

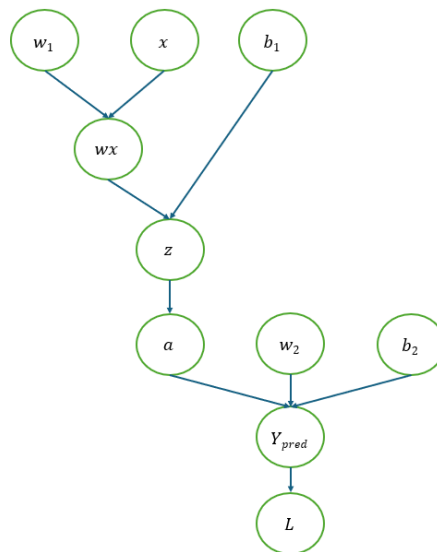
## Giải bài toán mạng nơ-ron đơn giản

### 1. Mô hình và giá trị ban đầu

- Input:  $x = 2, y = 3$
- Lớp ẩn:
  - $z = w_1x + b_1$
  - $a = \sigma(z) = 1 / (1 + e^{(-z)})$
- Lớp đầu ra:
  - $y_{\text{pred}} = w_2a + b_2$
- Hàm mất mát:
  - $L = 1/2 (y - y_{\text{pred}})^2$

Tham số ban đầu:

- $w_1 = 0.5, b_1 = 0$
- $w_2 = -0.8, b_2 = 0.1$
- Tốc độ học  $\eta = 0.2$



### 2. Truyền tiến (Forward Pass)

- $z = 0.5 * 2 + 0 = 1$
- $a = \sigma(1) = 1 / (1 + e^{(-1)}) \approx 0.7311$
- $y_{\text{pred}} = -0.8 * 0.7311 + 0.1 \approx -0.4849$
- $L = 1/2 * (3 + 0.4849)^2 \approx 6.072$

### 3. Truyền ngược (Backpropagation)

- $\partial L / \partial y_{\text{pred}} = y_{\text{pred}} - y = -0.4849 - 3 = -3.4849$
- $\partial L / \partial w_2 = \partial L / \partial y_{\text{pred}} * a = -3.4849 * 0.7311 \approx -2.5487$
- $\partial L / \partial b_2 = \partial L / \partial y_{\text{pred}} = -3.4849$
- $\partial L / \partial a = \partial L / \partial y_{\text{pred}} * w_2 = -3.4849 * (-0.8) = 2.7879$
- $\partial a / \partial z = a(1 - a) = 0.7311 * (1 - 0.7311) \approx 0.1966$
- $\partial L / \partial z = \partial L / \partial a * \partial a / \partial z = 2.7879 * 0.1966 \approx 0.5478$
- $\partial L / \partial w_1 = \partial L / \partial z * x = 0.5478 * 2 \approx 1.0956$
- $\partial L / \partial b_1 = \partial L / \partial z = 0.5478$

### 4. Cập nhật tham số

- $w_1 = 0.5 - 0.2 * 1.0956 \approx 0.2809$
- $b_1 = 0 - 0.2 * 0.5478 \approx -0.1096$
- $w_2 = -0.8 - 0.2 * (-2.5487) \approx -0.2903$
- $b_2 = 0.1 - 0.2 * (-3.4849) \approx 0.7970$

### Kết quả:

Sau một bước lan truyền ngược:

- $w_1 \approx 0.2809$
- $b_1 \approx -0.1096$
- $w_2 \approx -0.2903$
- $b_2 \approx 0.7970$