МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Методи оптимізації та планування експерименту

Розрахунково-графічна робота
Тема: "Виконання кусочно-лінійної апроксимації"

Варіант 55

Виконав:
Студент 2-го курсу ФІОТ
групи ІО-82
Шендріков Є.О.
Залікова книжка № 8227
Номер у списку групи: 25

Перевірив:
доц. Селіванов В.Л

Київ – 2020

1. Побудуємо графік функції y(x) для діапазону аргументу $x_{min} \le x \le x_{max}$

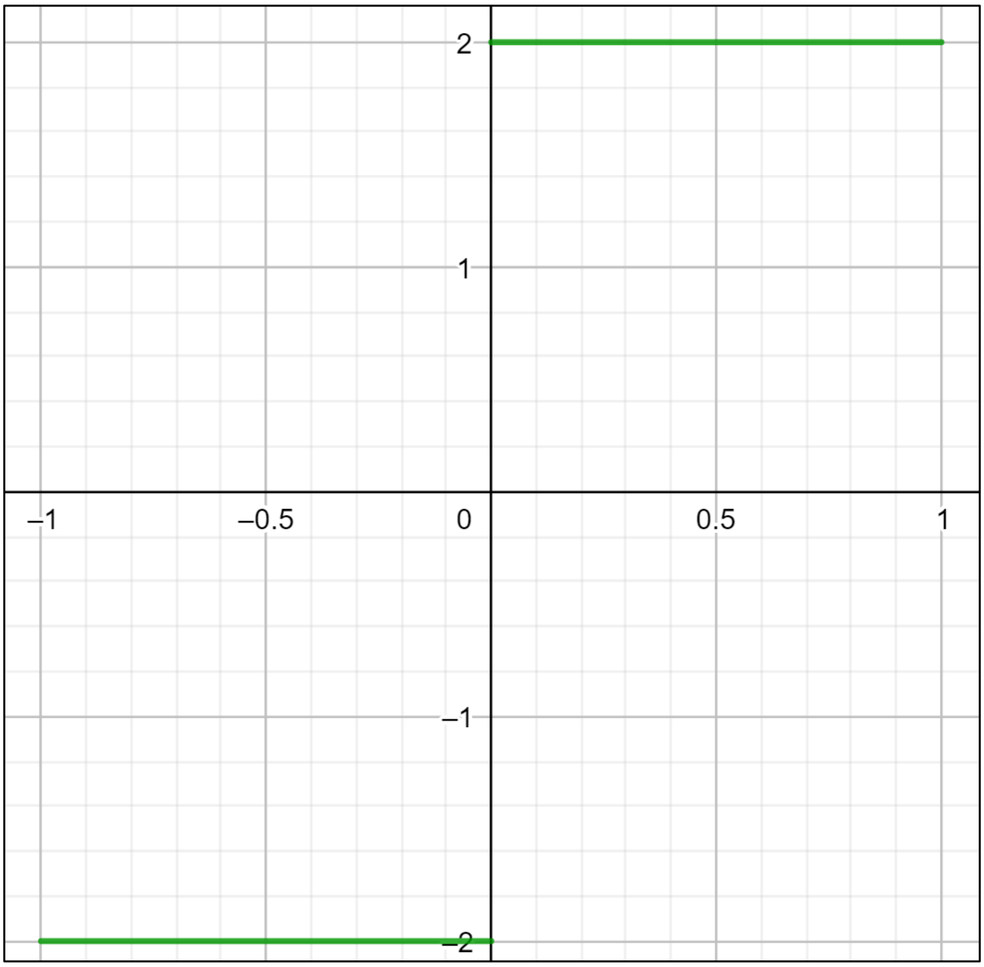
$$y(x) = \begin{cases} -(x^2+2), & x \le 0 \\ x^2 - 2x, & x \ge 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} x_{min} &= -1 \\ x_{max} &= +1 \end{aligned}$$

2. Визначимо другу похідну функції $\frac{d^2y}{dx^2}$ та побудуємо її графік для діапазону зміни аргументу $x_{min} \le x \le x_{max}$

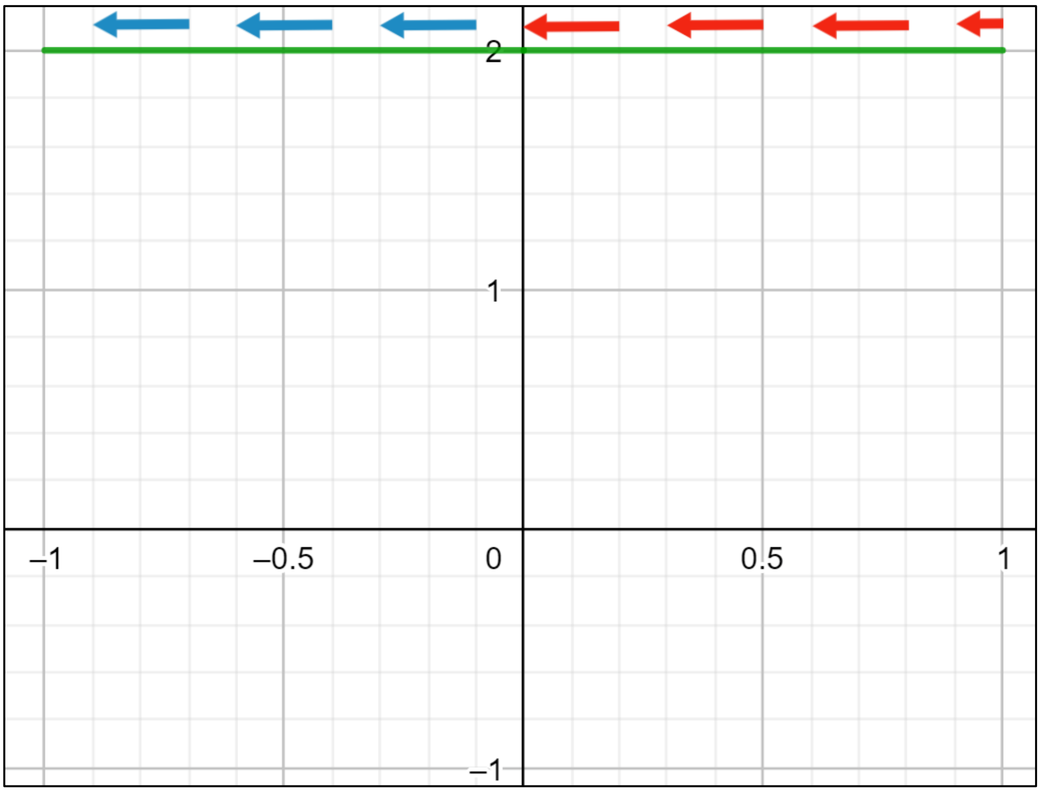
$$y1''(x) = \frac{d^2}{dx^2}\left(-(x^2+2)\right) = -2$$

$$y2''(x) = \frac{d^2}{dx^2}\left(x^2 - 2x\right) = 2$$

$$y''(x) = \begin{cases} -2, & x \le 0 \\ 2, & x \ge 0 \end{cases}$$



3. Побудуємо графік модулю другої похідної функції $\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|$ для діапазону зміни аргументу $x_{min} \le x \le x_{max}$



4. Аналіз функції y(x)

Функція y(x) опукла на інтервалі $x\epsilon[x_{min}, 0]$ так як відповідна друга похідна $y1''(x)$ на цьому інтервалі завжди менше 0. Функція y(x) вгнута на інтервалі $x\epsilon[0, x_{max}]$ так як відповідна друга похідна $y2''(x)$ на цьому інтервалі завжди більше 0.

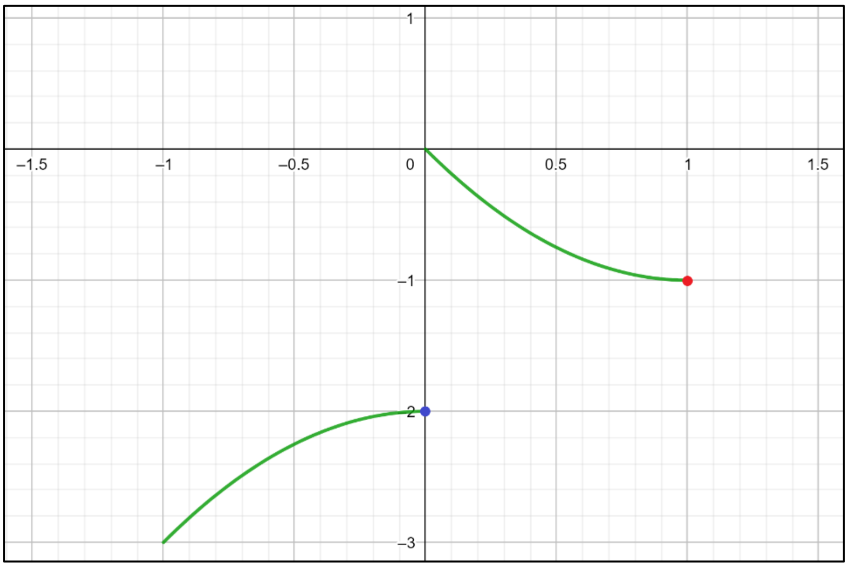
Точка x = 0 є неусувною точкою розриву I роду, так як ліва і права границі не рівні одна одній:

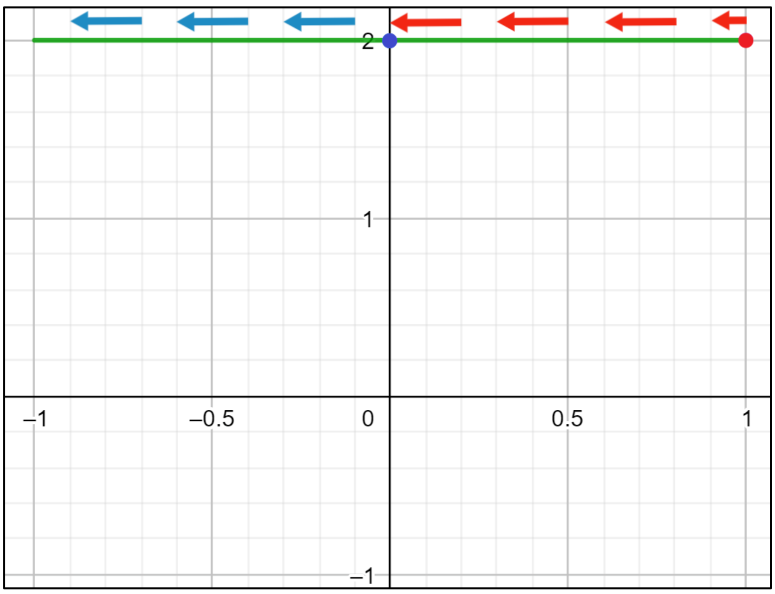
$$\lim_{x\to 0-0} -2 = -2$$

$$\lim_{x\to 0+0} 2 = 2$$

Точку x = 0 не вважаємо точкою перегину, так як в ній функція не визначена.

5 + 6. Обираємо точку апроксимації $x_0 = x_m = 0$ і обраний напрям тому, що так ми знатимемо максимальне значення другої похідної на будь-якій i-ій частині ломаної лінії, що розраховується для подальших розрахунків.





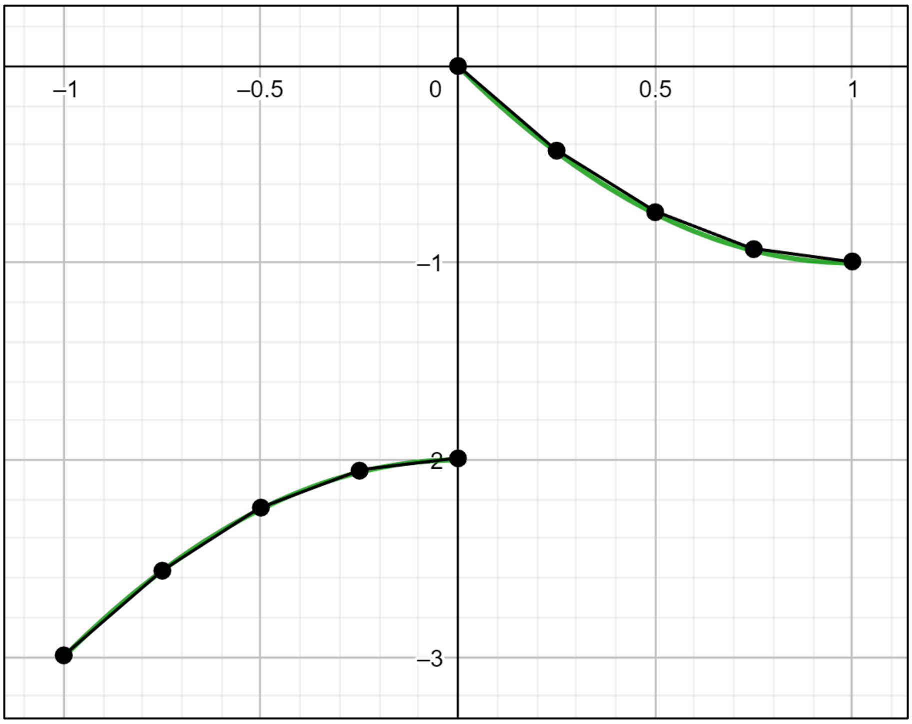
7 + 8. Для розрахунку h_i обираємо формулу $h_i = \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_i}}$ тому що функція не має точки перегину. Підбираємо значення Δf_{max}, щоб n = 9.

$\Delta f_{max} = 0.00781$	$x_0 = x_m = 0$	$A_1 = \lvert y1''(x_0)\rvert = 2$
$h_1 = \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_1}} = 0.25$	$x_1 = x_0 - h_1 = -0.25$	$A_2 = \lvert y1''(x_1)\rvert = 2$
$h_2 = \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_2}} = 0.25$	$x_2 = x_1 - h_2 = -0.5$	$A_3 = \lvert y1''(x_2)\rvert = 2$
$h_3 = \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_3}} = 0.25$	$x_3 = x_2 - h_3 = -0.75$	$A_4 = \lvert y1''(x_3)\rvert = 2$
$h_4 = \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_4}} = 0.25$	$x_4 = x_3 - h_4 = -1$	$A_5 = \lvert y1''(x_4)\rvert = 2$
	$x_5 = x_{max} = 1$	$A_6 = \lvert y2''(x_5)\rvert = 2$
$h_5 = \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_5}} = 0.25$	$x_6 = x_5 - h_6 = 0.75$	$A_7 = \lvert y2''(x_6)\rvert = 2$
$h_7 = \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_7}} = 0.25$	$x_7 = x_6 - h_7 = 0.5$	$A_8 = \lvert y2''(x_7)\rvert = 2$
$h_8 = \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_8}} = 0.25$	$x_8 = x_7 - h_8 = 0.25$	$A_9 = \lvert y2''(x_8)\rvert = 2$
$h_9 = \sqrt{\frac{16\Delta f_{max}}{A_9}} = 0.25$	$x_9 = x_8 - h_9 = 0$	$A_{10} = \lvert y2''(x_9)\rvert = 2$

9. Виходячи з 8-го завдання, шукаємо ординати вершин ломаної лінії:

j = 0…9	$Y_{p_j} = y(x_j)$	$Y_{k_j} = Y_{p_j} + \Delta f_{max}$
$X_0 = 0$	$Y_{p_0} = -2$	$Y_{k_0} = -1.9922$
$X_1 = -0.25$	$Y_{p_1} = -2.0625$	$Y_{k_1} = -2.0547$
$X_2 = -0.5$	$Y_{p_2} = -2.25$	$Y_{k_2} = -2.2422$
$X_3 = -0.75$	$Y_{p_3} = -2.5625$	$Y_{k_3} = -2.5547$
$X_4 = -1$	$Y_{p_4} = -3$	$Y_{k_4} = -2.9922$
$X_5 = 1$	$Y_{p_5} = -1$	$Y_{k_5} = -0.9922$
$X_6 = 0.75$	$Y_{p_6} = -0.9375$	$Y_{k_6} = -0.9297$
$X_7 = 0.5$	$Y_{p_7} = -0.75$	$Y_{k_7} = -0.7422$
$X_8 = 0.25$	$Y_{p_8} = -0.4375$	$Y_{k_8} = -0.4297$
$X_9 = 0$	$Y_{p_9} = 0$	$Y_{k_9} = 0.0078$

10.



Апроксимуюча функція

11. Знаходимо кутові коефіцієнти шляхом ділення різниці ординат на різницю абсцис

i = 0…7 k = tg(α) $k_i = \frac{Y_{p_i} - Y_{p_{i+1}}}{x_i - x_{i+1}}$

$k_0 = 0.25$ $k_1 = 0.75$ $k_2 = 1.25$

$k_3 = 1.75$

k_4, k_5, k_6 та k_7 розраховуємо за тією ж формулою, але для індексів 5 → 6 → 7→ 8→ 9

$k_4 = -0.25$ $k_5 = -0.75$ $k_6 = -1.25$

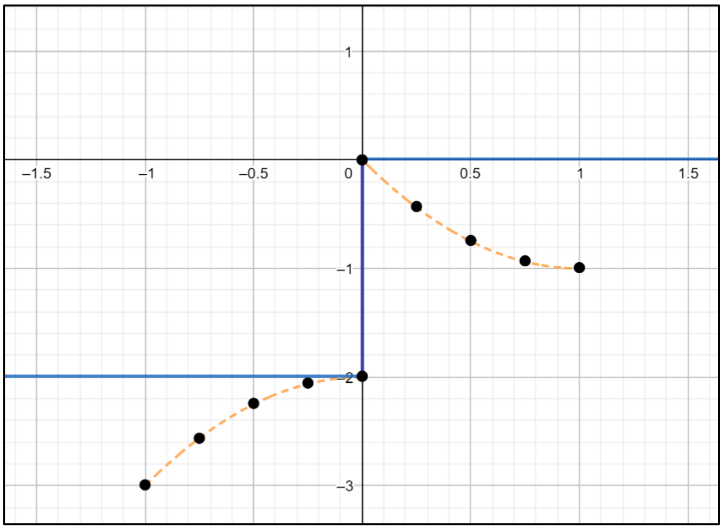
$k_7 = -1.75$

12 + 13. Виконаємо розкладання апроксимуючої функції (ламаної) на окремі доданки, починаючи з точки яка має абсцису $x_0^a = x_0$

Під кожним елементарним нелінійним доданком зазначимо його квадрант(I,II,III,IV) та режим (на закривання чи на відкривання)

$$\text{ye0(x)} = \begin{cases} Y_{k_0} = -1.9922, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ Y_{k_9} = 0.0078, & x > 0 \end{cases}$$

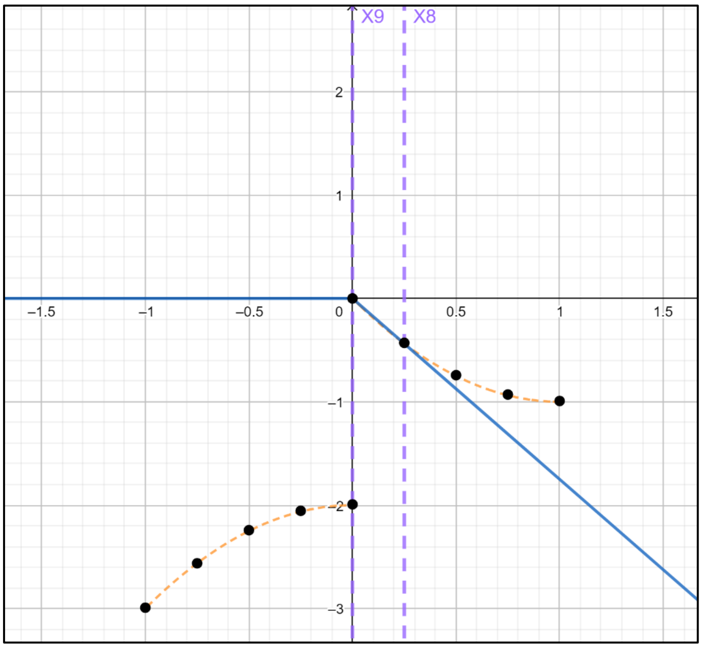
fi(x) = ye0(x)



$b_1 = k_7 = -1.75$

fi(x)=fi(x) + ye1(x)

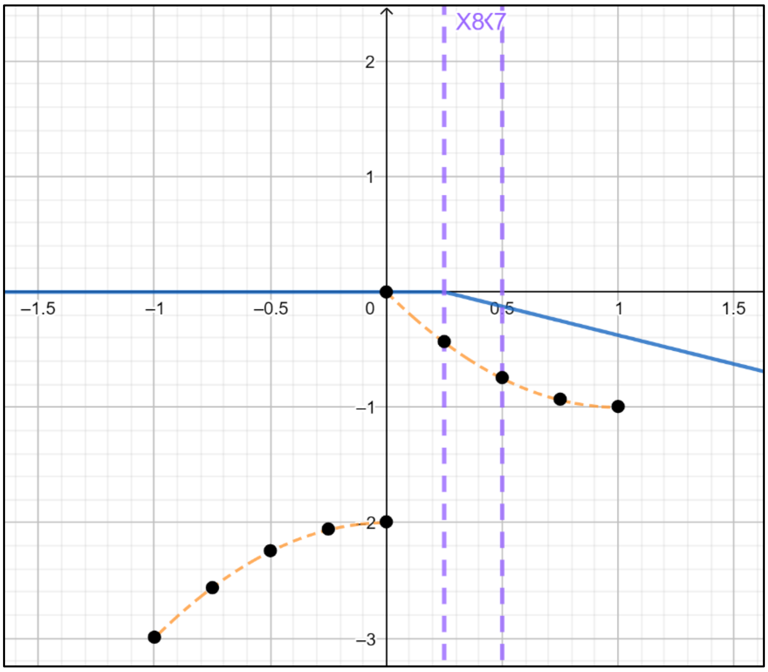
$$ye1(x) = \begin{cases} b_4(x - x_9) = -1.75x, -1.75x \geq 0 \\ 0, -1.75x \leq 0 \end{cases}$$



IV квадрант на відкривання

$$b_2 = k_7 - k_6 = -0.5$$ fi(x)=fi(x) + ye2(x)

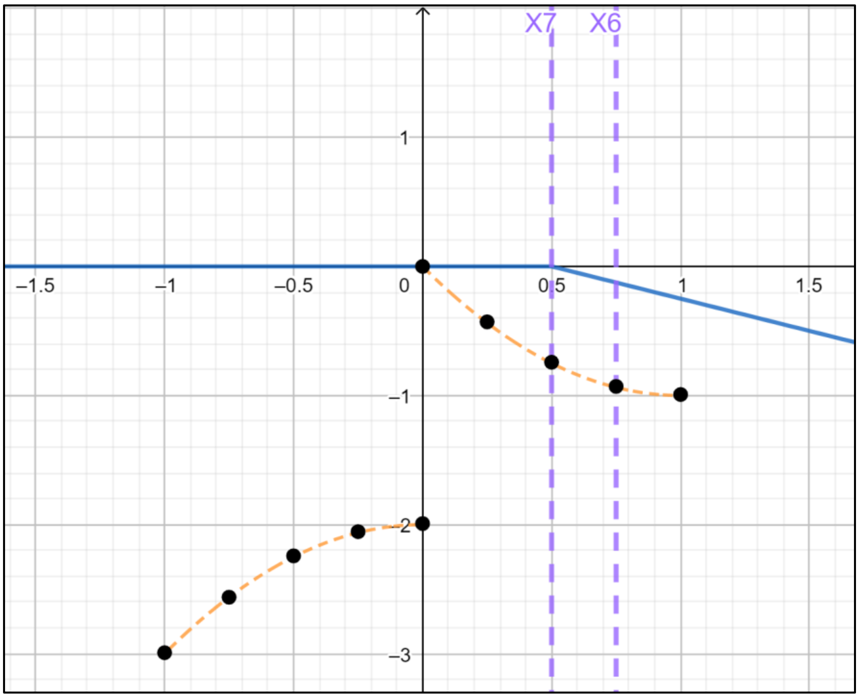
$$ye2(x) = \begin{cases} b_2(x - x_8) = -0.5(x - 0.25), -0.5(x - 0.25) \le 0 \\ 0, -0.5(x - 0.25) \ge 0 \end{cases}$$



IV квадрант на відкривання

$$b_3 = k_6 - k_5 = -0.5$$ fi(x)=fi(x) + ye3(x)

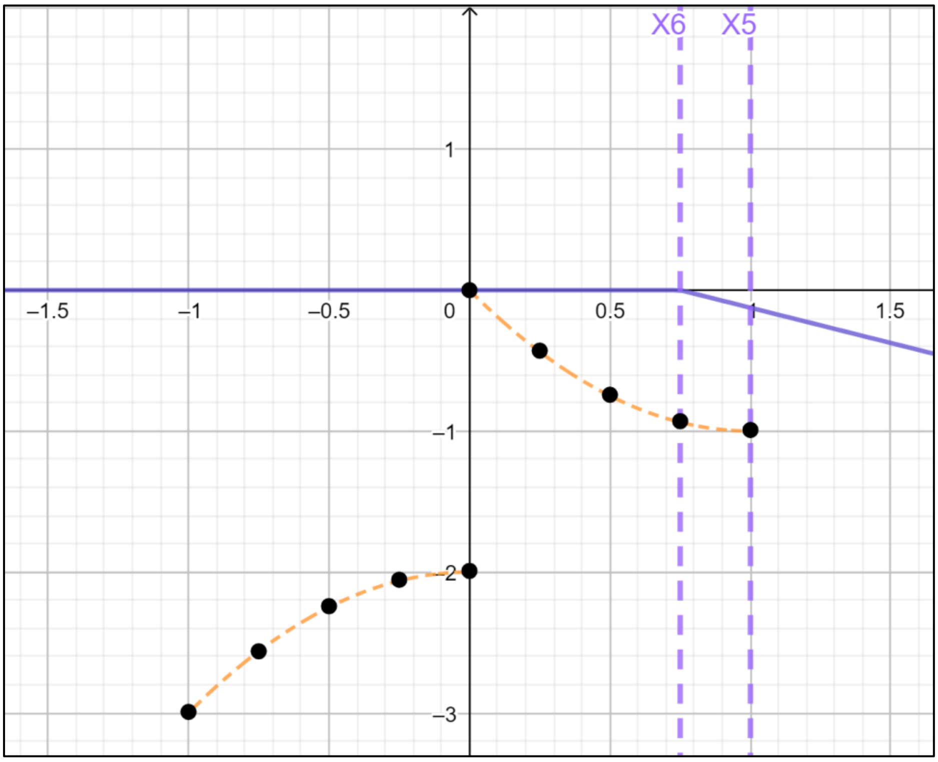
$$ye3(x) = \begin{cases} b_3(x - x_7) = -0.5(x - 0.5), -0.5(x - 0.5) \le 0 \\ 0, -0.5(x - 0.5) \ge 0 \end{cases}$$



IV квадрант на відкривання

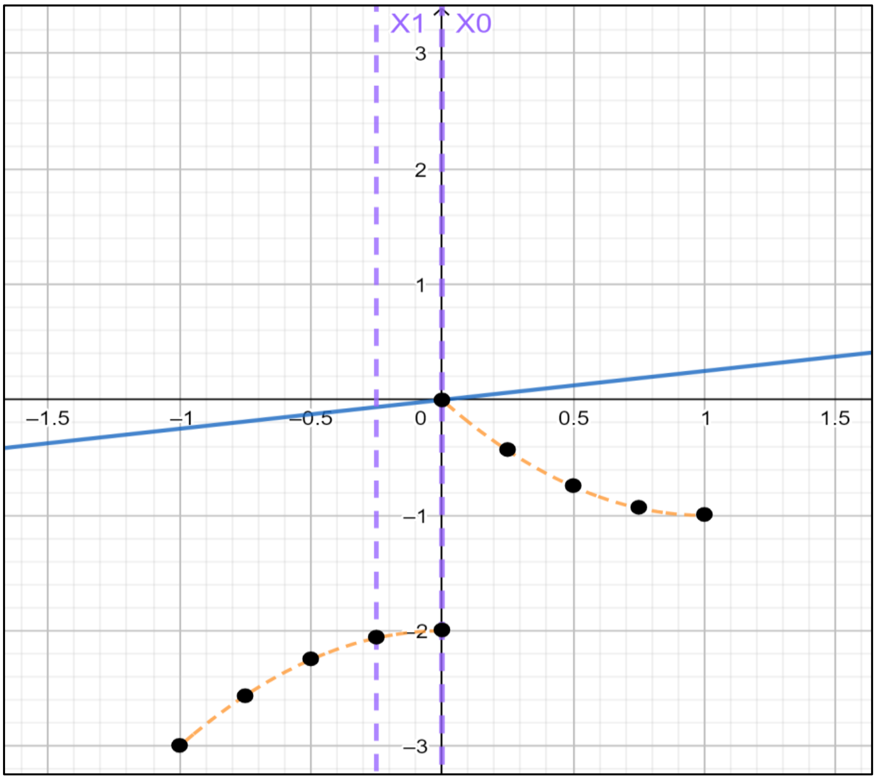
$b_4 = k_5 - k_4 = -0.5$ fi(x)=fi(x) + ye4(x)

$$ye4(x) = \begin{cases} b_4(x - x_6) = -0.5(x - 0.75), -0.5(x - 0.75) \leq 0 \\ 0, -0.5(x - 0.75) \geq 0 \end{cases}$$



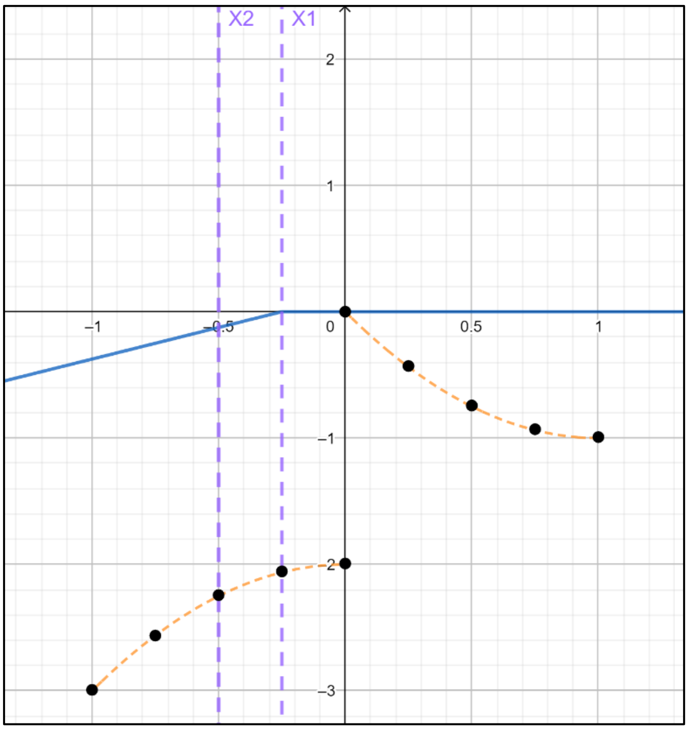
IV квадрант на відкривання

$b_0 = k_0 = 0.25$ ye5(x) = $b_0(x - x_0) = 0.25x$ fi(x)=fi(x) + ye5(x)



$b_5 = k_1 - k_0 = 0.5$ fi(x)=fi(x) + ye6(x)

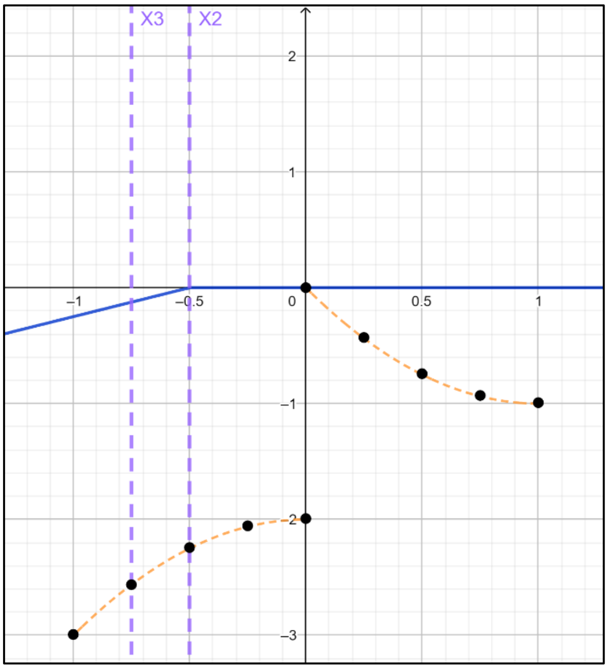
$$ye6(x) = \begin{cases} b_5(x - x_1) = 0.5(x + 0.25), & 0.5(x + 0.25) \geq 0 \\ 0, & 0.5(x + 0.25) \leq 0 \end{cases}$$



III квадрант на відкривання

$b_6 = k_2 - k_1 = 0.5$ fi(x)=fi(x) + ye7(x)

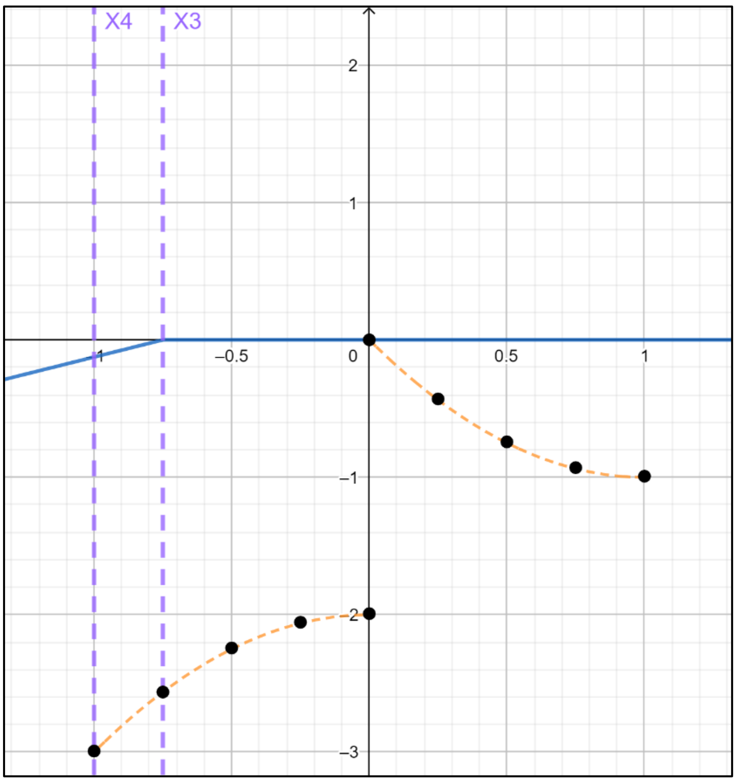
$$ye7(x) = \begin{cases} b_6(x - x_2) = 0.5(x + 0.5), & 0.5(x + 0.5) \geq 0 \\ 0, & 0.5(x + 0.5) \leq 0 \end{cases}$$



III квадрант на відкривання

$b_7 = k_3 - k_2 = 0.5$ fi(x)=fi(x) + ye8(x)

$$ye8(x) = \begin{cases} b_7(x - x_3) = 0.5(x + 0.75), & 0.5(x + 0.75) \geq 0 \\ 0, & 0.5(x + 0.75) \leq 0 \end{cases}$$



III квадрант на відкривання

14. Виконаємо розрахунок наступних значень:

-Значення $\varphi(x_0^a)$ для першого лінійного доданку

$$\mathrm{fi}(x_0) = \begin{cases} -1.9922, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 0.0078, & x > 0 \end{cases}$$

-Значення $b_0 = k_0$ та x_0 для другого лінійного доданку

$b_0 = 0.25$ $k_0 = 0.25$ $x_0 = 0$

-Значення $b_i = k_i - k_{i-1}$ та X_{REFi} для кожного елементарного нелінійного доданку

i = 0…7 $X_{REFi} = X_i - \frac{Y_{k_i}}{k_i}$

$b_0 = 0.25$ $X_{REF0} = 7.9688$

$b_1 = 0.5$ $X_{REF1} = 2.4896$

$b_2 = 0.5$ $X_{REF2} = 1.2938$

$b_3 = 0.5$ $X_{REF3} = 0.7098$

Врахуємо індекси для нашого випадку. Для X_{REF4} беремо X_9 , Y_{k_9} та k_7 , для X_{REF5} беремо X_8 , Y_{k_8} та k_6, для X_{REF6} беремо X_7 , Y_{k_7} та k_5 , а для X_{REF7} беремо X_6 , Y_{k_6} та k_4

$b_4 = -1.75$ $X_{REF4} = 0.0045$

$b_5 = -0.5$ $X_{REF5} = -0.0938$

$b_6 = -0.5$ $X_{REF6} = -0.4896$

$b_7 = -0.5$ $X_{REF7} = -2.9688$