
Clase Práctica 5

1. ¿Cuántas cadenas hay de longitud 7 sin caracteres repetidos y a, d no aparecen juntas? Suponga que el alfabeto tiene 26 caracteres.
2. Es conocido que la serie $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ diverge. ¿Qué ocurrirá si extraemos todos los 2 de todos los términos que lo contengan en la serie?
3. Determine el número de subconjuntos de tamaño k que se pueden formar a partir del conjunto $A = 1, 2, \dots, n$ donde no existan dos elementos consecutivos del conjunto original.
4. Calcule el número de enteros de 5 dígitos divisibles por 3 que contienen al 9.
5. Sean $n, k \in \mathbb{Z}^+$ y A un conjunto de tamaño n . Calcule el número de k -uplas $\langle A_1, A_2, \dots, A_k \rangle$ de subconjuntos de A que cumplen que:
 - (a) $A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3 \subseteq \dots \subseteq A_k$
 - (b) $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_k = \emptyset$
6. Sea A un conjunto de tamaño n . Calcule:
 - (a) ¿Cuántas relaciones binarias se definen en A ?
 - (b) ¿Cuántas relaciones reflexivas se definen en A ?
 - (c) ¿Cuántas relaciones simétricas se definen en A ?
 - (d) ¿Cuántas relaciones asimétricas se definen en A ?
 - (e) ¿Cuántas relaciones antisimétricas se definen en A ?
7. Sea E un conjunto de cardinalidad n . Calcule el número de pares de subconjuntos no ordenados ni nulos A, B tales que tengan intersección nula.
8. Una permutación de n números es más o menos creciente si solo existe un único par de elementos a_i, a_j de la permutación tal que $i < j$ y $a_i > a_j$. ¿Cuántas permutaciones casi crecientes hay en el conjunto?
9. Una permutación de n números es casi creciente si solo existe un único k con $k < n - 1$ tal que $a_k > a_{k+1}$. ¿Cuántas permutaciones casi crecientes hay en el conjunto?
10. En todo grupo de n personas hay dos con la misma cantidad de conocidos.
11. En todo conjunto de n números hay un subconjunto cuya suma es múltiplo de n .
12. En un grupo de 6 o más personas hay un trío que se conoce o un trío que no se conoce.
13. Sea $A = 1, 2, \dots, 2n$ y S un subconjunto de A de tamaño $n + 1$. Prueba que existen dos elementos $a, b \in S$ tal que a divide a b .
14. Una compañía de baile tiene 11 semanas para prepararse para una competencia y decide practicar una vez al día pero no más de 12 veces por semana. Prueba que existe un intervalo de días en que la compañía practica exactamente 21 veces.