Matemática Discreta I

Clase Práctica #7

1. Exprese una relación de recurrencia que permita calcular:
   a) El número de palabras de longitud n con letras mayúsculas que no contienen ZZ.
   b) El número de cadenas de n bits que contienen 00.
   c) El número de formas de subir una escalera de n escalones si solo pueden darse pasos de un escalón o de dos escalones.
   d) El número de cadenas sobre el alfabeto {a, b, c} con cantidad impar de c's.
2. Se quiere cubrir de lozas una plataforma de 2m de ancho por 15m de largo. El albañil que va a realizar esta labor cuenta con suficientes mosaicos, todos iguales, cuyas dimensiones son 1m de ancho por 2m de largo. ¿De cuántas formas diferentes puede el albañil realizar este trabajo?
3. Exprese una relación de recurrencia que permita calcular el número de cadenas de longitud n sobre el alfabeto {0, 1, 2} que no contengan "00" ni "11".
4. En "Letralandia" las matrículas de los carros se forman solo con los símbolos A, B, C y D. Cada matrícula está formada por al menos un símbolo y todas las A's en una matrícula válida deben estar antes de todas las B's (si hay alguna). Es decir que, DCAACADBBBC es una matrícula válida a diferencia de AACBDABB que no lo es. Encuentre una relación de recurrencia que permita calcular el número de matrículas de longitud n.
5. Exprese una relación de recurrencia para calcular el número de formas de particionar un conjunto de cardinalidad n (importa el orden).
6. Cuántas soluciones tiene la relación de recurrencia

$$a_1 = 1$$

$$a_n^2 = a_{n-1}^2 \ \ (n \geq 2)$$

7. Hallar la forma cerrada de las siguientes relaciones de recurrencia:
   a) $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ con $a_1 = 1, a_2 = 2$
   b) $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ con $a_1 = 5, a_2 = 6$

c) $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 8$ con $a_0 = 1, a_1 = 2$

d) $a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3}$ con $a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 3$

e) $a_n = 2a_{n-1} + 3n^2$ con $a_0 = 1$

f) $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + 4\cdot 3^n + 4$ con $a_0 = 10, a_1 = 35$

8. Una permutación $p_1p_2 \dots p_n$ se llama especial si $\forall i = 1 \to n-1$ existe $j > i$ tal que $|p_i - p_j| = 1$. Calcule el número de permutaciones especiales del conjunto $\{1, 2, \dots n\}$.
9. Sea $n \in \mathbb{Z}_+$ encuentre una relación de recurrencia para calcular el número de formas de escribir n como suma ordenada de $\mathbb{Z}_+$ de modo que cada sumando sea mayor o igual que 2.
10. Encuentre la relación de recurrencia que permite calcular el número de permutaciones de $\{1, 2, \dots n\}$ donde ningún elemento está en su posición original