Il problema LP è NP-completo

Dati un grafo non orientato $G = (V, E)$, una coppia di nodi s e t, e un intero $k \in \mathbb{N}$, esiste in G un percorso da s a t di almeno k archi?

- $\mathcal{I}_{LP} = \{ \langle G = (V, E), s, t, k \rangle : G \text{ è un grafo non orientato } \wedge s \in V \wedge t \in V \wedge k \in \mathbb{N} \}$.
- $\mathcal{S}_{LP}(G, k) = \{ \langle u_1, u_2, ..., u_h \rangle : \text{ per } i = 1, ..., h \; u_i \in V \}$.
- $\pi_{LP}(G, k, \mathcal{S}_{LP}(G, k)) = \exists \langle u_1, u_2, ..., u_n \rangle \in \mathcal{S}_{LP}(G, k) : s = u_1 \wedge t = u_h \wedge \forall i = 1, ..., h-1 [(u_i, u_{i+1}) \in E] \wedge \forall i, j = 1, ..., h, \; e \; i \neq j \; [u_i \neq u_j] \wedge h \geq k$.

Questo problema è davvero molto simile a HP.
In effetti, la dimostrazione che $LP \in \mathbf{NP}$ è identica a quella che prova che $HP \in \mathbf{NP}$.
A guardarlo bene, HP è un caso particolare di LP: un'istanza di HP è un'istanza di LP in cui $k = |V|$.
Cioè, è banale ridurre polinomialmente HP a LP: trasformiamo una istanza $\langle G = (V, E), s, t \rangle$ di HP nell'istanza $\langle G = (V, E), s, t, |V| \rangle$ di LP. Quindi, che $HP \leq LP$ e $LP \in \mathbf{NPC}$.