## МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ Національний технічний університет України «Київський Політехнічний Інститут»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки Кафедра обчислювальної техніки

# Лабораторна робота №4

з дисципліни «Методи оптимізації та планування експерименту» на тему: «ПРОВЕДЕННЯ ТРЬОХФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ПРИ ВИКОРИСТАННІ РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ З УРАХУВАННЯМ ЕФЕКТУ ВЗАЄМОДІЇ»

### Виконав:

Студент 2-го курсу ФІОТ групи IO-82 Шендріков Є.О. Залікова книжка № 8227 Номер у списку групи 25

## Перевірив:

Регіда П. Г.

225	-20	15	25	45	-20	-15

## ФРАГМЕНТ КОДУ

```
from math import sqrt
from scipy.stats import f, t
from functools import partial
from random import uniform
from numpy import array, transpose
from numpy.linalg import solve
x1, x2, x3 = [-20, 15], [25, 45], [-20, -15]
m, N = 3, 4 # кількість повторень кожної комбінації & кількість повторення
дослідів
x \text{ avg} = [(\max(x1) + \max(x2) + \max(x3)) / 3, (\min(x1) + \min(x2) + \min(x3)) / 3]
# Xcp(max) & Xcp(min)
y \text{ range} = [200 + \max(x \text{ avg}), 200 + \min(x \text{ avg})] # Yi(\max) & Yi(\min)
xn = [[+1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1], # нормовані значення факторів
      [-1, -1, +1, +1, -1, -1, +1, +1],
      [-1, +1, -1, +1, -1, +1, -1, +1],
      [-1, +1, +1, -1, +1, -1, +1]
xx = [[x * y \text{ for } x, y \text{ in } zip(xn[1], xn[2])], # нормовані значення факторів для
ефекту взаємодії
      [x * y for x, y in zip(xn[1], xn[3])],
      [x * y for x, y in zip(xn[2], xn[3])]]
xxx = [x * y * z for x, y, z in zip(xn[1], xn[2], xn[3])]
x = [[min(x1), min(x1), max(x1), max(x1), min(x1), min(x1), max(x1), max(x1)],
     [min(x2), max(x2), min(x2), max(x2), min(x2), max(x2), min(x2), max(x2)],
     [\min(x3), \max(x3), \max(x3), \min(x3), \max(x3), \min(x3), \min(x3), \min(x3), \max(x3)]]
xx2 = [[x * y for x, y in zip(x[0], x[1])], # натуральні значення факторів для
ефекту взаємодії
       [x * y for x, y in zip(x[0], x[2])],
       [x * y for x, y in zip(x[1], x[2])]]
xxx2 = [x * y * z for x, y, z in zip(x[0], x[1], x[2])]
while True:
    flag = True # прапорець на випадок якщо при N=4 рівняння регресії буде
неадекватне, тоді переходимо до N=8
    def cochran(f1, f2, q=0.05):
        q1 = q / f1
        fisher = f.ppf(q=1-q1, dfn=f2, dfd=(f1-1)*f2)
        return fisher / (fisher + f1 - 1)
    while True:
                # цикл для виконання алгоритму з N=4 (доходить до перевірки на
однорідність дисперсії,
                  # якщо однорідна - виходимо з цього циклу, інакше збільшуємо m)
        def comb(arr): # формування усіх комбінацій для 3 елементів
            return [1, *arr, arr[0] * arr[1], arr[0] * arr[2], arr[1] * arr[2],
arr[0] * arr[1] * arr[2]]
        def get b nat(x, y avg): # функція для знаходження b (натуральне) при
N=4, для N=8 використовується
```

```
# спрощена версія, тут це не виходить, бо
матриця буде не квадратна
           n = len(y avg)
           xnat = transpose(x)
           a = [[sum([comb(xnat[j])[i] * comb(xnat[j])[k] for j in range(n)])]
for i in range(n)] for k in range(n)]
           c = [sum([comb(xnat[j])[i] * y avg[j] for i in range(n)]) for j in
range(n)]
           return solve(array(a), array(c))
       print("-" * 120, "\nПочаток виконання алгориту з N = \{\}".format(N))
       print("\nПоточне m = \{\} \setminus n".format(m))
       y = [[round(uniform(min(y range), max(y range)), 4) for i in range(m)]
for j in range(N)] # формування Y
       y avg = list(map(lambda arr: round(sum(arr) / len(arr), 4), y)) #
середнє значення У
       solve\_b\_norm = [xn[0], xn[1], xn[2], xn[3]] # для нормального рівняння b\_norm = [sum([((solve\_b\_norm[k][i] * y_avg[i]) / N) for i in range(N)])
for k in range(N)] # b до норм. рів-ня
       b nat = get b nat(x, y avg) \# b для натурального рівняння
       dispersions = [sum([((y[i][j] - y_avg[i]) ** 2) / m for j in range(m)])
for i in range(N)] # дисперс. по рядках
       # ======= Форматування таблиці
_____
       table_factors_1 = ["#", "X0", "X1", "X2", "X3"] table_y = ["Y1", "Y2", "Y3", "Y", "S^2"]
       header format = "+\{0:=^4\}" * (len(table factors 1)) + "+\{0:=^10s\}" *
(len(table y))
       row format = "|\{:^4\}" * (len(table factors 1)) + "|\{:^10\}" *
(len(table y))
       separator format = "+\{0:-^4s\}" * (len(table factors 1)) + "+\{0:-^10s\}" *
(len(table y))
       # ====== Нормальні значення
_____
       print(header format.format("=") + "+\n" + "|\{:^79s\}|\n".format("Матриця
ПФЕ (нормальні значення факторів)") +
             row format.format(*table factors 1, *table y) + "|\n" +
             header_format.format("=") + "+")
       for i in range(N):
           print("|\{:^4\}|".format(i + 1), end="")
           for j in range(4): print("{:^+4}|".format(xn[j][i]), end="")
           for j in range(m): print("{:^10.4f}|".format(y[i][j]), end="")
           print("{0:^10.4f}|{1:^10.4f}|".format(y_avg[i], dispersions[i]))
       print(separator format.format("-") + f"+\n\n\tOтримане рівняння регресії
при m={m}:\n"
                                          f"Y = \{b_norm[0]:.4f\} +
{b norm[1]:.4f}*X1 + {b norm[2]:.4f}*X2 +"
                                          f" {b norm[3]:.4f}*X3\n")
       # ====== Натуральні значення
_____
       print(header format.format("=") + "+\n" + "|{:^79s}|\n".format("Матриця
ПФЕ (натуральні значення факторів)") +
             header\_format.format("=") + "+\n" +
```

```
for i in range(N):
            print("|\{0:^4\}|\{1:^{+4}\}|".format(i + 1, xn[0][i]), end="")
            for j in range(3): print("{:^ 4}|".format(x[j][i]), end="")
            for j in range(m): print("{:^10.4f}|".format(y[i][j]), end="")
            print("{0:^10.4f}|{1:^10.4f}|".format(y avg[i], dispersions[i]))
        print(separator format.format("-") + f"+\n\n\tOтримане рівняння регресії
при m={m}:\n"
                                             f"Y = \{b \ nat[0]:.4f\} +
\{b \text{ nat}[1]:.4f\}*X1 + \{b \text{ nat}[2]:.4f\}*X2 + "
                                             f''\{b \text{ nat}[3]:.4f\}*X3\n'')
        # ======= Критерій Кохрена
_____
        f1, f2 = m - 1, N
        f3 = f1 * f2
        Gp = max(dispersions) / sum(dispersions)
        Gt = cochran(f1, f2)
        print("Однорідність дисперсії (критерій Кохрена): ")
        print(f"Gp = {Gp} \setminus Gt = {Gt}")
        if Gp < Gt:
            print("Дисперсія однорідна (Gp < Gt)")
        else:
            print("Дисперсія неоднорідна (Gp > Gt), збільшуємо m, повторюємо
операції")
            m += 1
    D beta = sum(dispersions) / (N*N*m)
    Sb = sqrt(abs(D_beta))
    beta = [sum([(y_avg[j] * xn[i][j]) / N for j in range(N)]) for i in
range(N)]
    t list = [abs(i) / Sb for i in beta]
    student = partial(t.ppf, q=1-0.025)
    d, T = 0, student (df = f3)
    print("\nt табличне = ", T)
    for i in range(len(t list)):
        if t list[i] < T:</pre>
            beta[i] = 0
            print("\tГiпотеза пiдтверджена, beta{} = 0".format(i))
            print("\tГіпотеза не підтверджена, beta\{\} = \{\}".format(i, beta[i]))
            d += 1
    yo = [beta[0] + beta[1] * x[0][i] + beta[2] * x[1][i] + beta[3] * x[2][i]
for i in range(N)]
    f4 = N - d
    fisher_sum = sum([(yo[i] - y_avg[i]) ** 2 for i in range(N)])
    D ad = (m / f4) * fisher sum
    fisher = partial(f.ppf, q=1 - 0.05)
    Fp = D ad / D beta
    Ft = fisher(dfn=f4, dfd=f3)
    print(f"\nFp = {Fp}\nFt = {Ft}")
    if Fp > Ft:
        print("Рівняння регресії неадекватне (Ft < Fp).")
        flag = False
    else:
        print("Рівняння регресії адекватне (Ft > Fp)!")
        break
    if not flag:
        m, N = 3, 8
```

```
print("-" * 120, "\nПочаток виконання алгориту з N = {}".format(N))
       print("\nПоточне m = {} \n".format(m))
       y = [[round(uniform(min(y range), max(y range)), 4) for i in range(m)]
for j in range(N)] \# формування \overline{Y}
       y avg = list(map(lambda arr: round(sum(arr) / len(arr), 4), y)) #
середнє значення Ү
       solve b norm = [xn[0], xn[1], xn[2], xn[3], xx[0], xx[1], xx[2], xxx] #
для нормального рівняння
       solve b nat = list(zip(xn[0], x[0], x[1], x[2], xx2[0], xx2[1], xx2[2],
ххх2)) # для натурального рівняння
       b norm = [sum([((solve b norm[k][i] * y avg[i]) / N) for i in range(N)])
for k in range(N)] # b до норм. рів-ня
       b nat = [round(i, 4) for i in solve(solve b nat, y avg)] # b для
натурального рівняння
       dispersions = [sum([((y[i][j] - y_avg[i]) ** 2) / m for j in range(m)])
for i in range(N)] # дисперс. по рядках
       # ======= Форматування таблиці
_____
       table_factors_1 = ["#", "X0", "X1", "X2", "X3"]
       table_factors_2 = ["X1X2", "X1X3", "X2X3", "X1X2X3"]
table_y = ["Y1", "Y2", "Y3", "Y", "S^2"]
       header format = "+\{0:=^4\}" * (len(table factors 1)) + "+\{0:=^8s\}" *
(len(table_factors_2)) + \
                      "+\{0:=^10s\}" * (len(table y))
       row_format = "|{:^4}" * (len(table_factors_1)) + "|{:^8}" *
(len(table factors 2)) + "|{:^10}" * (len(table y))
       separator format = "+\{0:-^4s\}" * (len(table factors 1)) + "+\{0:-^8s\}" *
(len(table factors 2)) + \
                         "+\{0:-^10s\}" * (len(table y))
       # ====== Нормальні значення
_____
       print(header format.format("=") + "+\n" + "|{:^115s}|\n".format("Матриця
ПФЕ (нормальні значення факторів)") +
            header format.format("=") + "+\n" +
row format.format(*table factors 1, *table factors 2, *table y) +
             "|\n" + header format.format("=") + "+")
       for i in range(N):
           print("|{:^4}|".format(i + 1), end="")
           for j in range(4): print("{:^+4}|".format(xn[j][i]), end="")
           for j in range(3): print("{:^+8}|".format(xx[j][i]), end="")
           print("{:^+8}|".format(xxx[i]), end="")
           for j in range(m): print("{:^10.4f}|".format(y[i][j]), end="")
           print("{0:^10.4f}|{1:^10.4f}|".format(y_avg[i], dispersions[i]))
       print(separator format.format("-") + f"+\n\n\tOтримане рівняння регресії
при m={m}:\n"
                                         f"Y = \{b_norm[0]:.4f\} +
b = 12.4f \times 1 + b = 12.4f \times 1 + u
                                          f"{b norm[3]:.4f}*X3 +
{b norm[4]:.4f}*X1X2 + {b norm[5]:.4f}*X1X3 + "
                                          f"{b_norm[6]:.4f}*X2X3 +
{b norm[7]:.4f}*X1X2X3\n")
       # ======= Натуральні значення
_____
       print(header_format.format("=") + "+\n" + "|{:^115s}|\n".format("Матриця
ПФЕ (натуральні значення факторів)") +
             header format.format("=") + "+\n" +
```

```
row format.format(*table factors 1, *table factors 2, *table y) +
              "|\n" + header format.format("=") + "+")
        for i in range(N):
            print("|\{0:^4\}|\{1:^+4\}|".format(i + 1, xn[0][i]), end="")
            for j in range(3): print("\{:^4\}|".format(x[j][i]), end="")
            for j in range(3): print("{:^ 8}|".format(xx2[j][i]), end="")
            print("{:^+8}|".format(xxx2[i]), end="")
            for j in range(m): print("{:^10.4f}|".format(y[i][j]), end="")
            print("{0:^10.4f}|{1:^10.4f}|".format(y avg[i], dispersions[i]))
        print(separator format.format("-") + f"+\n\n\tOтримане рівняння регресії
при m={m}:\n"
                                             f"Y = \{b \ nat[0]:.4f\} +
{b nat[1]:.4f}*X1 + {b nat[2]:.4f}*X2 + "
                                             f''\{b \ nat[3]:.4f\}*X3 +
\{b \text{ nat}[4]:.4f\}*X1X2 + \{b \text{ nat}[5]:.4f\}*X1X3 + "
                                             f''\{b \text{ nat}[6]:.4f\}*X2X3 +
\{b \text{ nat}[7]:.4f\}*X1X2X3\n"\}
        # ======= Критерій Кохрена
______
        f1, f2 = m - 1, N
        f3 = f1 * f2
        Gp = max(dispersions) / sum(dispersions)
        Gt = cochran(f1, f2)
        print("Однорідність дисперсії (критерій Кохрена): ")
        print(f"Gp = {Gp} \setminus nGt = {Gt}")
        if Gp < Gt:
            print("Дисперсія однорідна (Gp < Gt)")
            D beta = sum(dispersions) / (N * N * m)
            Sb = sqrt(abs(D beta))
            full matrix = xn + xx + [xxx]
            beta = [sum([(y avg[j] * full matrix[i][j]) / N for j in range(N)])
for i in range(N)]
            t list = [abs(i) / Sb for i in beta]
            student = partial(t.ppf, q=1-0.025)
            d, T = 0, student(df=f3)
            print("\nt табличне = ", Т)
            for i in range(len(t list)):
                if t list[i] < T:
                    beta[i] = 0
                    print("\tГiпотеза пiдтверджена, beta{} = 0".format(i))
                    print("\tГіпотеза не підтверджена, beta\{\} = \{\}".format(i,
beta[i]))
                    d += 1
            full matrix2 = x + xx2 + [xxx2]
            yo = [beta[0] + beta[1] * full matrix2[0][i] + beta[2] *
full_matrix2[1][i] + beta[3] * full_matrix2[2][i] +
                  beta[4] * full_matrix2[3][i] + beta[5] * full_matrix2[4][i] +
beta[6] * full matrix2[5][i] +
                  beta[7] * full matrix2[6][i] for i in range(N)]
            f4 = N - d
            fisher sum = sum([(yo[i] - y avg[i]) ** 2 for i in range(N)])
            D ad = (m / f4) * fisher sum
            fisher = partial(f.ppf, q=1-0.05)
            Fp = D ad / D beta
            Ft = fisher(dfn=f4, dfd=f3)
```

```
print(f"\nFp = {Fp}\nFt = {Ft}")
    if Fp > Ft:
        print("Рівняння регресії неадекватне (Ft < Fp).")
        N = 4  # генеруємо нові Y і повторємо все заново
    else:
        print("Рівняння регресії адекватне (Ft > Fp)!")
        break

else:
    print("Дисперсія неоднорідна (Gp > Gt), збільшуємо m, повторюємо
    операції")
    m += 1
```

### РЕЗУЛЬТАТ РОБОТИ ПРОГРАМИ

```
Гіпотеза підтверджена, beta1 = 0 
Гіпотеза підтверджена, beta2 = 0
                            Матриця ПФЕ (нормальні значення факторів)
                                        Гіпотеза підтверджена, beta7 = 0
```

```
Початок виконання алгориту в N = 4
Поточне m = 3
   Отримане рівняння регресії при m=3:
Y = -38806.5459 + -3.9590*X1 + 261.7676*X2 + -1652.8335*X3
   Гіпотеза не підтверджена, beta0 = 203.85522500000002
```