

# 实验 2: 一维弹簧振子系统模拟

2021 年 11 月 10 号晚 10 点之前提交实验报告  
2021 年 10 月 27 日与 2021 年 11 月 3 日进行本实验的验收

## 任务

### 实现一维弹簧振子的模拟

#### 一、实验简介

本实验旨在通过模拟弹簧振子系统的一维运动让同学们对物理仿真有个初步理解。同学们需要利用学过的微积分知识与高中物理知识建立牛顿体系与欧拉体系/拉格朗日体系之间的联系，并且学会通过动能与势能之间的转换写出并求解简单的欧拉-拉格朗日方程，通过在“ $v - q$ ”建立的相空间中比较四种数值积分（前项欧拉/四阶龙格库塔/后项欧拉/混合欧拉）的性能并模拟一维弹簧振子的运动。

本次实验使用 `libigl` 作为几何处理与基本的可视化库。幸运的是，我们并不需要了解该库的具体细节，也可以完成作业，同学们只需要关注四种数值积分的实现即可。

#### 二、实验内容

1. **环境配置**: 本实验需要同学们提前在 Windows/Mac/Linux 设备中安装好 `cmake` 与一个现代化的 C++ 编译环境
2. **编译命令**: 请在命令行打开该目录后输入

```
1 mkdir build
2 cd build
3 cmake ..
```

如果您使用的是 Mac/Linux 系统，接下来使用 `make` 命令即可

如果使用的是 Windows 系统（请确保使用的是 x86），则上述的 `cmake..` 命令将会在 `build/` 文件夹中生成一个 `.sln` 文件，接下来您讲可以使用 Visual Studio 等 IDE 打开并编辑。（**请注意将生成的 .exe 文件移动到 build/ 目录下，确保输入的 mesh 可以正常加载**）

配置好之后，同学们可以在命令行中 `build/` 目录下执行下面命令来执行

```
1 ./a1-mass-spring-1d
```

3. **任务要求**:

(1) 必做题目: 假设弹簧仅沿 X 轴做 1 维水平运动, 且不考虑摩擦力。弹簧原长为 0, 弹簧的劲度系数为 100N/m, 弹簧的初始位置在 1m 处, 初始速度为 0, 振子质量为 1kg。

本次实验要求实现四种不同的时间积分来实现对一位弹簧振子运动的模拟。正确的输出将会包含一个动态的相空间绘制图与一个弹簧振子模拟运动图。

本次实验需要按照要求对下列.h 文件进行补全

```
1      include/forward_euler.h
2      //使用前向欧拉积分来实现一个时步的模拟
3
4      include/runge_kutta.h
5      //使用四阶龙格库塔来实现一个时步的模拟
6
7      include/backward_euler.h
8      //使用后向欧拉来实现一个时步的模拟
9
10     include/symplectic_euler.h
11     //使用混合欧拉积分来实现一个时步的模拟
```

通过命令行的方式选择要运行的算法，如要运行后向欧拉模拟，可以输入如下命令：

```
1      ./a1-mass-spring-1d be
```

(2) 选做题目：其他条件不变，弹簧原长设定为变量，通过命令行的方式传入长度值。例如：

```
1      ./a1-mass-spring-1d se 2
```

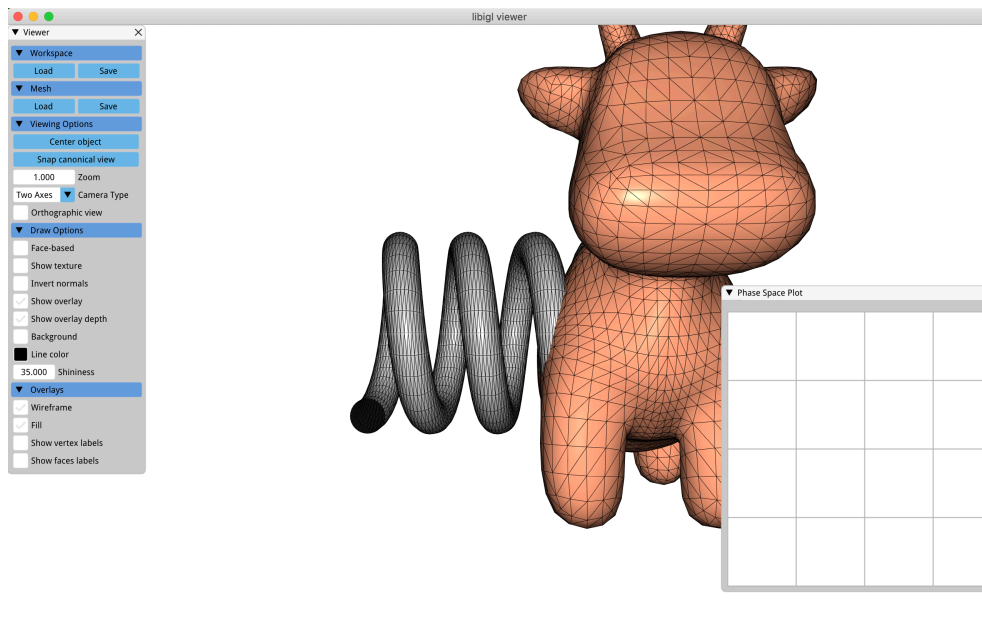
### 三、注意事项

1. 本次实验并不会给出每种积分的具体实现公式，因为核心在于推导的流程。从建立广义的坐标系，再到“欧拉-拉格朗日函数”的建立，再到化简为简单的偏微分方程，再引入时间积分的概念来求解方程的数值解。这一个过程是理解物理模拟的流程至关重要的过程，而非通过最终的积分公式来实现迭代求解这么简单。请同学们重点参考 B 站视频链接中的推导过程，讲述的十分详尽。

[CSC417 Lecture1](#)

[CSC417 Lecture2](#)

2. 直接运行代码框架后，将会得到下面的示例 GUI 界面。



当补全几个函数的代码后，会以小牛为弹簧振子的端点来运动，同时会在空白的相空间坐标上绘制“速度-位置”图像，由此更容易分析比较各种积分在不同性能方面的优劣。

#### 四、提交要求

1. 补全代码并且要求能够正常运行，将运行结果保存为 gif 格式或视频格式 (大于 20s，要求绘制出至少 4-5 个完整的弹簧周期)。
2. 将代码框架中的 `src/` 目录与 `include/` 目录复制 - 我们将会逐一复现您提交的代码并与实验报告比较，且书写实验报告，将代码与实验报告打包压缩为 .zip/.rar 格式并提交。
3. 实验报告中的内容包括但不限于1. 实验环境/2. 带有注释的代码/3. 欧拉-拉格朗日方程的推导求解步骤/4. 四种时间积分的推导与最终每一个时间步长的公式/5. 实验结果/6. 四种积分性能的比较与分析-简单分析一下就好
4. 建议使用 *LaTeX* 来完成作业。但是如果您对此不熟悉，那么您也可以使用 *Markdown* 来编写 (这里是一个非常轻量且高效的软件，称为Typora)。实际上，我们不太推荐 *Word*，但是用 *Word* 完成作业是可以的，但是记住提交作业的格式是 “**PDF**”，而不是 “.md” 或 “.docx”
5. 如果对于该实验有任何疑问，欢迎联系邮箱: 756883927@qq.com