox-Ross-Rubinstein树方法

- 对股票价格变动建模如下：

$$uS_0 = S_0 e^{+\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad dS_0 = S_0 e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

- 可以把上述方程重新写成：

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

- Cox-Ross-Rubinstein方法在实际中经常使用
- 但该方法存在一个问题，如果 Δt 很大，或 σ 很小， $e^{r\Delta t} > e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ 是可能的，这就会有无套利机会

$$u > e^{r\Delta t} > d$$

- 在实际中， Δt 很小，这个问题并不会发生
- 远期树方法不存在这个问题

远期树方法

如果未来股票价格不存在不确定性，则下一期的股票价格必定等于远期价格

$$S_T = S_0 e^{rT} = F_0$$

- 对股票价格变动建模如下：

$$uS_0 = F_0 e^{+\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad dS_0 = F_0 e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

- 可以把上述方程重新写成：

$$u = e^{r\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}} \quad d = e^{r\Delta t - \sigma\sqrt{\Delta t}}$$

二叉树公式

- 当二叉树上的步长为 Δt 时，为了与波动率相吻合，取：

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

- 且 $p = \frac{a-d}{u-d}$

- 这里： $a = e^{r\Delta t}$

其他标的资产的期权

- 对于以股指、货币和期货为标的资产的期权，构造二叉树的基本步骤是一样的，除了概率 p 的计算方法有些不同

$$p = \frac{a - d}{u - d}$$

- 无股息股票的期权: $a = e^{r\Delta t}$
- 已知收益率股票的期权: $a = e^{(r-q)\Delta t}$
- 股指期权: $a = e^{(r-q)\Delta t}$
- 货币期权: $a = e^{(r-r_f)\Delta t}$
- 期货期权: $a = 1$

维纳过程和伊藤引理

股票价格的随机游走

- 我们经常说股票价格服从随机游走
- 什么是随机游走?
- 如何在股票价格上应用随机游走模型?
- 想象重复地抛掷一枚硬币。
- 令随机变量Y表示抛掷的结果, 如果硬币正面向上, $Y = 1$, 如果硬币反面向上, $Y = -1$ 。正面向上的概率是50%
- N次抛掷后, 第*i*次的抛掷记为 Y_i , 累计的总数 Z_n 为

$$Z_n = \sum_{i=1}^n Y_i$$

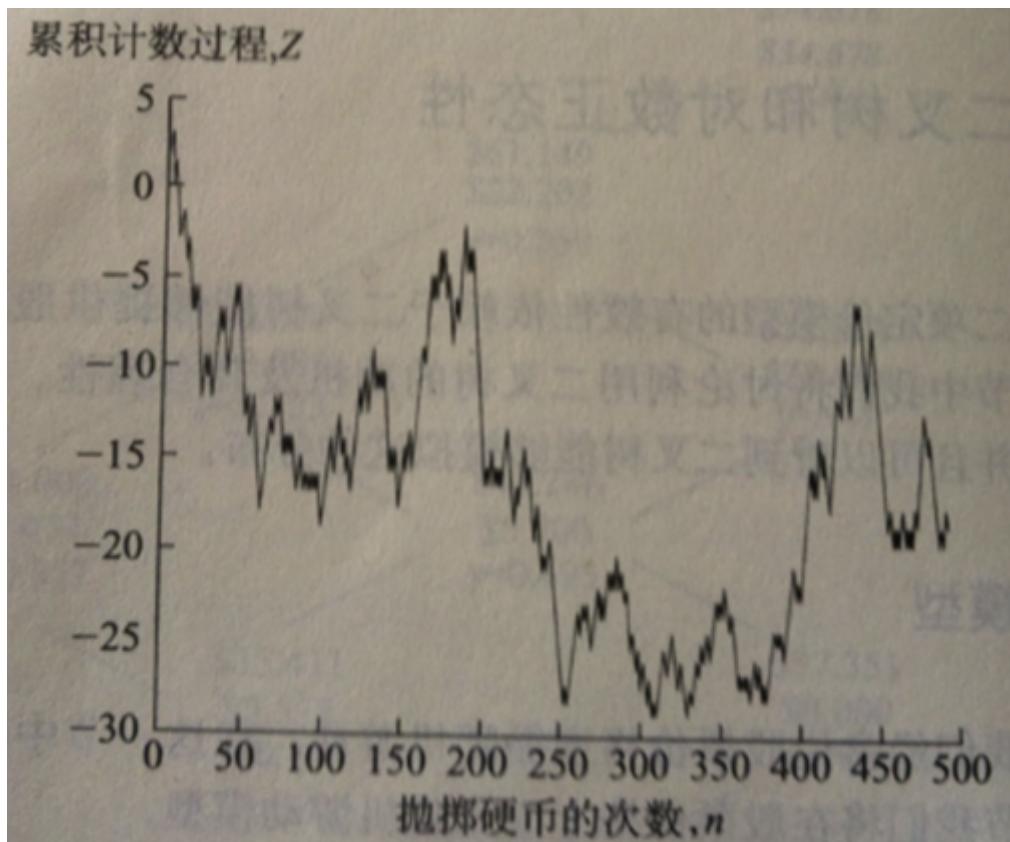
- 另一种 Z_n 过程的表示方法是 Z_n 的变化量的表达式:

$$Z_n - Z_{n-1} = Y_n$$

- 可以把这个公式直接写为:

$$Z_n - Z_{n-1} = +1$$

$$Z_n - Z_{n-1} = -1$$



- Samuelson (1965) 明确地阐述了资产价格应该遵循随机游走的观点
- 在有效市场中，资产价格应该反映所有可获得的信息根据定义，新的信息都是出人意料的。在回应新信息时，价格就像抛掷硬币那样等可能地向上或向下运动
- 一段时间后的价格等于最初的价格加上由于信息产生向上和向下的累积运动

利用随机游走为股票价格建模

- 股票价格随机地向上或向下运动的想法是很有意义的
- 然而，之前描述的随机游走并不是一个令人满意的模型。这个模型至少存在三个问题
 - 如果意外地累积足够多的向下运动，股票价格将变成负的
 - 变动金额的大小将依赖于硬币抛掷得有多快，以及股票价格的水平
 - 平均来说，股票应该有一个正的收益

股票价格的假设

- 通常假设股票价格服从以下过程（几何布朗运动）

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

随机过程

- 随机过程：某一变量以某种不确定的方式随时间变化
 - 离散时间，离散变量

- 离散时间，连续变量
- 连续时间，离散变量
- 连续时间，连续变量

连续变量、连续时间的随机过程

- 我们将建立关于股票价格的连续变量、连续时间的随机过程
- 实际中观察到的股票价格并不服从连续变量、连续时间过程，股票价格的变动为离散形式，而且只有在开盘时才能看到股票价格的变化
- 即使如此，在大多数情况下，连续时间过程仍是一个有用的模型
- 我们还将导出伊藤引理，这一定理是衍生产品定价的核心

马尔科夫过程

- 在马尔科夫过程中，标的变量的未来变动只与当前值有关，而与过去到现在的演变方式无关
- 我们假设股票价格服从马尔科夫过程
- 股票价格的马尔科夫过程与弱式有效市场一致

例子：

- 变量当前值为10
- 变量服从马尔科夫过程
- 过程是静止的（即参数不随时间变化）
- 一年之后，变量的分布为 $\phi(0, 1)$

提问：

- 变量在第2年底的概率分布是什么？
- $\frac{1}{2}$ 年？
- $\frac{1}{4}$ 年？
- Dt 年？
- 推往极限，我们定义了一个连续随机过程

方差&标准差

- 在马尔科夫过程中，相邻时间区间的变化是独立的
- 这意味着方差是可加的
- 标准差不可加
- 上例中，我们可以认为方差每年为1
- 严格地讲，每年的标准差为1的说法是错误的，而是每根号年

维纳过程：布朗运动

- 维纳过程是一个随机过程，它是发生在连续时间上的随机游走
- 维纳过程是构造标准衍生产品定价模型的基础
- 一个随机游走可以通过抛掷硬币产生，为了产生维纳过程，要无限快地抛掷硬币并每一步变化都极其微小
- 维纳过程（布朗运动）是马尔科夫过程中变化的期望值为0、方差为1的特殊形式

中心极限定理

- 为什么正态分布出现在期权定价中（并且在其他情况下也经常出现）
- 因为当随机变量增加时，正态分布会自动出现
- 中心极限定理是研究独立随机变量和的极限分布为正态分布的问题

维纳过程

- 变量 z 服从以下两个性质时被称为服从维纳过程
 - 变化量 Δz 与小时间区间 Δt 之间满足 $\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$ 服从标准正态分布
 - 对于任何两个不同的时间间隔 Δt , 变化量 Δz 相互独立
- 性质1意味着 Δz 本身服从正态分布, 期望值为0, 标准差为 $\sqrt{\Delta t}$, 方差为 Δt
- 性质2意味着变量 z 服从马尔科夫过程
 - $[z(T) - z(0)]$ 的均值是 0
 - $[z(T) - z(0)]$ 的方差是 T
 - $[z(T) - z(0)]$ 的标准差是 \sqrt{T}
- 当 Δt 很小时, Δt 重新写为 dt , Δz 重新写为 dz , 于是有

$$dz = \varepsilon \sqrt{dt}$$

- 这个表达式是不正式的, 但是很有用
- 用数学语言表达: 在短时间内, 过程价值的改变是具有与时间长度相适应的正态分布

$$z(T) - z(0) = \int_0^T dz$$

广义维纳过程: 算术布朗运动

- 维纳过程的漂移率（每单位时间的平均变动）为0，方差率为1
 - 在广义维纳过程中，漂移率和方差率可以设定为任意常数
- $$dx = adt + bdz \quad \Delta x = a \Delta t + b \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$
- x 也是正态分布
 - x 变量单位时间的漂移率为 a
 - x 变量单位时间的方差率为 b^2

广义维纳过程的价格缺点

- 没有什么能够使得 x 不是负数
- 股票价格变化的均值和方差与股票价格水平无关

伊藤过程

- 伊藤过程是一个更为广义的维纳过程，漂移率和方差率是变量和时间的函数

$$dx = a(x, t) dt + b(x, t) dz$$

- 当时间为离散变量时，近似式为

$$\Delta x = a(x, t) \Delta t + b(x, t) \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

几何布朗运动

- $a(x, t) = \mu S$, $b(x, t) = \sigma S$
- 则伊藤过程为几何布朗运动

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

$$\frac{\sigma S \sqrt{\Delta t}}{\mu S \Delta t} = \frac{\sigma}{\mu \sqrt{\Delta t}}$$

蒙特卡洛模拟

- 假定股票的预期收益率为每年15%，收益的标准差为30%，股票价格在1星期内的变化形式为：

$$\Delta S = 0.00288S + 0.0416S\epsilon e$$

- 不断地从中 $\varphi(0,1)$ 中抽取随机数，代入上式计算，模拟股票价格在未来5星期的变化路径

周	股票开始价格	对 ϵ 的随机抽样	ΔS
1	100.00	0.52	2.45
2	102.45	1.44	6.43
3	108.88	-0.86	-3.58
4	105.30	1.46	6.70
5	112.00	-0.69	-2.89

伊藤引理

- 如果已知变量 x 服从的随机过程，则由伊藤引理可知变量 x 和 t 的函数 $G(x, t)$ 服从的随机过程
- 由于衍生产品的价格是基础资产的价格和时间的函数，伊藤引理在衍生品分析中发挥着重要作用

泰勒级数展开式

- $G(x, t)$ 的泰勒级数展开式：

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial G}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial t} \Delta x \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} \Delta t^2 + \dots$$

忽略 Δt 的高阶项

- 普通计算中，有

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial G}{\partial t} \Delta t$$

- 随机计算中，变为

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial G}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \Delta x^2$$

- 因为 Δx 包含 Δt 项

替换 Δx

- 假定

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz$$

- 那么

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

- 忽略 Δt 的高阶项

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial G}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \varepsilon^2 \Delta t$$

$\varepsilon^2 \Delta t$ 项

- 由于 ε 服从标准正态分布

$$E(\varepsilon^2) - (E(\varepsilon))^2 = 1$$

$$E(\varepsilon^2) = 1$$

$$E(\varepsilon^2 \Delta t) = \Delta t$$

- 我们知道随机变量在时间 Δt 内的方差与 Δt 成正比。因此，当 Δt 趋于 0 时，可以将 $\varepsilon^2 \Delta t$ 视为非随机项，并等于其期望值。因此， Δx 在 Δt 趋于 0 时为非随机项，并等于 $b^2 dt$ 等于

求极限的伊藤引理

- 取极限

$$dG = \frac{\partial G}{\partial x} dx + \frac{\partial G}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 dt$$

- 代入

$$dx = adt + bdz$$

- 忽略 Δt 的高阶项

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} bdz$$

伊藤引理应用于股票价格过程

- 股票价格过程

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

- G 是 S 和 t 的函数

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} \sigma S dz$$

伊藤引理应用于远期合约

- F 和 S 满足

$$F = S e^{r(T-t)}$$

- 可得

$$dF = (\mu - r) F dt + \sigma F dz$$

对数正态分布的性质

- 定义 $G = \ln S$

- 可得

$$dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz$$

- 即

$$\ln S_T - \ln S_0 \stackrel{\square}{=} \phi\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}, T, \sigma^2 T\right)$$

$$\ln S_T \sim \phi\left(\ln S_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma^2 T\right)$$

布莱克：斯科尔斯-默顿模型

股票价格假设

- 假设无股息股票在一短时间 Dt 内的收益率是正态分布：

$$\frac{\Delta S}{S} \square \phi(\mu\Delta t, \sigma^2\Delta t)$$

- μ : 股票每年的期望收益率
- σ : 股票价格每年的波动率

对数正态分布

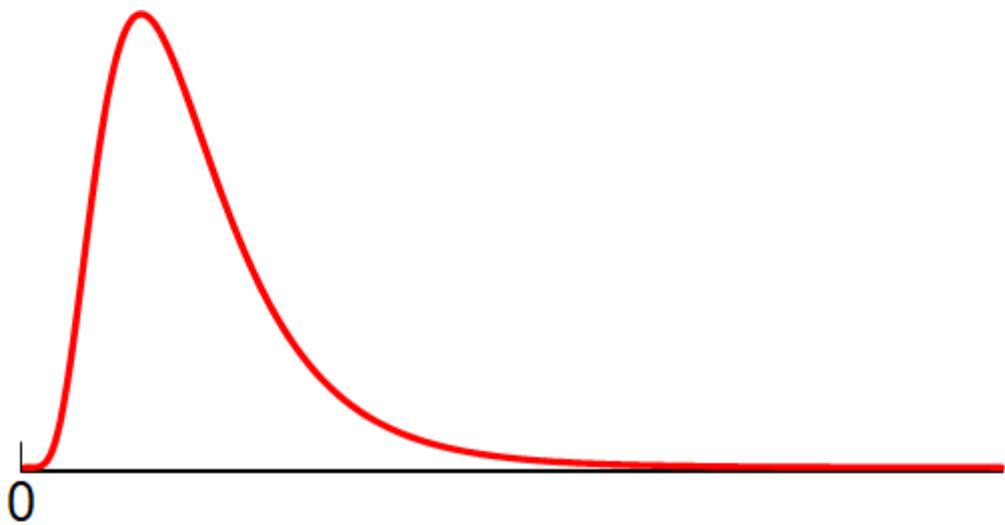
- 由上一章可知

$$\ln S_T - \ln S_0 \square \phi((\mu - \frac{\sigma^2}{2})T, \sigma^2 T)$$

$$\ln \frac{S_T}{S_0} \square \phi((\mu - \frac{\sigma^2}{2})T, \sigma^2 T)$$

$$\ln S_T \square \phi(\ln S_0 + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})T, \sigma^2 T)$$

- S_T 的对数服从正态分布，所以 S_T 具有对数正态分布



$$E(S_T) = S_0 e^{\mu T}$$

$$\text{var}(S_T) = S_0^2 e^{2\mu T} (e^{\sigma^2 T} - 1)$$

连续复利收益率

- 由股票价格服从对数正态分布的性质出发，可以得出0~T之间连续复利收益率的概率分布
- 0~T之间以连续复利收益率记为x，则：

$$S_T = S_0 e^{xT}$$

$$x = \frac{1}{T} \ln \frac{S_T}{S_0}$$

$$x \sim \phi\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}, \frac{\sigma^2}{T}\right)$$

期望收益率

- 股票期望价格为 $S_0 e^{\mu T}$
- 股票期望收益率是 $\mu - s^2/2$ ，而不是 μ
- 这是因为 $\ln E(S_T/S_0)$ 和 $E(\ln(S_T/S_0))$ 是不相等的

$$\mu = \frac{\ln E(S_T / S_0)}{T}, \quad \mu - \frac{\sigma^2}{2} = \frac{E(\ln(S_T / S_0))}{T}; \quad d \ln S \neq \frac{dS}{S}$$

- μ 是较短时间 Dt 内的期望收益率，复利频率为 Dt
- $\mu - s^2/2$ 是连续复利计算的整个时期的期望收益

共同基金的收益率

- 假设连续年份的收益率分别为 15%, 20%, 30%,
-20% 和 25% (按年复利)
- 收益率的算术平均数为 14%
- 5 年内实际赚取的收益率 (几何平均数) 是
12.4% (按年复利)
- 算术平均数 14% 类似于 μ
- 几何平均数 12.4% 类似于 $\mu - s^2/2$

波动率

- 股票价格的波动率在这里被定义为按连续复利计算的股票在 1 年内所提供收益率的标准差
- 较短时间 Dt 内的收益率的标准差近似等于

$$\sigma \sqrt{\Delta t}$$

- 如果股价为 50 美元，波动率每年 25%，那么一天之内价格变动的标准差是多少？

从历史数据中估计波动率

- 以t年为时间区间，观测值为： S_0, S_1, \dots, S_n
- 每个区间的连续复利收益率为： $u_i = \ln(S_i/S_{i-1})$
- u_i 的标准差s估计为： $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$
- u_i 的标准差为： $\sigma \sqrt{\tau}$
- 因此，历史数据估计的波动率为： $\hat{\sigma} = \frac{s}{\sqrt{\tau}}$

交易日天数与日历天数

- 在计算与使用波动率参数时，一个很重要的问题是究竟该采用日历天数还是采用交易日天数来度量时间
- 实证表明，交易所开盘交易时的波动率比关闭时的波动率要高的多，因此在由历史数据来计算波动率以及计算期权期限时，市场参与者往往去掉休市的日期
- 计算公式为：年波动率 = 每交易日的波动率 $\times \sqrt{\text{每年的交易日天数}}$
- 股票通常假设每年的交易日天数为252天

例：

- 假定当前为4月1日，期权到期日为4月30日，因此剩余交易天数为30个日历日或22个交易日
- 剩余到期时间可以表示为 $22/252 = 0.0873$ 年

BSM微分方程的概念

- 期权价格和股票价格均受同一种不确定性的影响
- 我们可以构建由股票和期权组成的投资组合，以消除不确定性
- 该组合是无风险的，且赚取无风险利率
- 这将推导出布莱克-斯科尔斯-默顿微分方程
- 股票价格及期权价格都只受到同一种不确定性的影响，其区别只是在于随机因素 dz 前面的系数不同，也就是对随机因素变化的反应程度不同

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz$$

假设

- 股票价格服从如下过程: $dS = \mu S dt + \sigma S dz$, 其中 μ 和 σ 为常数
- 可以卖空证券, 并且可以完全使用所得收入
- 无交易费用和税收, 所有证券均可无限分割
- 在期权期限内, 股票不支付股息
- 不存在无风险套利机会
- 证券交易为连续进行
- 短期无风险利率 r 为常数, 并对所有期限都相同

BSM微分方程的推导

- f 为关于股票价格 S 的看涨期权, 则其连续形式为:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$
$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz$$

- 离散形式为:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z$$
$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z$$

• f 和 S 的维纳过程是一样的, 即 Δz ($= \varepsilon \sqrt{\Delta t}$) 一样

- 构造组合:

- 衍生证券: -1
- 股票数量: $+ \frac{\partial f}{\partial S}$

- 组合的价值为:

$$\Pi = -f + \frac{\partial f}{\partial S} S$$

- 组合的价值在 Δt 内的变化为:

$$\Delta \Pi = -\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S$$

- 证券组合在 Δt 内是无风险的，因此

$$\Delta \Pi = r \Pi \Delta t$$

$$-\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S = r \left(-f + \frac{\partial f}{\partial S} S \right) \Delta t$$

- 代入 Δf 和 ΔS ，整理可得布莱克–斯科尔斯–默顿微分方程：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

例：

- 价格依赖于股票价格的任何证券都满足微分方程
- 如远期合约

$$f = S - K^{-e(T-t)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -rK e^{-r(T-t)}, \quad \frac{\partial f}{\partial S} = 1, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \\ &= -rK^{-e(T-t)} + rS = r(S - K^{-e(T-t)}) = rf \end{aligned}$$

风险中性定价

- 变量 m 没有出现在方程中：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

- 方程不涉及任何投资者对风险选择影响的变量，微分方程与风险选择无关
- 如果风险选择在微分方程中不出现，则它不会影响微分方程的解，因此可以选择任何一组风险，尤其可以选择假设所有投资者都是风险中性的
- 可以用风险中性定价原理对其定价，过程包括三个方面：
 - 假定标的资产的期望收益率为无风险收益率
 - 计算衍生产品的期望收益

- 用无风险利率对期望收益进行贴现
- 风险中性定价仅仅是得到微分方程的一个工具，我们得到的解不仅当投资者是风险中性时成立，而且在所有世界里也都是成立的

应用于股票远期合约

- 在合约到期时，远期合约的价值为： $S_T - K$
- 由风险中性定价方法可知，远期合约在时间0的价值：

$$\begin{aligned} f &= e^{-rt} \hat{E}(S_T - K) = e^{-rt} \hat{E}(S_T) - Ke^{-rt} \\ &= e^{-rt} S_0 e^{rt} - Ke^{-rt} = S_0 - Ke^{-rt} \end{aligned}$$

BSM定价公式

对于一个无股息股票上的欧式看涨期权与看跌期权，它们在0时刻的定价公式为：

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$$

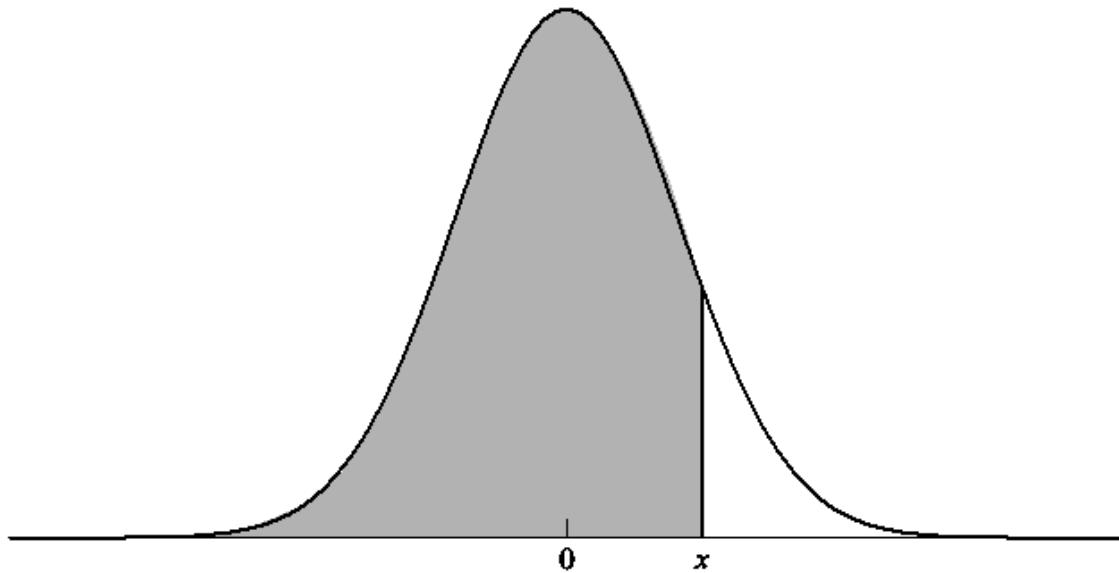
$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

正态分布函数

- $N(x)$ 指服从标准正态分布 $\phi(0,1)$ 的随机变量小于 x 的概率



BSM定价公式的性质

- 当 S_0 很大时, c 接近于 $S_0 - Ke^{-rT}$, ρ 接近于 0
- 当 S_0 很小时, c 接近于 0, ρ 接近于 $Ke^{-rT} - S_0$

证明

- 在风险中性世界中, 欧式看涨期权的价格 c 等于其期望值按无风险利率折现的现值

$$c = e^{-rT} \mathbb{E}(\max(S_T - K, 0))$$

- 同时, 在风险中性世界中, 期权到期 T 时刻的资产价格 S_T 服从如下的对数正态分布

$$\ln S_T = \phi(\ln S_0 + (r - \frac{\sigma^2}{2})T, \sigma^2 T)$$

- 令: $Q = \frac{\ln S_T - m}{w}$
- 其中: $m = E(\ln S_T) = \ln S_0 + (r - \frac{\sigma^2}{2})T$
 $w = \sqrt{Var(\ln S_T)} = \sigma\sqrt{T}$

- 显然: $Q \sim \phi(0, 1)$

- 即随机变量Q的密度函数h(Q)为:

$$h(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Q^2}{2}}$$

$$\begin{aligned} E(\max(S_T - K, 0)) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \max(S_T - K, 0) h(S_T) dS_T \\ &= \int_K^{+\infty} (S_T - K) h(S_T) dS_T + \int_{-\infty}^0 0 h(S_T) dS_T \\ &= \int_{\frac{\ln K - m}{w}}^{+\infty} (e^{Qw+m} - K) h(Q) dQ \\ &= \int_{\frac{\ln K - m}{w}}^{+\infty} e^{Qw+m} h(Q) dQ - K \int_{\frac{\ln K - m}{w}}^{+\infty} h(Q) dQ \\ &= \int_{\frac{\ln K - m}{w}}^{+\infty} e^{m+\frac{w^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(Q-w)^2}{2}} dQ - K \int_{\frac{\ln K - m}{w}}^{+\infty} h(Q) dQ \\ &= e^{m+\frac{w^2}{2}} \int_{\frac{\ln K - m}{w}}^{+\infty} h(Q-w) dQ - K \int_{\frac{\ln K - m}{w}}^{+\infty} h(Q) dQ \\ &= e^{m+\frac{w^2}{2}} N(d_1) - K N(d_2) = S_0 e^{rT} N(d_1) - K N(d_2) \end{aligned}$$

$$m = E(\ln S_T) = \ln S_0 + (r - \frac{\sigma^2}{2})T$$

$$w = \sqrt{Var(\ln S_T)} = \sigma\sqrt{T}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

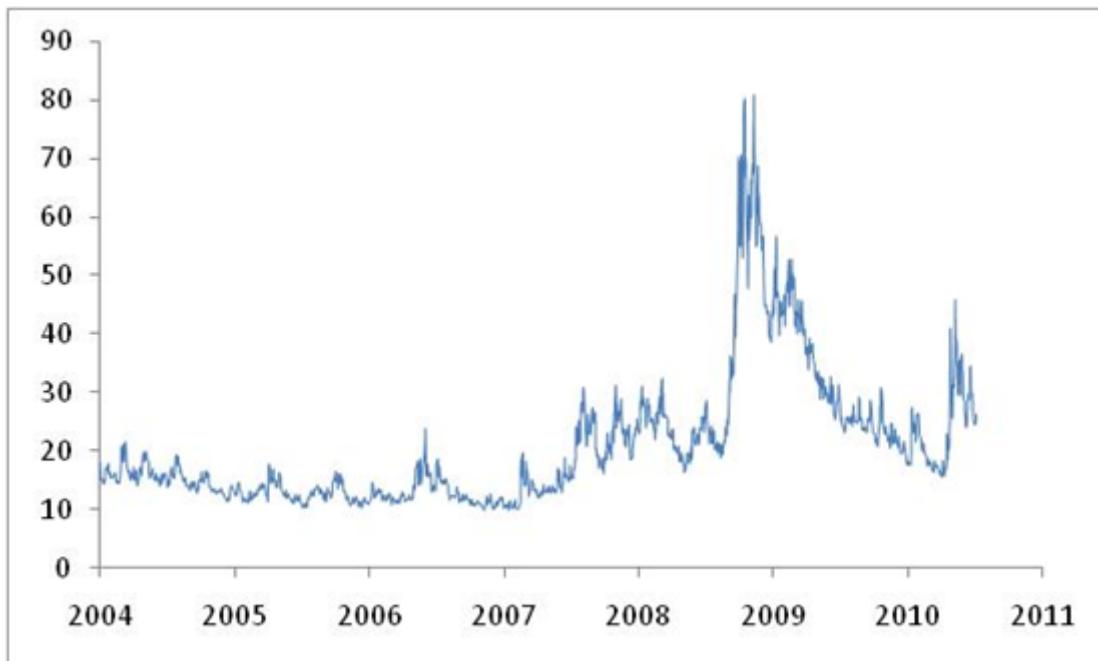
- 因此：

$$\begin{aligned}
 c &= e^{-rT} E(\max(S_T - K, 0)) \\
 &= e^{-rT} (S_0 e^{rT} N(d_1) - K N(d_2)) \\
 &= S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2) \\
 d_1 &= \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \\
 d_2 &= \frac{\ln(S_0 / K) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}
 \end{aligned}$$

隐含波动率

- 期权的隐含波动率是期权的市场价格所隐含的波动率
- 价格和隐含波动率之间存在一对一的关系
- 交易员和经纪人通常报出的是隐含波动率而不是期权价格

VIX 波动率指数



权证与雇员股票期权

- 当普通看涨期权被行权时，交割的股票必须是从公开市场上购买的
- 当权证或雇员股票期权被行使时，公司发行新股票
- 如果市场认为权证发行没有带来任何价值，股价会在发行公布时下降
- 由于股票价格已经反映了权证与雇员股票的稀释效应，不影响定价公式（见业界事例14-3）

稀释效应

- 权证发行后，定价时不必考虑稀释效应
- 在权证发行前，我们可以计算出每份权证的成本，即 $N/(N+M)$ 乘以普通期权的价格，其中 N 是已发行在外的股票数， M 是行权后将要新发行的股票数

股息

- 有股息股票的欧式期权，利用BSM公式定价时需要从股价中减去股息的现值
- 只有当除息日在期权有效期内的股息可以包含在内
- 股息被默认为从期望股价中扣掉

美式看涨期权

- 无股息美式看涨期权永远不会提前行权
- 有股息美式看涨期权应在除息日前立即行权
- 假定派息日分别为 t_1, t_2, \dots, t_n 。只有当该时刻股息大于 $K[1 - e^{-r(t_{i+1} - t_i)}]$ 时，在 t_i 提前行权才是最优的

布莱克近似法

- 布莱克建议了一种将美式看涨期权可能被提前行使的特殊考虑在内的近似方法
- 令美式期权价格等于两个欧式期权的最大者
- T 时刻到期的欧式期权价格
- t_n 时刻到期的欧式期权价格

波动率微笑

波动率的估计

- 使用历史波动率来估计未来波动率
- 使用隐含波动率来估计未来波动率

$$c = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

隐含波动率

- 期权价格在市场上都观察得到，因此，实务界就将期权价格代入BSM公式，反求出波动率
- 求出来的波动率被称为隐含波动率
- 若BSM公式是正确的，那么求出的隐含波动率应该是唯一的，不应随着到期日的不同或者执行价格的不同而变化，这是因为波动率描述资产的波动变化，与其上的衍生产品无关
- 但实际上却不是这样

示例

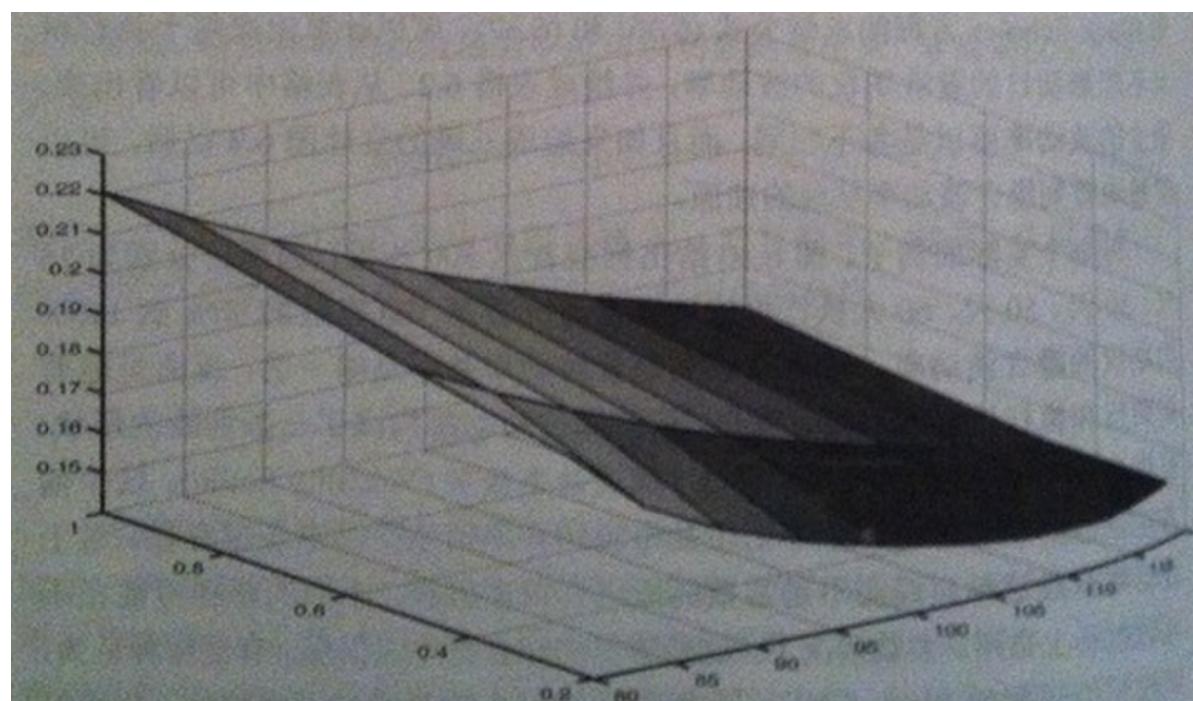
- 某个资产现价100元
- 不同期限和不同执行价格看涨期权的价格由右表列出

执行价	3个月	6个月	12个月
80	20.99	22.14	24.81
85	16.10	17.52	20.60
90	11.38	13.18	16.66
95	7.08	9.27	13.02
100	3.70	6.01	9.80
105	1.54	3.53	7.06
110	0.50	1.85	4.84
115	0.13	0.86	3.14
120	0.03	0.35	1.92

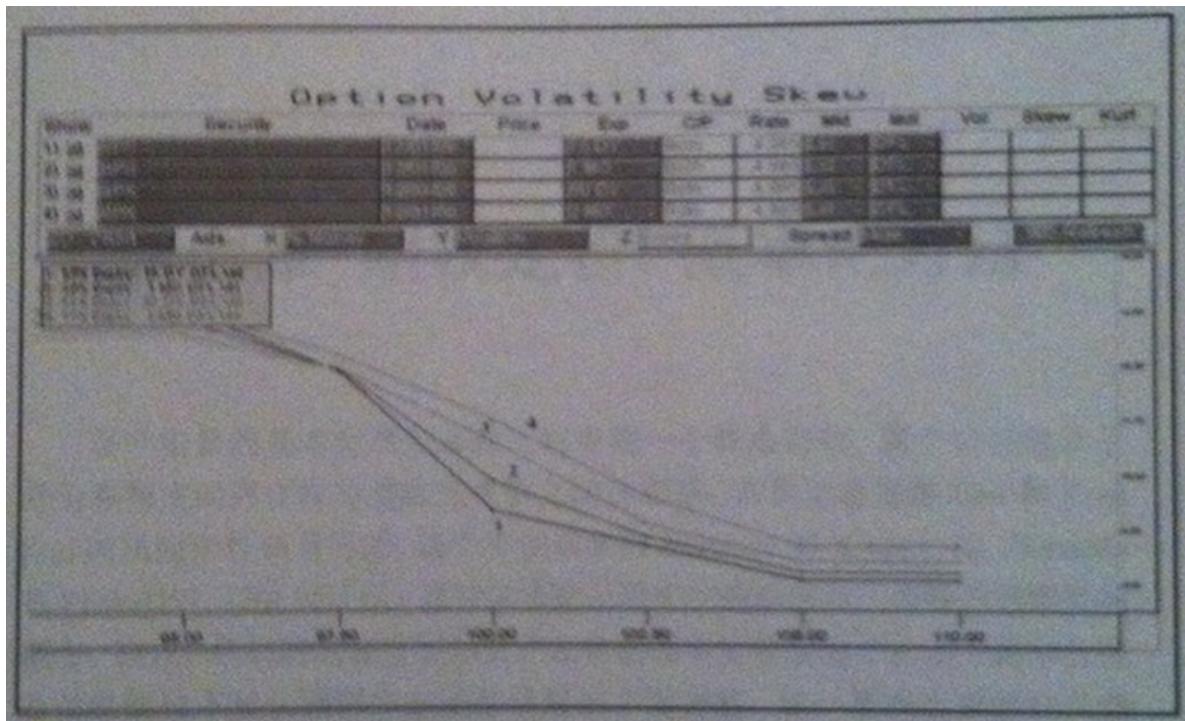
隐含波动率

执行价	3个月	6个月	12个月
80	19.35%	20.18%	22.06%
85	17.61%	19.20%	21.05%
90	16.65%	18.34%	20.11%
95	15.97%	17.58%	19.24%
100	15.45%	16.92%	18.45%
105	15.06%	16.34%	17.73%
110	14.79%	15.84%	17.08%
115	14.72%	15.44%	16.50%
120	15.06%	15.14%	15.99%

波动率曲面



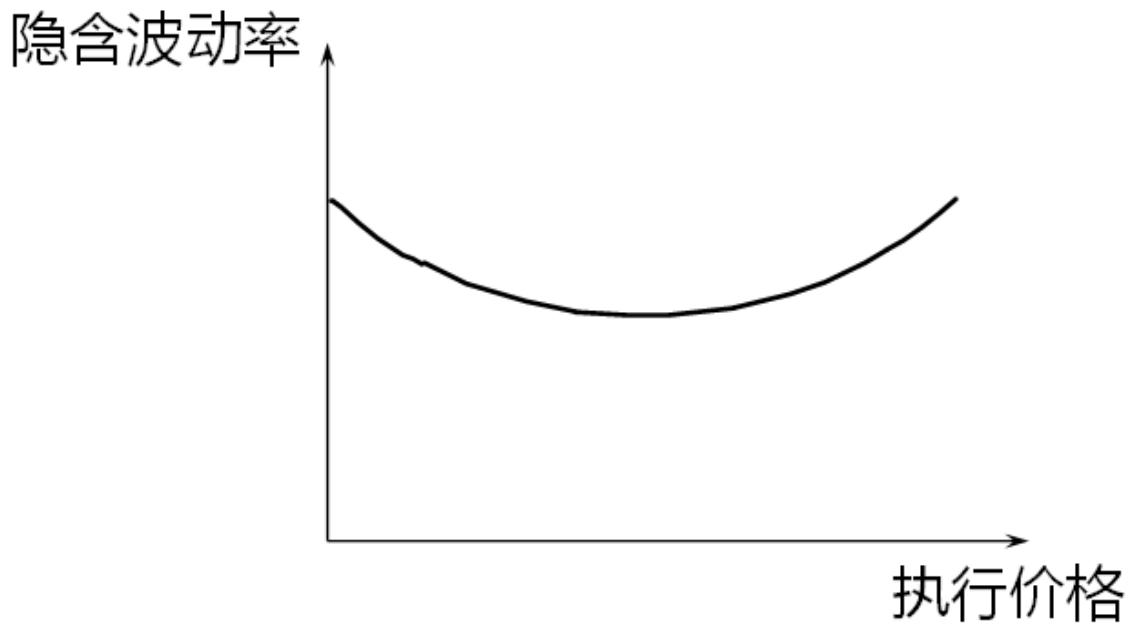
标准普尔500指数隐含波动率



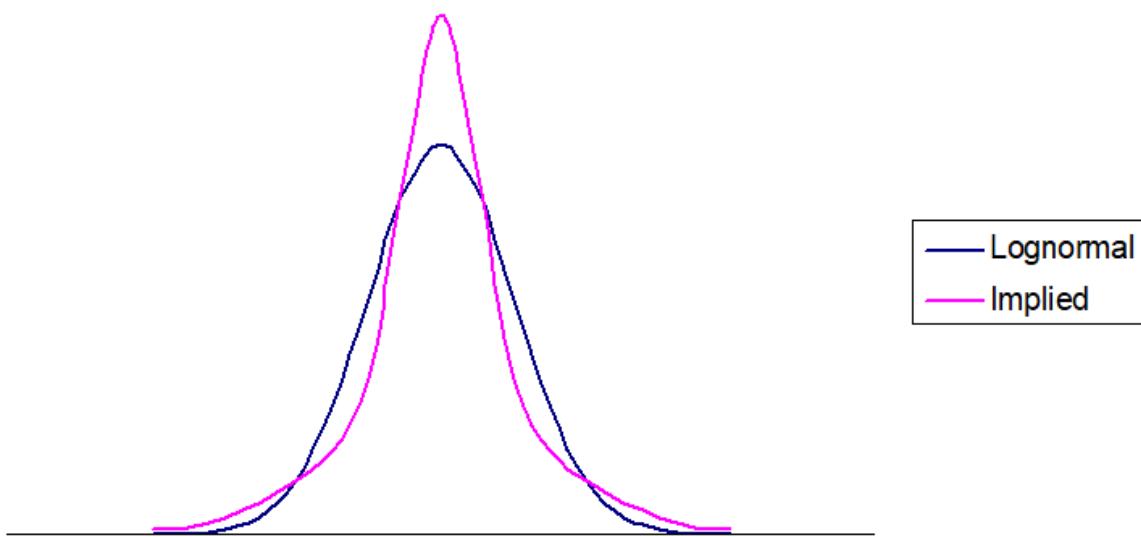
为什么波动率微笑对欧式看涨期权与看跌期权是一样的？

- 由看跌-看涨平价公式 $p + S_0 e^{-qT} = c + K e^{-rT}$ 可求得期权价格(p_{mkt} and c_{mkt})， BSM公式同样可求得期权价格(p_{bs} and c_{bs})
- 因此有， $p_{\text{mkt}} - p_{\text{bs}} = c_{\text{mkt}} - c_{\text{bs}}$
- 当 $p_{\text{bs}} = p_{\text{mkt}}$ 时， 必有 $c_{\text{bs}} = c_{\text{mkt}}$
- 当欧式看跌期权和看涨期权拥有相同的执行价格和期限时， 其隐含波动率是一样的

外汇期权波动率微笑



外汇期权隐含概率分布



外汇期权隐含概率分布的性质

- 隐含分布比对数正态分布更具有肥尾特征
- 隐含分布比对数正态分布峰值更高

外汇期权波动率微笑存在的原因

- 汇率波动率是随机的而非常数
- 汇率波动率常常具有跳跃性而非连续变化

隐含概率分布的确定

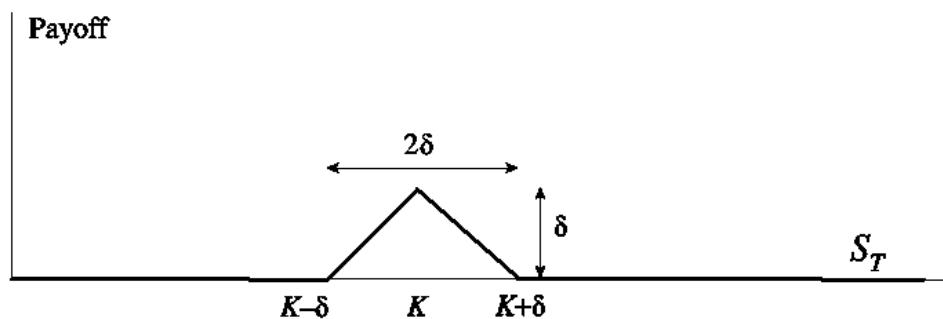
$$c = e^{-rT} \int_{S_T=K}^{\infty} (S_T - K) g(S_T) dS_T$$

$$\frac{\partial^2 c}{\partial K^2} = e^{-rT} g(K)$$

如果 c_1, c_2 , 和 c_3 分布为执行价格为 $K - \delta, K$, 和 $K + \delta$ 时的看涨期权价格, 那么

$$g(K) = e^{rT} \frac{c_1 + c_3 - 2c_2}{\delta^2}$$

几何解释

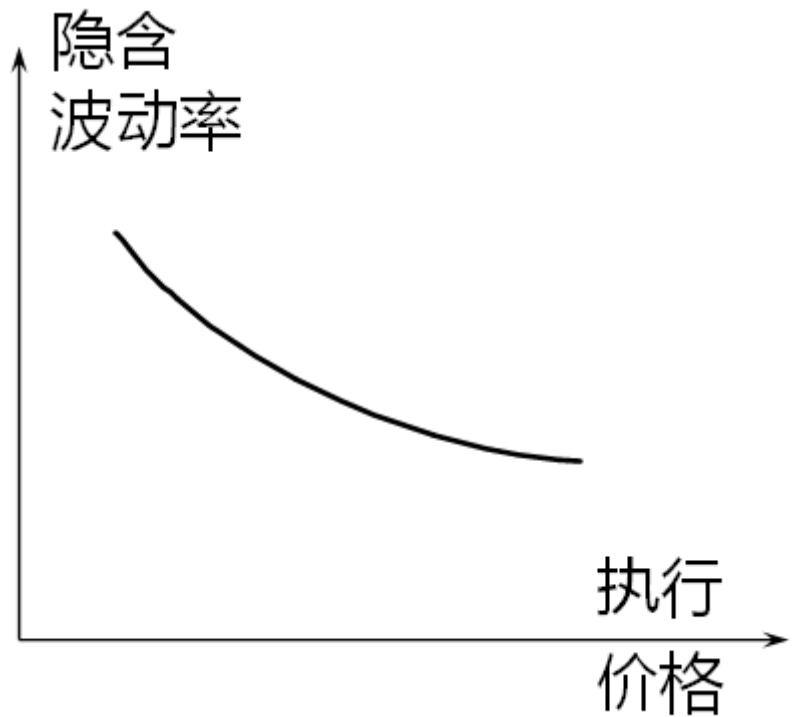


假定概率密度函数为 $g(K)$, 执行价格分别为 $K - \delta$, K 和 $K + \delta$ 时, 有 $c_1 + c_3 - c_2 = e^{-rT} g(K) \delta^2$

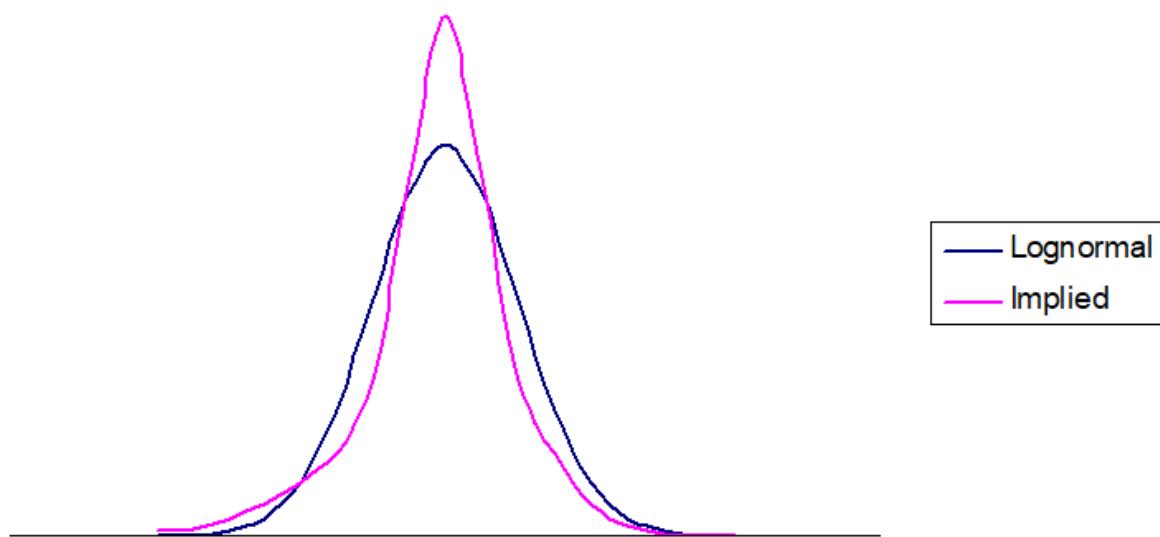
汇率变化的历史分析

	历史数据(%)	正态分布(%)
>1 SD	25.04	31.73
>2SD	5.27	4.55
>3SD	1.34	0.27
>4SD	0.29	0.01
>5SD	0.08	0.00
>6SD	0.03	0.00

股票期权波动率微笑



股权期权隐含概率分布



股票期权隐含分布的性质

- 隐含分布比对数正态分布的左尾更肥
- 隐含分布比对数正态分布的右尾更瘦

股票期权波动率微笑存在的原因

- 杠杆效应
- 恐惧症

其他的波动率微笑

- 当存在以下情形时，波动率微笑的情形如何？

- 真实分布左尾偏瘦而右尾更肥
- 真实分布的左尾和右尾都偏瘦

描述波动率微笑的方法

- 横坐标用 K/S_0
- 横坐标用 K/F_0 ，或者更准确用 $\ln(K/F_0)$
- 横坐标用期权的 delta
 - 交易员有时把平值期权定义为 Delta 等于 0.5 的看涨期权或 Delta 等于 -0.5 的看跌期权

波动率期限结构

- 除了计算波动率微笑，交易员还计算波动率期限结构
- 波动率期限结构揭示了随着期权期限的变化，隐含波动率的变动情况
- 当短期的历史波动率较高时，波动率期限结构向下倾斜，因为这时波动率预期会降低；当波动率较低时，波动率期限结构向上倾斜，因为这时波动率预期会升高

波动率曲面

- 作为执行价格和到期期限的函数，隐含波动率又被称作波动率曲面

		K/S_0				
		0.90	0.95	1.00	1.05	1.10
1 mnth		14.2	13.0	12.0	13.1	14.5
3 mnth	14.0	13.0	12.0	13.1	14.2	
6 mnth	14.1	13.3	12.5	13.4	14.3	
1 year	14.7	14.0	13.5	14.0	14.8	
2 year	15.0	14.4	14.0	14.5	15.1	
5 year	14.8	14.6	14.4	14.7	15.0	

当预期价格大跳跃时的波动率微笑

- 平值期权的隐含波动率比虚值期权或实值期权更高（因此波动率微笑呈皱眉状）

雇员股票期权

雇员股票期权的本质

- 是公司授予其雇员在本公司股票上的看涨期权；
- 执行价格一般设成股票在授予日的价格，因此在最初时期，期权是平价的；
- 雇员股票期权常常延续10-15年之久。

雇员股票期权的特点

- 在等待期（vesting period）内期权是不能被行使的；
- 在等待期内，当雇员离开公司时，期权作废；
- 在等待期之后，当雇员离开公司时，虚值期权将会作废，而且必须马上行使已经生效（vested）的实值期权；
- 雇员不允许出售这些期权；
- 当雇员行使期权时，公司将会发行新股，并按执行价格卖给雇员。

行使决策

- 雇员想把已经生效的期权变成现金，他们必须行使期权，然后将标的股票卖掉
- 即使是无股息股票上的看涨期权，雇员期权的行使也常常比与其类似的常规看涨期权要早。

雇员股票期权的缺点

- 高管从良好业绩中获得的收益远远大于对糟糕业绩的惩罚
- 当股票市场整体上涨时，即使他们的公司表现相对较差，高管也能够得到较好的报酬
- 管理人股票期权往往会使高管只谋取短期利益，而牺牲长期发展。
- 高管可能会选择在最有利的时间公布好消息，或者采取其他措施来最大化期权的价值。

会计问题

- 在1995年之前，公司发布股票期权时记入利润表中的费用为期权的内在价值
- 1995年之后，发行期权的公司可以选择按公平价值将期权在利润表中作为费用。如果公平价值没有被记在利润表中，那么必须在公司的账目上以脚注的形式加以注明
- 从2005年开始，FASB（财务会计准则委员会）和IASB（国际会计准则委员会）要求将雇员股票期权作为发行时的费用

传统平价看涨期权

- 平价看涨期权的吸引力在于它们在利润表上是不会产生费用的，因为它们在行权日的内在价值为零
- 其他方案可能会产生一些费用
- 由于会计规则已经改变，一些公司正在考虑其他类型的方案

非传统方案

- 将期权执行价格与股票指数联系起来，只有当公司股票比指数表现更好时，期权才会变成实值
- 按预先指定的方式提高执行价格
- 只有在达到规定的利润目标时，期权才能生效

定价

- 通常的方法是将期权有效期T设成预期期限（expected life）后，使用布莱克-斯科尔斯-默顿公式

- 以这种方式应用布莱克-斯科尔斯-默顿公式是没有理论依据的，但在绝大多数情况下给出的定价是合理的。

例

- 一家公司授予其高管100万份平值期权，有效期为10年
 - 股票价格为\$30.
 - 通过历史数据，公司估计出的股票价格长期波动率为25%，期权被行使或作废的平均时间是4.5年
 - 4.5年期的无风险零息利率为5%，在今后4.5年内所付股息的现值估计为\$4
- 因此，由BSM定价时， $S_0 = 30 - 4 = 26$, $K=30$, $r=5\%$, $\sigma=25\%$, and $T=4.5$ 年 得到期权价值为\$6.31
- 因此，在利润表上将631万美元列为费用

其他方法

- 根据股票价格和剩余期限的函数来估计行使期权的概率，建立二叉树并进行倒推计算。
 - 一种简单的模型假设：一旦期权生效并且股票价格与执行价格的比率高出某个水平，雇员将立即行使期权。
- 拍卖那些能反映期权偿付的证券，确定其市场价格
 - 内达华州立银行在2007使用了这个方法

稀释效应

- 当雇员行使期权时，公司需要发行新股，并按照低于目前市场的价格将其卖给雇员，这将在某种程度上对公司现有股票产生稀释效应
- 然而，当市场上第一次知道消息时，股票价格就已被稀释
- 稀释效应并不发生在期权行使的时刻

倒填日期丑闻

- 倒填日期在美国似乎是一种普遍（也是非法）的做法。
- 假设一家公司决定在4月30日当股票价格为50美元时向其雇员授予平值期权，如果在4月3日股票价格为42美元，诱人的做法是将期权当成是4月3日授予的平值期权
- 为什么要这么做呢？

股指期权与货币期权

股指期权

- 美国最常见的股指标的：
- 标普100上的美式与欧式期权(OEX和XEO)
- 标普500上的欧式期权 (SPX)
- 道琼斯工业平均指数上的欧式期权(DJX)
- 纳斯达克100上的欧式期权(NDX)
- 每份股指期权合约的标的资产通常为指数值的100倍；股指期权是以现金形式结算的

例子

- 考虑一个看涨的股指期权，执行价格为880

- 股指在900时，行使一份期权
- 期权的收益是多少？

投资组合保险

- 假定今天的股指值为 S_0 ，执行价格为 K
- 假定一个投资组合的 β 系数为1.0，对于投资组合中的每 $100S_0$ 美元资产买入一份看跌期权就可以使投资组合价值在股指低于 K 时获得保护
- 如果 β 不为1, 对于投资组合中每 $100S_0$ 的价值，我们必须买入 β 份看跌期权
- 在这两种情况下， K 需要酌情选择

例1

- 组合的beta系数为1.0
- 目前价值\$500,000
- 股指目前为1000
- 为了对投资组合价值低于45万美元的情况提供保险，需要进行哪些交易？

例2

- 组合的beta系数为2.0
- 目前价值\$500,000，股指目前为1000
- 无风险利率为12%
- 投资组合与股指的股息收益率均为4%
- 应该买多少看跌期权？

计算股指和投资组合的关系

- 如果股指上升到1040，它在三个月会提供 $40/1000$ 或者4%的收益率
- 股指的整体收益（包括股息）= 5%
- 相对于无风险利率的超额收益= 2%
- 投资组合的超额收益= 4%
- 投资组合增值的期望= $4+3-1=6\%$
- 投资组合价值的期望=\$530,000

确定执行价格

3个月后股指	3个月后投资组合价值
1,080	570,000
1,040	530,000
1,000	490,000
960	450,000
920	410,000

执行价格为960的期权能为投资组合价值下降10%提供保护。

支付已知股息率的欧式期权

在以下两种情形下股票价格在时间T会有相同的概率分布：

1. 股票起始价格为 S_0 ，股息收益率 q
2. 股票起始价格为 S_0e^{-qT} ，不支付股息

当我们对欧式期权进行定价时，将股票价格降为 S_0e^{-qT} ，然后我们可以将期权按无股息的股票期权来处理。

定价公式

$$c = e^{-rT} [F_0 N(d_1) - K N(d_2)]$$
$$p = e^{-rT} [K N(-d_2) - F_0 N(-d_1)]$$
$$d_1 = \frac{\ln(F_0 / K) + \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$
$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$$

欧式股指期权的定价

可以使用支付股息的期权定价公式来进行定价：

S_0 = 当前股指

F_0 = 股指上在时间T到期的远期价格

q = 期权有效期内股息的平均年收益率

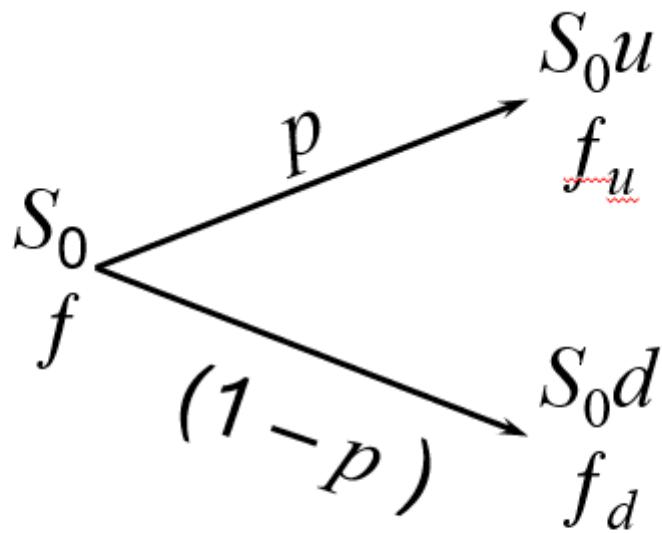
隐含的远期价格和股息收益率

- 根据期限和执行价格都相同的欧式看涨期权和看跌期权定价公式就可以得到：

$$F_0 = K + (c - p)e^{rT} \quad q = -\frac{1}{T} \ln \frac{c - p + Ke^{-rT}}{S_0}$$

- 使用这些公式可以估计远期价格的期限结构和股息收益率
- 场外欧式期权一般使用远期价格来进行定价（没有必要对q进行估计）
- 美式期权则需要明确股息收益率的期限结构

二叉树模型



$$f = e^{-rT} [pf_u + (1-p)f_d]$$

隐含的远期价格和股息收益率

- 在风险中性世界里，当股息收益率为 q 时，资产价格增长的速度为 $r-q$ 而不是 r
- 因此，股票上涨的概率 p 必须满足

$$pS_0u + (1-p)S_0d = S_0e^{(r-q)T}$$

于是

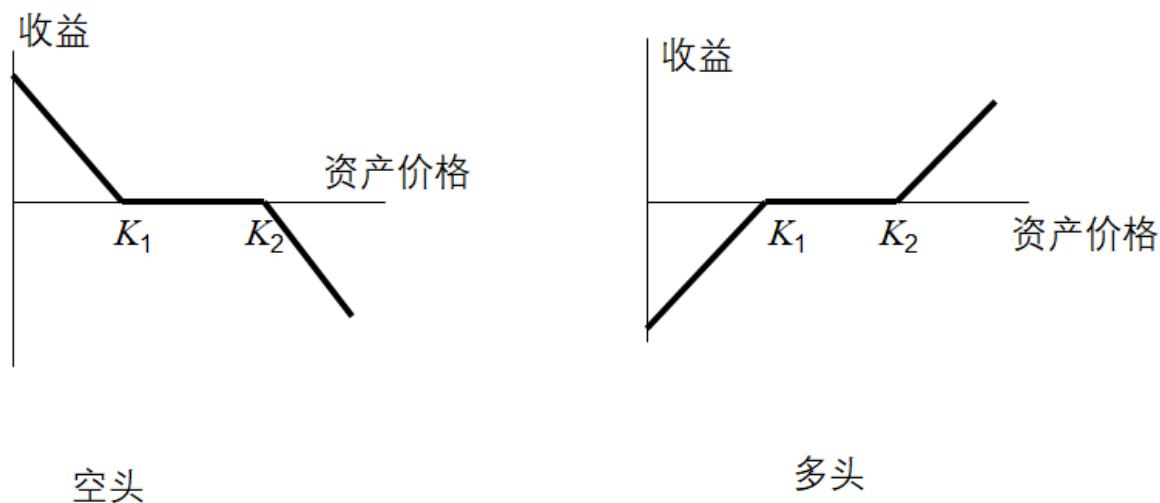
$$p = \frac{e^{(r-q)T} - d}{u - d}$$

货币期权

- 货币期权在NASDAQ OMX上交易
- 同时也存在着一个非常活跃的场外市场
- 公司经常使用货币期权来为外汇风险暴露提供保险

范围远期合约

- 能使支付或收取的汇率处于某个范围之内；
- 支付货币时涉及的交易为：卖出执行价格为 K_1 的看跌期权，买入执行价格为 K_2 的看涨期权 ($K_2 > K_1$)
- 收入货币时涉及的交易为：买入执行价格为 K_1 的看跌期权，卖出执行价格为 K_2 的看涨期权
- 在正常情况下，看跌期权的价格等于看涨期权的价格。



外币利率

- 记外币利率为 r_f
- 当一个美国公司购买一单位的外币时，它需要支付 S_0 美元
- 所得的收益为 $r_f S_0$ 美元
- 这说明，持有外币的收益率为 r_f

欧式货币期权定价

- 外币等同于提供收益率 r_f 的资产
- 我们可以使用支付连续股息的股票期权定价公式来对货币期权进行定价:
 - S_0 = 即期汇率
 - $q = r_f$

定价公式:

$$c = S_0 e^{-r_f T} N(d_1) - K e^{-r T} N(d_2)$$

$$p = K e^{-r T} N(-d_2) - S_0 e^{-r_f T} N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - r_f + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - r_f - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}}$$

使用 $F_0 = S_0 e^{(r - r_f)T}$

$$c = e^{-r T} [F_0 N(d_1) - K N(d_2)]$$

$$p = e^{-r T} [K N(-d_2) - F_0 N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln(F_0 / K) + \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

期货期权与布莱克模型

期货上的期权

- 期货期权是按标的期货到期月（而不是按期权到期月）来识别的；
- 大多数期货期权为美式期权，到期日通常是标的期货最早可以交付日期的前几天

看涨期货期权

- 当看涨期货期权被行使时：
- 期货持有者签订一个期货合约的多头，
- 加上数量等于最新期货结算价格减去执行价格的现金

看跌期货期权

- 当看跌期货期权被行使时：
- 期权持有者签订一个期货合约的空头
- 加上数量等于执行价格减去最新期货结算价格的现金

例

- 某投资者持有一份9月的黄铜期货的看涨期权合约，期货执行价格为每磅320美分。一份合约的规模是25000磅黄铜。假定当前9月交割的黄铜期货价格为331美分，最近一个结算日黄铜期货的结算价格为330美分。如果行使期权，交易者：
 - 承约了一个在9月买入25000磅黄铜期货合约的多头
 - 收入现金 $25000 \times 10 = 2500$ 美元

例

- 某投资者持有一份12月玉米期货的看跌期权合约，执行价格为每蒲式耳600美分。每份合约的规模为5000蒲式耳玉米。假定当前12月交割的玉米期货价格为580美分，在最近一个结算日，玉米期货的结算价格为579美分。如果行使期权，交易者：
 - 承约了一个在12月卖出5000蒲式耳玉米期货合约的空头
 - \$1050的现金

收入

- 如果投资者立即将期货平仓：
- 多头的收入 = $F - K$
- 空头的收入 = $K - F$
- 其中 F 为行使期权时的期货价格

利率期货期权

- 长期国债期货合约：报价以标的长期国债面值的百分比给出，价格被近似到面值1%的1/64
- 欧洲美元期货合约：一个基点代表25美元。
- 如果你认为利率会增长，应该买入看涨期权还是看跌期权？

期货期权相对于即期期权的潜在优势

- 期货合约要比标的资产的流动性好，容易交易
- 对期权的行使并不一定会触发对标的资产的交割
- 期货与期货期权通常在同一个交易所交易
- 期货期权的交易费用更低

欧式期货期权

- 当期货与期权同时到期时，欧式即期期权与欧式期货期权等价
- 研究欧式期货期权的结果可以用来对欧式即期期权定价

看跌-看涨平价关系式

考虑以下两个交易组合：

1. 一份欧式看涨期货期权加上数量为 Ke^{-rT} 的现金
2. 一份欧式看跌期货期权加上一份期货合约多头，再加上数量为 $F_0 e^{-rT}$ 的现金

两个交易组合在 T 时刻的价值应该相等，因此：

$$c + Ke^{-rT} = p + F_0 e^{-rT}$$

其他关系式

$$F_0 e^{-rT} - K < C - P < F_0 - Ke^{-rT}$$

$$c > (F_0 - K)e^{-rT}$$

$$p > (F_0 - K)e^{-rT}$$

期货价格的增长率

- 期货合约不需要初始投资；
- 在风险中性世界里，收益的期望为 0；
- 因此，期货价格增长率的期望也为零；
- 因此，期货价格可以被当成支付股息收益率 r 的股票价格。

欧式期货期权定价

- 我们可以使用支付股息的股票期权定价公式来进行定价：
 - S_0 = 当前的期货价格, F_0
 - q = 国内的无风险收益率, r
- 令 $q = r$ 能够保证在风险中性世界里的增长率的期望为零
- 这就是著名的布莱克模型，布莱克于 1976 年最先在论文中给出了这个模型。

布莱克模型

$$c = e^{-rT} [F_0 N(d_1) - K N(d_2)]$$

$$p = e^{-rT} [K N(-d_2) - F_0 N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln(F_0 / K) + \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0 / K) - \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

布莱克模型在实践中的应用

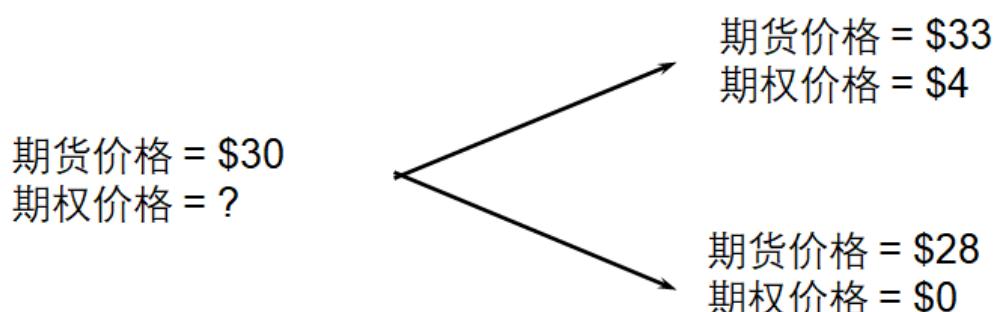
- 布莱克模型经常被用于欧式即期期权的定价
- 这避免了对于标的资产收益的估计

用布莱克模型来代替布莱克-斯科尔斯-莫顿模型

- 考虑6个月期限，标的资产为即期黄金价格的欧式看涨期权
- 6个月到期的期货价格为1240美元，6个月期的无风险利率为5%，执行价格为1200美元，期货价格的波动率为20%
- $F_0 = 1,240, K=1,200, r = 0.05, T=0.5$, and $\sigma = 0.2$, 由布莱克模型可知期权的价格为88.37

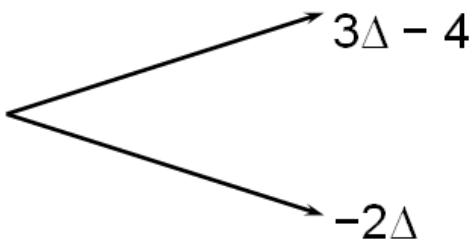
二叉树的例子

执行价格为29的一月期看涨期货期权



构造无风险组合

- 考虑这样一个交易组合：
 Δ 份期货的多头
 1 份看涨期权的空头



- 当 $3\Delta - 4 = -2\Delta$ 或者 $\Delta = 0.8$ 时，组合没有风险

交易组合的定价（无风险利率为6%）

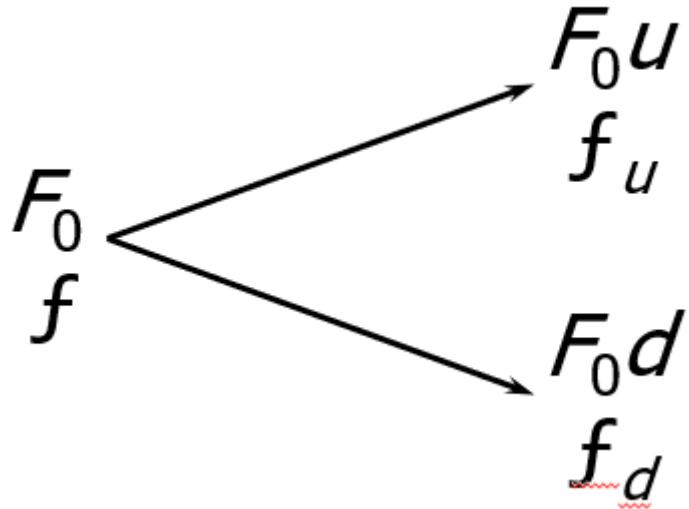
- 无风险交易组合为
 - 0.8 份期货的多头
 - 1 份看涨期权的空头
- 交易组合在一个月后的价值为 -1.6
- 交易组合在今天的价值为
 - $-1.6 e^{-0.06/12} = -1.592$

期权的定价

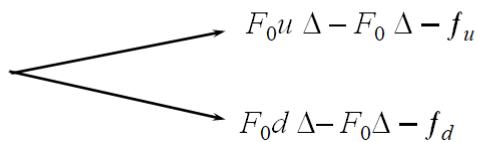
- 交易组合为：
 - 0.8 份期货的多头
 - 1 份期权的空头
- 价值 -1.592
 - 期货的价值为零
 - 因此期权的价值必为 1.592

二叉树例子的推广

考虑一个在 T 时刻到期的期权，其价格与期货价格有关。



- 交易组合包括 D 份期货的多头和 1 份期权的空头：



- 当满足如下条件时，交易组合无风险：

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{F_0u - F_0d}$$

- 交易组合在 T 时刻的价值：

- $F_0u \Delta - F_0 \Delta - f_u$

- 交易组合今天的价值为 $-f$

- 因此

- $f = -[F_0u\Delta - F_0\Delta - f_u]e^{-rT}$

- 将 Δ 代入，我们得到

$$f = [p f_u + (1-p)f_d]e^{-rT}$$

其中 $p = \frac{1-d}{u-d}$

期权期货价格与即期期权价格

- 如果期货价格比现货价格高（正常市场），那么美式看涨期货期权的价格高于相应的美式即期看涨期权的价格，美式看跌期货期权的价格低于相应的美式即期看跌期权的价格；

- 如果期货价格比现货价格低（反向市场），那么结论相反。

期货式期权

- 期货式期权是关于期权收益的期货合约
- 相对于普通期货期权，一些交易所更偏好期货式期权
- 看涨期货式期权中的期货价格为：

$$F_0 N(d_1) - K N(d_2)$$

- 看跌期货式期权中的期货价格为：

$$K N(-d_2) - F_0 N(-d_1)$$

总结：平价关系式

- 无股息股票期权： $c + Ke^{-rT} = p + S$
- 股指期权： $c + Ke^{-rT} = p + S_0 e^{-qT}$
- 外汇期权： $c + Ke^{-rT} = p + S_0 e^{-r_f T}$
- 期货期权： $c + Ke^{-rT} = p + F_0 e^{-rT}$
- 期货式期权： $c + K = p + F_0$
- 我们可以将股指、货币和期货看作是股息收益率为 q 的股票
 - 对股指期权而言， q 为期权有效期内的年平均股息收益率
 - 对于货币期权， $q = r_f$
 - 对于期货期权， $q = r$

基本数值方法

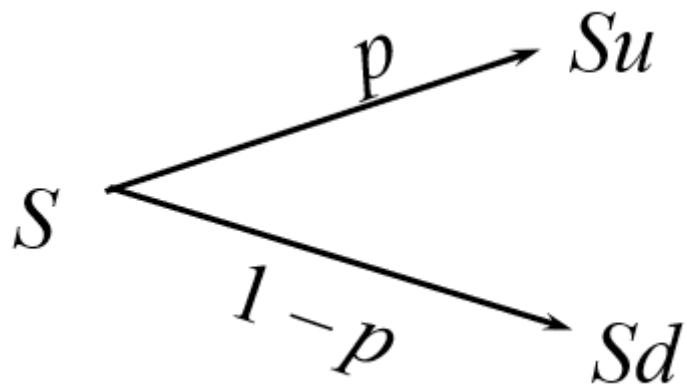
衍生品定价的方法

- 树形结构
- 蒙特卡罗模拟
- 有限差分法

二叉树

- 二叉树经常用来近似刻画股票或其他资产价格的运动
- 在每个很短时间内，股票价格要么上涨到 uS ，要么下跌到 dS 。

股价在Dt时间内的变化



对股息收益率为q的资产进行定价时的参数

选择合适的参数 p, u, d 使得二叉树能给出风险中性世界里股票价格变化均值的方差的正确值。

$$\text{均 值: } e^{(r-q)\Delta t} = pu + (1-p)d$$

$$\text{方 差: } \sigma^2 \Delta t = pu^2 + (1-p)d^2 - e^{2(r-q)\Delta t}$$

第三个条件通常是 $u = 1/d$

当 Dt 很小时, 方程的解为

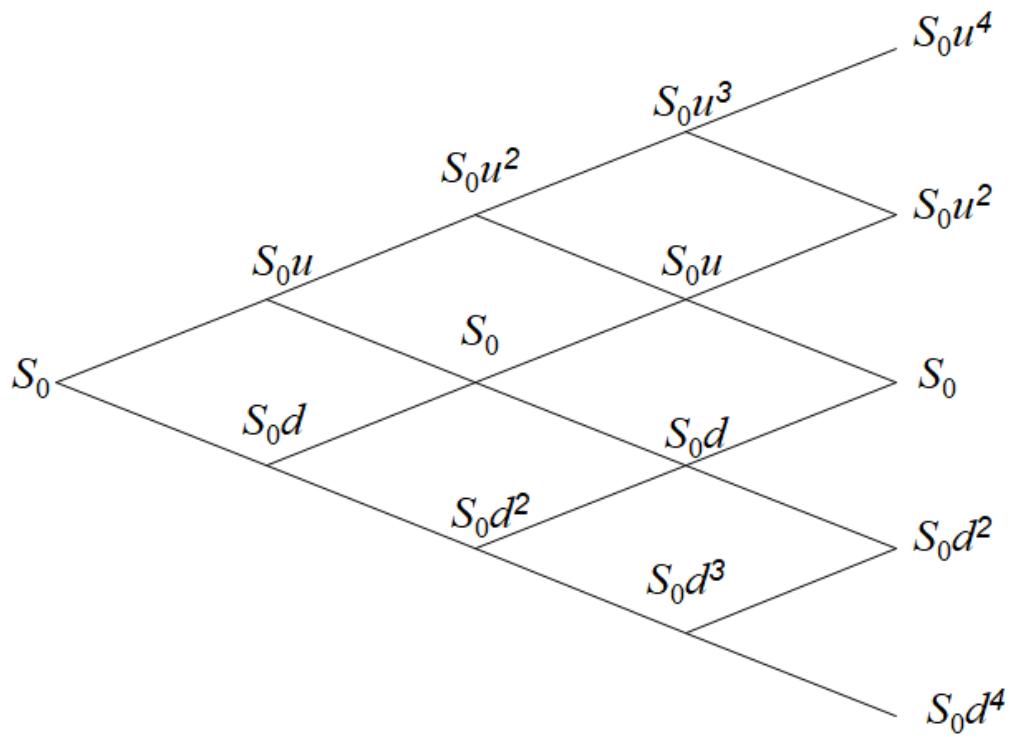
$$u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-\sigma \sqrt{\Delta t}}$$

$$p = \frac{a - d}{u - d}$$

$$a = e^{(r-q) \Delta t}$$

用于期权定价的树形



反向归纳

- 最后节点上的期权价格是已知的
- 从树的末尾开始倒推，使用风险中性定价方法来计算每一个节点上的期权价格，检验提前行使期权是否更有利

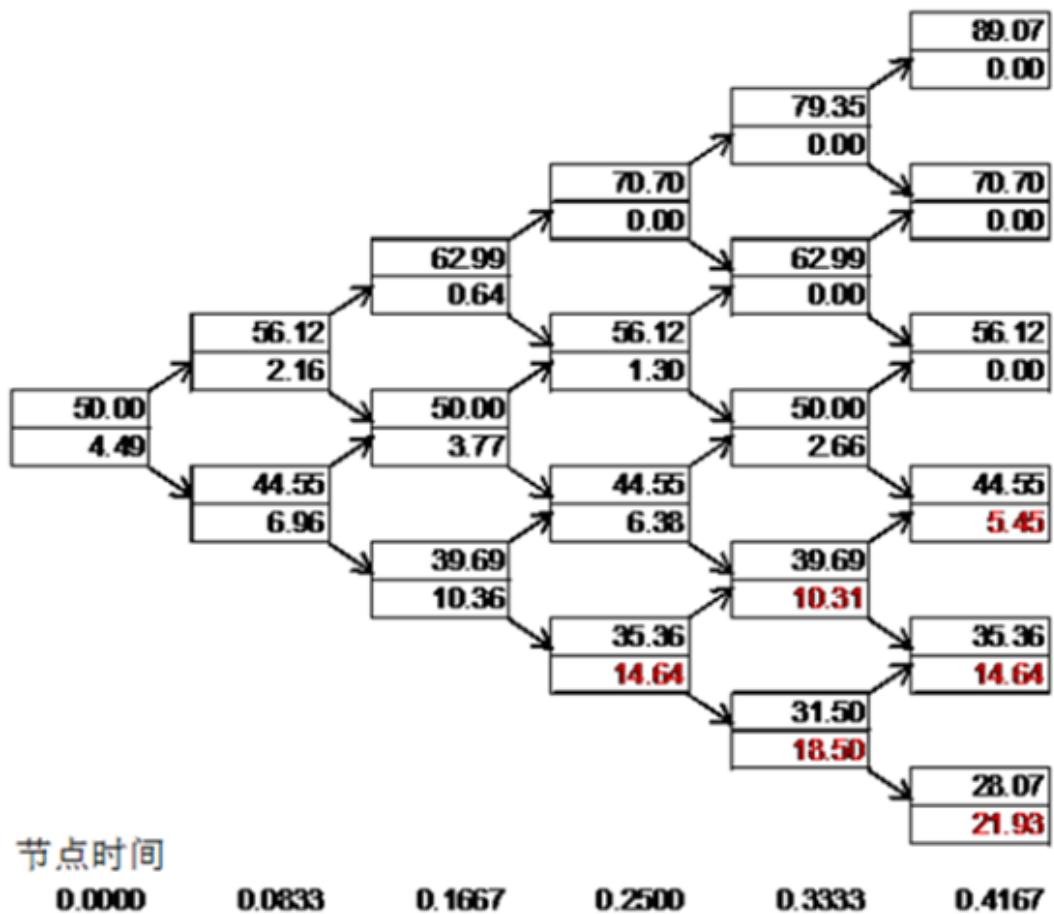
例：看跌期权

$$S_0 = 50; K = 50; r = 10\%; \sigma = 40\%;$$

$$T = 5 \text{ 个月} = 0.4167 \text{ 年}; \Delta t = 1 \text{ 个月} = 0.0833 \text{ 年}$$

在此例中：

$$\begin{aligned} a &= e^{0.1 \times 1/12} = 1.0084 \\ u &= e^{0.4 \sqrt{1/12}} = 1.1224 \\ d &= \frac{1}{u} = 0.8909 \\ p &= \frac{1.0084 - 0.8909}{1.1224 - 0.8909} = 0.5073 \end{aligned}$$



Delta的计算

在 Dt 时间节点计算Delta

$$\text{Delta} = \frac{2.16 - 6.96}{56.12 - 44.55} = -0.41$$

Gamma的计算

在 Dt 时间节点计算Gamma

$$\Delta_1 = \frac{0.64 - 3.77}{62.99 - 50} = -0.24; \quad \Delta_2 = \frac{3.77 - 10.36}{50 - 39.69} = -0.64$$

$$\text{Gamma} = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{11.65} = 0.03$$

$$= 0.5(62.99 - 50) + 0.5(50 - 39.69)$$

Theta的计算

在0和 $2D\Delta t$ 中间的时间节点上计算Theta

$$\text{Theta} = \frac{3.77 - 4.49}{0.1667} = -4.3 \text{ 每年}$$

Vega的计算

- 我们可以进行如下操作：
- 重新构造一个波动率为41%的二叉树，而不是 40%.
- 期权的价值为4.62
- Vega 值为 $4.62 - 4.49 = 0.13$

使用二叉树对股指、货币与期货期权定价

与布莱克-斯科尔斯-默顿模型类似：

- 对股指期权而言， q 等于股指的股息收益率
- 对货币期权而言， q 等于外币无风险利率
- 对期货期权而言， $q = r$

对于支付股息的股票的二叉树模型

- 程序：
 - 将股息现值从股票中减去，然后构造二叉树
 - 通过在没一个节点上加上股息现值，来构造新的二叉树

这样就可以使得二叉树重组，假设类似于欧式期权定价的布莱克-斯科尔斯-默顿模型的假设

控制变量技术

- 计算美式期权的价格， f_A
- 用同一树形来计算欧式期权的价格， f_E
- 通过布莱克-斯科尔斯-默顿模型来计算欧式期权的价格， f_{BS}
- 美式期权的估计值 $= f_A + (f_{BS} - f_E)$

构造树形的其他方法

- 用 $p=0.5$ 来代替 $u = 1/d$ 就可以得到

$$u = e^{(r-q-\sigma^2/2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{(r-q-\sigma^2/2)\Delta t - \sigma\sqrt{\Delta t}}$$

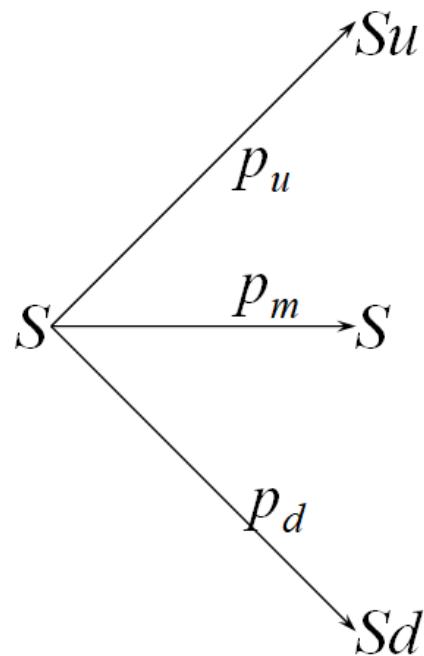
三叉树

$$u = e^{\sigma\sqrt{3\Delta t}} \quad d = 1/u$$

$$p_u = \sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2}} \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{1}{6}$$

$$p_m = \frac{2}{3}$$

$$p_d = -\sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2}} \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{1}{6}$$

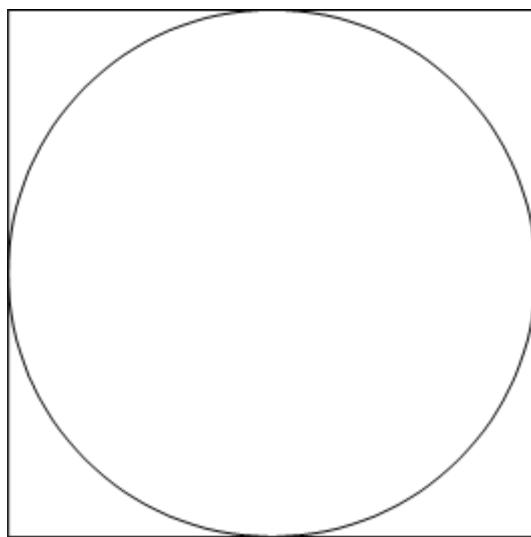


二叉树中参数依赖于时间的情形

- 将 r 或 q 设定为时间的函数不会改变二叉树的形状。二叉树中的概率变为时间的函数。
- 通过将时间的步长与方差率成反比就可以将 δ 设定为时间的函数。

利用蒙特卡罗方法计算pi

在正方形中随机取点，如何来计算 pi ?



蒙特卡罗计算期权价格

我们可以通过以下步骤对衍生产品定价：

1. 在风险中性世界里对S的随机路径进行抽样
2. 计算衍生产品的收益
3. 重复第1步和第2步，从而取得许多在风险中性世界里该衍生产品收益的样本
4. 计算收益的平均值
5. 以无风险利率对期望收益值贴现，所得的结果即为衍生产品价格的估计值

股价变化抽样

- 在风险中性世界里标的市场变量服从以下过程

$$dS = \hat{\mu} S dt + \sigma S dz$$

其中 $\hat{\mu}$ 为标的变量在风险中性世界里的期望收益率

- 我们可以将期权的期限分割成 N 个长度为 Δt 的小区间，并将上式近似为

$$\Delta S = \hat{\mu} S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

其中 ε 是从 $\phi(0,1)$ 中的抽样

一个更精准的方法：

- 其中

$$d \ln S = (\hat{\mu} - \sigma^2 / 2) dt + \sigma dz$$

- 离散形式为

• 或

$$\ln S(t + \Delta t) - \ln S(t) = (\hat{\mu} - \sigma^2 / 2) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

$$S(t + \Delta t) = S(t) e^{(\hat{\mu} - \sigma^2 / 2) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}}$$

扩展

当衍生产品的价格取决于多个变量时，我们可以在风险中性世界里模拟出每一个变量的路径，然后计算出行产品的价格。

从正态分布中产生随机样本

- Excel 里的指令 =NORMSINV(RAND()) 可以用来产生一标准正态分布的随机样本

二元相关正态随机变量抽样

- 独立抽取服从正态分布的两个随机样本 x_1 和 x_2 ，设：

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= x_1 \\ \varepsilon_2 &= \rho x_1 + x_2 \sqrt{1 - \rho^2}\end{aligned}$$

- 当我们需要基于多个正态变量来进行抽样时，就可以使用乔里斯基分解。

蒙特卡罗模拟中的标准误差

- 期权价格估计值的标准误等于贴现收益的标准差除以观察值个数的平方根。

蒙特卡罗模拟的应用

- 蒙特卡罗模拟适用于路径依赖型期权、依赖于多个标的变量的期权、收益很复杂的期权的定价；
- 无法简单的用于美式期权的定价。

计算希腊值

对于 Δ :

- 使资产价值出现微小的变化；
- 使用相同的随机数流来进行模拟；
- 通过将期权价格的变化除以资产价格的变化，估计 Δ 的值

使用相同的方法来计算其他希腊值。

方差缩减程序

- 对偶变量技巧
- 控制变量技巧
- 重点抽样法
- 间隔抽样法
- 矩匹配法
- 利用伪随机数序列

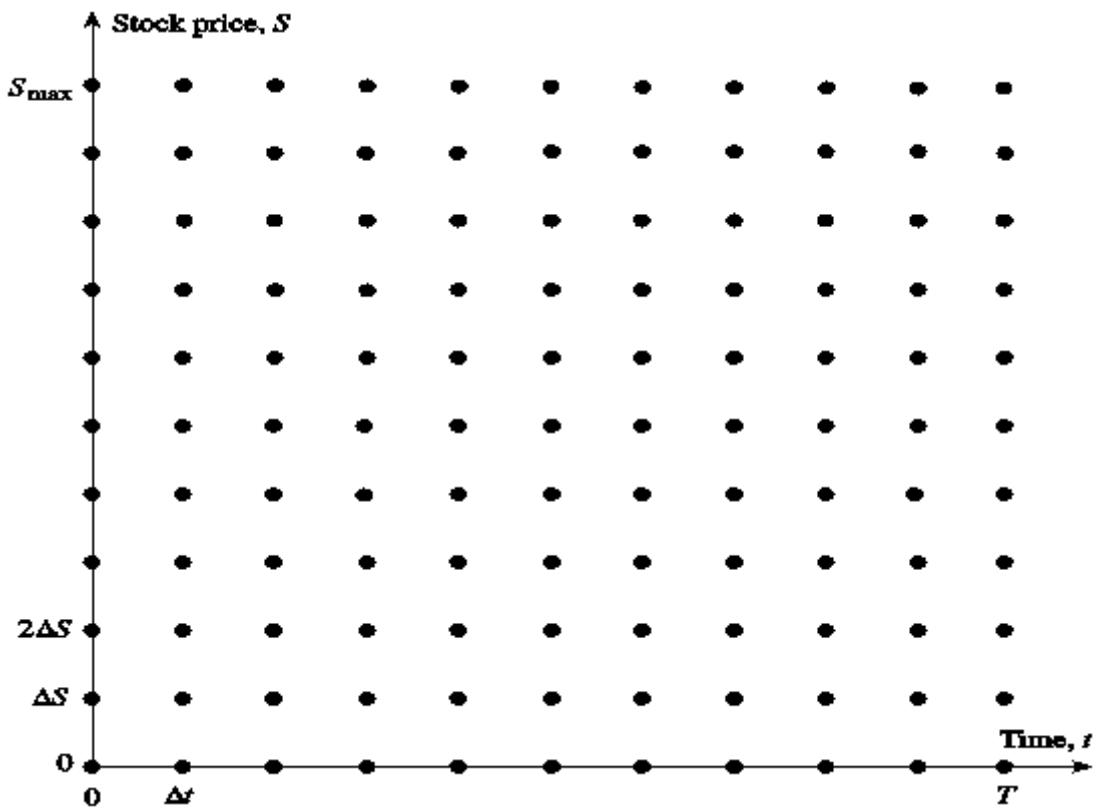
通过树形来抽样

- 可以从衍生产品定价的二叉树或三叉树中随机抽取路径，而不是从随机过程中进行抽样；
- 在到达的每个节点上，从0到1之间抽取随机数。如果随机数位于0和 p 之间，则选择向上的分支；如果位于 p 和1之间，则选择向下的分支。

有限差分法

- 有限差分法旨在用差分方程的形式来表示微分方程
- 将时间和股价空间进行等分，得到所需的网格
- 定义 $f_{i,j}$ 为 f 在时间 $i\Delta t$ ，价格为 $j\Delta S$ 时的价值。

有限差分网格



有限差分法

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (r - q)S \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = r?$$

Set $\frac{\partial f}{\partial S} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta S}$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = \left(\frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta S} - \frac{f_{i,j} - f_{i,j-1}}{\Delta S} \right) / \Delta S \quad \text{or}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = \frac{f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 2f_{i,j}}{\Delta S^2}$$

隐式有限差分法

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{\Delta t}$$

- 将方程进行整理，得出

$$a_j f_{i,j-1} + b_j f_{i,j} + c_j f_{i,j+1} = f_{i+1,j}$$

显式有限差分法

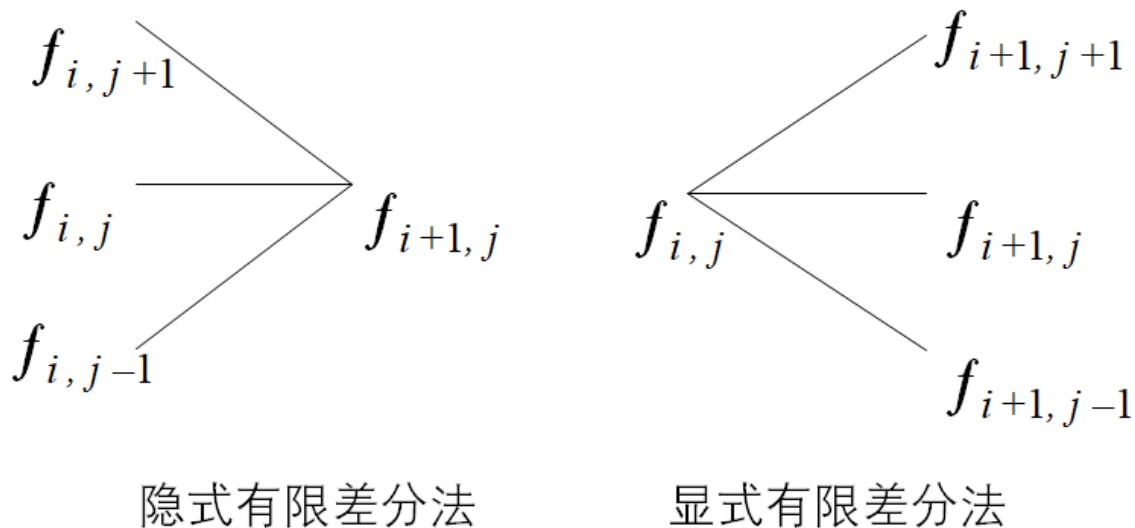
- 当假设 $\partial f / \partial S$ 和 $\partial^2 f / \partial S^2$ 的值在点 (i, j) 上与 $(i+1, j)$ 上相等时，可以将有限差分法简化。

$$f_{i,j} = a_j^* f_{i+1,j-1} + b_j^* f_{i+1,j} + c_j^* f_{i+1,j+1}$$

隐式有限差分法与显式有限差分法

- 隐式有限差分法等价于三叉树法
- 隐式有限差分法等价于多步树形法

隐式有限差分法与显式有限差分法的区别



其他要点

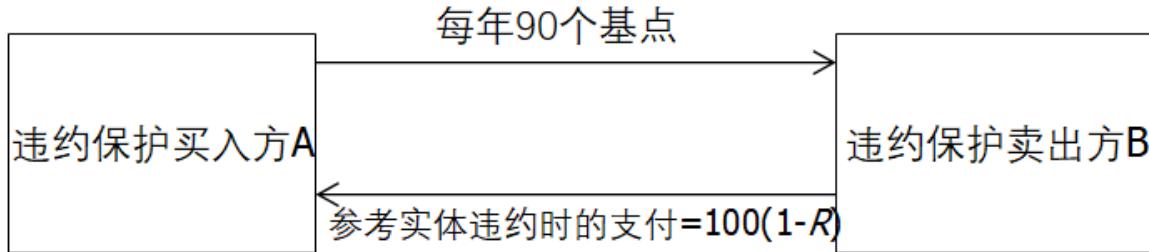
- 将变量设为 $\ln S$ 比 S 要好些
- 隐式有限差分法与显式有限差分法的改进：
 - Hopscotch 方法 (跳格法)
 - Crank-Nicolson 方法

信用衍生品

信用违约互换

- 当某个公司或者国家（参考实体）违约后，信用违约互换的买入方能从卖出方那里得到保护；
- 例：为了获得针对公司X的五年期保护，买入方每年要为100万美元本金支付90个基点的溢差；
- 这就是著名的信用违约溢差，在合约有效期内或者违约前进行支付；
- 如果出现违约，买入方有权将X公司100万面值的债券以100万美元的价格出售给卖出方。

CDS 结构



回收率 R , 是参考实体的债券在刚刚违约后的价值与债券面值之比。

其他细节

- 通常每季度末支付一次；
- 信用事件发生后，对买入方而言仍有一笔应计付款（因为付款时间是期尾）；
- 可以使用债券或者现金（更为常见）进行交割；
- 通常使用拍卖程序来确定收益；
- 假设每季度末进行支付。如果收益率40%，3年零一个月后有一次违约事件发生，那么现金流将如何变化？

CDS的优势

- 允许信用风险像市场风险那样进行交易；
- 能将信用风险转移到第三方；
- 能分散信用风险。

使用CDS对冲债券头寸

- 考虑由5年期、每年收益率为6%的企业债券和5年期溢价为每年100个基点的CDS多头所组成的投资组合。投资组合（近似）为每年收益率为5%的无风险债券。
- 这意味着，债券收益溢差（相对于LIBOR而言）应接近于CDS溢差

CDS定价

- 参考实体的违约率为每年 2%；
- 假设支付每年发生一次，违约基本发生在年中，回收率为40%；
- 假设盈亏平衡的CDS利率为 s 。

无条件违约概率以及生存概率

时间 (年)	生存到年底的概率	在年内违约的概率
1	0.9802	0.0198
2	0.9608	0.0194
3	0.9418	0.0190
4	0.9231	0.0186
5	0.9048	0.0183

预期支付贴现值

时间(年)	生存概率	预期付款	贴现因子	预期付款的贴现值
1	0.9802	0.9802s	0.9512	0.9324s
2	0.9608	0.9608s	0.9048	0.8694s
3	0.9418	0.9418s	0.8607	0.8106s
4	0.9231	0.9231s	0.8187	0.7558s
5	0.9048	0.9048s	0.7788	0.7047s
总计				4.0728s

预期收益的贴现值

时间(年)	违约概率	回收率	期望收益	贴现因子	期望收益的贴现值
0.5	0.0198	0.4	0.0119	0.9753	0.0116
1.5	0.0194	0.4	0.0116	0.9277	0.0108
2.5	0.0190	0.4	0.0114	0.8825	0.0101
3.5	0.0186	0.4	0.0112	0.8395	0.0094
4.5	0.0183	0.4	0.0110	0.7985	0.0088
总计					0.0506

应计付款的贴现值

时间	违约概率	预期应计付款	贴现因子	预期应计付款的贴现值
0.5	0.0198	0.0099s	0.9753	0.0097s
1.5	0.0194	0.0097s	0.9277	0.0090s
2.5	0.0190	0.0095s	0.8825	0.0084s
3.5	0.0186	0.0093s	0.8395	0.0078s
4.5	0.0183	0.0091s	0.7985	0.0073s
总计				0.0422s

综合考虑

- 预期支付的贴现值应为 $4.0728s + 0.0422s = 4.1150s$
- 盈亏平衡的CDS溢差为
- $4.1150s - 0.0506 \text{ or } s = 0.0123 \text{ (123 bps)}$
- 假设CDS是在一段时间之前签订的，溢差为150个基点，那对于信用卖出方而言，这一CDS的价值为 $4.1150 \times 0.0150 - 0.0506 = 0.0111$

CDS溢差隐含的违约概率

- 设新发行的5年期CDS的市场溢差为100个基点
- 逆向计算出隐含违约概率为每年1.63%
- 如果使用CDS溢差隐含的违约概率来对另外一个CDS定价，那么结果对回收率的敏感性不是很强
(采用同样的回收率估算)

两点信用互换

- 它的收益为一个固定的值；
- 在我们的例子中，两点信用互换的预期收益为
- 0.0844，相应的盈亏平衡溢差为205个基点。

信用指数

- CDXNAIG，由北美125家投资级公司组成的组合。
- iTraxx，由欧洲125家投资级公司组成的组合。
- 这些组合在每年的3月20日和9月20日进行更新。
- 可以将指数视为对125家公司中每家公司的CDS保护的成本。

固定券息的使用

- CDS和CDS指数的交易越来越像债券交易。
- 券息是指定的。
- 如果溢差大于券息，信用保护的买入方需要支付
 - 名义本金×久期×(指数溢差-券息)
- 否则，信用保护的卖方需支付
 - 名义本金×久期×(券息-指数溢差)
- 久期乘以溢差就等于付款的贴现值

CDS远期合约与期权

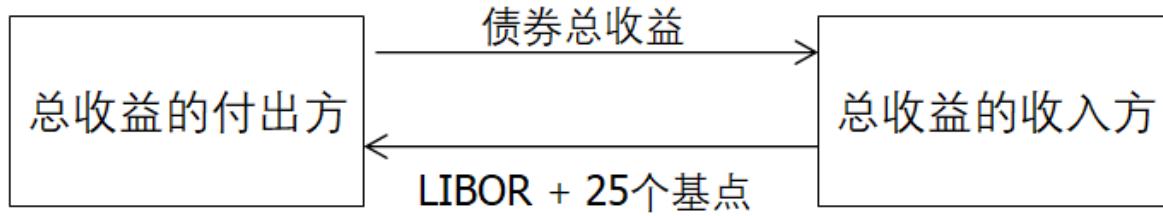
- CDS远期合约：签订1年后按280个基点的价格买入Ford公司5年期信用保护的远期合约。如果Ford公司在1年内违约，远期合约将会自动失效。
- CDS期权：在1年后有权按280个基点的价格买入Ford公司5年期信用保护，如果Ford公司在1年内违约，期权自动失效。

篮筐式CDS

- 与普通CDS相似，唯一不同的是篮筐式CDS需要指定多个参考实体。
- 第一次违约CDS只对参考实体中的首次违约提供违约赔偿；
- 第2、3.....n次的违约赔偿与第一次的类似
- 为什么定价与违约的相关性有关？

总收益互换

- 将某个资产组合的总收益与LIBOR加上一个溢差相交换的互换合约；
- 会有最后一次付款以反映债券价值的变化；
- 常常被当做融资工具。



资产支持债券

- 资产支持证券是在贷款、债券、信用卡应收款、按揭贷款、汽车贷款、飞机租赁、音乐版权等资产组合的基础上创设的；
- 资产的收益被分配到不同的份额中；
- 现金流按“瀑布形式”进行分配，资产产生的现金流首先要分配给最高级份额，直到这个份额收到所有的承诺回报后，现金流才会向下一层份额进行分配。

债务抵押债券

- 标的资产为债券组合时，ABS被称为现金CDO；
- 合成CDO涉及与CDS空头合约相似的结构；
- 在合成CDO中，股权份额首先承担损失支付，剩下的损失由中间份额承担，以此类推。

合成CDO的例子

- 股权份额承担CDS的支付，直达到合成CDO本金的5%。股权份额收取份额本金剩余数量上每年1000个基点的差价。
- 中间份额承担超过合成本金5%，但最多不超过20%的支出。该份额收取份额本金剩余数量上每年100个基点的差价。
- 高级份额承担超过20%的支出。该份额收取份额本金剩余数量上每年10个基点的差价。

合成CDO细节

- 收益由剩余份额的本金进行支付。
- 例：当损失达到CDS总本金的8%时，如果份额1已经不存在了，那么份额2能获得80%本金基础上的承诺溢差（200个基点）

单份额交易

- 即使不构造任何标的资产组合，仍然可以交易份额。
- 现金流可以由一个想象中的参考组合决定

iTraxx标准份额的报价

除了0-3%份额外，其余报价是指购买该份额保护每年所需的费用，以基点计算。0-3%份额的标价等于必须预先支付的比率（以份额面值为基础），另外每年支付剩余份额本金上500个基点。

日期	0-3%	3-6%	6-9%	9-12%	12-22%	指数
Jan 1, 2007	10.34%	41.59	11.95	5.60	2.00	23
Jan 1, 2008	30.98%	316.90	212.40	140.00	73.60	77
Jan 1, 2009	64.28%	1185.63	606.69	315.63	97.13	165

合成CDO与篮筐式CDS份额的定价

- 一种流行的方法是使用单因子高斯Copula模型来定义违约时间之间的相关性。
- 通常假定任何两家公司的相关系数相同，所有无条件违约分布都相同。
- 市场参与者更喜欢使用由市场报价隐含的相关系数。

在因子条件下的累计违约概率

$$Q(t|F) = N\left(\frac{N^{-1}[Q(t)] - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

根据两项式分布的性质，在F的条件下，正好有k个公司违约的概率：

$$\frac{n!}{(n-k)!k!} Q(t|F)^k [1 - Q(t|F)]^{n-k}$$

CDO份额估值

- 考虑时刻 τ_j (eg: $\tau_j=0.25, 0.5, 0.75\cdots$)
- 计算份额面值在各个时刻的期望值, E_j
- 时刻 τ_i 和 τ_{i+1} 之间的期望收益为期望面值之差
- 时刻 τ_i 的期望收益和期望面值是成比例的。

估值

$$A = \sum_j (\tau_j - \tau_{j-1}) E_j v(\tau_j)$$

$$B = \sum_j 0.5(\tau_j - \tau_{j-1})(E_j - E_{j-1}) v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j)$$

$$C = \sum_i (E_j - E_{j-1}) v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j)$$

份额价值=C-sA-sB，其中s为溢差

积分的计算

通过高斯求积公式：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-F^2/2} g(F) dF \approx \sum_{k=1}^M w_k g(F_k)$$

隐含相关系数

- 复合（份额）相关系数是由份额价格所隐含的相关系数，使用单因子高斯Copula模型来确定。
- 基础相关系数是使0~X%份额的价格与市场价格保持一致的相关系数，X%是离开点（标准份额的终点）。

计算基础相关系数的程序

- 计算每一个份额的复合相关系数
- 计算每一个份额预期损失的现值
- 加总这些现值就得到基础相关系数份额预期损失的现值
- 使用单因子高斯Copula模型来计算与预期损失一致的相关系数参数。

2007年1月31日iTraxx的隐含相关系数

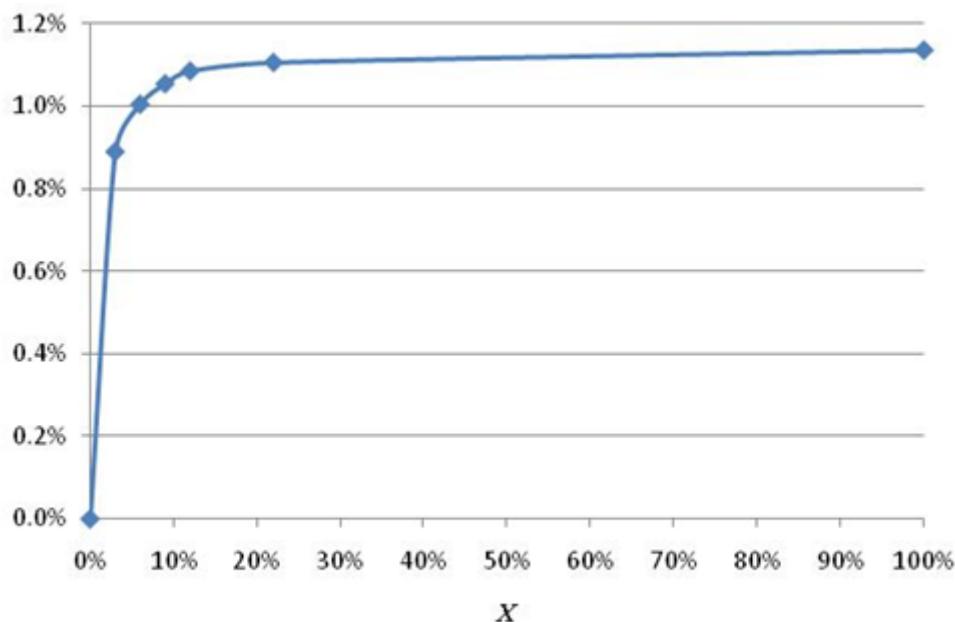
份额	0-3%	3-6%	6-9%	9-12%	12-22%
复合相关系数	17.7%	7.8%	14.0%	18.2%	23.3%

份额	0-3%	0-6%	0-9%	0-12%	0-22%
基础相关系数	17.7%	28.4%	36.5%	43.2%	60.5%

非标准份额

- 更好的办法是对预期损失使用插值法，而不是对基础相关系数使用插值法。
- 为了保证无套利，0~X%份额的预期损失的速度必须随着X的降低而递增。

2007年1月31日iTraxx 欧洲指数中0到X%份额的预期损失贴现值占整体面值的百分比



其它模型

- 异质模型
- 其他copula模型
- copula相关系数取成 F 的函数
- 由市场报价计算copula隐含函数
- 动态模型

奇异期权

奇异期权的类型

- 组合期权
- 永续美式看涨与看跌期权
- 非标准美式期权
- 缺口期权
- 远期开始期权
- 棘轮期权
- 复合期权
- 选择人期权
- 障碍期权
- 二元式期权
- 回望期权
- 喊价式期权
- 亚式期权
- 资产交换期权
- 涉及多种资产的期权
- 波动率和方差互换

组合期权

- 标准期权构成的证券组合
- 我们在第12章曾讨论过若干组合期权：牛市差价、熊市差价、跨式组合，等等。
- 交易员经常将组合期权设计成初始成本为0。

- 一个流行的组合期权是范围远期合约。

永续美式看涨与看跌期权

- 考虑当资产价格第一次达到 $S = H$ 时，支付数量 Q 的衍生产品， $S_0 < H$
- $f = Q(S/H)^\alpha$ ($\alpha > 0$) 满足边界条件。当 α 满足方程：

$$(r - q)\alpha + \frac{1}{2}\alpha(\alpha - 1)\sigma^2 = r$$

那么满足微分方程：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (r - q)S \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

得到结果 $\alpha_1 > 0$ 和 $\alpha_2 < 0$

- 因此，期权的价值为 $Q(S/H)^{\alpha_1}$
- 接下来考虑执行价格为 K 的永续美式看涨期权
- 当 $S = H$ 时，期权被行使，由上面的结果，期权的价值是 $(H - K)(S/H)^{\alpha_1}$
- 其中，最优的 H 满足 $H = K \alpha_1 / (\alpha_1 - 1)$
- 因此，永续美式看涨期权的价格为

$$\frac{K}{\alpha_1 - 1} \left(\frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1} \frac{S}{K} \right)^{\alpha_1}$$

- 类似的，看跌期权的价格为

$$\frac{K}{\alpha_2 + 1} \left(\frac{\alpha_2 + 1}{\alpha_2} \frac{S}{K} \right)^{-\alpha_2}$$

非标准美式期权

- 提前行使时间只限于期权有效期内的某些特定日期（百慕大式期权）。
- 提前行使只限于期权有效期内的某个特定区间（初始“待定”时间）。
- 在有效期内，期权执行价格会有所变化（认股权证等）。

缺口期权

- 缺口看涨期权：当 $S_T > K_2$ 时，其收益为 $S_T - K_1$
- 缺口看跌期权：当 $S_T < K_2$ 时，其收益为 $K_1 - S_T$
- 将BSM公式稍加修改就可以对欧式缺口期权进行定价
- 缺口看涨期权的价格 = $S_0 N(d_1) - K_1 N(d_2)$
- 缺口看跌期权的价格 = $K_1 e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-qT} N(-d_1)$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K_2) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

远期开始期权

- 远期开始期权是在未来某个时刻 T_1 才开始的期权。
- 隐含在雇员股票期权计划中。
- 通常假设执行价格等于 T_1 时刻的资产价格。
- 价格等于 e^{-qT_1} 乘以从今天开始的期限相等的期权的价格。

棘轮期权

- 它是一系列由某种方式确定执行价格的看涨或看跌期权组。
- 例如，棘轮期权可能包含20个期限为三个月的平值期权，因此期权的有效期为5年。
- 前一个期权到期后，下一个平价期权开始生效。

复合期权

- 期权上的期权
 - 看涨-看涨期权
 - 看涨-看跌期权
 - 看跌-看涨期权
 - 看跌-看跌期权
- 可以使用解析公式求解
- 与普通期权相比，价格非常的低

选择人期权

- 期权在0时刻开始，在 T_2 时刻到期。
- 在 T_1 ($0 < T_1 < T_2$)，持有人选择所持有的期权是看涨期权还是看跌期权。
- 这是一个组合期权！

作为组合期权的选择人期权

- T_1 时刻的期权价值为 $\max(c, p)$

- 由平价关系式就可以得到

$$p = c + e^{-r(T_2-T_1)}K - S_1 e^{-q(T_2-T_1)}$$

- 因此, T_1 时刻的期权价值为:

$$c + e^{-q(T_2-T_1)} \max(0, K e^{-(r-q)(T_2-T_1)} - S_1)$$

- 这是一个 T_2 时刻到期的看涨期权与 T_1 时刻到期的看跌期权所组成的组合期权。

障碍期权

- 当标的资产价格达到一定水平时, 敲入期权才开始存在
 - 敲入期权
- 当标的资产价格达到一定水平时, 敲出期权不再存在
 - 敲出期权
- 股价必须从下往上到达障碍
 - 上涨期权
- 股价必须从上往下到达障碍
 - 下跌期权
- 此处的期权既可以是看涨也可以是看跌
- 共有八组可能的组合

平价关系式

$$c = c_{ui} + c_{uo}$$

$$c = c_{di} + c_{do}$$

$$p = p_{ui} + p_{uo}$$

$$p = p_{di} + p_{do}$$

二元式期权

- 现金或空手期权：如果 $S_T > K$, 该期权的收益为 Q ; 否则收益为零。
 - 价格为 $e^{-rT} Q N(d_2)$
- 资产或空手期权：如果 $S_T > K$, 该期权的收益为 S_T ; 否则收益为零。
 - 价格为 $S_0 e^{-qT} N(d_1)$

看涨期权的分解

多头：资产或空手看涨期权

空头：现金或空手看涨期权，收益为执行价格 K

$$\text{价格} = S_0 e^{-qT} N(d_1) - e^{-rT} K N(d_2)$$

回望建权

- 浮动回望建涨期权：在 T 时刻的收益为 $S_T - S_{\min}$ (允许期权持有者在有效期内以最低价格买入股票)。
- 浮动回望建跌期权：在 T 时刻的收益为 $S_{\max} - S_T$ (允许期权持有者在有效期内以最高价格卖出股票)。
- 固定回望建涨期权的收益为 $\max(S_{\max} - K, 0)$
- 固定回望建跌期权的收益为 $\max(K - S_{\min}, 0)$
- 所有类型的期权都可以用解析法进行定价。

喊价式期权

- 期权持有者在期权有效期内可以向期权承兑人（卖出方）做一项“喊价”。
- 最终的期权收益为
 - 普通期权收益， $\max(S_T - K, 0)$, 或
 - 喊价时期权的内在价值， $S_\tau - K$
- 收益： $\max(S_T - S_\tau, 0) + S_\tau - K$
- 喊价式期权与回望建权类似，但价格更便宜。

亚式期权

- 收益同标的资产在期权有效期内价格的算术平均有关。

- 平均价格期权的收益：

- 看涨期权： $\max(S_{\text{ave}} - K, 0)$
- 看跌期权： $\max(K - S_{\text{ave}}, 0)$

- 平均执行价格期权的收益：

- 看涨期权： $\max(S_T - S_{\text{ave}}, 0)$
- 看跌期权： $\max(S_{\text{ave}} - S_T, 0)$

- 没有确切的解析式对其进行定价。
- 在平均股票价格服从对数正态分布的假设下近似定价。

交换期权

- 把一种资产转换成另一种资产的期权。
- 例如，考虑一欧式资产交换期权，期权持有者在 T 时刻以价格 U_T 的资产来交换 T 时刻价格为 V_T 的资产。
- 期权收益为 $\max(V_T - U_T, 0)$

篮筐式期权

- 篮筐式期权是指一种买卖组合资产的期权。
- 通过计算篮筐资产在期权到期时的前两阶矩，并假定篮筐资产在期权到期时服从对数正态分布，我们可以得出一个更快的定价方法。

波动率和方差互换

- 波动率互换是指将一段时间内 ($0 \sim T$) 资产价格所实现的波动率与某一事先约定的波动率进行互换的合约。
- 方差互换是指将一段时间内 ($0 \sim T$) 资产价格已实现的方差与某一事先约定的方差进行互换的合约。
- 在计算波动率或方差时，一般假定资产日收益的均值为0。

方差互换的定价

- 在风险中性世界里， 0 与 T 之间的平均方差的期望值可以通过具有不同执行价格和期限 T 的欧式看涨与看跌期权价格来进行计算。
- 对于资产价格的任意值 S^*

$$\hat{E}(\bar{V}) = \frac{2}{T} \ln \frac{F_0}{S^*} - \frac{2}{T} \left[\frac{F_0}{S^*} - 1 \right] + \frac{2}{T} \int_{K=0}^{S^*} \frac{1}{K^2} e^{rT} p(K) dK + \frac{2}{T} \int_{K=S^*}^{\infty} \frac{1}{K^2} e^{rT} c(K) dK$$

波动率互换

- 波动率互换的定价需要使用如下近似关系：

$$\hat{E}(\bar{\sigma}) = \sqrt{\hat{E}(\bar{V})} \left\{ 1 - \frac{1}{8} \left[\frac{\text{var}(\bar{V})}{\hat{E}(\bar{V})^2} \right] \right\}$$

VIX指数

- S&P500指数在30天里的平均方差可以由CBOE (以S&P500指数为标的) 欧式看涨期权和看跌期权的市场价格来进行计算，记为 σ 。
- 乘以 $365/30$ 再开方就得到VIX指数的值。
- 有些奇异期权的对冲比对一般期权的对冲更为容易 (如亚式期权)；
- 有些则更难 (如障碍期权)。

静态期权复制

- 这涉及使用一个普通期权组合来近似复制奇异期权。
- 基本原理：当两个交易组合在边界上的值相同，它们在边界内的所有点上值也相同。
- 静态期权复制是相对于动态期权复制而言的，动态期权复制要求连续的交易来使期权匹配。

例：

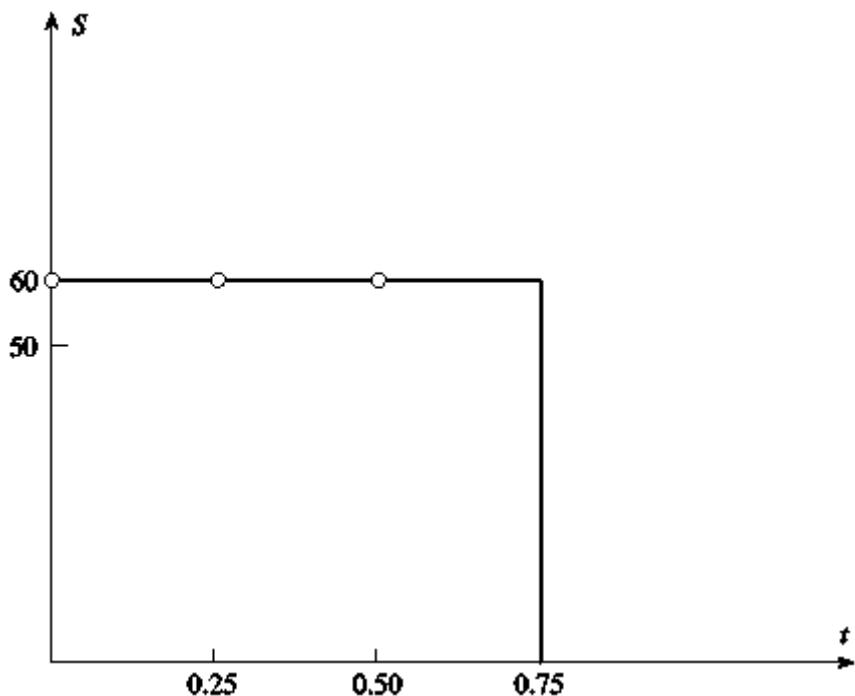
- 考虑一个9个月期关于某无股息股票的上涨-敲出看涨期权， $S_0 = 50$, $K = 50$, 障碍水平为60,
 $r = 10\%$, $\sigma = 30\%$

- 尽管可选择任意边界，一种自然的做法是：

$$\text{当 } S < 60 \text{ 时, } c(S, 0.75) = \max(S - 50, 0)$$

$$\text{当 } 0 \leq t \leq 0.75 \text{ 时, } c(60, t) = 0$$

边界点：



例：

我们试图在边界上匹配以下点：

$$c(S, 0.75) = \text{MAX}(S - 50, 0) \quad (S < 60)$$

$$c(60, 0.50) = 0$$

$$c(60, 0.25) = 0$$

$$c(60, 0.00) = 0$$

我们可以进行如下操作：

- +1.00欧式期权：期限为0.75年，敲定价格为50
- -2.66欧式期权：期限为0.75年，敲定价格为60
- +0.97欧式期权：期限为0.50年，敲定价格为60
- +0.28欧式期权：期限为0.25年，敲定价格为60

- 复制组合的初始价值为0.73，而上涨-敲出期权价格为0.31。
- 当我们使用更多期权时，复制组合的价格收敛于奇异期权的价格。
- 例如，当在边界上18个点都与上涨-敲出期权价格匹配时，复制期权组合的价格为0.38；如果是100个点，复制期权组合的价格降为0.32。

静态期权复制的应用

- 为了对冲期权，我们可以卖空满足边界条件的复制期权组合。
- 当达到边界点时，必须将对冲组合平仓。

再谈模型和数值算法

几何布朗运动的三种替代形式

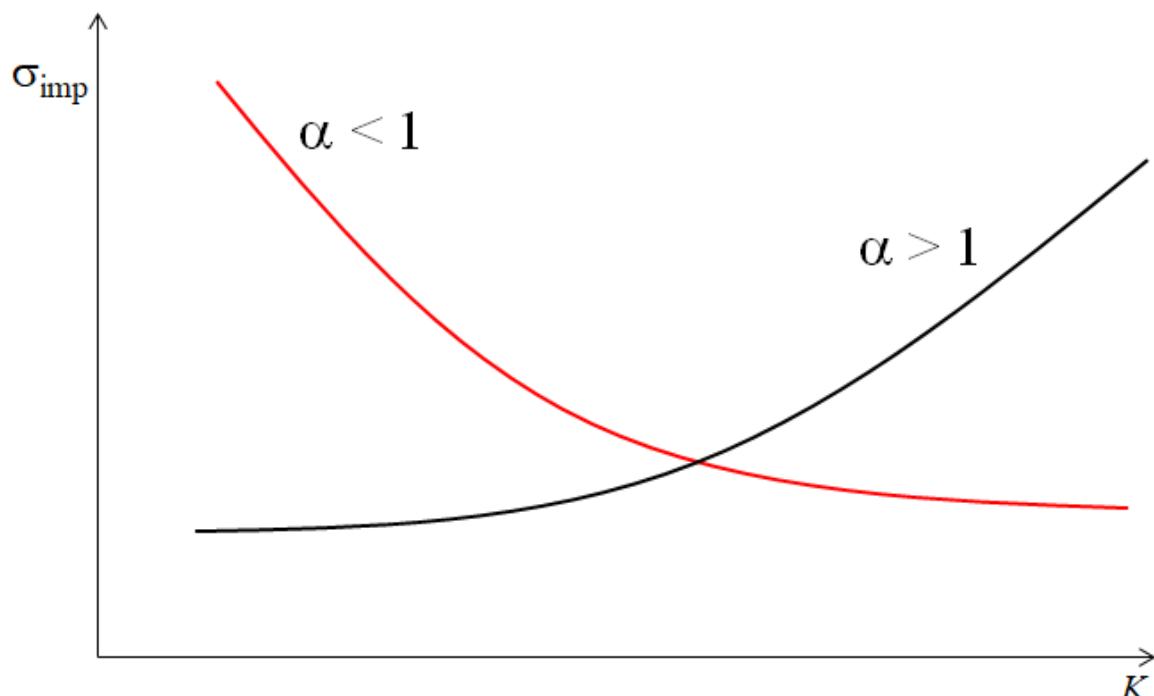
- 常方差弹性模型 (CEV)
- 跳跃-扩散混合模型
- 方差-Gamma模型

CEV模型

$$dS = (r - q)Sdt + \sigma S^\alpha dz$$

- 当 $\alpha = 1$ 时，该模型是布莱克-斯科尔斯模型。
- 当 $\alpha > 1$ 时，波动率随股票价格的上升而增加。
- 当 $\alpha < 1$ 时，波动率随股票价格的上升而减小。
- 如果使用非中心卡方分布的累计分布，那么欧式期权的定价存在解析表达式。

CEV模型中的隐含波动率



专业术语

默顿提出了一种把跳跃和连续变化结合起来的模型：

$$dS / S = (r - q - \lambda k)dt + \sigma dz + dp$$

- dp —泊松过程
- k —平均跳跃幅度占股价的百分比
- λdt —在时间 dt 内跳跃发生的概率
- λk —由跳跃而触发的平均增长率

模拟跳跃过程

- 在每一个时间步骤上，
- 从二项式分布中抽取样本来确定跳跃的次数
- 抽样确定每一次跳跃的幅度

跳跃与波动率微笑

- 跳跃对期限较短的期权的隐含波动率有重大影响。
- 跳跃对期限较长的期权隐含波动率的效果就微小得多。

方差-Gamma模型

- 定义 g 为服从Gamma过程的变量在时间T内的变化。在Gamma过程中，微小跳跃经常发生，但大的跳跃只是偶尔发生。
- $\ln S_t$ 在条件 g 下服从正态分布，其方差与 g 成正比。
- 模型中的三个参数：
 - v ：Gamma过程的方差率
 - σ ：波动率
 - θ ：定义偏态的参数
- g 定义了在时间T内信息到达的速度（ g 有时被称为度量经济时间）。
 - 如果 g 很大， $\ln S$ 变化量的均值和方差也较大；
 - 如果 g 很小，信息到达量很少， $\ln S$ 变化量的均值和方差也较小。

时变波动率

- 代入布莱克-斯科尔斯-默顿模型中的方差率应该是方差率的平均值。
 - 假定 σ_1 是第一年的波动率， σ_2 是第二年和第三年的波动率。
 - 在第3年年末，累计方差为 $\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2$
- 3年的波动率的平均值为

$$3\bar{\sigma}^2 = \sigma_1^2 + 2\sigma_2^2; \quad \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2}{3}}$$

随机波动率模型

$$\frac{dS}{S} = (r - q)dt + \sqrt{V}dz_S$$

$$dV = a(V_L - V)dt + \xi V^\alpha dz_V$$

- 当 V 和 S 不相关时，欧式期权的价格等于布莱克-斯科尔斯-默顿价格在平均方差率的分布上进行积分。
- 当 V 和 S 负相关时，我们得到向下倾斜的波动偏态，这与股票市场上观察到的结果类似。
- 当 V 和 S 正相关时，偏态向上倾斜（部分商品有时会出现这种模式）。

SRBR模型

$$dF = \sigma F^\beta dz$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \nu dw$$

- 受到从业人员的青睐
- 优点是可以很好的匹配在实际中观察的波动率微笑

IVF模型

- 对隐含波动率函数模型所创建的资产价格过程而言，资产价格与所观察到的期权价格完全匹配，常见的几何布朗运动模型

$$dS = (r - q)Sdt + \sigma Sdz$$

- 可以改写为：

$$dS = [r(t) - q(t)]Sdt + \sigma(S, t)Sdz$$

波动率函数

使模型与欧式期权价格相匹配的波动率函数为

$$[\sigma(K, t)]^2 = \frac{2 \frac{\partial c_{mkt}}{\partial t} + q(t)c_{mkt} + K[r(t) - q(t)]\frac{\partial c_{mkt}}{\partial K}}{K^2(\frac{\partial^2 c_{mkt}}{\partial K^2})}$$

IVF模型的优势和劣势

- 模型在未来每一个时点上都匹配资产价格的概率分布；
- 模型给出的资产在两个时间或多个时间的联合分布却不一定准确。

可转换债券

- 经常使用二叉树模型来对可转换债券进行定价，在每一个时间区间 Δt 内，
 - 价格上涨的概率为 p_u
 - 价格下降的概率为 p_d
 - 违约概率为 $1 - \exp(-\lambda t)$ (λ 为风险中性违约密度)
- 公司违约时，股价会变为0，但债券会有一定的回收率。

概率：

$$p_u = \frac{a - de^{-\lambda\Delta t}}{u - d}$$

$$p_d = \frac{ue^{-\lambda\Delta t} - a}{u - d}$$

$$u = e^{\sqrt{(\sigma^2 - \lambda)\Delta t}}$$

$$d = \frac{1}{u}$$

节点计算：

定义：

Q_1 : 既没有被转换也没有被赎回情形下的债券价格

Q_2 : 赎回情形下的债券价格

Q_3 : 转换情形下的债券价格

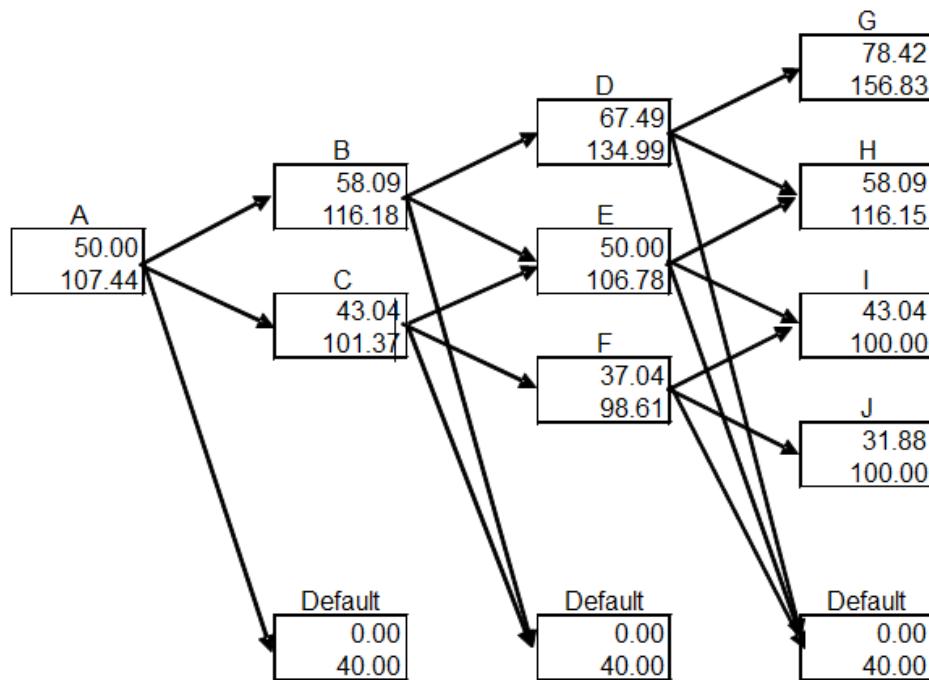
节点上的债券价格 = $\max[\min(Q_1, Q_2), Q_3]$

例：

- 9个月期面值为100美元的零息债券
- 可转换为2股股票

- 在任意时刻都能以113美元的价格赎回
- 股票的最初价格为50美元
- 波动率为每年30%
- 股票不支付股息
- 无风险利率为5%
- 违约密度 λ 为每年1%
- 回收率为40%

树形:



数值计算程序

- 使用二叉树方法来对路径依赖期权定价
- 障碍期权定价
- 与两个随机变量相关的期权定价
- 使用蒙特卡罗模拟法对美式期权定价

路径依赖型期权: 传统观点

- 树形方法对美式期权的定价效果较好，但不能用来对路径依赖型期权进行定价。
- 蒙特卡罗模拟法对路径依赖型期权的定价较好，但不能用来对美式期权进行定价。

树形方法应用的扩展

- 在对部分路径依赖型期权进行定价时，使用倒推的方法。
- 我们先用回望期权来说明这种方法，然后使用这种方法来对亚式期权进行定价。

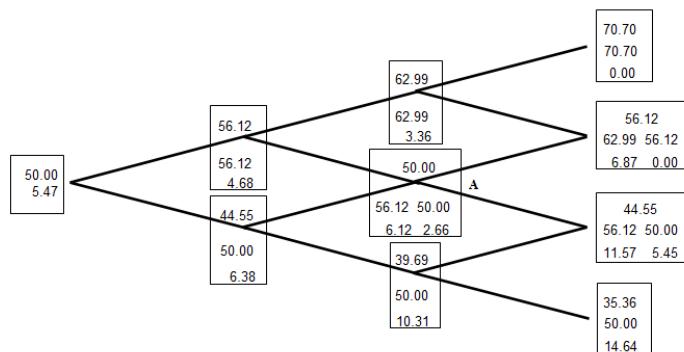
回朝始权

- 考虑美式回望期权: $S = 50$, $\sigma = 40\%$, $r = 10\%$, $\Delta t = 1$ 个月, 期限为3个月。
- 收益为 $S_{\max} - S_T$ 。
- 对每个节点上的股票价格都取最大值就能对这种期权进行定价。
(这个例子只是为了说明定价方法。这种方法并不是处理美式回望期权最有效的方法。)

例:美式回望看跌期权

- $S = 50$, $\sigma = 40\%$, $r = 10\%$, $\Delta t = 1$ 个月

节点上方的数值为股票价格;
中间数值为股票价格在达到该节点可能路径上的最大值;
最下面的数值为期权的价格。



为什么这种方法有效?

这种方法之所以对回望期权的定价有效, 是因为

- 期权收益只与股票价格路径的一个函数有关 (我们称之为“路径函数”)。
- 每个节点上, 路径函数的数值可由该节点上的股票价格 和上一个节点上路径函数的数值计算得出。
- 随着时间步长的增长, 节点上路径函数不同取值的个数不会增长得太快。

推广:

- 这种方法可以被推广到对每一个节点所对应的路径函数值的数量没有限制的情形。
- 基本思想是没有必要考虑路径函数每一个可能的取值。
- 在每个节点上, 只考虑有代表意义的路径函数值就够了。

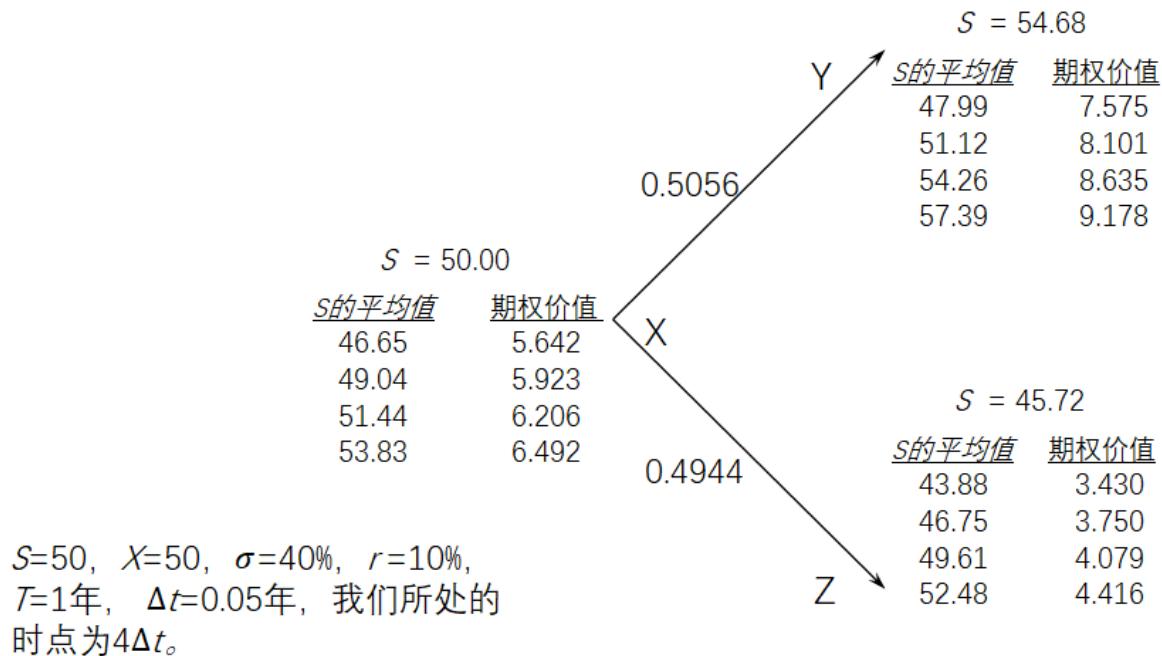
向前进推:

- 第一步计算每一个节点上路径函数的最大值和最小值。
- 第二步是在最小值和最大值的区间中选择路径函数的代表性值。
 - 最简单的方法: 选取最小值和最大值, 对两者中间的区域进行N等分。

倒退归纳:

- 在每一个节点上, 对路径函数所有可能的取值, 我们按照通常的方法从树形的后面开始进行倒推。
- 当为了得到路径函数的值而需要衍生产品在某个节点上的值时, 如果节点没有直接考虑, 那么我们使用线性或二次插值的方法。

算术平均值期权定价的局部计算



当5个观察值的平均值为51.44时，考虑节点X。

节点Y: 如果股票价格上升到节点Y, 那么新的平均值为51.98, 通过插值方法计算的期权价值为8.247。

节点Z: 如果股票价格上升到节点Z, 新的平均值为50.49, 通过插值方法计算的期权价值为4.182。

节点X: 期权的价值为

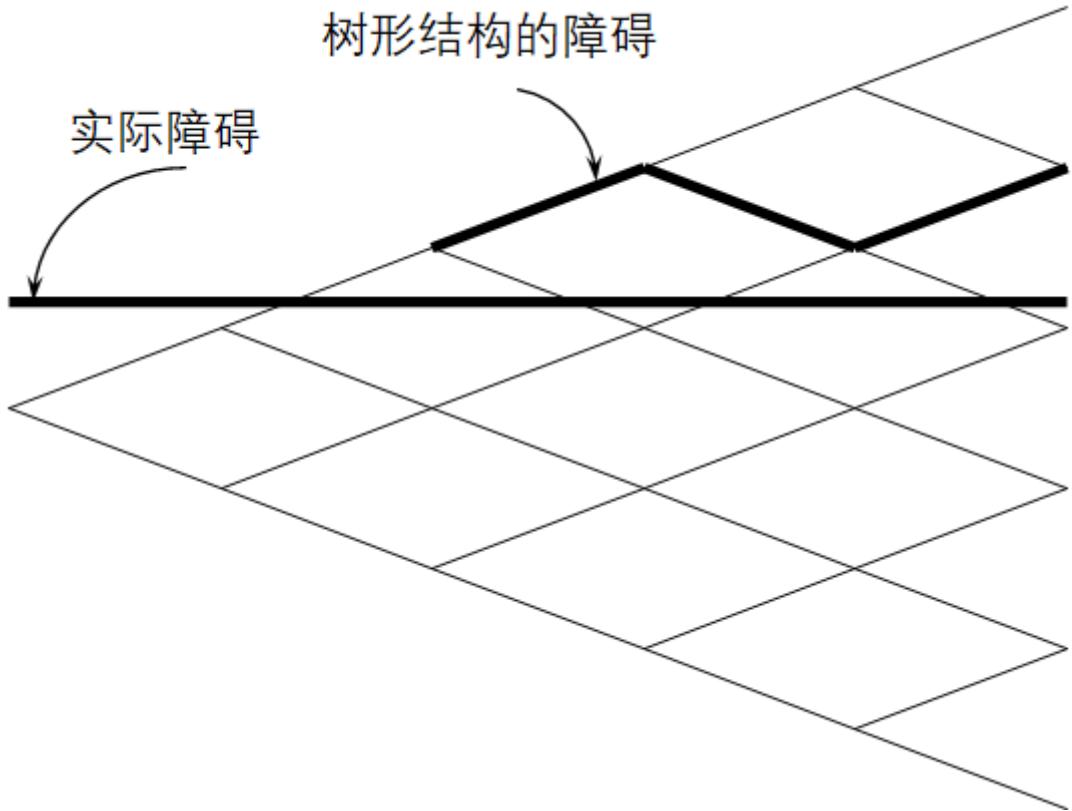
$$(0.5056 \times 8.247 + 0.4944 \times 4.182) e^{-0.1 \times 0.05} = 6.206$$

使用树形方法来对障碍期权进行定价

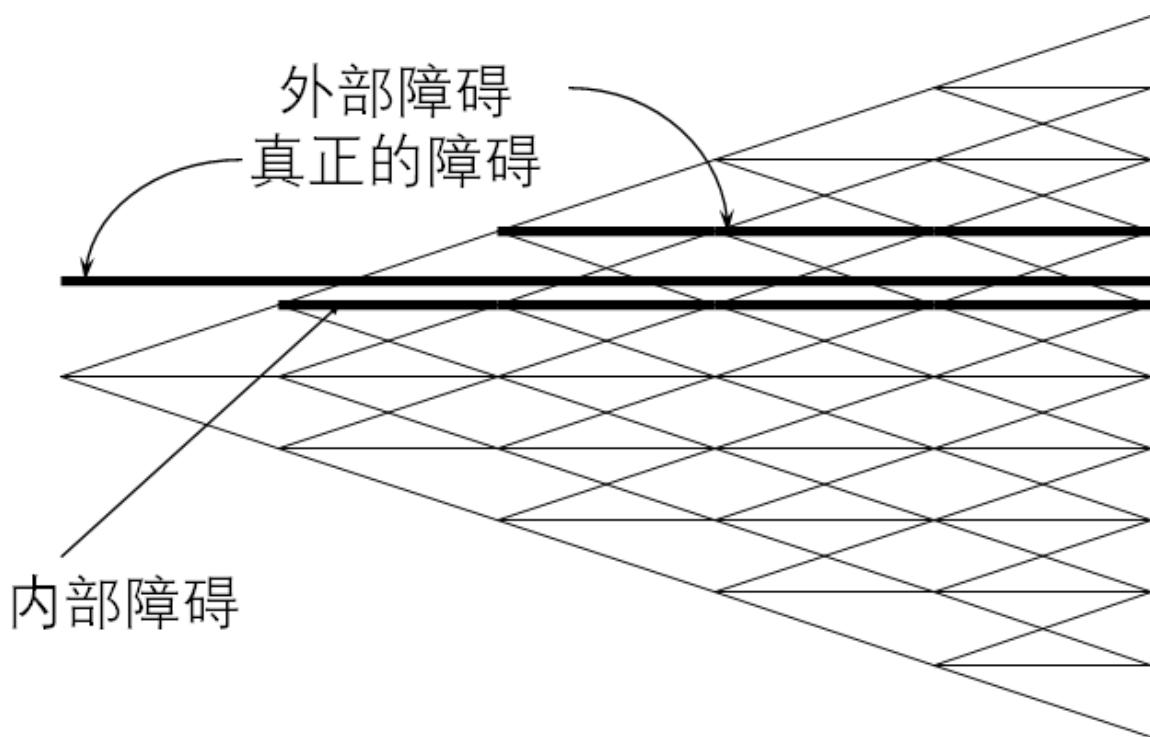
- 当使用树形方法来对障碍期权进行定价时，收敛速度较慢。
- 这是因为，障碍期权在树形方法中的设定不准确。

敲出期权的实际障碍与树形结构的障碍：二叉树情形

树形结构的障碍



三叉树的内外部障碍



解决方法

- 假定内部障碍为真正障碍时，计算期权价格；
- 假定外部障碍为真正障碍时，计算期权价格；
- 对以上两个价格进行插值。
- 确保节点总是落在障碍上。
- 利用自适用网格方法。

在所有情形中，三叉树优于二叉树。

用三维树形对两个相关变量进行建模

方法

- 将相关变量变换为不相关的变量，对变换后的变量构建树形。
- 通过调整节点的位置来考虑相关性。
- 通过调整概率来考虑相关性。

蒙特卡罗模拟法与美式期权

- 两种方法：
- 最小二乘法
- 行使边界参数化方法

考虑一个无股息股票上的3年期美式看跌期权，当前的股票价格为1.00，期权执行价格为1.10，无风险利率为每年6%。

模拟路径

路径	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3
1	1.00	1.09	1.08	1.34
2	1.00	1.16	1.26	1.54
3	1.00	1.22	1.07	1.03
4	1.00	0.93	0.97	0.92
5	1.00	1.11	1.56	1.52
6	1.00	0.76	0.77	0.90
7	1.00	0.92	0.84	1.01
8	1.00	0.88	1.22	1.34

最小二乘法

使用最小二乘法从终点开始倒推计算每个时点上继续持有期权的价值。

- 假设第二年年末实值期权的路径有5条，S的5个观察值分别为1.08、1.07、0.97、0.77和0.84，继续持有期权时期权的价值分别为0.00、 $0.07e^{-0.06}$ 、 $0.18e^{-0.06}$ 、 $0.20e^{-0.06}$ 和 $0.09e^{-0.06}$ 。
- 拟合模型 $V=a+bS+cS^2$ 就能得到最佳拟合关系，

$$V=-1.070+2.983S-1.813S^2$$

- 由此推断 $t=2$ 时应提前行使期权。对 $t=1$ ，进行类似分析。

实践中对继续持有时的期权价值计算涉及更为复杂的函数形式，需要抽取多个样本路径。

将行使边界参数化的方法

- 假设可以使用某种方法来对提前行使边界进行参数化。
- 进行第一轮的蒙特卡罗模拟，倒推计算最优参数值。
- 使用这些参数定义的提前行使边界来进行新一轮的蒙特卡罗模拟。

一个应用例子

- 设定资产价格的关键值 S^* （在 S^* 以下期权就会被提前行使）来对提前行使边界进行参数化。
- 当 $t=1$ 时，8条路径的最优 S^* 为0.88；当 $t=2$ 时， S^* 的最佳选择为0.84。
- 实践中需要使用更多的路径来计算 S^* 。

鞅与测度

依赖于单个变量的衍生产品

- 变量 θ （不一定是股票价格）所服从的过程为

$$\frac{d\theta}{\theta} = m \, dt + s \, dz$$

- f_1 和 f_2 是两个依赖于 θ 的延伸产品的价格，假设：

$$\begin{aligned}\frac{df_1}{f_1} &= \mu_1 \, dt + \sigma_1 \, dz \\ \frac{df_2}{f_2} &= \mu_2 \, dt + \sigma_2 \, dz\end{aligned}$$

构建无风险交易组合

- 建立一个无风险组合，包括：
 - $+ \sigma_2 f_2$ 单位第一个衍生产品
 - $- \sigma_1 f_1$ 单位第二个衍生产品

$$\Pi = (\sigma_2 f_2) f_1 - (\sigma_1 f_1) f_2$$

$$\Delta\Pi = (\mu_1 \sigma_2 f_1 f_2 - \mu_2 \sigma_1 f_1 f_2) \Delta t$$

风险市场价格

- 因为交易组合无风险，所以 $\Delta\Pi = r \Pi \Delta t$
- 可以得到： $\mu_1 \sigma_2 - \mu_2 \sigma_1 = r \sigma_2 - r \sigma_1$
- 或 $\frac{\mu_1 - r}{\sigma_1} = \frac{\mu_2 - r}{\sigma_2}$
- 这说明，对所有依赖于变量q的衍生产品而言， $(\mu - r)/\sigma$ 相同。
- 称 $(\mu - r)/\sigma$ 为风险的市场价格，记为 λ 。

多个标的变量时的扩展分析

- 如果 f 依赖于多个标的变量，那么

$$\frac{df}{f} = \mu dt + \sum_{i=1}^n \sigma_i dz_i$$

- 于是

$$\mu - r = \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_i$$

鞅

- 鞅是没有漂移的随机过程。
- 鞅的性质：在将来任何时间的期望值都等于它今天的值。

两种世界

- 在传统的风险中性世界里，

$$df = rf dt + \sigma f dz$$

- 在风险市场价格为 λ 的世界里，

$$df = (r + \lambda \sigma) f dt + \sigma f dz$$

等价鞅测度结果

- 如果 λ 等于证券的波动率 g ，那么由伊藤引理可知，对所有证券价格 f 而言， f/g 为鞅。

计价单位

- 我们将风险的市场价格等于 g 的波动率的世界，称为“由计价单位 g 定义的世界”，相应期望记为 E_g

$$\frac{f_0}{g_0} = E_g \left(\frac{f_T}{g_T} \right)$$

计价单位g的其他选择

- 货币市场账户
- 零息债券价格
- 年金因子

货币市场账户作为计价单位

- 货币市场账户是一个证券，它在时间0的价值是1美元，并且在任何时刻都争取瞬时无风险利率。
- 货币市场账户价格遵循的过程为

$$dg = rg dt$$

- g的波动率为0。货币市场账户作为计价单位，可以推出传统风险中性世界， $\lambda=0$ 。

- 因为 $g_0 = 1$, $g_T = e^{\int_0^T r dt}$, 方程

$$\frac{f_0}{g_0} = E_g \left(\frac{f_T}{g_T} \right)$$

- 就变成：

$$f_0 = \hat{E} \left[e^{-\int_0^T r dt} f_T \right]$$

- \hat{E} 表示传统风险中性世界里的期望。

零息债券价格作为计价单位

- 方程

- $$\frac{f_0}{g_0} = E_g \left(\frac{f_T}{g_T} \right)$$

- 变成：

$$f_0 = P(0, T) E_T [f_T]$$

- $P(0, T)$ 是零息债券价格， E_T 表示在由计价单位 $P(t, T)$ 定义的世界里的期望。

远期价格

- 在一个由 $P(0, T)$ 定义的世界里， T 时刻证券的远期价格等于它的期望价格。

利率

- 在一个由 $P(0, T_2)$ 定义的世界里，远期利率等于 (T_1, T_2) 时间段内利率的期望值。

年金因子作为计价单位

方程：

$$\frac{f_0}{g_0} = E_g \left(\frac{f_T}{g_T} \right)$$

变成：

$$f_0 = A(0) E_A \left[\frac{f_T}{A(T)} \right]$$

年金因子与互换利率

假定 $s(t)$ 是互换利率，相应年金因子为 A 。于是，

$$s(t) = E_A [s(T)]$$

多个因子情形下的拓展

- 在传统风险中性世界里,

$$df(t) = r(t)f(t)dt + \sum_{i=1}^m \sigma_{f,i}(t)f(t)dz_i$$

$$dg(t) = r(t)g(t)dt + \sum_{i=1}^m \sigma_{g,i}(t)g(t)dz_i$$

- 在其他内在一致的风险中性世界里

$$df(t) = \left[r(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \sigma_{f,i}(t) \right] f(t)dt + \sum_{i=1}^m \sigma_{f,i}(t) f(t) dz_i$$

$$dg(t) = \left[r(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \sigma_{g,i}(t) \right] g(t)dt + \sum_{i=1}^m \sigma_{g,i}(t) g(t) dz_i$$

- 我们把 $\lambda_i = \sigma_{g,i}$ 的特殊情况称为由计价单位 g 定义的世界。
- 与单因子情形一样, f/g 为鞅, 其他的结论都成立。

应用

- 在利率随机时对布莱克模型进行改进。
- 资产交换期权的定价。

布莱克模型

在由 $P(0,T)$ 定义的世界里, 当利率是随机利率、标的资产远期价格的波动率为常数时, 布莱克模型确实有效。

$$c = P(0,T)[F_0 N(d_1) - K N(d_2)]$$

$$p = P(0,T)[K N(-d_2) - F_0 N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln(F_0 / K) + \sigma_F^2 T}{\sigma_F \sqrt{T}} \quad d_2 = \frac{\ln(F_0 / K) - \sigma_F^2 T}{\sigma_F \sqrt{T}}$$

将一个价值为 U 的投资资产转换成一个价值为 V 的投资资产的期权

- 在由计价单位 U 定义的世界里, 能对该期权进行定价。
- 期权的价值为

$$e^{-q_V} V_0 N(d_1) - e^{-q_U} U_0 N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(V_0/U_0) + (q_U - q_V + \hat{\sigma}^2/2)T}{\hat{\sigma}\sqrt{T}} \quad d_2 = d_1 - \hat{\sigma}\sqrt{T}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sigma_U^2 + \sigma_V^2 - 2\rho\sigma_U\sigma_V$$

计价单位变换

- 当我们从一个计价单位 g 变化成另一个计价单位 h 时，变量 v 的增长率增加了 $\rho\sigma_v\sigma_w$ 。
- 其中 σ_v 是 v 的总波动率， $w = h/g$ ， σ_w 是 w 的总波动率， ρ 是两者之间的瞬时相关系数。

附：何小锋教授金融工程分享



千秋邈矣独留我，
百战归来再读书。

——曾国藩

潜心修道 现身说法

——何小锋



01 创新价值论：海量价值增长的源泉

02 国际价值论与比较价值原理

03 资产相对论

04 资本四重奏理论

目录 CONTENTS

新书阐述了我的新理论

刘伟教授为我们的新作撰写推荐词：
《资产相对论》是何小锋教授的新著，也是作者多年来在经济研究，特别是在金融领域研究成果的集成。我和作者是北大经济系77级大学同学，后又一同留校任教多年，更是相互理解和信任的朋友，曾有过长期学术研究上的合作。小锋是位十分内敛和藏拙且富有才华和思想的学者，具有极强的创造性和想象力。早在上世纪80年代初读本科时即在《经济研究》上发表“劳务价值论初探”，对传统理论和权威提出深刻的挑战，展现出思想上的活跃。后又做过大量外资项目评估并形成教程，显示出实操上的严谨。相信读者通过这部新著，能够切实体会到作者这种活跃和严谨。衷心祝贺作者。（中国人民大学校长、教授）

我对投资学的研究和实践超过35年

- ★ 北京大学经济系77级本科，81级研究生师从厉以宁等导师研究当代西方经济学。
- 1985年，我在北大开设“利用外资项目评估”课程，第一次引入世界银行的先进投资理念，此后在北大出版社发表了同名教材（何小锋，刘伟，1989）。
- ★ 1986-1989年，我专门在香港研究三年投资和投资基金，回北大后立志从事中国投资的创新。
- ★ 1991年，我作为建议人并主笔起草文件，筹备成立淄博基金（中基协认定为中国第一个投资基金），募集后经央行批准在上海交易所挂牌。
- ★ 1992年，与方风雷先生一起主持“三亚地产投资券”（中国首个地产投资基金）的筹备、发行和上市工作，此后参与策划筹备中金公司。
- ★ 2001年6月1日，我担任董事长的Riverhill holdings ltd.在香港联交所上市，当天投资者账面升值30倍。
- ★ 2015年10月，我作为创办人、股东、董事的北京方富资本管理股份有限公司在新三板挂牌，当年利润增长4倍。

我的实验经历



2001年6月，神州数码与山河控股在香港上市，两位董事长敲钟



2015年10月，方富资本在新三板挂牌仪式





中共十九大五中全会公告指出：

当今世界正经历百年未有之大变局，新一轮科技革命和产业变革深入发展，国际力量对比深刻调整，和平与发展仍然是时代主题，人类命运共同体理念深入人心，同时国际环境日趋复杂，不稳定性不确定性明显增加。

全会号召，全党全国各族人民要紧密团结在以习近平同志为核心的党中央周围，**同心同德**，顽强奋斗，夺取全面建设社会主义现代化国家新胜利！



• 新中国创造了两项人类奇迹



- 1、新中国成立以来，经济总量增长了170多倍，平均经济增长全球第一，人均GDP增长了70多倍；
- 2、改开40多年来，中国7亿多人摆脱贫困，对世界减贫贡献率中国70%。

纵观全球：20年代注定是人生最精彩、曲折的十年。

在此如此新变局中，经济学、金融学、投资学的分析框架、角度、话语都有必要作出与时俱进的更新，中国特色的经济学、金融学将震撼出台。



恩格斯的“合力论”



历史是这样创造的，最终的结果总是从许多单个的意志的相互冲突中产生的，而其中每一个意志，又是由许多特殊的生活条件，才成为它所成为的那样。这样就有无数相互交错的力量，有无数个力的平行四边形，由此产生出合力，即历史结果；而这个结果又可以看作一个作为整体的、不自觉地和不自主地起着作用的力量的产物。

——恩格斯

对经济理论的“理论”

经济学家们为什么争论不休？

第一，可能是对讨论的层次分不清。就像一人讨论的状态是太空，属于没有氧气的真空情形；另一人谈的是大气层的情形，结果形同“鸡同鸭讲”。

第二，可能是讨论的角度不同。经济学家往往各执一端缺乏包容性，不能对理论融合贯通，结果达不成一致意见。实际上对同一事物从不同角度进行观察，结果迥然不同。



- ★ 我们的金融学最重要的是建立了一个理论框架：她包含了纯粹理论（以比较价值原理为代表），中介理论（以资产相对论为代表），策略分析（以资本四重奏分析为代表）三个大层次。这三个层次里，每个层次还可以分若干个小层次。不同层次的讨论之境界是不一样的；三个层次中，起核心作用的是中介层次，而中介层次在经济学家的理论中往往是很缺乏的。

三个层次的理论正好对应着中国古代关于“道、法、术”的论述。

纯粹理论的特点

- 1、纯粹理论以很多假设为前提，属于抽象分析；
- 2、纯粹理论具有普遍的指导意义，但是不能直接运用到策略分析，需要中介理论过度。
- 3、纯粹理论不能取代中介理论，否则则是教条主义。
- 4、我们的纯粹理论为金融学提供了一个理论框架，展开角度以“比较价值原理”为核心，包括创新价值论、国际价值论和动态演变、团队合成的相对优势原理。

中介理论的特点：

- 1、中介理论承上启下，处于核心位置；
- 2、中介理论只能在某一环境、某一时段具有适用性，不是放之四海而皆准的；
- 3、中介理论必须在纯粹理论指导下，发挥原创性；
- 4、中介理论可以指导策略分析；
- 5、我们的中介理论以“资产相对论”为核心，包括资产运营和股权投资分析方法的创新。

策略分析的特点

- 1、策略分析必须在纯粹理论指导的中介理论的指导下制定，实现“道法术一体”；
- 2、策略分析面对现实，指导行动；
- 3、为了解决实际问题，策略可能暂时违背纯粹理论，这是退一步、进两步的策略；
- 4、我们的策略分析体现在以“资本四重奏”指导下的各种股权投资分析策略和资产运营策略的创新。

我们今天从股权投资的角度来谈

- *角度不同，兼容并包：这可以回避许多的争论。
- *我们的理念是：融合渗透，协同发展。西方金融学的各个学派和理论，在资产相对论的大厦中，都能找到自己的位置。
- *总结：
同频共振赋能，相对优势集成；
资本双双合奏，神曲部部爆棚。



不在现场的你，对于一个人，一件事，乃至一个国家的好坏，100%取决于信息传播者的需要。

15

重组金融学的“真善美结合”的原则

作为人类认知世界的三种不同方式，科学、道德和艺术对应着“真善美”，经济学、金融学如何体现三者关系？值得深思。

■ 90年代海归经济学家：

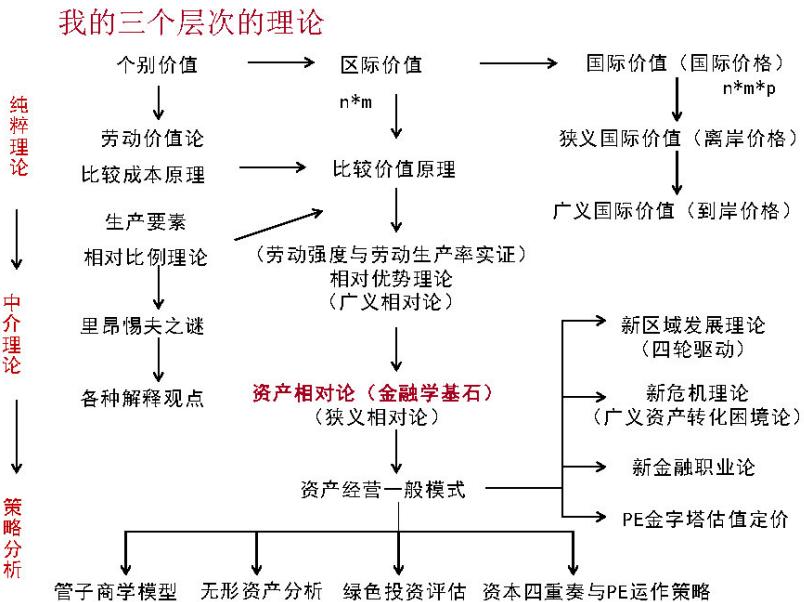
“经济学不讲道德”，因为西方经济学自利人假设的第一假设。



■ 厉以宁教授：

对经济的调节有三种力量：市场调节、政府调节、道德调节

我们重组金融学的初心之一是，必须把科学、道德和艺术结合起来。

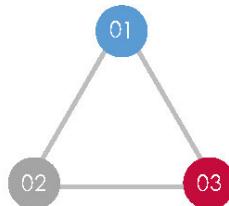


一、创新价值论

中国企业海量价值是如何创造出来的?

◆ 劳动价值论

- 马克思主义经济学认为劳动创造了价值，价值是由社会必要劳动时间来计量的。劳动又有简单劳动与复杂劳动的区分。其中，复杂劳动是倍加的简单劳动。
- 但现代的简单劳动是什么样的劳动呢？时间又是怎样的一种标准？物理学对时间有很多说法。现在大家更容易接受的是：海量价值是由高级、高智能的劳动创造的。



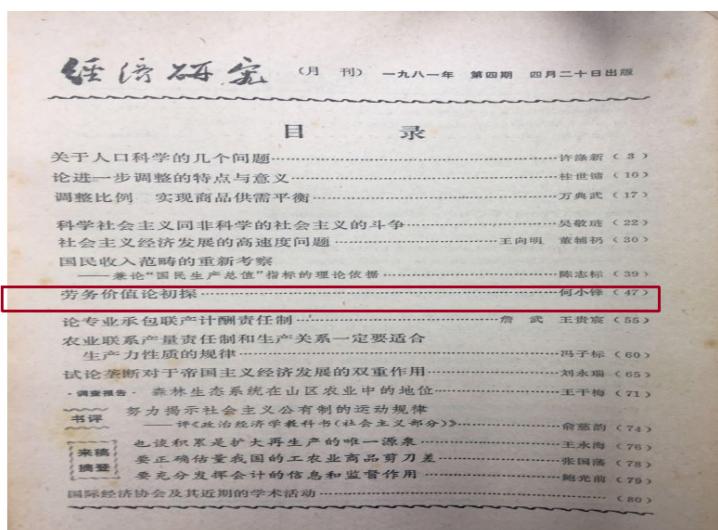
◆ 生产要素价值论

- 西方经济主流学派还认为，资本、土地、劳动、管理技术等四种生产要素共同创造了价值。这与劳动价值论的层次不同。

- 价值论也要与时俱进，劳动价值论作为政治经济学的基石，是由两块基石组成的：商品价值和劳务价值；服务是劳务的产品。

P18

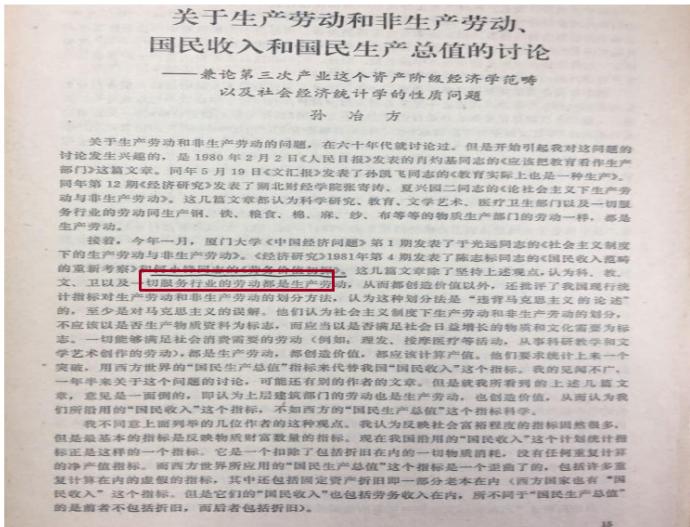
38年前的一场大争论



- 1981年4月，我在《经济研究》杂志发表了一篇论文：《劳务价值论初探》。我当时将服务行业的劳动概括为劳务，认为劳务也可以创造价值。
- 当时的学界不承认服务行业的劳动能够创造价值，而只有物质生产领域的劳动才能够创造价值。
- 在1981年那个特殊的时代环境下，这个理论引起了全国学术界的重大轰动。批评之声不绝于耳。

P19

孙治方的挑战



◆ 我的观点在当时捅了马蜂窝。不久，经济学权威孙治方、刘国光先生专门召集一个会议当面驳我的观点。

◆ 1981年8月，孙治方将批评文章发表在《经济研究》，点名批评我这个大四学生的文章。

P20

实事求是、与时俱进地发展马克思主义

- ◆ 各种批判使我承受巨大压力。由于当时很多人批评我的理论是“违反马克思主义”的，为此我在本科的毕业论文题为《马克思的服务理论与现实》。
- ◆ 我指出：第一，澄清马克思理论中也是有服务理论的，要科学、完整、全面地理解和掌握；第二，马克思经济学的本质是要揭露资本主义的生产关系，其方法论是从抽象到具体，从模拟到现实；第三，还要与时俱进，与现实相结合，实现马克思理论的再发展。
- ◆ 虽然承受许多批评，但我的毕业论文获得了全年级最高分。

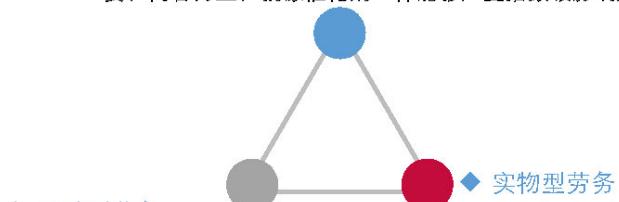
P21

劳务的三种形态

劳务价值由以下三方面组成

◆ 知识型劳务

- 以意识、观念 (i) 形式存在。例如上课前的研究成果和课件；这部分很重要，内容为王，就像催化剂一样能够产生指数级影响效应



◆ 活动型劳务

- 表现为受时空限制的活动过程，例如讲授课程的行为。由此发现生产与消费可以同时开始。

◆ 实物型劳务

- 以实物形态存在。例如将讲课过程制作成录像带、VCR，变成商品可大量出售，不受时空限制可供消费，但其使用价值显然主要由知识的质量来决定，即内容为王，而不是由物理质量决定。

P22

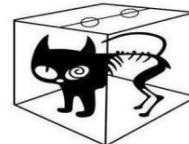
二、量子价值论

◆ 按照最新的量子物理学的观点

- 世界万物都可以被分解成为简单的粒子，都可以分解为量子；精神也是由能量组成或者说是量子组成的，而且是振动频率更高的“能量”；由意识、观念、知识组成的知识型劳务可以理解为是一种“高频能量”。与物质相对的是暗物质。
- 过去的解释俱往矣，量子价值论才能与时俱进
- 用简单劳动来计量价值，在现代经济中已经过时。
- 我们需要解释的是：中国经济四十年高增长的奇迹是怎么发生的？独角兽企业的海量价值的来源是什么？
- 生产要素（如资本、土地等）及其组合不产生意识，而是意识的作用对象。正是人的劳动行为中的意识作用到这些要素上创造了价值。



暗物质



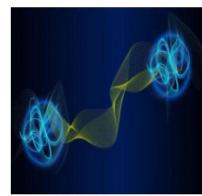
薛定谔的猫

P23

量子价值论（续）

◆ 量子对价值来源提供了终极解释

- 将物质和意识都还原为量子时，我们将经济价值的来源则还原为量子力学视角下量子之间的相互作用。换言之，经济价值来源于与人相关的各种量子关系之中。比如，量子纠缠！



量子纠缠

◆ 量子价值创造的核心逻辑

- 意识和有形产品都是“广义物质”，都是不同振动频率的能量而已；意识是高频物质，有形产品是低频物质；高频物质之间、高频物质与低频物质之间，可以产生能量弦的“同频共振”，由此产生能量的暴涨；
- 人类参与的经济活动导致的能量暴涨，必然带来价值量的暴涨。这解释了为啥中国GDP长期增长和“独角兽”企业层出不穷？



独角兽企业

P24

量子价值论建基于商品价值论和劳务价值论

- 世间一切有形物质（如商品）、无形物质（如劳务）皆是不同的运动周期和不同的振动频率形成的能力，只是周期和频率各不相同，因而产生不同表现形式。
- 普朗克公式： $E=h\nu$ (E 是能量， h 是一个量子常数， ν 是振动的频率)，意思是“意识就是振动频率，频率越高，能量越强”。振动频率高的成为无形的物质，如人的思想、感觉和意识；频率其次的为有生命的物质，比如人和动物，人当然比动物要再高一点；振动频率最低的成为有形物质，比如花草树木、桌子、椅子等。
- 无形能量总是比有形能量层次更高，功能更强。根据量子力学理论，万物都是能量；按照能量守恒原理，能量既不能凭空产生，也不会凭空消失，只能从一个物体转移到另一个物体，或者从一种形式转化成另外一种形式。
- 人是有形物质和无形物质的某种集合体。人体内部时刻都在产生物质能量的传递，是从分子到分子的、从细胞到细胞的。同时，人体还有无形能量向外部传递，那就是意识能量的传递。
- 量子经济学中，价值源于与人有关的各种量子关系。人的意识有强弱之分，蕴含的能量也有强弱之分，量子纠缠对应的震动频率自然不同。人与人、人与物形成频率共振，共振产生磁场之大小不同，磁场与磁场融合产生大小不同的气场即量子场，气场与气场进一步融合扩大，协同放大量子场。据此，巨量价值得以产生，人间奇迹也能创造出来。
- 这就是量子价值论的分析逻辑，显然它建基于商品价值论和劳务价值论。

P25

与人有关的各种量子关系如何产生？弦理论的解释

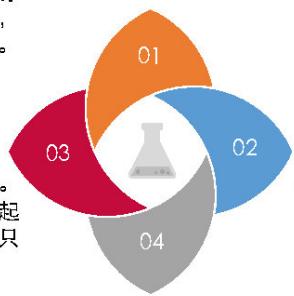
- ◆ 量子力学和广义相对论是现代物理学的两大基石，广义相对论研究和解释宏观世界，而量子力学研究和解释微观世界，但是两者对相互之间的解释却遇到瓶颈，引发了现代物理学界震荡。为解决这个矛盾，学者们提出“超弦理论（super string theory）”
- ◆ 超弦理论认为：现实宇宙中，**只有弦在空间运动，各种不同的粒子只不过是弦的不同振动模式而已。**不同基本粒子是由弦的不同振动和运动所产生的。弦理论认为组成所有物质和意识的最基本单位也是一小段“能量弦线”。“能量弦线”是模拟世界上所有物质结构的最基本单位，大到星际银河，小到基本粒子，都是由具有二维时空的能量线所组成。正如小提琴上的弦，弦理论支持一定的震荡模式，或共振频率，其波长准确的配合。
- ◆ 弦理论（以及它的升级版超弦理论和M理论）用弦的分裂和结合（以及过程中的震荡）可以解释自然界甚至超自然的一切活动，包括所有的物质、意识及能量。
- ◆ 我正好可以将弦理论引入我们的金融学新体系中来解释资本的四重奏。

P26

能量弦的振动作用可以解释宇宙间所有现象

现有理论基本达成共识，每一个基本粒子内部都有一根细细的能量弦在振动。振动模式不同，决定了不同粒子的性质。而弦的振动，产生了四种力，即引力、电磁力、强力，弱力。理论上，宇宙间**所有（物质和意识）现象都可以用这四种作用力来解释。**

- ◆ **引力**，即万有引力，它源于物理质量的相互吸引，其作用范围是整个宇宙。



- ◆ **电磁力**，由粒子的电荷产生的，一个粒子可以带正电荷，或者带负电荷，同性电荷相斥，异性电荷相吸。如果一个粒子不带电荷，则不受电磁力的影响，不会感受到排斥力和吸引力。

- ◆ **强力**，即强相互作用力。主要是把夸克结合在一起的力。作用范围极小，只在历史范围内起作用。

- ◆ **弱力**，即弱相互作用力，是改变粒子而不对粒子产生推拉效应的力，作用范围也是极小的。

P27

“大统一理论”

- ◆ 如果一个理论能够解释四种作用力之间的联系与统一，那么该理论就是能够描述整个宇宙的“万物理论”，即“大统一理论（Grand Unified Theories, GUTS）”。学界普遍认为，弦理论（以及它的升级版超弦理论和M理论）是万物理论的主要候选者。
- ◆ 世界的秩序是由人类和自然界的基本力结合组成的。控制整个宇宙的秩序是由各种力将基本粒子结合在一起组成的各种各样的物质。**物质不仅包括“看得见摸得着”的有形物质，还包括观念意识等无形物质；它们的差别就在于振动频率的差异以及由此产生的蕴含能量差异。**
- ◆ 经济世界由人类参与后，其生产和分配消费等活动也由人类和自然界的力的结合而组成，也就是由人产生的无形物质（意识、观念及知识：i）和有形物质（如生产要素）之间的共振而产生的，产生的能量在经济上可以理解为就是一种“价值”。
- ◆ 如果共振是互相促进的则产生正面价值（创造价值），否则则是负面价值（损毁价值）。在量子领域看来，创造价值的这种人类劳动在量子领域与其他活动本质上是一致的，归根结底都是能量弦振动引致的。所以，经济行为就是人类对宇宙的某种改变，创造价值的这种劳动也应该由这个方面去解释，即结合经济学和物理学解释。
- ◆ 物理学有个“膜暴涨”模型，即两个“膜”之间的碰撞产生的宇宙弦可能驱动能量的爆炸。在经济学中，比如笔者提出的“资产相对论”，认为资产组合形态的转换也会实现价值的“膜暴涨”，即“磁场”协同形成“气场”，后者协同放大为“社会海量价值场”。当然，如果能量频率的不协调乱振、合力的抵消，社会的冲突，则会带来价值量的消耗和损失。

P28

“统一价值创造模型”

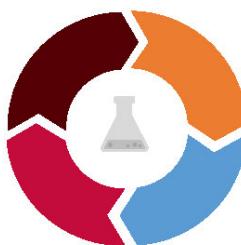
- ◆ 我们提出“统一价值创造模型”： $Z=a+bi$ 。
- ◆ a 表示没有附加无形资产的有形资产的价值； b 表示附加无形资产的有形资产的价值； i 表示无形资产，以意识、观念、知识等形式存在，具有“指指数级”效应。 i 的内涵丰富，比如意识、观念等， i 还可以让人想到其他的英文单词，比如idea, images, impression, information, investment。 i 表示一种高频物质，是振动频率比较高的能量，而食品、衣服、房子等有形物是低频物质。和物质相对应的，并不是精神观念，而是暗物质、反物质。
- ◆ 以上公式表明，**总经济价值Z来源于：有形物质及其和无形资产的组合运作**。其中，公式中 **b 和*i*的乘积，代表着会产生一个极大的乃至暴涨的增值；这才是海量价值创造过程中的主要源泉。**



P29

量子价值论的几个说明

- ◆ 第一，这是从纯经济学角度考察的，不是从纯艺术和纯物理角度考察的。但这并不妨碍我们借鉴音乐和物理的知识。



- ◆ 第二，创造价值的活动也必然产生创造使用价值的活动。这种使用价值，对消费者来讲是有效用的，效用源自消费者的心理偏好preference。这个分析还是传统的思路。

- ◆ 第三，价值创造的背后，必然是能量的创造，价值暴涨背后是能量的暴涨。这个能量的暴涨显然是基本粒子的活动而产生的。

- ◆ 第四，价值创造源于与人相关的基本粒子的活动。在宇宙的某一个空间里，基本粒子的活动没被人观测到，也没有人参与，因而无从谈起价值的创造。

P30

古语：意识、能量级与人的命运改变

- ◆ 什么叫意识？所谓意识，就是一种意念，即意识（包含显意识和潜意识）而成信念的精神状态；是主体，轻度入境后元神能动的自律性调控自然积淀因的亚无极思维态。它舍弃一切中间环节，具有穿透力。关于意念的产生与作用：
 - 《简易经》所述：“德化情，情生意，意恒动”，“意恒动，识中择念，动机出矣”。意思是：人的德性能演化出情，情能生出意，意不停地运作即意识，意识有刺激大意义大的意识，有刺激小意义小的意识，在意识中，自觉不自觉地就会选择意义的大意识转化为意念，把其它意识抛弃。此意念会转化为动机，能支配人去付诸于行动。
 - 南朝梁武帝《净业赋序》：“除此二障，意识稍明，内外经书，读便解悟”。
 - 王阳明：“然心之本体则性也。性无不善，则心之本体本无不正也。欲正其心者，必就其意念之所发而正之”，即正的意念可正其心。
 - 《大乘起信论》：“是故三界虚伪，唯心所作，离心则无六尘境界。此义云何？以一切法皆从心起妄念而生。一切分别，即分别自心，心不见心，无相可得。当知世间一切境界，皆依众生无明妄心而得住持。是故一切法，如镜中像，无体可得。唯心虚妄：以心生则种种法生，心灭则种种法灭故。”
- ◆ 从上述这些古语中，可以体会到，**人的意念决定着他将吸引来什么样的宇宙能量，这种意念不仅可以改变一个人财富、精神面貌，也可以改变一个人的命运。**

P31

意识、能量级与人的命运改变：意识与能量图

- ◆ 美国著名心理学博士、精神治疗师、丹麦皇室爵士——大卫·R·霍金斯博士30年长期临床实验，总结出：
- ◆ **人的意愿可以发挥非常重要的影响的。**可以把人类的意识映射到1—1000的频率标度值范围，一共划分为17个能级。
- ◆ 意识层次的能量级在200时，是一个人所处正负能量状态的分界点。简而言之，意识能级高于200的人是正能量的人，意识能级低于200的人是负能量的人。**任何导致人意识的振动频率低于200（20000赫兹）的意识状态均会削弱身体，而从200到1000的频率递增则会使身体力量逐步增强。**
- ◆ **组织成功的秘密法则：一个组织成功的程度取决于组织的整体能量层级水准。**



来源：大卫·R·霍金斯《意念力：激发你的潜在力量》

P32

如何理解正在开发意识与机器的互动

- ◆ 现代物理学认为，物质实质只是“场”而已。爱因斯坦说“物质是由场强很大的空间组成的”，又说“并非既有场又有物质，因为场才是唯一的存在”，并认为物质只是人的错觉，所谓“色即是空”。所以，无中可生有，有也可归于无。场的空间里场的强度特别高的地方，就是我们所认为的物质。
- ◆ 人的意识有强弱之分，当一个人跟另外一个人交流的时候，就会产生一个意念的磁场。如果我们两个人的磁场同方向的时候，这个磁场较弱的人这个意念的磁场会被拥有较强的意念磁场的人吸引并产生共鸣，使得两个磁场达到同频共振，两种意念磁场同时得到增强。
- ◆ 这个意念上的交流，与经济学里讲到的“两种资产在组合后产生协同效应，即‘1+1>2’”一致。也是我们常说的互相强化，相得益彰的效应，从这个意义上来说，经济（金融）学上的很多东西可以用这个物理学中的意念磁场的方法来解释！
- ◆ 所以量子理论中的这种无中生有、有也可归于无、同频共振的理论，**与我们现在所经常提到的有形资产和无形资产的协同作用有相同之处。**无形资产对有形资产、无形资产之间有所谓互相强化的作用，这里是不是可以用这个磁场的交流来解释？



场

P33

如何理解正在开发意识与机器的互动：AI之火

- ◆ 但是，人的意念磁场有时候也会互相干扰。如果大家的磁场是相反方向的，就会产生干扰和削弱。可见意念磁场会影响某一件事情的发生和发展。这时就会涉及到一个意念力大小的问题。意念力很强的人，如果发出较强的意念磁场，就会干扰其他人的磁场。
- ◆ 这里似乎又可以解释金融学，尤其是在行为金融学中的行为现象，比如羊群效应。这种行为金融现象，也许通过物理学的视角能够得到更合理的解释。
- ◆ 其实，人类的许多行为只能用“爱”来解释，爱是人类生存发展的真正动力。有很多文献说，爱的意念磁场散发出积极向上美好善良的动能，可以达到一种更好的状态。当然，**爱与恨，也是经济发展和企业发展的动机之一。**比如，一个国家对一个国家进行轰炸，经济损失肯定是存在的，甚至可以使得这个国家经济倒退十年，那是因为恨。
- ◆ 再如，现在最大的企业——美国的比尔盖茨这个企业王国，最顶层的是比尔盖茨基金会，用来做慈善。李嘉诚基金会，这个华人最大的企业集团的顶层机构也做慈善，同时因为爱，也安排在两个孩子之间做财产的传承。后面将讲到：爱和恨是企业发展的动机。

BILL & MELINDA
GATES foundation

比尔盖茨基金会

LI KA SHING FOUNDATION
李嘉诚基金會

李嘉诚基金会

P34

企业成功的秘诀：阿里巴巴：领袖-核心团队-VC-员工-客户；因此：内部合伙人制，客户第一、员工第二、股东第三

- ◆ 杰出的私募股权投资基金（PE）和创业者创造了巨额的商业价值和巨额的社会价值。那为什么有的GP（普通合伙人）会那么成功？为什么有的企业家会获得巨大成就？从量子价值论来解释的话，其终极原因可能是：这些成功者先拥有了强大的意念磁场，他们懂得吸引别人共同奋斗，从而成为了命运的主人。
- ◆ 在历史上，有少数领袖人物能够参透生命的意义，他们的意念磁场巨大，能够吸引许多人“生死相随”，从而产生了意念的同频共振，形成巨大的气场，层层传递出去的能量场不断暴涨，最后创造了奇迹。古代世界上出现了七大奇迹，而这些几乎无法用常理来全面解释的。所以这种意识、能量和磁场的互相渗透的运用，看起来是一种秘密，而少数能掌握这种秘密的人，即使他屡战屡败，但他很快又可以咸鱼翻身。投资基金就要发现这样的企业家。
- ◆ 同样作为优秀的PE管理人，他们可以以自己的能量、以磁场去影响被投企业，与企业共同创造价值增值。这种投前和投后的行为，就相当于由掌握了这种意念的人在投资的过程中，将成功的秘密通过投后服务传授到企业，或者传授给他的团队。因此，要在投资市场上募资成功，你必须先有强大的意念磁场，通过与团队的交融，使之变成气场，实现高能量的同频共振，这就是成功的秘密。

P35

一、研究的逻辑（何小锋，1982）

- ◆ 斯密的绝对优势论和李嘉图的比较成本原理
- ◆ 俄林（B. G. Ohlin）的生产要素相对比例的理论：H-O原理
- ◆ 列昂惕夫之谜
- ◆ 个别价值与区际价值
- ◆ 广义国际价值与狭义国际价值
- ◆ 国际价格：离岸价格与到岸价格
- ◆ 垄断、欺诈、掠夺与国际博弈：不等价交换与价值转移
- ◆ 比较价值原理
- ◆ 个人或企业发挥资产运作的**相对优势**的策略

$$W_i = \frac{\sum_{j=1}^n W_{ij} Q_{ij}}{\sum_{j=1}^n Q_{ij}}$$

$$(W_b - W_{1b}) Q_{1b} > (W_a - W_{1a}) Q_{1a}$$

P37

国际价值论和比较价值原理（续）

- ◆ 比较价值原理是建立在区际价值理论上的相对优劣思想：只要参加区际贸易的商品按照区际价值来交换，各区的价值优势得以产生，交易双方通过贸易，可以实现较大的价值收益。其运用的外贸策略则是：一国应该生产并出（进）口劳动生产率相对高（低）、劳动强度相对大（小），因而具有相对价值优（劣）势的商品，这样就可得到更大的收益。
- ◆ 国际价值理论：以某商品的各个国别价值为基础所形成的国际价值，称为广义国际价值，它决定离岸价格；如果它加上该商品的运输成本，则为狭义的国际价值，它决定到岸价格。国际市场上是存在着“掠夺”的，这种交换中的“掠夺”就是不等价交换，不等价交换的根据在于市场的垄断和商业欺诈，而不在于价值规律在国际市场上的作用。
- ◆ 价格规律是能够在国际市场上运用的，按照商品的国际价值进行交换，就是平等互利的贸易，这对贸易双方都是有好处的。经济落后国家可以发挥其价值上的相对优势，组织商品的生产并出口，从而提高其地位。这种相对优势的基础不在于要素禀赋量的相对差异，主要在于劳动生产率的相对差异。
- ◆ 比较价值原理具有广泛的运用性：不仅运用到国际贸易和国际分工中，而且可以在个人和企业的资产经营策略分析中运用这种科学的相对优势思想。

P38

二、“比较价值原理”思想之拓展：相对优势的动态演进和团队合成

- ◆ 比较价值理论是纯粹理论。所谓“相对优势理论”，是指“两利相较取其重，两害相较取其轻”，通过验证劳动强度、劳动生产率等相关的指标，是可以找到进出口的相对优势的。
- ◆ 为什么中国的出口优势在40年前以“景泰蓝”为代表，40年后发展到5G？西方的理论不能解释，需要我们在实践中总结。
- ◆ “资产相对论”是一种中介理论。“相对论”的方法论意义：参与方的“权衡”是一种动态、演化和博弈思维，面临着“路径依赖”下的变革问题，从现实来看，没有“最优”选择，只有“次优”而“适合”的选择。这与金融市场和资本市场经营现实紧密相关。
- ◆ “相对优势理论”不是指静态相对优势，相对优势是动态演进的，相对劣势可以转换为相对优势，相对优势可以转化为绝对优势，绝对优势可以持续拉大。
- ◆ 促进这种转换就是“干中学”和“事在人为”的主动效应，即是资产混合运作的结果，我们中国人的学习能力、模仿能力、组织能力、执行能力、创造能力超强，这就要用资产相对论给予解释。成功的企业和成功的企业家都是发挥比较相对优势、有效运作资产的结果。

P39

资产相对论的运用：SWOT的策略分析层次

1、资产相对论是中介理论，它指导下的策略分析层次，比较著名的分析方法有“相对强弱分析”(SWOT Analysis)，1964年由A.Humffrey提出，在中国企业得到广泛的运用。

2、相对强弱分析是一种企业竞争态势分析方法，是市场营销的基础分析方法之一，通过评价企业的优势(Strengths)、劣势(Weaknesses)、竞争市场上的机会(Opportunities)和威胁(Threats)，用以在制定企业的发展战略前作出分析。



P40

团队合成的相对优势理论：否定“木桶原理”

- ◆ “相对优势理论”可以理解为“高位蓄水”：把大坝建在高高的山梁上，能够蓄积更多的水。但其实“高位蓄水”并不是目的，就像水库建设高位的大坝，蓄积更多的水是为了发电和灌溉。水位高能取得很大的势能，就能有控制地细水长流并能够发电较多，其功效可以叫做“厚积薄发”。
- ◆ 水桶原理告诉我们：蓄水量是由短板决定的，增高你的短板才能多装水，长板则会部分闲置无用。这是孤立的、静态的理论。
- ◆ “高位蓄水”原理强调动态演变的、团队合成的作用：不要在意你的短板，而要尽量扩展你的长板，即扬长避短；短板不仅可以与团队的长板结合成为新的长板，而且团队的长板也被充分利用没有闲置；甚至由于高置大坝，导致蓄水淹没更多的面积，使得更多的山体（长板）被利用，即原来并非团队的长板也被纳入更大的团队中参与“蓄水”、发电或灌溉等目的，于是形成壮观的景象！

P41

“比较价值原理”思想之拓展： 国际博弈、价值掠夺与中概股企业金融安全

- ◆ 案例：2019年9月，美国主流媒体报道，特朗普政府正考虑将中概股从美国证券交易所除牌，同时禁止美国政府退休基金在中国市场的投资。联系美国某些机构“恶意”做空中概股，“掠夺”中概股企业价值，这也是2010年至今，在美上市的中概股企业持续面临的金融安全问题。“中概股”企业维护自身金融安全可以采取“四大策略”（何小峰《资本：中概股危机》，2012）
 - 苦练内功，自强不息。打铁还需自身硬。遵纪守法，改进不足才是根本。
 - 聘请保镖，广泛结盟。请专业机构保驾护航，联合大师级的投行、律师所、会计师所和投资机构，为企业升级与强身提供服务，起到战略性威慑作用，使做空机构不敢贸然出手；或者市场上有不利传言或做空苗头时，可引进著名的PE机构进行PIPE融资，增加其他投资者的信心，免被攻击。
 - 绝地反击，联合做多。当外资做空时，可通过联合做多策略，策划被攻击企业的绝地反击。由PE出资、投行及律师和会计师事务所提供各种服务来做多，以反击针对中概股的美国做空机构。对企业而言，可以趁低回购股票，在维护企业自身安全稳定时，还能待股价回归内在价值时获得收入增值。
 - 转移阵地，换地上市。采用“PPP策略”（Public-Private-Public，上市→退市→再上市），实现企业“海归”。

P43

分清理论的层次很重要：新结构经济学的结构问题



林毅夫

新结构经济学关注每个经济体在不同时间段的要素禀赋这一变量，也就是自然资源、劳动、资本的拥有量，作为研究的切入点，认为不同的发展程度的国家产业、技术、生产力的水平不同，是因为要素禀赋的结构不同、比较优势不同所致。因此，要技术创新、产业升级、提高生产力水平，必须先改变禀赋结构，提高资本的拥有量。最有效的办法是按照每个时点要素禀赋结构所决定的比较优势发展，变成竞争优势，这样可以创造最大剩余，最快速地积累资本。

——林毅夫

新结构经济学的这个思路，是和历史唯物主义“经济基础决定上层建筑，上层建筑反作用于经济基础”的观点一脉相承的。

P44



一、资本与资产的共性

1、资产的本质

- 在传统经济学中，资本是用于生产的基本生产要素，即为资金及厂房、设备、材料等物质资源。这个定义是有局限性的。
- 资本的本质特征是：它追逐并带来新增价值。
- 资本只是其中一种生产要素，**他必须与其他生产要素（土地、劳动、技术与管理）组合才能共同创造价值。**
- **这些生产要素构成资产；资本与资产的运作目的都是价值增值。**
- 生产要素论与劳动价值论并不矛盾，她们只是层次不同、角度不同而已。劳动价值论是纯粹理论，生产要素论是中介理论，且在我们的经济学大厦中能找到自己的位置。

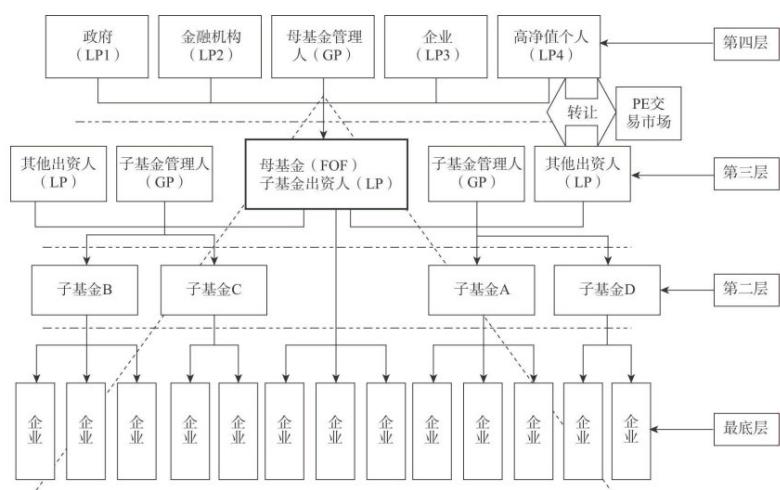
P46

2、主流金融学研究什么？

- ◆ 主流观点都赞同，**金融学研究的是如何有效配置资源的问题。**
- 诺贝尔经济学奖得主罗伯特·莫顿等认为，金融学是一项针对人们怎样跨期配置稀缺资源的研究。
- 套利定价理论创立者斯蒂芬·罗斯认为，金融学关心的是既定经济社会中资本和资产的配置效率问题。
- 华人知名金融学家、前MIT金融系主任王江认为，金融学的核心问题是资源的有效配置。
- ◆ 主流观点从“**目的——有效配置资源**”的角度定义金融学，
- ◆ 主流金融学的直接研究对象是个体（而不是资产的组合）。
- ◆ 纠结起来，他们的定义都有问题。

P47

PE机构的四层大厦



P49

PE大厦四楼权益的估值定价问题

FOF的运作模式像“金字塔”体系

- ◆ 第一层即最底层：被投企业
- ◆ 第二层：一般基金；基金经理通过购买股票、公司债券或者直投等方式参与对企业投资；
- ◆ 第三层：FOF；既通过配置优质基金，间接地参与企业投资，也可以跳过基金直接投资企业，即FOF在第三层投资第二层的X个子基金，再由X个子基金（或者PE）去投资第一层N个企业；
- ◆ 第四层：参与FOF投资的投资者；包括政府、银行和信托等大型金融机构、私募专业团队、大型企业养老金及企业年金、保险机构以及一般的高净值投资个人

金字塔估值理论

- ◆ 以往许多获得诺贝尔经济学奖的理论如：投资组合原理、资本资产定价模型、期权定价模型等等，只不过是二楼对一楼的估值定价而已，对四楼权益的估值定价具有挑战性。
- ◆ FOF可能基于流动性要求，要在VC/PE二级市场交易FOF基金份额。
- ◆ 第二层对第一层的估值：即对被投企业的估值。
- ◆ 第三层对第二层的估值：即对子基金估值需考虑第二层对第一层的估值情况。
- ◆ 第四层对第三层的估值：即对子基金出资人的估值需要考虑子基金估值和被投企业的估值情况。

P50

企业家的意识 i 对社会的作用： B-H THEOREM (包尔丁--何小锋原理)

企业家意识（初心）	社会经济机制	对社会提供产品
贪婪心	市场机制	商品
恐惧心	威胁机制	贡品
大爱心	赠与机制	礼品

任何一个企业家，实际上要为社会提供的是三品：商品、贡品和礼品；
起于爱心的传承，是世界万物的本性；
经济人是综合具有贪婪心、恐惧心和爱心的复杂动物。

11

以往投资分析法的缺陷



成本—效益分析法

01

问题是，成本的概念太窄；见物不见人和制度，有些分析是可行的项目，由于有“成事不足败事有余”的人操作，归于失败；有些不可行的项目，由于事在人为的因素反而成功。

风险---收益分析法

02

问题是，经济未来是“不确定的”和“不可测的”，预测只是艺术不是科学；设定的许多参数是主观、人为的；许多安全问题是没有直线相关性的事件，属于蝴蝶效应和混沌状态，用模型试图管控风险现实吗？

03 利润最大化的投资选择往往损害社会利益，往往造成冲突和仇恨。

10



- 1 2020年以来中国举全国之人力物力财力抗击新冠病毒的严酷事实，活生生告诉我们：“不能算经济账”，“人的生命至上”。经济分析不适用了吗？
- 2 一个国家，一个地区，一个城市，一个企业甚至一个家庭，在抗击新冠病毒中所投入巨大的人力物力财力，作为广义投资，不能事先作出风险-收益分析，实际上遵循的分析方法是安全-成长分析。。
- 3 一个家庭例如某大牌金融机构的首席经济学家，或者一个著名的金融分析师，或者是一个资深的PE投资经理，白天他在单位熟练地运用风险-收益分析做投资研究，晚上他回到家，面对着可爱的独生女儿，心里想我赚再多的钱，我付出的所有辛苦和费用，心甘情愿地花在女儿身上，只要她幸福成长，我就觉得值了。当女儿成长为二十、三十岁，拿到了高级的学历，找到了令人羡慕的工作，嫁给了一个还算满意的俊男。此时这个父亲心满意足地想，我人生最大的投资终于成功了，我是一个赢家。这时候他才醒悟到：他的个人投资实际上所遵循的分析法，还是安全-成长分析。

实物期权分析法是安全—成长分析的重要方法



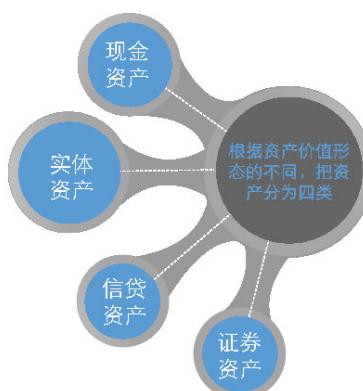
实物期权分析试图模仿金融期权但又不是金融期权，其最大特点是：
每一项目运营实物期权分析都要单独设计而不是重复制作。

实物期权分析是一个更有用的分析方法

实物期权分析具有运用的广泛性，仅投资方面，实物期权分析的策略包括：分段投资、联合投资、估值调整协议（俗称对赌协议）、反稀释条款、清算优先权、委托投票权、认购优先权、一票否决权、随售权、拖售权、回购权等等。

三、资产相对论：资本魔方

- ◆ **现金资产(cash assets)**：现金和活期存款
- ◆ **实体资产(entity assets)**：未上市的股权和广义“物质”资产（包括有形资产和直接依附其上的无形资产）
- ◆ **信贷资产(credit assets)**：包括债权与债务：银行贷款和企业应收款，负债
- ◆ **证券资产(security assets)**：包括权益类和债务类证券：各种证券及其衍生产品



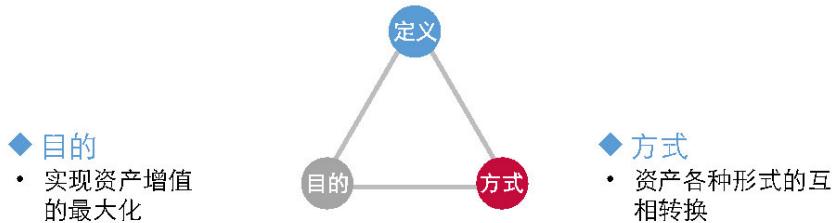
融合渗透、协同发展，是资产相对论的主题词

每个经济人和经济实体，都拥有并经营这四种资产。因此，资产的多样性分出了经济人的多样性，资产经营的结果导致了收入的多样性。

资产经营：定义、目的、方式和特点

◆ 定义

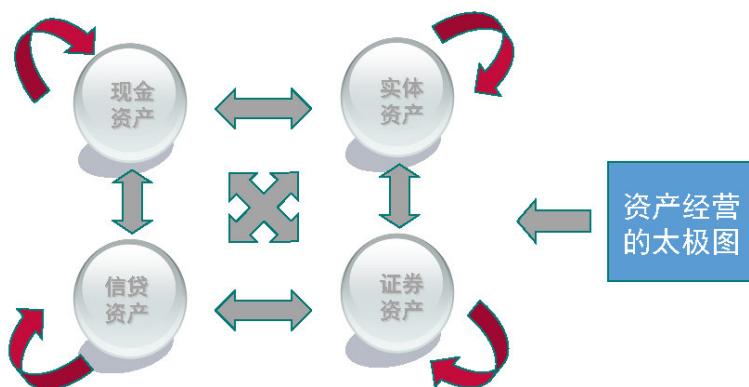
- 资产经营是以价值为中心的导向机制，它以资产价值形态的管理为基础，通过资产的优化配置和资产结构的动态调整，实现资产增值最大化的目标。简单的说，资产经营就是通过资产的四种价值形态自身以及互相之间的转换，实现价值增值最大化。



P57

资产经营的一般模式

所有的资产经营方式都可以概括为现金资产、实体资产、信贷资产和证券资产这四种价值形态自身以及相互之间的十六种转换。



P58

16种资产转换模式：涵盖了所有的资产经营业务

	资产现金化	资产实体化	资产信贷化	资产证券化
现金资产运作	外汇交易，货币掉期	购买实物资产，投资实业	取得债权，银行放贷	投资证券
实体资产运作	出售资产和股权套现，典当	资产、股权的互换	经营租赁	企业、产业投资基金、投资受益凭证上市
信贷资产运作	收回债权取得现金，商业票据贴现	取得抵押物，债转股，赎回典当物	债权掉期	MBS, ABS
证券资产运作	证券发行出售，开放式基金赎回	下市，证券换资产或股权	证券质押贷款、融券	债券、股票、基金互换，证券投资基金管理过程，认股权证，可转债

P59

资产实体化

- ◆ 资产实体化是将一种资产转化为实体资产的过程。它是中国30多年经济发展的最主要标志和最根本的成功经验。它包括：
 - 现金资产实体化
 - 实体资产实体化
 - 信贷资产实体化
 - 资产实体化的综合转换

P61

资产信贷化

- ◆ 即所谓“负债经营”，也是中国改革开放的基本经验之一：既有外债，也有内债。既是成功的运营模式，也是最危险的失败模式。包括：
 - 现金资产信贷化
 - 实体资产信贷化
 - 证券资产信贷化
 - 信贷资产信贷化

P62

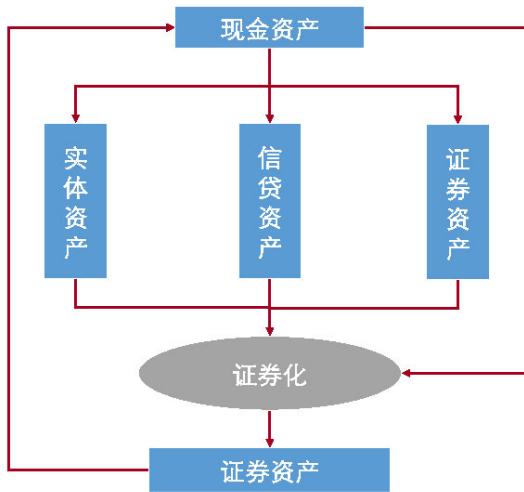
《资产证券化：中国的模式》（何小锋 2004）： 北大团队的创新

- ◆ 资产证券化从广义上分，包括：
 - 现金资产的证券化
 - 实体资产的证券化
 - 信贷资产的证券化
 - 证券资产的证券化
- ◆ 在狭义上仅指信贷资产的证券化



P63

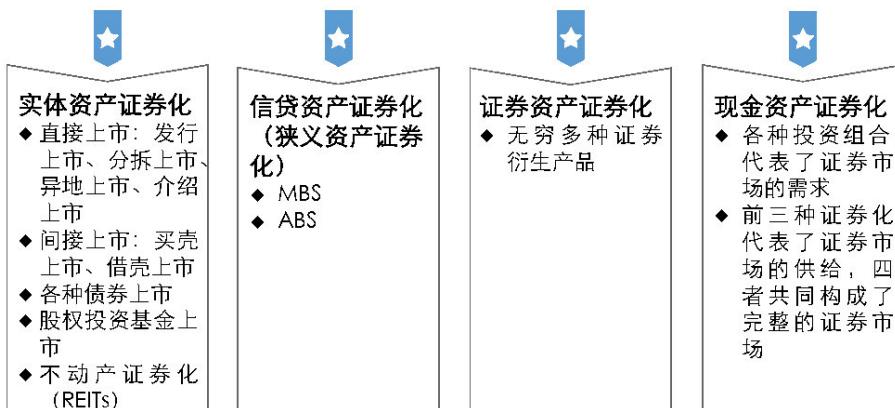
资产证券化流程图：海量金融关系的几何表达



P64

资产证券化业务的有序排列

广义资产证券化（高级的资产经营业务）



P65

资产证券化的核心原理

◆ 一个核心原理：现金流分析

- 一个核心原理是指被证券化资产（或基础资产）的价值评估和现金流分析的理论和技术。任何资产的价值都由其所产生的未来的现金流决定的，但评估资产价值的方法却有很多、很复杂（例如：HEDONIC PRICE MODEL）。
- 概括来讲，主要有三种价值评估方法：贴现现金流估价法、相对估价法和期权估价法。但我们更推崇实物期权 (REAL OPTION) 的方法。
- 被证券化的资产可以采取多种形式，但这些资产必须具备一个先决条件——能产生可预见的、稳定的未来现金流。所以，从表面上资产证券化似乎是以基础资产为支撑 (ASSET-BACKED)，但实际上是以资产所产生的现金流为支撑的，这是资产证券化的本质和精髓。换句话说，资产证券化所“证券化”的不是资产本身，而是资产所产生的现金流。因此，现金流分析成为资产证券化理论的核心原理。

P67

资产证券化的三大基本原理



- ◆ 任何一项成功的资产证券化，必须要对基础资产进行成功的重组以组成资产池，并实现资产池和其他资产的风险隔离，同时，还必须对资产池进行信用增级。
- ◆ 实体资产证券化（比如企业上市）如此，证券资产证券化和信贷资产证券化也同样如此。随着资产证券化形式的不断发展，这三个原理的重要性和基础性更为明显，尤其在狭义资产证券化中得到了最充分的体现。

P68

四、总结：资产相对论——金融学的基石

- ◆ 我们的金融学体系以资产相对论为核心，具有纯粹理论、中介理论和策略分析，是金融学的革命和新发现。融合渗透、协同发展，是资产相对论的特色。
- ◆ 四种资产不仅可以概括个人和企业的资产，而且可概括一个国家的资产。一般模式把各种资本运作甚至商品生产业务都包揽无遗。
- ◆ 资本市场的运作乃至整个经济的发展都可以看成是这个“四轮驱动”的作用，因此我们可以把它当作“超一般均衡模型”。
- ◆ 什么叫资产重组？也即这四种资产的各种组合转换形式。
- ◆ 资产运营的一般模式是资产相对论的核心。 $Z=a+bi$
 - 霍金在《时间简史》序言中写道：“我朋友有建议我书中不要写公式，那样会吓跑至少一半读者，所以我考虑过不写，不过后来我还是决定写且仅写爱因斯坦的一个公式： $E=mc^2$ 。”
 - 好理论不需要复杂的模型和公式：“简约不简单”

P69

新的“无产者”

无形资产经营的资产经营的重中之重，所有的现代资产经营都要组合运作无形资产的。

- ◆ 无形资产的证券化是资产经营的最高境界，是将无形资产转化为证券资产的过程。中国的首富往往由此产生。



- ◆ 它实现了未来收益的证券化，方便了交易过程。公司IPO上市、借壳上市、买壳上市是实现无形资产证券化的具体手段。

无形资产证券化需要很高的技巧，不仅是无中生大有，而且需要天时、地利、人和的外部因素的配合，因此也常常归为“运气”成分。

P71

一、什么是无形资产

◆ Intangible

- 无法精确的定义或具有不确定性



◆ Asset

- 一种对未来收益的要求权

- ◆ 无形资产可以被界定为：一种对未来收益没有实物形态或非财务性的要求权，它能为运作着个人或企业带来现金流。
- ◆ 现代经济发展趋势中，无形资产发挥越来越大的作用。
- ◆ 有形资产是无形资产的载体，无形资产附着于有形资产而存在。

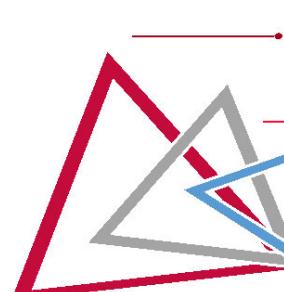
P72

无形资产的一般分类

	发明创造	企业组织实践	特权	人力资本
可辨识的	专利权，专有技术，著作权等等	企业的品牌，办公设备的改进等等	特许经营权，土地使用权	员工的任职资格，员工的学历
难以辨识的	Know-How，在工作中形成的窍门，但无法申请专利	员工的忠诚程度，企业文化等等	由于各种原因造成，其他同类企业不具有的权利	企业相关人员的家祖背景，社会关系

P73

无形资产的三大特性



价值易变：大无形资产的价值变化幅度相对于有形资产而言，波动范围特别。

交互影响：无形资产之间以及无形资产和有形资产之间相互影响，界限模糊。

自身强化：并不会因为使用而减少，反而随着使用强化其自身价值。

P74

以北大为例

北大的有形资产是一目了然的，同学们概括为：一塔湖图



未名湖和博雅塔



北大图书馆



北大的无形资产

北大的无形资产则丰富异常，难以概括

P75

无形资产运作的最成功案例：毛泽东与章士钊

章士钊是北大教授，青年毛泽东是北大图书馆的管理员

章投资毛及湖南青年精英20000银元，成为中国最伟大的天使投资人

天使投资起源于吕不韦，倾家荡产投资了“异人”——秦始王之父：奇货可居、一字千金



章士钊



毛泽东

P76

无形资产运作的最伟大贡献：哥伦布开创世界近代史



哥伦布（1451-1506）
职业：意大利航海家



伊莎贝拉（1451-1504）
职业：西班牙女王

P77

哥伦布以无形资产与女王合伙投资：发现新大陆

- ◆ 哥伦布出身于意大利热那亚的一个普通人家，天资聪颖。在那个时代，想要策划并实施他的雄伟计划，需要强大的财政支持。为此，他游说过意大利王室、葡萄牙皇室、甚至到了西班牙，也给当时的国王斐迪南登去过信函，但都被一一回绝。是伊莎贝拉女王支持了他，为了筹措哥伦布远航的资金，她甚至典当了自己的首饰。
- ◆ 女王同意赞助哥伦布远航的船只，规定如果哥伦布发现了新大陆，他将是发现地的总督，还可以获得那里财富和商品的10%，对以后驶往该地的船只，哥伦布可以收取其利润的1/8。
- ◆ 哥伦布的探险航行奠定了西班牙海外殖民帝国的地位，为其带来了巨大的财富和长期的世界影响力。

P78

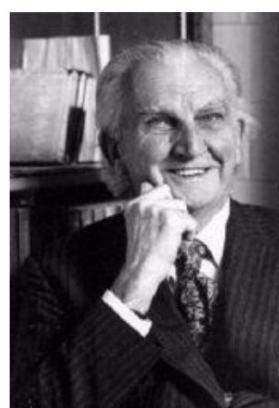
二、无形资产的“填空”作用

- ◆ 商品交易的价差：寺庙中“开光”（加持）的价值。
- ◆ 股权买卖的价差：商誉（goodwill）。
- ◆ 房产价差的“享乐”定价模型（Hedonic pricing model）。
- ◆ 经济学的合流：财富的单向转移（捐赠）其实也是双向的：捐助者献出金钱财富，得到了某种无形资产，其取决于效用，最终来源于“爱”或“恨”（负效用），即偏好和心理因素。
- ◆ 因此无形资产的运作是经济学研究的重要内容。心理、伦理、宗教、幸福和正义等等，与经济学紧密相连。

P79

三、进一步发挥：鲍尔丁的赠与经济学（何小锋，1982）

- ◆ 肯尼思·鲍尔丁（Kenneth Boulding）1910年出生于英国利物浦，出生于教徒之家，从小上教会学校，宗教深深影响了他的一生和经济学研究。
- ◆ 他1928年进入牛津大学，师从著名经济学家莱昂内尔·罗宾斯（Lionel Robbins），1937年起定居美国，先后在密执安大学、科罗拉多大学等校任教。他在1949年获得“约翰·贝茨·克拉克奖章”，1962年被美国学术团体理事会评为美国十大教授之一，1968年当选美国经济学会会长，先后获得13个大学的名誉学位。
- ◆ 他用宗教信仰来指导他一生的经济学研究。他在经济学中独特的贡献正来自于宗教。
- ◆ 他认为，经济人假设并不现实，人不是只会进行成本与收益分析的理性动物，而是有感情、有狂热，有爱与奉献精神的。由此出发，他对传统的企业理论提出了批评。他认为，企业有自己的价值判断，并不一定以利润最大化为唯一目标，还会考虑到自己行为的社会意义。



肯尼思·鲍尔丁

P80

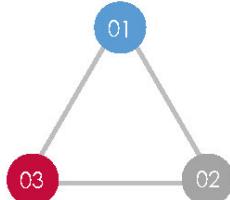
“赠与经济学”：宗教观念与经济学的结合

- ◆ 鲍尔丁建立起能体现宗教观念的经济学分支：赠与经济学。
- ◆ 他把赠与经济定义为出于政治目的与经济行为，或者由于受到威胁，或者出于爱心而产生的赠与行为。这种经济活动属于非市场交换行为，但在经济生活中相当重要，影响资源配置与收入分配。
- ◆ 与此相关的是爱与恐惧经济学。出于爱的赠与行为是礼品，出于恐惧的赠与行为是贡品，其余是交换行为。经济正是由爱、恐惧与交换所决定的经济行为组成的。这种因为爱和恨所产生的表面上的财产的单向转移，实质上是双向的。
- ◆ 比如，父母给孩子的服务也创造着价值，这种价值的产生并不是单纯的奉献，父母也从中得到回报。因为父母本身有这个心理偏好，他们在孩子的成长过程中得到了效用的满足，这种效用对父母们来讲也是某种享受。
- ◆ 当我捐了一笔钱，我不要求回报，也不要求他知道，我心里已经挺高兴，因为我有爱心，有这个心理偏好，所以捐赠对我来讲就有效用和价值。

P81

鲍尔丁的其他贡献

- ◆ 1966年，鲍尔丁提出了“宇宙飞船理论”，指出，地球就像一艘在太空中飞行的宇宙飞船，要靠不断消耗和再生自身有限的资源而生存，如果不合理开发资源，肆意破坏环境，就会走向毁灭。这是循环经济的早期萌芽。



- ◆ 鲍尔丁于1989年出版的《绿色经济蓝皮书》中提出“绿色经济学”这一概念，主张从社会及生态条件出发，建立一种“可承受的经济”。
- ◆ 鲍尔丁也是生态经济学、循环经济的创始人之一。

P82

无中生大有：无形资产能带来巨大的财富

- ◆ “无产者”才是人们真正的人生追逐目标，无形资产的边际效用往往是持续递增的。
- ◆ 无形资产经营者是世界上职务收入的最高者：例如PE的管理人沃伦·巴菲特通过投资管理成为美国首富之一。



沃伦·巴菲特

P83

无形资产运营与个人发展

- ◆ 根据“资产相对论”，每个人也是由四类资产组成的。每个人都可以认为是主营无形资产的“创业者”。所谓“打工生涯”其实是以无形资产运营为主线的综合资产的出租者，即资产运营主线为：无形资产（包括依附其上的有形资产）信贷化→信贷资产现金化→现金资产实体化→以无形为主的实体资产再信贷化……这就是“资产相对论”下的资产运营分析模式。
- ◆ 我们的奋斗目标应该是：以无形资产为主线，增加资产的多样性和稀缺性，加快转换的周期和提升组合运作的效率，不仅能为我们带来足够享受的现金流，甚至实现财富能够在子孙中长久传承。
- ◆ 传承是世界生物的天性，但只有无形资产才可以长久传承，包括：家学、家风、家传、家训、家规、家书、家谱、家族徽章等。例如，孔子家族流传73代而不衰退，就是靠孔子的儒家思想在几千年中国文化中源源不断的流传，对后代不断熏陶滋养和激励。有形资产的传承若没有优良的无形资产组合会很容易衰竭消失。例如，“富不过三代”现象在中国层出不穷。
- ◆ 中国的当务之急是：提升人们的心理偏好即道德层次和信仰级别、能量，遏制邪教即拜物教——拜钱教——拜权教（极端教派）泛滥的趋势，从而增进无形资产的效用和价值。

P84

结论

全世界“无产者”联合起来！

(无产者指：追求并良性运作无形资产的人们)

P85

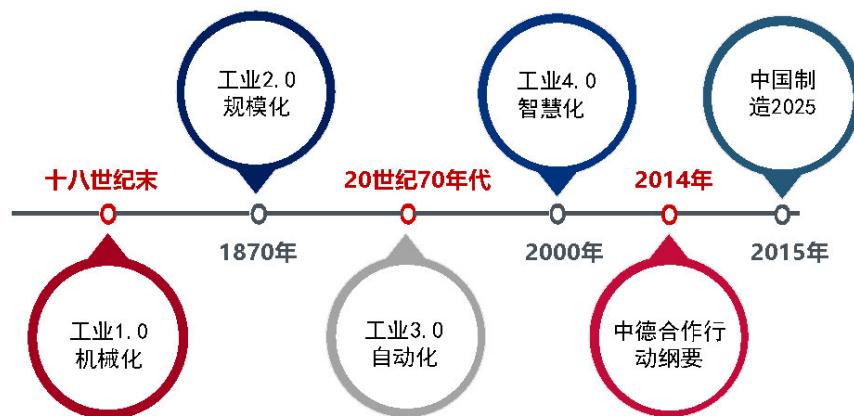
04

资本四重奏理论

第1节

工业4.0对接科学城4.0

1、工业4.0的发展历程：第四次工业革命



2、工业4.0需要科学城4.0来推动

- 科学城1.0：电子一条街，典型代表是80年代的中关村电子一条街，深圳华强北电子一条街。
- 科学城2.0：科技开发园区，本世纪初流行于全国各地，典型代表是中关村西区和中关村软件园等。
- 科学城3.0：科技小镇，典型代表是2010年代的杭州云栖小镇、东莞松山华为欧洲小镇，令人叹为观止。
- 科学城4.0：综合性国家科学中心，全国只有3家：上海张江科学城，合肥科学城，北京怀柔科学城（100平方公里，全世界面积最大，目前正在建设，前期投资约2600亿元）。

89

3、国家级科学中心将居世界科技领先水平

- 张江科学城、合肥科学城、北京怀柔科学城作为科创中心核心区和国家级科技高地，将集聚了一批大科学设施、科学平台和一流创新型院所。
- 习近平总书记在2019年11月7日上海考察中指出：要以全球视野、国际标准推进张江综合性国家科学中心建设，集聚建设国际先进水平的实验室、科研院所、研发机构、研究型大学，加快建立世界一流的重大科技基础设施集群。
- 怀柔科学城将以令人难以想象的面目惊艳世界。

90

4、第四个综合性国家科学中心落户深圳，这将是巨大的投资机会

- 第四个综合性国家科学中心落户深圳，将辐射华南和西南地区，拥有最大的腹地。2019年8月，《中共中央国务院关于支持深圳建设中国特色社会主义先行示范区的意见》正式出台，首次提出“以深圳为主阵地建设综合性国家科学中心，在粤港澳大湾区国际科技创新中心建设中发挥关键作用”。
- 2020年3月国家五部委《方案》的下发，意味着深圳已经成为我国第四个综合性国家科学中心。
- 以深圳为主阵地建设综合性国家科学中心，将是大湾区投资者的希望和福地。

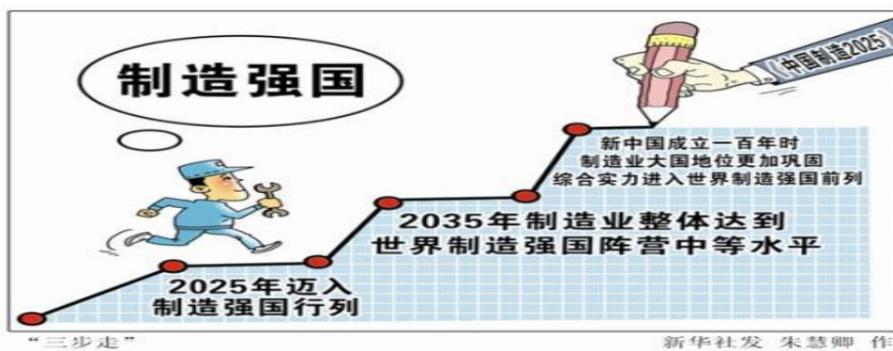
91



中国制造2025：

三步走战略

从今开始到百年国庆，将确定一批国家衰落，而中国
将站立世界之巅！



新华社发 朱慧卿 作



资本4.0（PC-HC-FC-NC）对接科学城4.0

1、资本4.0



物资资本PC

Physical capital,
又称工业资本、
生产资本，指厂房、
设备等固定资产

人力资本HC

Human Capital，
强调技术与管理
人才，把部分高
级劳动和资本融
合在一起

金融资本FC

Financial Capital，
有垄断性、虚拟性，
既可能支持实业发
展，又可能脱离向
虚，自我膨胀，自
我循环

自然资本NC

Natural Capital，
自然资源本身的价值，
及其生态系统服务价值。

中国政府当前强调要各级政府编制的“自然资源资产负债表”，来自英文NC balance。

2、以NC为平台的资本四重奏产生了价值量的放大

- NC的价值模型可以表述为： $NC=a+b\ i$ ，其中a，b指自然资源本身的价值， i ：我们过去表述为意识、观念、知识，现在还可以表述为投资，这是广义的投资概念，包括人力、物力和财力的投资。b和i的乘积即是生态系统服务价值，包括旅游价值、艺术价值和人文价值等。
- 任何一个开发区，首先要划出一片地域，然后投入人、财、物等资源，实际上是以NC为原始平台，在上面演奏“资本四重奏”，首先得到的往往是“土地红利”。这是NC的重要贡献，以后才是人才、资金和物质的贡献。当然，资本四重奏中居核心位置的是人力资本。
- 资本四重奏属于中介理论和策略分析之间，它吸收了纯粹理论和中介理论的精华，进行“融合渗透、协同发展”，不仅带动了能量的暴涨，也推动了价值的剧增。

95

3、以某创投中心区为例看资本四重奏的“四部曲”

- 下面以某创投中心区为例，展示如何运用资本四重奏来推动经济乘数式增长。
- **第一阶段：园区的规划设计阶段**
- 在指定的自然资源空间上，通过规划设计加入了意识、观念和知识（ i ），当然也投资了人财物资源，这些都用*i*来表示（广义投资）。另外，有一些自然资源得以保留（假设为地下800米和天上1000米的除太阳外的资源）。
- 园区初始的价值可以表示为： $NC=a+b*i$ ；
- a、b表示自然资源本身的价值， $b\ i$ 被表示为生态系统服务价值，这也是NC的（被普遍接受的）定义；
- 可以将NC分解为两部分： $NC=NC_1+NC_2$ ；
- 因此，规划设计后园区的总价值： $Z=NC_1+(NC_2)*i_1$ 。
- 其中： i_1 为此阶段的广义投资量。
- 显然， $Z \gg NC$ ，这是资本四重奏的第一部曲。



- 第二阶段：一级开发后的总价值： $ZZ = Z_1 + (Z_2) * i_2$;

其中： $Z = Z_1 + Z_2$, Z_2 是 Z 的一部分、即与新的广义投资(i_2)结合的价值。

显然， $ZZ > Z$ ，这是资本四重奏的第二部曲。

- 第三阶段：二级建设后的总价值： $ZZZ = ZZ_1 + (ZZ_2) * i_3$;

显然， $ZZZ > ZZ$ ，这是资本四重奏的第三部曲。

- 第四阶段：园区持续经营的总价值： $ZZZZ = ZZZ_1 + (ZZZ_2) * i_4$,

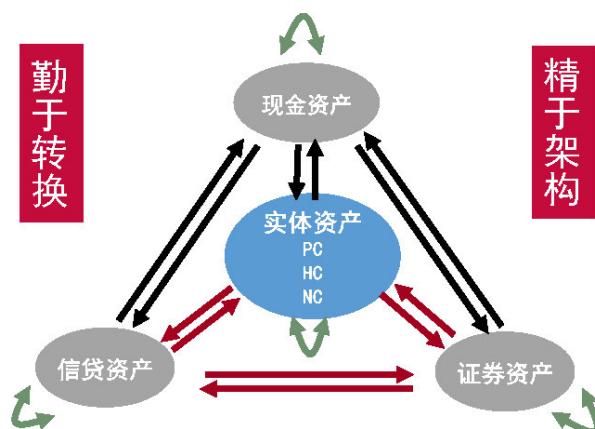
显然， $ZZZZ > ZZZ > ZZ > Z \rightarrow NC$ ，这是第四部曲。

- 以此类推：资本四重奏的过程能够多次放大价值，不断使能量暴涨，也使价值量剧增。

- 总结偈曰：同频共振赋能，相对优势集成，资本双双合奏，神曲部部爆棚。

4、金融资本须围绕实体资产而服务：太极图之变形

金融资本必须与实体资本相融合，服务于实体资产，否则就会脱实向虚，扭曲资产的平衡结构，产生资产泡沫。



P98

5、资本四重奏演示了经济发展的千情百态

资产相对论

金融资本由现金资产、信贷资产和证券资产所组成；而实体资产可以分解为：物质资本、人力资本和自然资本；四大资本组成了资本四重奏。

资本四重奏

自然资本

金融资本

人力资本

物资资本

工业4.0

资本四重奏即是将四种资本融合渗透到工业4.0、从而实现经济协同发展的运作过程。

资本的丰度（abundance of elements）即四种资本合理的结构比例、它们与工业4.0的结合的紧密度、协同运作的强度、运转的速度等，都很重要。

资本四重奏可以演奏出各种和声和乐曲，即资本合成运作的协同效应构成了不同的经济发展水平。也可形象地描绘：四种资本是推动经济发展的“驱动四轮”。



茅台酒的生产过程，证明了四种资本的协同效应

• 如果说环境和原料，是天赋所致，那么，茅台酒的生产工艺，便是人类上千年酿酒智慧的传承与发展。被誉为我国白酒工艺活化石的茅台酒酿造工艺，不负盛名！长达一年的生产周期，那么多环节，那么多的细节，最后都凝聚到了酒友们品到的每一滴酒上。

- 一、端午制曲：1. 处女踩曲；2. 曲块装仓；3. 曲块出仓。
- 二、重阳下沙：1. 润沙；2. 上甄；3. 出甑摊凉；4. 加曲；5. 发酵；5. 1收堆发酵；
5. 2入窖发酵
- 三、糙沙
- 四、取酒
- 五、储存：3年
- 六、勾兑与调味：3年后
- 七、勾调后储存

- NC：独特的自然环境和天然产品的杰作；
- HC：酿酒大师、管理人才、技术工人和销售精英的贡献；
- PC：先进的生产设备和窖场；
- FC：巨量的权益类和债务类融资。

第三节 PE搭建资本四重奏 对接工业4.0的直通车

- I. PE起源
- II. PE本质
- III. PE连接4.0
- IV. 案例

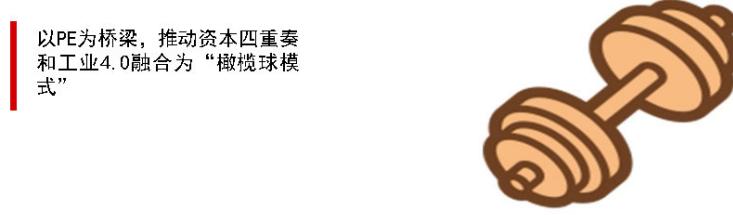
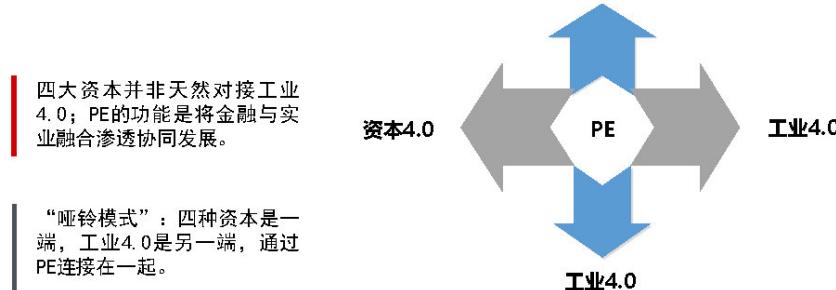
“管鲍之交”:2700年前的PE故事

- 公元前7世纪中国春秋时期的政治家管仲和鲍叔牙是好朋友。管仲比较穷，鲍叔牙比较富有，但是他们之间彼此了解、相互信任。早年合伙做生意时，管仲出很少的本钱，分红时却拿很多钱。鲍叔牙毫不计较，还问管仲：“这些钱够不够？”
- 后来，管仲和鲍叔牙都从政了。管仲辅佐在鲁国居住的齐国王子王子纠，而鲍叔牙则在莒国侍奉另一个齐国王子小白。继承齐国王位的齐桓公在鲍叔牙的推荐下，任命管仲当了丞相，而鲍叔牙却甘心做管仲的助手。在管仲和鲍叔牙的合力治理下，齐国成为诸侯国中最强大的国家，齐桓公成为诸侯王中的霸主。
- 管子不仅是资产管理的祖师爷，也是管理思想的鼻祖，为世界留下了丰富的管理理论和实践经验。
- 管鲍之交——国民经济管理——三分损益法与音律——指挥管管旋乐合奏——综合管理，这个发展过程证明：“管理”这个中文热词来源于管仲姓管，如“孔教”、“孙子兵法”。
- “奇货可居”、“一字千金”，产生于人类最早（战国末期吕不韦）的天使投资；



管仲和鲍叔牙

PE连接资本四重奏和工业4.0



融资模式：各种融资方式的“合奏”

融资渠道	主要特点	适合企业	融资渠道	主要特点	适合企业
内源融资	不需要支付利息或利息，融资成本低，风险小并且无须披露企业相关信息，是企业外融资的保障，也是企业应当首选的筹资方式。	适合于具备较高的留存收益、现金流充沛的企业以及具备内部融资能力的企业	金融机构贷款	贷款融资对规模有一定的限制，且信用级别的中小企业其融资成本相对较高，并且贷款难度较大，过度的贷款融资会加大企业的财务风险	适合于大多数企业，也是企业利用最多的融资方式，尤其是对于信誉良好的、评级较高和银行等金融机构有良好往来的优质企业
国内上市融资	不收取固定利息，而是根据市场利率浮动，风险较小。国内上市公司除了能够获得稳定的收入外，还能获得较高的知名度。但是，上市融资需要最大限度地公开企业的信息，公司因此受到公众监督。	适合于成长期的具备良好前景并且资金需求量较大的企业	政府信贷新闻	政府信贷新闻为政府提供长期优惠信贷，具有稳定性，但是由于政策法规的变更可能会导致企业的还款困难，且具有一定的附加条件	适合于政府扶持的相关企业以及战略性行业内的优质企业
海外上市融资	同国内上市一样不收取固定利息，能提高企业在国际市场上的知名度。海外市场企业能够更好地理解上市企业的挂牌、会计、市场组织等方面的需求，从而为企业提供了更多的募集资金。	适合于海外市场且希望在上市地点获得业务的企业	信托融资	信托融资主要是企业利用信托公司发行的专项信托计划筹集所需资金	目前信托融资最成功地适用于房地产企业，如房地产信托基金REITs
风险/私募融资	风险资本、私募基金最大的特点是高风险、高回报，但是风险资本的退出周期长，投资期限长，投资回报率高，并且其他股权投资让步式地由资本以定期超额回报，投资人会适当参与被投资企业的经营决策。	适合于高成长性、高技术含量、处于初创期的高技术企业，并且具备高素质的企业管理团队	融资租赁	租赁融资承租人对租赁物和供货人的租赁权认可，将其从供货人处取得的租赁物按融资租赁合同的约定出租给承租人占有、使用，向承租人收取租金，最低租赁期限为一年的交易安排。随着租赁物的逐渐更新，出现了一些创新性的租赁经营模式，如融资租赁项目计划、税子租赁项目计划等	适用于融资租赁交易的租赁物
产业投资基金	产业投资基金最大的特点是灵活性强，其发展前途被看好，且得到国家的大力支持。比如被定位为国家重点新兴产业的创投基金，应该优先选择一些高成长性的健康企业进行投资。	适合于企业在所在行业朝阳产业，其发展前景被看好，且得到国家的支持扶持。比如被定位为国家重点新兴产业的创投基金	资产证券化	是指将缺乏流动性的资产转换为在金融市场可以自由买卖的证券化行为，使其具有流动性，从而可以更容易地出售。主要有证券化的项目（SPV），或者由SPV主动购买或可证券化的资产，然后SPV将这些资产汇集起来，以便该资产池所产生的现金流为支持，在金融市场发行有价证券融资，最后用资产池产生的现金流来清偿所发行的有价证券	主要适用于具有未来一定时期内可预见产生稳定现金流资产的企业
增资扩股	包括上市公司增发新股和非上市公司增发新股。增发新股不仅可以获得资金，还可以获得所需要的设备和技术，并且财务风险较小，但是增资扩股资金成本较高，容易分散企业的控制权。	主要适用于已进入上市的具备良好的发展前景和项目前景的项目，以及急需资金、技术和服务的股权投资机构	政府扶持基金	扶持基金的特点是利息低，甚至免利息，且需引入战略投资者以盘活企业资产。从而改善企业的融资环境，降低企业的融资成本。	适合于符合国家专项资金扶持政策范围内的相关企业，并且准备好的基金必须符合一定的优惠政策
并购融资	并购融资主要是指企业出售股权以获取资金，企业并购融资的对价可以是现金，也可以是并购的企业的股票或者两者的综合。	适合于因某些原因处于经营困境，急需引入战略投资者以盘活企业资产。从而改善企业的融资环境，降低企业的融资成本。	担保/抵押贷款	担保贷款主要是适用于对企业信用级别较低，不能轻易获得贷款的企业的融资需求。需要第三方向债权人提供担保，债权人对第三方的财产享有优先受偿权实现的担保方式。目前一些创新的担保方式有知识产权质押、股权质押、应收账款、订单质押、商账款企业应收账款保理、创业板风险投资机构担保贷款、小额贷款担保保险等	适合于符合国家专项资金扶持政策范围内的相关企业，并且准备好的基金必须符合一定的优惠政策
产权交易	将企业的产权以商品的形式进行交易，一般将产权归客户经理直接转让，其转让证主要用于国有资产的挂牌转让。	主要适用于国有资产的挂牌转让			
公开债券融资	企业通过工程承包发行企业债、公司债，从而获得债务人筹集资金的能力。企业严格执行相关制度，并实行严格监督。其公开发行情况对企业各方面要求较高。	主要适合于资产规模较大，企业盈利能力强的大型企业			

融资模式：开发资金的组织

科技园区开发资金可用融资方式

序号	融资方式	融资形式	权利形式	融资难度
1	企业融资	企业债	债权	一般
2	企业融资	公司债	债权	一般
3	企业融资	REITS	股权/债权	较少
4	企业融资	中票、短券、PPN等	债权	一般
5	企业融资	信用贷款	贷款	较难
6	项目融资	土地抵押贷款	贷款	一般
7	项目融资	项目开发贷款	贷款	一般
8	企业融资	资产抵押贷款	贷款	一般
9	企业融资	集团担保	贷款	容易
10	企业融资	首次公开募股上市 (IPO)	股权	困难
11	企业融资	借壳上市	股权	困难
12	产业基金	园区建设基金	股权	较少
13	项目融资	典当融资	转移占有权	容易
14	企业融资	非上市增资扩股	股权	一般
15	企业融资	上市增资扩股	股权	一般
16	企业融资	混合型信托融资模式，明股实债	股权/债权	一般
17	项目融资	融资租赁	转移占有权	较少
18	项目融资	售后回买	转移占有权	较少
19	项目融资	售后回租	转移占有权	较少
20	项目融资	众筹	转移占有权	较少

P106

IPO案例：RIVERHILL—真正的硅谷模式 董事会8名北大人，1名香港人



山河控股董事会

P107

投资项目案例： 20年前的早期投资基金—北大产学研投资

- ◆ 数字家园项目
• 对房地产和小区做数字化改造



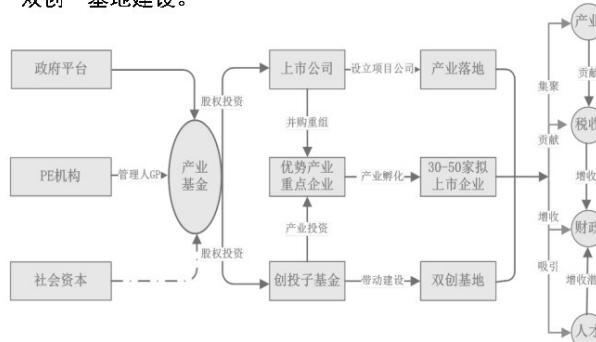
- ◆ 随身网
• 世界第一个中文移动网

- ◆ 城际在线
• 中国第一个语音导航的GPS

P108

方富资本的金融创新模式—政府综合金融服务商

- 根据地方政府产业发展的比较优势和政府发展战略规划，打造投、融、引一体化的政府金融支持方案。
- 通过设立产业基金以股权投资方式投向当地优势产业、重点企业，或参与上市公司、新三板企业的定向增发，同时上市公司、新三板企业战略投资于优势产业或在当地设立项目公司，从而引入优质上市公司资源，助力产业集聚，实现园区发展，达到招商引资的目的，促进当地优势产业发展壮大。
- 此外，产业基金可下设创投子基金，投向园区中的创业创新类项目，吸引人才，带动“双创”基地建设。



P109

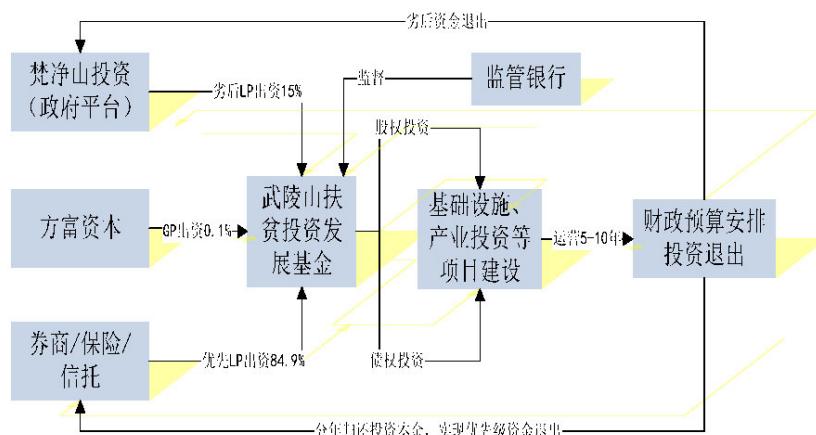
中国铜仁武陵山扶贫投资基金：推动“资本四重奏”



- 中国铜仁武陵山扶贫投资基金是全国第一支扶贫投资基金、第一支规模最大的扶贫发展基金。
- 该基金可以私募方式向工商企业、投资机构、银行、社保基金、保险公司等机构投资者募集资金，主要用于基础设施建设、产业发展、改善农村基本生产生活条件、就业与农村人力资源开发、社会事业发展与公共服务、生态建设与环境保护等方面。
- 中国铜仁武陵山扶贫投资基金的设立，将最大限度发挥政府引导资金与社会资本的协同效应，为推动铜仁乃至整个武陵山区守住发展和生态两条底线，确保完成脱贫攻坚和同步小康建设任务提供坚强的资金保障。

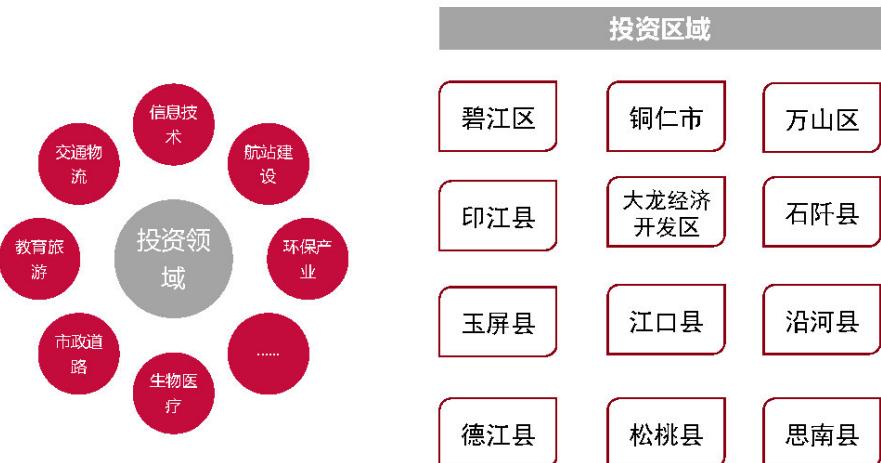
P110

基金运作模式



P111

资本四重奏在贵州铜仁奏响：我的实践



P112

The background features the circular seal of Peking University (北京大学) with the year 1898. Overlaid on the bottom half is a blue rectangular banner containing white text.

阅读资料：股权投资的策略分析

一、PE基金的募集策略

P113

PE的文化：

- 1、PE的private的中文含义是“私下协商”，这是PE的行事规则，并非一定是指“私募”融资或指投资未上市企业。
- 2、PE将LP、GP和被投企业聚合一起，其最高境界是：好人好事好制度的叠加。
- 3、PE是条桥，能够帮助你到达彼岸而无需摸着石头过河。
- 4、PE基金之间虽然流行丛林法则的竞争，但它们更多是合作和接力的关系，而不是恶性竞争。
- 5、PE主要管理的是公共机构的资金，即使在西方，其所管理的高净值个人的资金也不到10%，中国公共机构所管理的资金最多，PE在中国有社会公益成分，推动中国公共机构机构管理的PE化趋势，有助实现国进民进。

P114

第一节、筹备工作

P115

融资前需要搭建专业的市场团队

私募股权基金 管理团队

领军人物必须具备深厚的社会资源，较高的业内名望，能够利用自己的人脉和资源为基金带来充足的资金、优质的项目，并且具备超凡的领导力，能够吸引、留住和带领一批优秀的专业团队为基金长期奋斗。

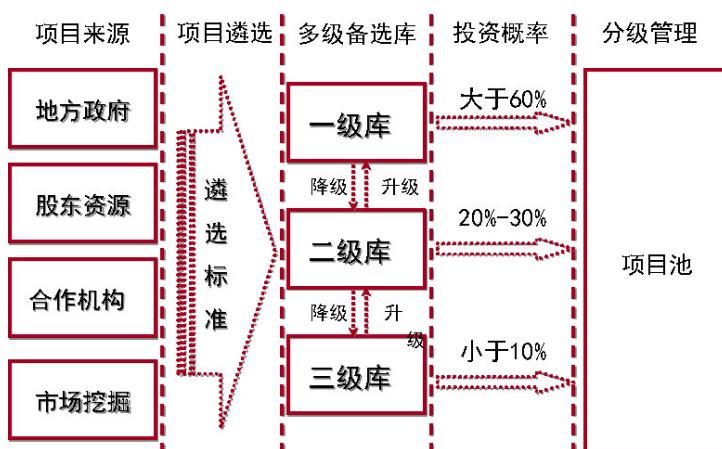
必须囊括多位有着长期金融投资实战经验或实业管理经验的合伙人级高管，他们会直接领导和分管基金的各项专业业务，并负责招募和培训其他专业团队成员。

私募股权基 金投资团队

成员的专业背景需要覆盖投行、财务、法律、税务、企业管理等专业服务领域，具备卓越的学历背景，同时需要具备一定技术和行业背景的专家。

P116

为目标基金设立项目储备



P117

募资文件的准备工作需要严谨缜密，精益求精

融资文件

- 各种需要签署的协议
- 推介演示所需文件

协议

- 协议包括保密协议、认购协议和有限合伙协议等，需要聘请对募资有丰富经验的律师协助完成，有些关键条款还需要在律师协助下与LP进行沟通谈判。
- 有限合伙协议系合伙企业的基石法律文件，内容包括合伙企业的设立、出资和存续期限、普通合伙人和有限合伙人的权力义务、合伙企业的投资业务、财务和收益分配等方面的规定条款。

宣讲演示文件

- 宣传演示文件主要包括私募基金募集备忘录（PPM）和路演PPT文稿。
- 其中PPM为核心内容，是主要的私募情况的介绍文件，主要内容包括基金股东背景、优势、团队、项目储备、合伙协议条款要点等内容。潜在投资者审阅PPM之后如果有明确意向的，可以签署认购协议。

P118

PPM一定要充分挖掘基金的优势和亮点

- ◆ 募集团队必须归纳区别于其他基金的特殊优势，这是吸引投资者最重要的因素。基金募集一般说来必须有如下优势：

项目渠道优势：对优质项目的获取和掌控能力是基金必备的核心竞争力之一，也是必须说服LP的关键点。项目渠道的优势可以来自管理公司股东的平台和渠道、团队之前的积累、地方政府的支持或对某个行业的特殊资源和特别关注。

专业团队优势：优秀的团队也是区别于其他基金的重要优势，尤其可以突出团队长期的专业从业经验。

管理公司的背景优势：依托强大的母公司或具备一定的行业、政策、政府背景的管理公司和团队也是LP非常看重的独特优势。

过往投资业绩：过往退出业绩是最具说服力的事实依据，可以很快赢得LP的青睐。

P119

合伙协议重要条款一定要体现公平公正，维护投资者利益，提升投资人信心



P120

基金要有明确的投资地位

- ◆ 每个基金都必须有自己专注和擅长，区别于市场上其他基金的投资方向、领域和行业，并且非常明确的将这种差异化定位沟通给潜在投资人，比如：

主要投资哪些优势行业？

每个管理团队对各个行业的理解深度和增值服务能力都不尽相同，最好选择自己熟悉的，能够提供切实的增值服务的行业并专注于此；比如新能源、医疗、传媒或能源矿产等。

主要投资哪个地域？

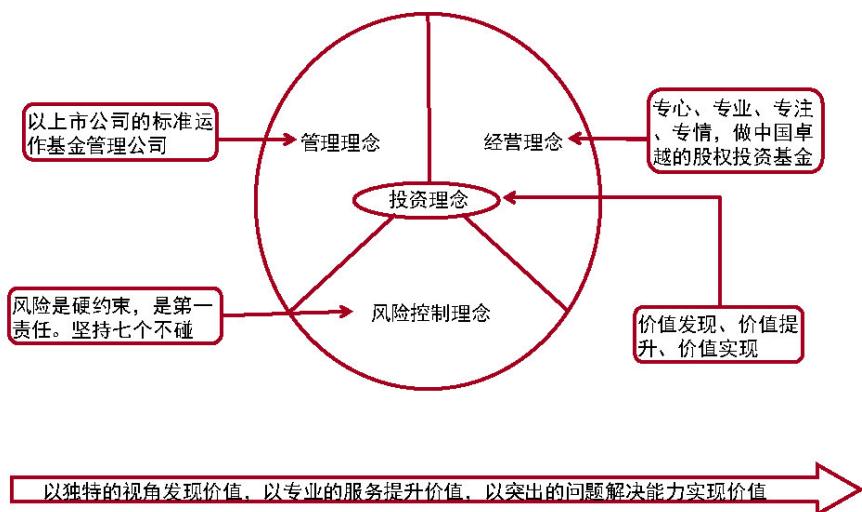
由于股东背景、LP来源和团队构成的不同特色，基金可能对某些地域有一定的专注，并在这个领域项目深入发掘上构建自己优势和壁垒。

主要投资什么阶段/类型？

公司接成熟阶段分为种子期、早期、中期和晚期，每个阶段的投资对团队专业能力、决策方式和基金规模/存续期的要求都不尽相同；不同的投资手段（控股/参股、股权/夹层/可转债、是否派驻董事等等）也是投资定位的重要维度。

P121

基金要有清晰的投资理念



P122

建立市场化的激励约束机制有助于提升投资人信心

管理层在管理公司持股

独立独立的私募基金的管理公司股份应该是由管理团队共同持有；对于集团下属私募基金，一般也会由高管持有部分股权，以体现团队激励。

基金经理的跟投机制

为了激励项目执行团队，同时降低道德风险，可以设置一定的基金经理跟投份额。一般分为两类：单独跟项目投，和跟基金投。

收益分享机制

按照合伙协议的一般约定，投资收益的20%部分归管理公司所有；管理公司股东在分配该部分收益时，一般会对投资团队进行一定程度的倾斜，以体现团队激励。比如单个项目的退出收益归GP部分的30~50%应该奖励给当时发掘/执行该项目的团队。

P123

第二节、融资渠道选择

P124

政府、股东及管理公司作为基石，投资人非常重要

股东

出资比例，原则上应不低于20%，越多越好，起到增信作用；尤其是对于早期基金来说更是如此；比如：弘毅一期基金几乎100%全是管理公司股东出资。

管理公司

管理公司资本金出资原则上不低于1%，多多益善。

政府引导基金

一般都会出于引导的政策目的介入，对基金募集是一种增信，同时在收益分成方面对团队和其他LP有一定程度的让利，对于团队和其他LP来讲都较有吸引力。比如：

- 3年内退出不要收益
- 5年内退出只要求银行同期贷款利率
- 超额收益归属于其他LP和基金管理团队

P125

外部渠道筛选要有所为有所不为

专业的机构投资者：社保基金、国开金融、中投、保险公司、母基金FOF、各地政府引导基金等。此类投资者，尤其是前四类，要求门槛较高，首期基金几乎很难达到。

银行渠道：主要由银行的投资银行部、私人银行部介绍银行的高净值客户与私募完成融资对接。

股东客户渠道

第三方募资中介机构：

融资的主要外部渠道

- ①要挑选知名的有实力的财务顾问或融资中介，但并不是品牌越大越好；
- ②关键是要有丰富的LP资源，机制灵活，执行力强，易于沟通；
- ③避免与不靠谱的募资渠道合作：如无LP资源、要求不合理融资费用（合理融资费用一般为融资金额的1%到2%，在资金出资到位后进行支付）、决策行动缓慢、沟通不畅等情况，否则即浪费时间、消耗资源，又对自身品牌产生负面影响。

团队自身渠道：必不可少，可能是最重要的渠道；速度快，可以促进外部渠道募集，有时能起到类似基石投资人的作用。

P126

第三节、路演与跟进

P127

融资路演需要注意很多细节

- ◆ 提前确定路演时间、地点和参加人数，与融资中介和潜在LP提前进行充分沟通，确定参加路演的人数和名单；
- ◆ 准备路演材料的，包括演示用的PPT和提供给LP的书面材料；
- ◆ 确定路演团队，基金合伙人必须亲自上阵，核心投资团队要在潜在LP面前亮相，给投资人留下良好印象；
- ◆ 提前设计好路演流程，进行反复的预演排练；
- ◆ 尤其是问答环节，可以充分体现投资团队的风采，给LP留下尤其深刻的印象；
- ◆ 准备充分的材料、精彩流畅的宣讲、专业的团队形象和有针对性的答问都是成功路演的重要因素。

P128

事后积极跟进至关重用

- ◆ 从路演尤其是现场答疑环节开始，留意每一个对基金有兴趣的LP；
- ◆ 争取部分意向明确的投资人现场签订意向书；
- ◆ 在路演结束后，派出精干团队对重点的潜在LP进行一对一的沟通和跟进，耐心、专业、循序渐进的打消对方的顾虑；
- ◆ 必要的时候需要对各个决策层进行逐级沟通，以推动内部决策。

P129

第四节、基金设立

P130

基金注册地选择要考虑到优惠政策

- ◆ 对于合伙制基金而言，基金注册地相关职能部门能够最终落实的优惠政策是对基金、LP以及基金管理公司整体所获收益产生影响的较为重要的因素；
- ◆ 对于合伙制基金而言，需要承担的税负主要为：自然人LP的个人所得税、营业税（股权投资基金无此税负）和印花税等；
- ◆ 目前中央政府和地方政府都通过引导基金体现优惠政策。

P131



北京大学
PEKING UNIVERSITY



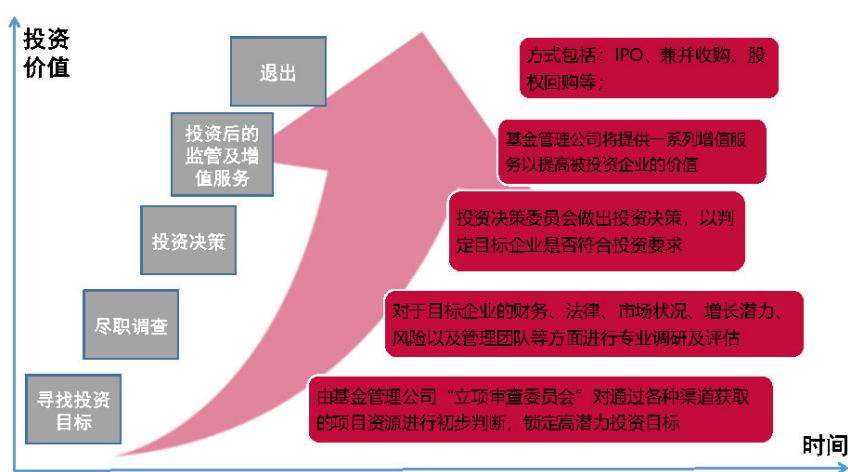
二、 PE基金的投资策略

132

第一节、投资流程

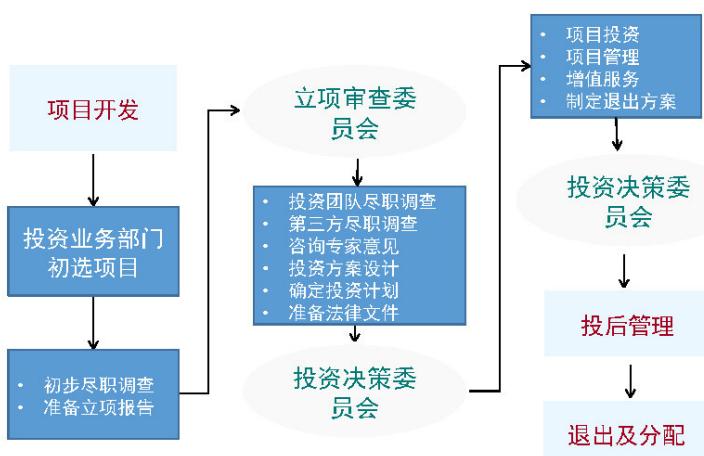
P133

股权投资流程示意图



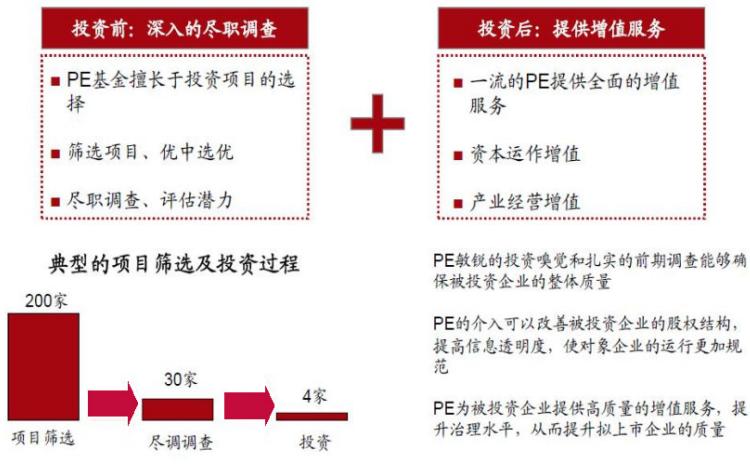
P134

股权基金内部决策流程



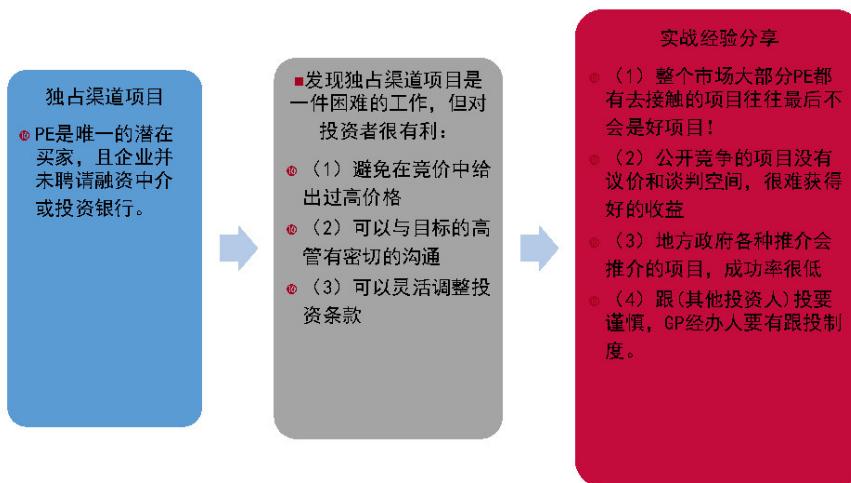
P135

项目发掘是一项艰苦的工作： 投资理念、眼光和经验都很重要



P136

最好的项目是来源独占渠道的项目



P137

项目遴选标准1/2：“六有”

◆ 好的PE项目应该具备六大优势

01. 有一定规模的目标市场

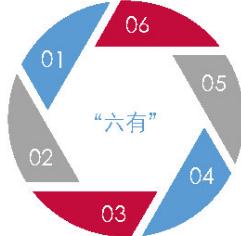
02. 有突出的行业地位

03. 有较高的成长性

06. 有门槛、核心竞争力、或先发优势

05. 团队有诚信、前瞻视野、经验、管理能力

04. 3~5年内有上市或并购退出的预期



P138

项目遴选标准2/2：“七不碰”

◆ PE挑项目应该坚持的“七不碰”

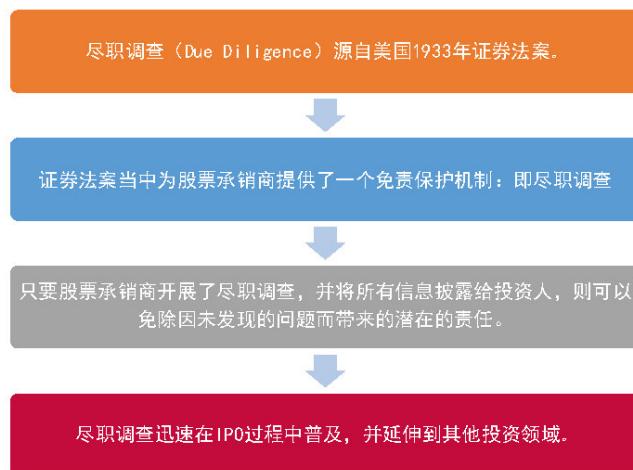


P139

第二节、尽职调查

P140

尽职调查的起源



P141

尽职调查工作概述

- ◆ 尽职调查分为三个部分：

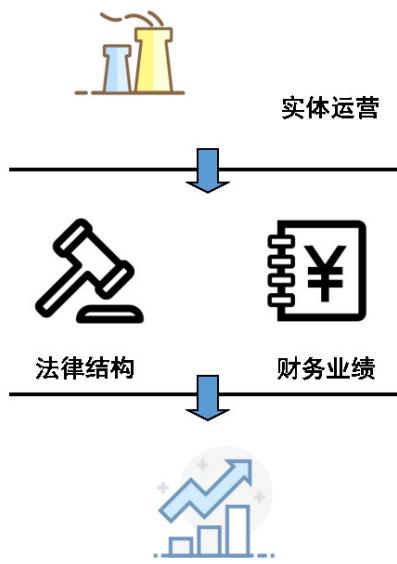
- 商业尽职调查
- 法律尽职调查
- 财务尽职调查

- ◆ 投资方组成人员应包括：

- 投资团队
- 行业研究部门
- 财务部门
- 法律部门

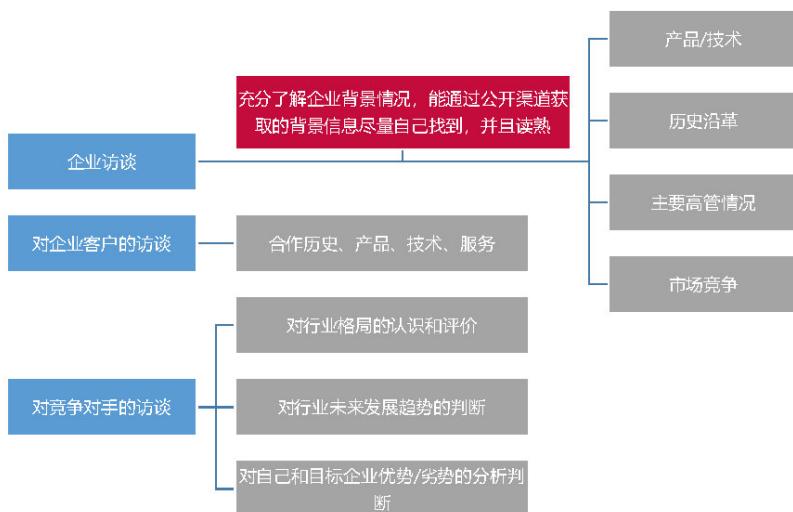
- ◆ 视情况需聘请第三方调查机构：

- 会计师
- 律师
- 税务专家
- 咨询机构
- 行业专业人士或机构



P142

全面深入的访谈是非常有效的商业尽职调查手段



P143

法律尽调：重点关注目标企业的合法、合规性 1/4

- ◆ 针对目标企业是否合法、合规经营，重点调查以下五方面的内容：
- ◆ 一、目标企业的历史沿革
 - 结合企业发展壮大主要系自主创业、由国企或集体企业改制、并购三种情形，调查控股股东、实际控制人所取得股权是否合法、合规。
 - 调查目标企业注册资本是否足额认缴。
 - 中国证监会针对IPO项目出资不实的审核要求：
 - 出资不到位比例 > 注册资本的50%，股东应补足并再运行36个月；
 - 出资不到位比例占注册资本的30-50%之间，应补足并再运行12个月；
 - 出资不到位比例<注册资本的30%，补足即可。
 - 调查目标企业股权结构是否清晰。
 - 中国证监会对IPO项目股权结构的要求为：清晰、稳定、规范；
 - 存在工会、职工持股会持股的需规范，不允许存在股权代持的情形。

P144

法律尽调：重点关注目标企业的合法、合规性 2/4

- ◆ 二、目标企业经营活动的合法、合规性
 - 中国证监会审核IPO项目时要求企业最近36个月合法经营
 - 调查最近36个月目标企业是否存在受到政府主管部门行政处罚的情形，及企业自身整改情况的；
 - 调查目标企业是否存在尚未了结的重大诉讼、仲裁案件。
- ◆ 三、目标企业资产完整性
 - 中国证监会审核IPO项目时要求企业拥有开展生产经营所必备的完整资产
 - 调查目标企业使用或拥有的土地、房产、商标、专利等与其主营密切相关的核心资产是否已取得相应的产权证书；如尚未取得了解原因，判断是否存在法律障碍。
 - 调查目标企业是否存在租赁或许可使用资产情形，核实租赁或许可是否合法、是否签订相关租赁或许可合同。

P145

法律尽调：重点关注目标企业的合法、合规性 3/4

- ◆ 四、目标企业经营活动的同业竞争
 - 调查目标企业与控股股东、实际控制人及其控制的其他企业之间是否存在从事相同或相似业务的情形。如控股股东、实际控制人为自然人的，需调查其关注有密切关系的家庭成员（配偶、父母、配偶的父母、年满18周岁的子女及其配偶、兄弟姐妹及其配偶、配偶的兄弟姐妹、子女配偶的父母）的控制的企业是否与目标企业存在从事相同或相似业务的情形。
 - 证监会近年来对同业竞争审核趋严，监管部门认为同业不竞争不能成为不构成同业竞争的理由，其审核理念及要求：
 - 只要是相同、相似业务，就存在（潜在）商业机会的竞争；
 - 发行人直系亲属拥有的相同、相似、上下游资产业务必须整合进来，但可作为同一控制下企业合并处理。
 - 旁系亲属的投资情况，要从资产来源，业务/客户渠道的重合性等来进行判断。重要性不大、历史上业务有关联，但因为各种原因确实不能立即纳入上市主体的，可以酌情不纳入。

P146

◆ 五、目标企业经营活动的关联交易

- 调查目标公司与控股股东、实际控制人及其控制的其他企业之间的业务、资产往来情况。
- 证监会对IPO项目的关联交易审核原则是企业应尽量避免或减少关联交易，审核时的关注重点：
 - 交易定价是否公允；
 - 经常性交易是否影响拟上市企业的独立性；
 - 严格审查关联交易的非关联化。

P147

财务尽调：定义和意义

◆ 财务尽职调查的定义：

- 财务尽职调查主要是指由财务专业人员针对目标企业中与投资有关财务状况的审阅、分析等调查内容。财务专业人员通过考量报表、财务数据、运营数据和信息间的关系分析收益质量、资产质量，发现影响投资决策的财务风险。

◆ 财务尽职调查的意义：

- 充分揭示目标企业财务、税务风险或危机；
- 分揭示企业盈利能力、现金流，预测企业未来前景；
- 了解资产负债、内部控制、经营管理的真实情况，是投资方案及条款设计、交易谈判、投资决策不可或缺的基础；
- 判断投资是否符合投资原则；
- 发现未来提升企业价值的空间；

P148

财务尽调的重点关注

- ◆ 财务数据真实性：财务报表的可靠性影响财务尽调结果的可靠性。编造虚假财务报表的常见方法包括记录虚假收入、隐瞒负债或支出、人为夸大资产等；
- ◆ 收益质量：收益质量驱动将影响净利润，因此将直接影响交易价值！需关注财务核算的合规性、收入确认质量、关联方交易价格公允性、非经常性损益等；
- ◆ 盈利预测：需关注假设的合理性、行业趋势因素的考量、敏感性分析等；
- ◆ 资产质量：关注货币资金的真实性、应收账款中坏账的成分和趋势等；
- ◆ 营运资金需求：关注经营性资产和负债安排，分析企业未来发展对营运资金的需求和融资能力；

财务尽职调查不是审计，一般不采用函证、实物盘点、数据复算等财务审计方法，但更多使用趋势分析、结构分析等分析工具。审计立足于现在，财务尽职调查更强调在历史的分析上对未来的预测，评判风险和机会。

P149

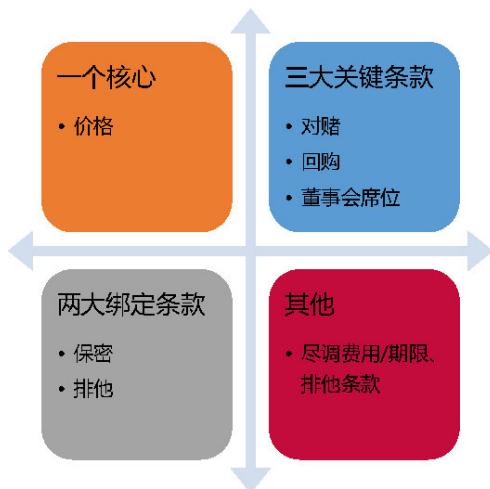
财务尽调的方法

审阅	分析性程序	访谈
<ul style="list-style-type: none">◆ 通过财务报表及其他财务资料审阅，发现关键及重大财务因素，审阅材料主要包括：<ul style="list-style-type: none">• 资产负债表、损益表、现金流量表、科目余额表；• 主要财务指标；• 重要会计制度；• 销售、采购合同（重大、新）；• 借款合同；货币资金银行对帐单；• 租赁合同；• 土地证、房产证、专利证；• 审计底稿，会计调整；• 等等	<ul style="list-style-type: none">◆ 如趋势分析、结构分析等，对各种渠道取得资料的分析，在盈利质量和资产质量方面发现异常及重大问题；<ul style="list-style-type: none">• 收入分产品、分渠道、分地域分析；• 成本结构波动分析；• 毛利趋势分析；• 单店盈利性分析；• 销售渠道毛利分析；• 资产、负债科目分析；• 等等	<ul style="list-style-type: none">◆ 与企业内部各层级、各职能部门，以及中介机构的充分沟通，侧重从财务风险角度了解业务；<ul style="list-style-type: none">• 董事长；• 财务总监；• 营销、采购主管；• 研发人员主管；• 单店经理；• 人事主管；• 等等

P150

第三节、协议谈判

框架协议 (Term Sheet) 谈判



P151

P152

正式投资协议中的关键注意点

三个关键法律文件	关键条款
<ul style="list-style-type: none">• 增资协议• 股东协议• 公司章程	<ul style="list-style-type: none">• 框架协议中的三大关键条款• 优先清偿• 随售权、拖售权• 优先认购• 反稀释• 多数通过• 高管任免权• 各种“门槛”• 一票否决• 交割条件

P153



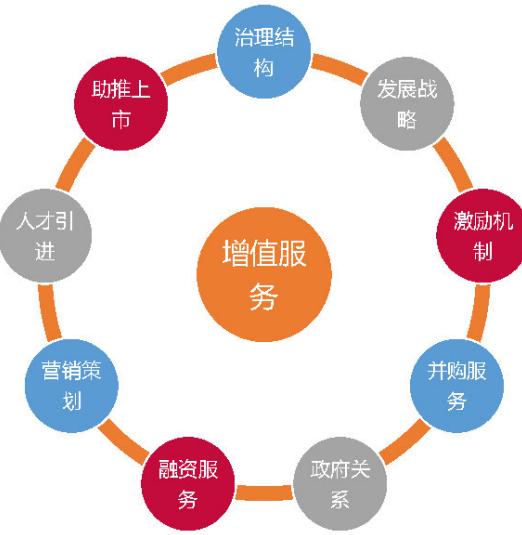
P154

首先，投后管理是要根据协议管理被投资企业

作为被投资企业的股东、董事，行使股东权利、董事权利	督促完成投资协议约定内容	及时了解被投资企业信息
<ul style="list-style-type: none">• 在公司决策层面影响被投资企业的经营方向、重大事项• 在公司决策层面维护PE及被投资企业利益	<ul style="list-style-type: none">• 通过完成协议约定维护PE自身利益及被投资企业利益• 在被投资企业不能按时完成协议约定时，维护PE利益	<ul style="list-style-type: none">• 掌握企业动态，及时发现和解决被投资企业问题• 掌握追加投资或者退出时机

P155

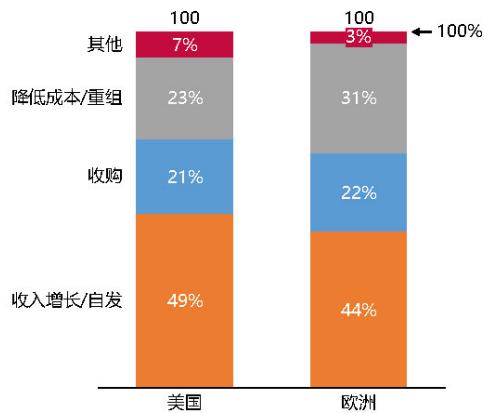
其次，投后管理需要为企业提供全方位增值服务



P156

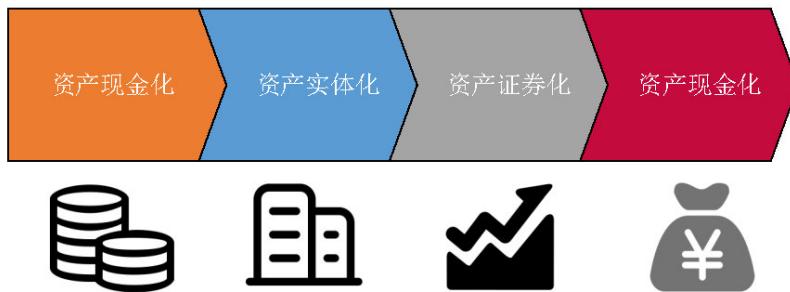
欧美经验显示大约一半的投资增值来源于投后管理

◆ 导致被投企业价值提升的因素分解



P157

成功PE的增值过程



P158



退出途径示意图



P160

一、PE是“以退为进、为卖而买”的财务投资者

- ◆ 股权PE在投资之前就设置了退出机制，如果找不到退出渠道，就不会投资。
- ◆ PE的退出方式主要有：上市、出售、回购、清算。
- ◆ (一) 上市 (IPO)
 - 上市是股权投资基金退出的首选方案。上市可以获得高对价，这意味着PE的投资获得了高回报，并且上市也说明被投资企业在PE的投资下已经成长为比较成熟的公众公司，有利于PE知名度的提高，从而也有利于以后新基金的融资和投资。
 - PE上市退出有国内A股上市和境外上市两类选择：
 - 第一，国内A股上市有上海、深圳证券交易所主板，深圳证券交易所创业板，新三板，科创板等选择。
 - 第二，境外上市有境外（H股）直接上市和红筹上市两种模式。境外直接上市一般只适用于战略性的大型国有企业，红筹上市由于目前受到法律的限制，操作有难度，直接影响了PE的退出。

P161

一、PE是“以退为进、为卖而买”的财务投资者

- ◆ (二) 出售
 - 出售是指PE将所持有的企业股份出售给其他投资者，这种方式能使风险投资基金迅速获得现金，完全退出，因此对风险投资基金有一定的吸引力。但是创业者一般不欢迎这种做法，因为这通常意味着企业被他人收购而失去独立性。
 - ◆ 出售退出与上市退出相比，有以下几个不同：
 - 第一，收益不同。一般来说，出售退出的收益要低于上市退出的收益。
 - 第二，难度不同。上市都有严格的条件，因此，并不是所有的企业都能够符合上市条件顺利上市，但出售是由企业的买卖双方决定，因此交易比较容易。
 - 第三，速度不同。与上市相比，出售比上市程序简单，因此能够快速收回现金和投资回报。
 - 第四，整合。上市退出，企业继续保持独立，因此不存在整合问题，但是出售退出，企业需要与收购方进行整合，这是一项复杂的工作，而且好多并购都是因为未能成功整合而失败。

P162

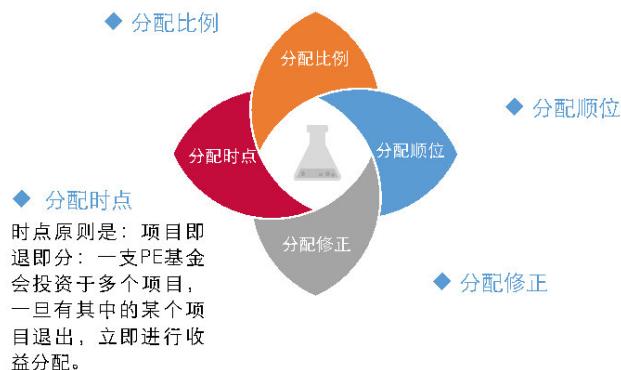
一、PE是“以退为进、为卖而买”的财务投资者

- ◆ (三) 回购
 - 回购是指在投资期届满时，如果被投资企业未能达到某约定条件（如未能上市或未能达到某项财务指标），股权投资基金有权要求被投资企业的创始股东回购PE所持有的股权，并支付一定的补偿金。
 - 回购从客观上讲也是保证PE投资收益的一种方式，虽然属于保守的退出方式，但回购给PE带来的收益也未必低，一般而言，PE要求的回购的补偿金比例会在每年15~25%之间。
- ◆ (四) 清算
 - 当公司经营状况不好且难以扭转时，清算可能是最好的减少损失的办法。PE投资于一个糟糕的项目并不可怕，可怕的是知道糟糕后仍执迷不悟，越陷越深。
 - 清算包括破产清算和解散清算两种。PE退出的清算，更多的是解散清算，PE一旦认定被投资企业陷入经营困难、财务恶化的状况，不能达到预期的回报，即果断地解散企业进行清算，从而达到撤资止损的目的。

P163

二、PE的分配 (distribution waterfall)

- ◆ 一般而言，PE的分配模式主要涉及以下四个方面的问题：



P164

第一种方式：整体分配，先回本再分利

- ◆ 为了确保分配给GP的投资收益为净盈利，许多基金约定投资本金必须先回收，确实有了盈利才能分配给GP管理分红。这种分配方式也称“先回本再分利”，这种分配方式更为倾向保护LP的利益，在此种情形下GP盈利的周期显然要推迟了。
- ◆ 有关参数是LP与GP“私下协商”决定的，可以调整。

P165

第一种方式：整体分配，先回本再分利

- ◆ LP：付出了基金的开办费、律师费、审计费、投资款、交给GP的管理费和银行托管费，得到的分配：
 - (1) 按投资额计算的成本回收；
 - (2) 每年按优先回报率 (preferred return) 计算的“门槛收益” (hurdle rate)，例如8%乘以投资额，LP得到这个8%以后，GP才有追赶 (catch up) 的权利，得到2%/年的分配；
 - (3) 此后分享利润的80%。
- ◆ GP：成立管理公司，发起基金并且作为一个LP，要对基金投资1%以上。其得到：
 - (1) 每年收取管理费1-2.5%，可以按承诺投资额或实际投资额计算，但不能计算已经收回的投资额。其实这是投资成本之一；
 - (2) 分享“catch up”及盈余的20%（此叫业绩提成或附属权益即carried interests）；
 - (3) 管理公司内部，一般将收入的30%以上分配给管理团队；
 - (4) 管理公司扣除各项成本后的利润才向股东分红。

P166

第二种方式：按单个项目分配，预留保证金

- ◆ 按单个投资项目分配，同时GP将其取得的管理分红的部分预留在股权基金中作为保证金，在其他项目亏损时用于回拨补亏，也是股权基金中一种比较常见的分配方式。预留作为保证金一般占管理分红的40-50%。
- ◆ 例如：某有限合伙协议约定：“当某个投资项目实现退出，且该项目收入超过项目成本 $\times (1+8\% \times \text{该项目的投资年数})$ 时，即对超出部分的20%计提为对普通合伙人的业绩奖励，其中50%部分可以予以实际分配，另外50%作为风险准备金留存于本企业并专户管理，在合伙企业存续期满时用于业绩奖励清算的差额补偿。”
- ◆ 此类条款称回拨条款（clawback provision、giveback obligation）。

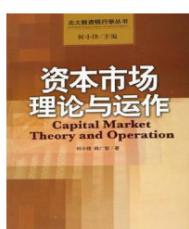
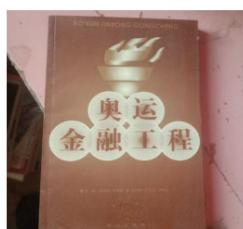
P167

第三种方式：按单个项目，并核算单个项目成本

- ◆ 有个别基金按单个项目分配，但同时核算并扣除单个项目的投资本金、管理成本和之前亏损项目确认的本金亏损部分。
- ◆ 例如某有限合伙协议约定，“对于基金可分配资金中的项目投资收入，应扣除：
 - 基金已退出项目的投资本金中按出资比例计算由该有限合伙人承担的份额；
 - 此前普通合伙人已经确认的基金持有的亏损项目投资本金损失中按出资比例计算由该有限合伙人承担的份额；
- 该有限合伙人实际出资额中分摊到该项目的管理费用。然后，20%分配给普通合伙人，80%在有限合伙人之间按实际出资比例分配。

P168

可阅读我们团队写的参考书



思考题：PE运作案例分析（可比较美的电器）

高瓴资本与格力电器：从二龙戏珠到二珠戏龙（具体资料见网络）。

估计整个过程将为精彩的五步曲：

- 一是股权升级，已初战告捷，
- 二是管理层升级，为未来大股东，
- 三是技术升级，为珠海制造2025的标杆，
- 四是业绩升级，连续带来高分红，
- 五是价值升级，可能四年后为投资者赚大钱。

