

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

### **Модульна контрольна робота**

з дисципліни «Методи оптимізації та планування експерименту»

**ВИКОНАВ:**

студент II курсу ФІОТ

групи ІО-82

Шендріков Євгеній

Варіант: 55

**ПЕРЕВІРИВ:**

Селіванов Віктор Левович

Значення задані за варіантом						
$X_{i\min}$	$X_{i\max}$	k	p	b	$S_{\text{ад}}^2$	d
4	6	2	0.991	$-1.475 \cdot 10^{-2}$	1.375	1

$y_1$	5.2	5.1	5.5	5.3	5.4
$y_2$	6.4	6.1	6.3	6.5	6.2
$y_3$	7.1	7.2	7.4	7.3	7.5
$y_4$	8.2	8.4	8.3	8.1	8.5

	Абсолютні значення	Кодовані значення
$X_{i\min}$	4	-1
$X_{i\max}$	6	1
$X_{i0}$	$\frac{X_{i\min} + X_{i\max}}{2} = 5$	0
$X_{il}(\text{рот.})$	$\frac{X_{i\max} - X_{i\min}}{2} \cdot (\pm\sqrt{k}) = \pm 1.4142$	$\pm\sqrt{k} = \pm\sqrt{2} = \pm 1.4142$
$X_{il}(\text{орт.})$	$\frac{X_{i\max} - X_{i\min}}{2} \cdot (\pm l) = \pm 1$	$4l^4 + 4Nl^2 - N \cdot (2k + 1) = 0$ $4l^4 + 16l^2 - (16 + 4) = 0$ $l^4 + 4l^2 - 5 = 0$ $l = \pm 1$

$$\bar{y}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N y_{ij}; \quad S_i^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_{ij} - \bar{y}_j)^2; \quad m = 5 \text{ (кількість повторень одної комбінації)} \\ N = 4 \text{ (кількість комбінацій)}$$

Знаходимо середньоарифметичне значення $\bar{y}_m$ ( $m=1, 4$ )	Знаходимо значення статистичних оцінок дисперсії
$\bar{y}_1 = \frac{5.2 + 5.1 + 5.5 + 5.3 + 5.4}{5} = 5.3$	$S_1^2 = \frac{1}{4} ((5.2 - 5.3)^2 + (5.1 - 5.3)^2 + (5.5 - 5.3)^2 + (5.3 - 5.3)^2 + (5.4 - 5.3)^2) = \frac{1}{4} (0.1^2 + 0.2^2 + 0.2^2 + 0 + 0.1^2) = 0.025$
$\bar{y}_2 = \frac{6.4 + 6.1 + 6.3 + 6.5 + 6.2}{5} = 6.3$	$S_2^2 = 0.025$
$\bar{y}_3 = \frac{7.1 + 7.2 + 7.4 + 7.3 + 7.5}{5} = 7.3$	$S_3^2 = 0.025$
$\bar{y}_4 = \frac{8.2 + 8.4 + 8.3 + 8.1 + 8.5}{5} = 8.3$	$S_4^2 = 0.025$

### Критерій Кохрена

- $S_{\max}^2 = \max\{S_j^2\} = 0.025$
- $G = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{j=1}^m S_j^2} = \frac{1}{4} = 0.25$
- $f_1 = m - 1 = 4 \leftarrow \text{степені свободи}$   
 $f_2 = N = 4$
- $q = 1 - p = 1 - 0.991 = 0.009 \leftarrow \text{рівень значимості}$
- $G_{\text{кр}} = 0,7359 \leftarrow \text{обираємо з таблиці}$
- $G < G_{\text{кр}} \leftarrow \text{однорідність дисперсій підтверджується з ймовірністю } p = 0.991$

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S_j^2 = \frac{1}{4} (0.025 * 4) = 0.025 \leftarrow \text{середнє значення статистичної оцінки дисперсії}$$

### Критерій Стюдента

1.  $S^2\{b_i\} = \frac{S^2}{N \cdot m} = \frac{0.025}{20} = 1,25 * 10^{-3}$  (оскільки всі  $S_i^2$  рівні, то і відповідні їм  $S^2\{b_i\}$  теж рівні)
2.  $t_i = \frac{|b_i|}{S^2\{b_i\}}$

Нам відомо єдине значення  $b$ , тому

$$t = \frac{|b|}{S^2\{b\}} = \frac{1.475 \cdot 10^{-2}}{1.25 * 10^{-3}} = 11,8$$

3.  $f_3 = f_1 \cdot f_2 = 4 \cdot 4 = 16 \leftarrow \text{кількість ступенів вільності}$
4.  $q = 1 - p = 0.009 \leftarrow \text{рівень значимості}$
5.  $t_{кр} = 2.9208 \leftarrow \text{обираємо з таблиці}$
6.  $t > t_{кр}$  отже, даний коефіцієнт значимий з ймовірністю  $p = 0.991$
7.  $d_{коэф} = 4 \leftarrow \text{кількість значущих коефіцієнтів лінійної регресії}$

### Критерій Фішера

1.  $F = \frac{S_{ад}^2}{S^2} = \frac{1.375}{0.025} = 55$
2.  $f_3 = f_1 \cdot f_2 = 16 \leftarrow \text{кількість ступенів вільності}$   
 $f_4 = N - d = 3$
3.  $q = 0.009 \leftarrow \text{рівень значимості}$
4.  $F_{кр} = 5.425 \leftarrow \text{обираємо з таблиці}$
5.  $F > F_{кр}$  отже, рівняння регресії не адекватне з ймовірністю  $p = 0.991$

### Визначення значень коефіцієнтів $b_0$ та $b_1$

$$y = b_0 + b_1 \cdot x$$

$$m_x = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{1}{2} (X_{imin} + X_{imax}) = \frac{4+6}{2} = 5; \quad a_2 = \frac{1}{2} \sum x_i^2 = \frac{16+36}{2} = 26$$

$$m_y = \frac{1}{n} \sum y_i; \quad a_{11} = \frac{1}{n} \sum x_i \cdot y_i$$

$$b_0 = \frac{\begin{vmatrix} m_y & m_x \\ a_{11} & a_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & m_x \\ m_x & a_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} m_y & m_x \\ a_{11} & a_2 \end{vmatrix}}{1} = \begin{vmatrix} m_y & m_x \\ a_{11} & a_2 \end{vmatrix}; \quad b_1 = \begin{vmatrix} 1 & m_y \\ m_x & a_{11} \end{vmatrix}$$

$$y_1 = 5.3, y_2 = 6.3:$$

$$m_y = \frac{1}{2} (5.3 + 6.3) = 5.8; \quad a_{11} = \frac{1}{2} (5.3 \cdot 4 + 6.3 \cdot 6) = 29.5$$

$$b_0 = \begin{vmatrix} 5.8 & 5 \\ 29.5 & 26 \end{vmatrix} = 3.3; \quad b_1 = \begin{vmatrix} 1 & 5.8 \\ 5 & 29.5 \end{vmatrix} = 0.5$$

Отримане рівняння регресії:  $y = 3.3 + 0.5 \cdot x$

$$3.3 + 0.5 \cdot 4 = 5.3$$

$$3.3 + 0.5 \cdot 6 = 6.3$$

$$y_1 = 5.3, y_3 = 7.3:$$

$$m_y = \frac{1}{2}(5.3 + 7.3) = 6.3; \quad a_{11} = \frac{1}{2}(5.3 \cdot 4 + 7.3 \cdot 6) = 32.5$$

$$b_0 = \begin{vmatrix} 6.3 & 5 \\ 32.5 & 26 \end{vmatrix} = 1.3; \quad b_1 = \begin{vmatrix} 1 & 6.3 \\ 5 & 32.5 \end{vmatrix} = 1$$

Отримане рівняння регресії:  $y = 1.3 + x$

$$1.3 + 1 \cdot 4 = 5.3$$

$$1.3 + 1 \cdot 6 = 7.3$$

$$y_1 = 5.3, y_4 = 8.3:$$

$$m_y = \frac{1}{2}(5.3 + 8.3) = 6.8; \quad a_{11} = \frac{1}{2}(5.3 \cdot 4 + 8.3 \cdot 6) = 35.5$$

$$b_0 = \begin{vmatrix} 6.8 & 5 \\ 35.5 & 26 \end{vmatrix} = -0.7; \quad b_1 = \begin{vmatrix} 1 & 6.8 \\ 5 & 35.5 \end{vmatrix} = 1.5$$

Отримане рівняння регресії:  $y = -0.7 + 1.5 \cdot x$

$$-0.7 + 1.5 \cdot 4 = 5.3$$

$$-0.7 + 1.5 \cdot 6 = 8.3$$

$$y_2 = 6.3, y_3 = 7.3:$$

$$m_y = \frac{1}{2}(6.3 + 7.3) = 6.8; \quad a_{11} = \frac{1}{2}(6.3 \cdot 4 + 7.3 \cdot 6) = 34.5$$

$$b_0 = \begin{vmatrix} 6.8 & 5 \\ 34.5 & 26 \end{vmatrix} = 4.3; \quad b_1 = \begin{vmatrix} 1 & 6.8 \\ 5 & 34.5 \end{vmatrix} = 0.5$$

Отримане рівняння регресії:  $y = 4.3 + 0.5 \cdot x$

$$4.3 + 0.5 \cdot 4 = 6.3$$

$$4.3 + 0.5 \cdot 6 = 7.3$$

$$y_2 = 6.3, y_4 = 8.3:$$

$$m_y = \frac{1}{2}(6.3 + 8.3) = 7.3; \quad a_{11} = \frac{1}{2}(6.3 \cdot 4 + 8.3 \cdot 6) = 37.5$$

$$b_0 = \begin{vmatrix} 7.3 & 5 \\ 37.5 & 26 \end{vmatrix} = 2.3; \quad b_1 = \begin{vmatrix} 1 & 7.3 \\ 5 & 37.5 \end{vmatrix} = 1$$

Отримане рівняння регресії:  $y = 2.3 + x$

$$2.3 + 1 \cdot 4 = 6.3$$

$$2.3 + 1 \cdot 6 = 8.3$$

$$y_3 = 7.3, y_4 = 8.3:$$

$$m_y = \frac{1}{2}(7.3 + 8.3) = 7.8; \quad a_{11} = \frac{1}{2}(7.3 \cdot 4 + 8.3 \cdot 6) = 39.5$$

$$b_0 = \begin{vmatrix} 7.8 & 5 \\ 39.5 & 26 \end{vmatrix} = 5.3; \quad b_1 = \begin{vmatrix} 1 & 7.8 \\ 5 & 39.5 \end{vmatrix} = 0.5$$

Отримане рівняння регресії:  $y = 5.3 + 0.5 \cdot x$

$$5.3 + 0.5 \cdot 4 = 7.3$$

$$5.3 + 0.5 \cdot 6 = 8.3$$