

Jack Yang

Q1) Sum-1st (1st)

(i)

$n (n-1)$

$n-1 (n-2)$

$n-2 (n-3)$

$n-3 (n-4)$

↓

$1(1)$

$(n-1) + (n-2) + (n-3) + (n-4) \dots$

$n^2 - 1$

Cost/exec =  $O(n-1)$  over  $n$  times

$\therefore O(n^2)$

(ii)

Sum-1st+2(1st)

$n (1)$

$n-1 (1)$

$n-2 (1)$

$n-3 (1)$

$n-4 (1)$

↓

$1 (1)$

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 \dots$

$n$

Cost/exec =  $O(1)$  over  $n$  times

(iii)

Sum-1st+2(1st)

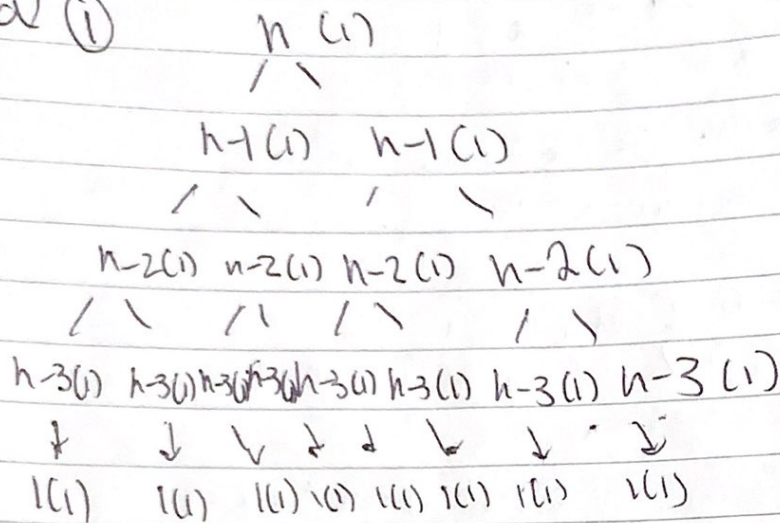
is asymptotically faster

$\therefore O(n)$  total

Jack Yang

Q2)

a) (i)



(ii) cost/exec. =  $O(1)$ , over  $2^n$  times

$$2^n \times O(1)$$

$$\therefore O(2^n)$$

b) (i)

$$\begin{array}{c}
 n(1) \\
 \downarrow \\
 n/2(1) \\
 \downarrow \\
 n/4(1) \\
 \downarrow \\
 1(1)
 \end{array}$$

(ii)

cost/exec. =  $O(1)$   
over  $\log_2(n)$  times

$$\therefore O(\log_2(n))$$

c) (i)

$$\begin{array}{c}
 n^{n+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/8+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/16+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/32+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/64+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/128+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/256+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/512+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1024+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2048+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4096+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/8192+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/16384+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/32768+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/65536+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/131072+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/262144+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/524288+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1048576+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2097152+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4194304+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/8388608+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/16777216+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/33554432+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/67108864+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/134217728+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/268435456+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/536870912+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1073741824+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2147483648+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4294967296+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/8589934592+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/17179869184+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/34359738368+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/68719476736+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/137438953472+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/274877906944+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/549755813888+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1099511627776+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2199023255552+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4398046511104+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/8796093022208+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/17592186044416+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/35184372088832+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/70368744177664+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/140737488355328+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/281474976710656+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/562949953421312+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1125899906842624+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2251799813685248+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4503599627370496+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/9007199254740992+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/18014398509481984+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/36028797018963968+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/72057594037927936+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/144115188075855872+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/288230376151711744+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/576460752303423488+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1152921504606846976+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2305843009213693952+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4611686018427387904+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/9223372036854775808+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/18446744073709551616+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/36893488147419103232+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/73786976294838206464+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/147573952589676412928+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/295147905179352825856+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/590295810358705651712+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1180591620717411303424+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2361183241434822606848+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4722366482869645213696+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/9444732965739290427392+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/18889465931478580854784+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/37778931862957161709568+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/75557863725914323419136+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/151115727451828646838272+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/302231454903657293676544+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/604462909807314587353088+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1208925819614629174706176+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2417851639229258349412352+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4835703278458516698824704+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/9671406556917033397649408+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/19342813113834066795298816+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/38685626227668133590597632+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/77371252455336267181195264+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/154742504910672534362390528+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/309485009821345068724781056+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/618970019642690137449562112+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1237940039285380274899124224+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2475880078570760549798248448+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/4951760157141521099596496896+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/9903520314283042199192993792+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/19807040628566084398385987584+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/39614081257132168796771975168+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/79228162514264337593543950336+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/158456325028528675187087900672+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/316912650057057350374175801344+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/633825300114114700748351602688+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1267650600228229401496703205376+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2535301200456458802993406410752+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/5070602400912917605986812821504+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/10141204801825835211973625643008+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/20282409603651670423947251286016+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/40564819207303340847894502572032+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/81129638414606681695789005144064+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/162259276829213363391578010288128+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/324518553658426726783156020576256+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/649037107316853453566312041152512+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1298074214633706907132624082305024+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2596148429267413814265248164610048+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/5192296858534827628530496329220096+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/10384593717069655257060992658440192+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/20769187434139310514121985316880384+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/41538374868278621028243970633760768+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/83076749736557242056487941267521536+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/166153499473114484112975882535043072+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/332306998946228968225951765070086144+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/664613997892457936451903530140172288+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1329227995784915872903807060280344576+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2658455991569831745807614120560689152+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/5316911983139663491615228241121378304+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/10633823966279326983230456482242756608+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/21267647932558653966460912964485513216+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/42535295865117307932921825928971026432+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/85070591730234615865843651857942052864+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/170141183460469231731687303715884105728+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/340282366920938463463374607431768211456+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/680564733841876926926749214863536422912+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1361129467683753853853498429727072845824+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2722258935367507707706996859454145691648+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/5444517870735015415413993718908291383296+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/10889035741470030830827987437816582766592+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/21778071482940061661655974875633165533184+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/43556142965880123323311949751266331066368+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/87112285931760246646623899502532662132736+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/174224571863520493293247799005065324265472+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/348449143727040986586495598010130648530944+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/696898287454081973172991196020261297061888+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1393796574908163946345982392040522594123776+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2787593149816327892691964784081045188247552+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/5575186299632655785383929568162090376495104+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/11150372599265311570767859136324180752990208+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/22300745198530623141535718272648361505980416+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/44601490397061246283071436545296723011960832+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/89202980794122492566142873090593446023921664+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/178405961588244985132285746181186892047843328+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/356811923176489970264571492362373784095686656+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/713623846352979940529142984724747568191373312+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1427247692705959881058285969449495136382746624+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2854495385411919762116571938898990272765493248+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/5708990770823839524233143877797980545530986496+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/11417981541647679048466287755595961091061972992+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/22835963083295358096932575511191922182123945984+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/45671926166590716193865151022383844364247891968+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/91343852333181432387730302044767688728495783936+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/182687704666362864775460604089535377456991567872+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/365375409332725729550921208179070754913983135744+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/730750818665451459101842416358141509827966271488+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1461501637330902918203684832716283019655932542976+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2923003274661805836407369665432566039311865085952+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/5846006549323611672814739330865132078623730171904+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/11692013098647223345629478661730264157247460343808+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/23384026197294446691258957323460528314494920687616+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/46768052394588893382517914646921056628989841375232+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/93536104789177786765035829293842113257979682750464+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/187072209578355573530071658587684226515959365500928+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/374144419156711147060143317175368453031918731001856+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/748288838313422294120286634350736906063837462003712+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1496577676626844588240573268701473812127674924007424+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/2993155353253689176481146537402947624255349848014848+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/5986310706507378352962293074805895248510699696029696+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/11972621413014756705924586149611790497021399392059392+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/23945242826029513411849172299223580994042798784118784+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/47890485652059026823698344598447161988085597568237568+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/95780971304118053647396689196894323976171195136475136+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/191561942608236107294793378393788647952342390272950272+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/383123885216472214589586756787577295904684780545900544+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/766247770432944429179173513575154591809369561091801088+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1532495540865888858358347027150309183618739122183602176+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/3064991081731777716716694054300618367237478244367204352+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/6129982163463555433433388108601236734474956488734408704+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/12259964326927110866866776217202473468949912977468817408+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/24519928653854221733733552434404946937899825954937634816+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/49039857307708443467467104868809893875799651909875269632+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/98079714615416886934934209737619787751599303819750539264+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/196159429230833773869868419475239575503198607639501078528+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/392318858461667547739736838950479151006397215279002157056+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/784637716923335095479473677900958302012794430558004314112+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912+1} \\
 \downarrow \\
 n^{n/172543658669764094685868896556925636$$