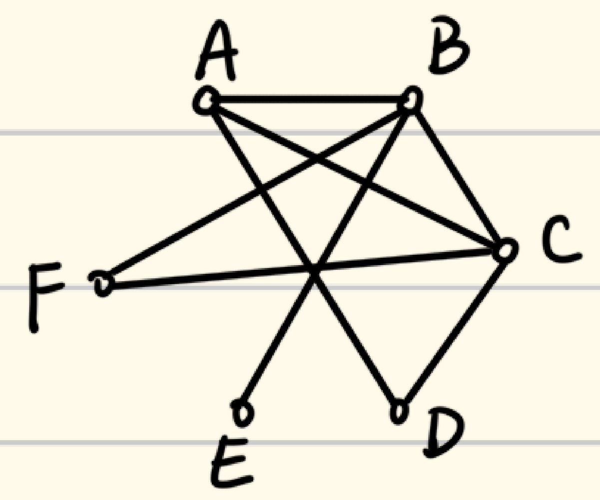
书面题

1、先构造无向图：节点表示课程名称，边表示同时选修两个节点对应课程

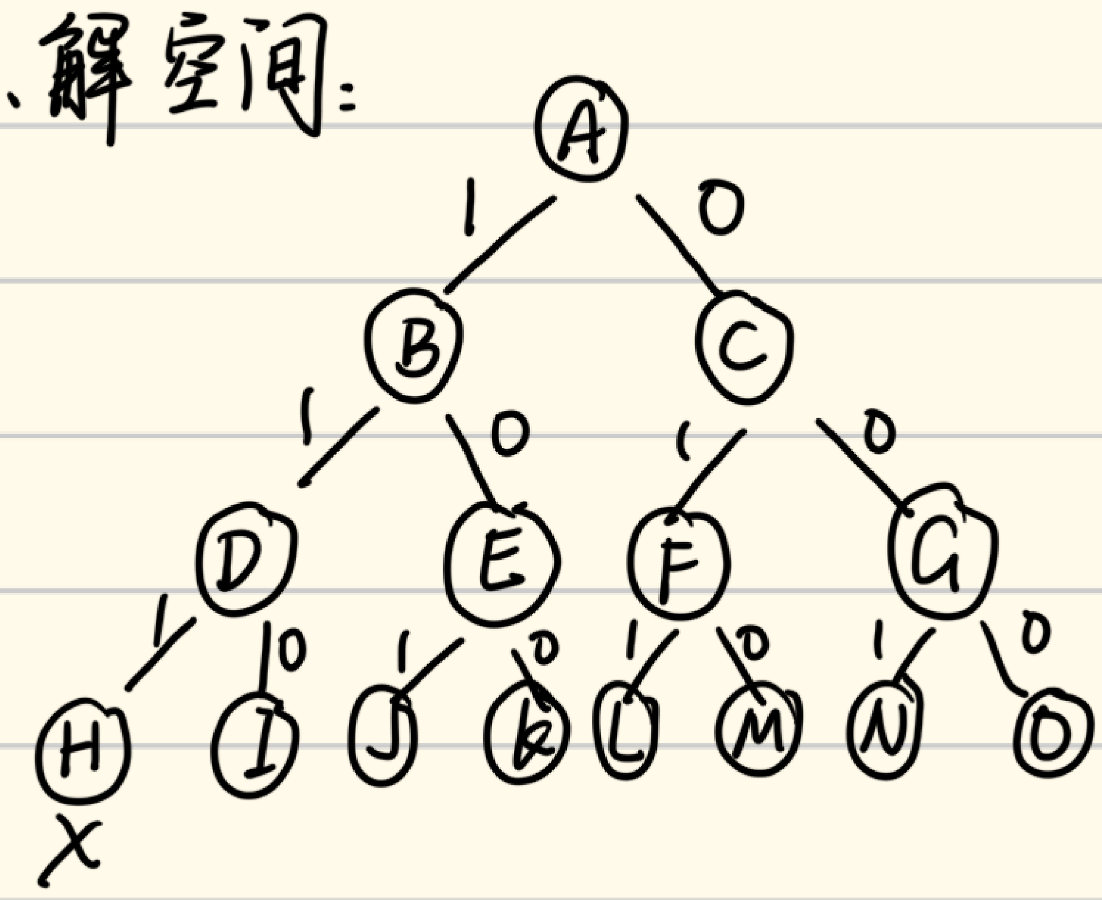


要使没有人必须连续两天有考试，则节点间有边的考试不连续安排

则其中一种安排顺序为：BDFAEC

另一种安排(即反转)：CEAFDB

2、解空间：



H：(1,1,1)，超重，不可行

I：(1,1,0)，价值：16

J：(1,0,1)，价值：9

K：(1,0,0)，价值：6

L：(0,1,1)，价值：13

M：(0,1,0)，价值：10

N：(0,0,1)，价值：3

O：(0,0,0)，价值：0

，所有可行解即：

{(1,1,0),(1,0,1),(1,0,0),(0,1,1),(0,1,0),(0,0,1),(0,0,0)}

最优解为 (1,1,0)

最优值为 16

3、首先画出距离矩阵：

$$\begin{pmatrix} \infty & 3 & 1 & 5 & 8 \\ 3 & \infty & 6 & 7 & 9 \\ 1 & 6 & \infty & 4 & 2 \\ 5 & 7 & 4 & \infty & 3 \\ 8 & 9 & 2 & 3 & \infty \end{pmatrix}$$

贪心算法求出上界：$1\to3\to5\to4\to2\to1$

路径长度为 $1+2+3+7+3=16$

下界：最短两条边代价之和除以2，

即 $\frac{1+3+3+6+1+2+3+4+2+3}{2}=14$.

故目标函数的界为 [14,16]

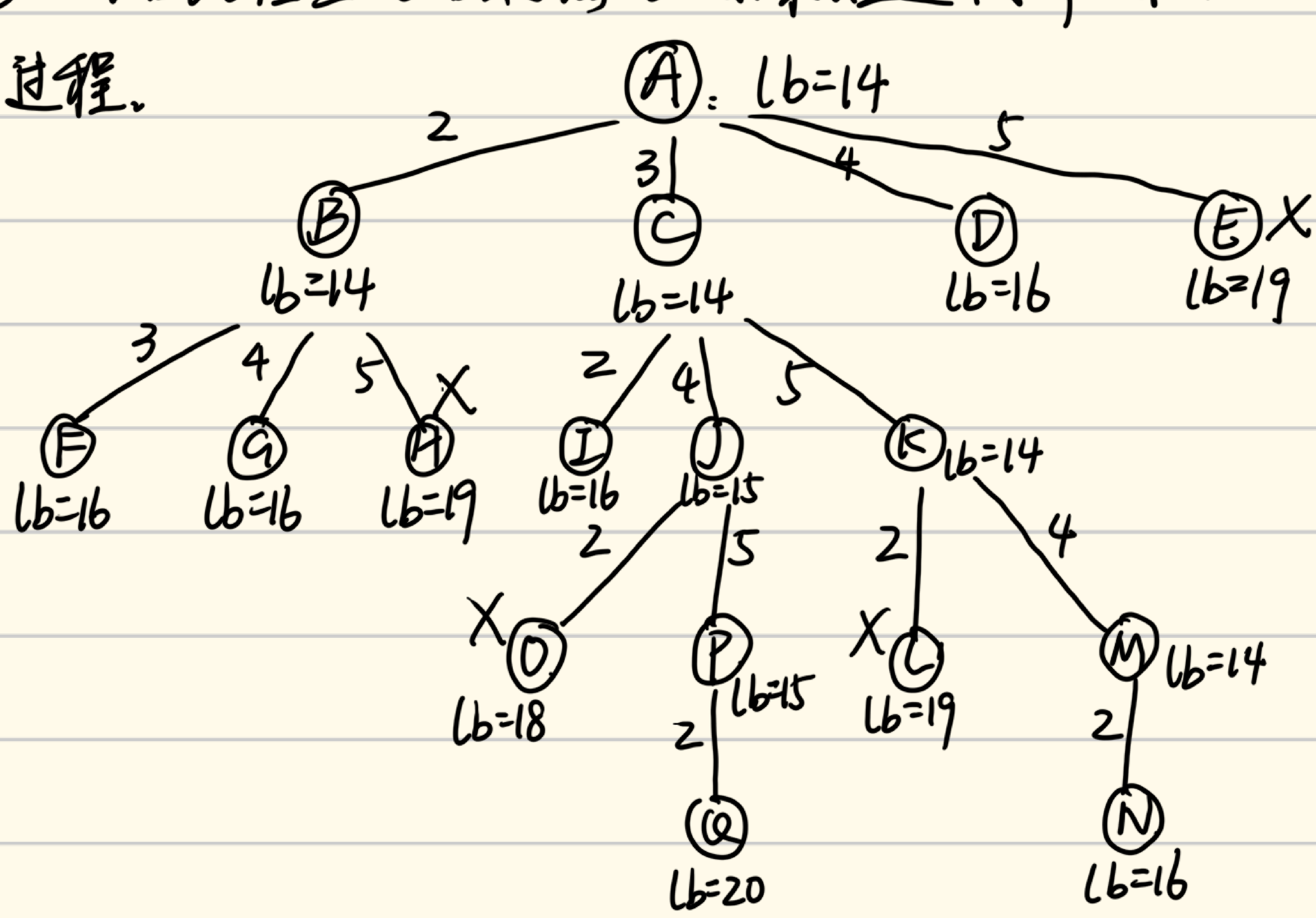
规定限界函数 $lb=\frac{x_1+x_2+x_3}{2}$ (向上取整)

x_1 = 当前经过的路径和的2倍

x_2 = 两个端点上且不在已定路径上的最小边

x_3 = 不在路径上的各端点的2条最短边代价之和.

搜索过程：



$lb(A)=\frac{1+3+3+6+2+1+3+4+2+3}{2}=14$.

扩展结点B.C.D.E，分别计算：

$lb(B)=\frac{3\times2+1+6+1+2+3+4+2+3}{2}=14$

$lb(C)=\frac{1\times2+3+2+3+6+3+4+2+3}{2}=14$

$lb(D)=\frac{5\times2+1+3+3+6+1+2+2+3}{2}=16$

$lb(E)=\frac{8\times2+1+2+3+6+1+2+3+4}{2}=19>16$, 不再扩展.

扩展B节点至F.G.H:

$lb(F)=[(3+6)\times2+1+1+(3+4)+(2+3)]/2=16$

$lb(G)=[(3+7)\times2+1+3+1+2+2+3]/2=16$

$lb(H)=[(3+9)\times2+1+2+1+2+3+4]/2=19>16$, 不再扩展

扩展C节点至I.J.K:

$lb(I)=[(1+6)\times2+3+2+3+4+2+3]/2=16$

$lb(J)=[(1+4)\times2+3+3+3+6+2+3]/2=15$

$lb(K)=[(1+2)\times2+3+2+3+6+3+4]/2=14$

扩展K节点至L.M:

$lb(L)=[(1+2+9)\times2+3+3+3+4]/2=19>16$. 不再扩展

$lb(M)=[(1+2+3)\times2+3+4+3+6]/2=14$

扩展M节点至N, 路径长为 $1+2+3+7+3=16$

扩展J节点至O.P:

$lb(O)=[(1+4+7)\times2+3+3+2+3]/2=18>16$, 不再扩展

$lb(P)=[(1+4+3)\times2+3+2+3+6]/2=15$

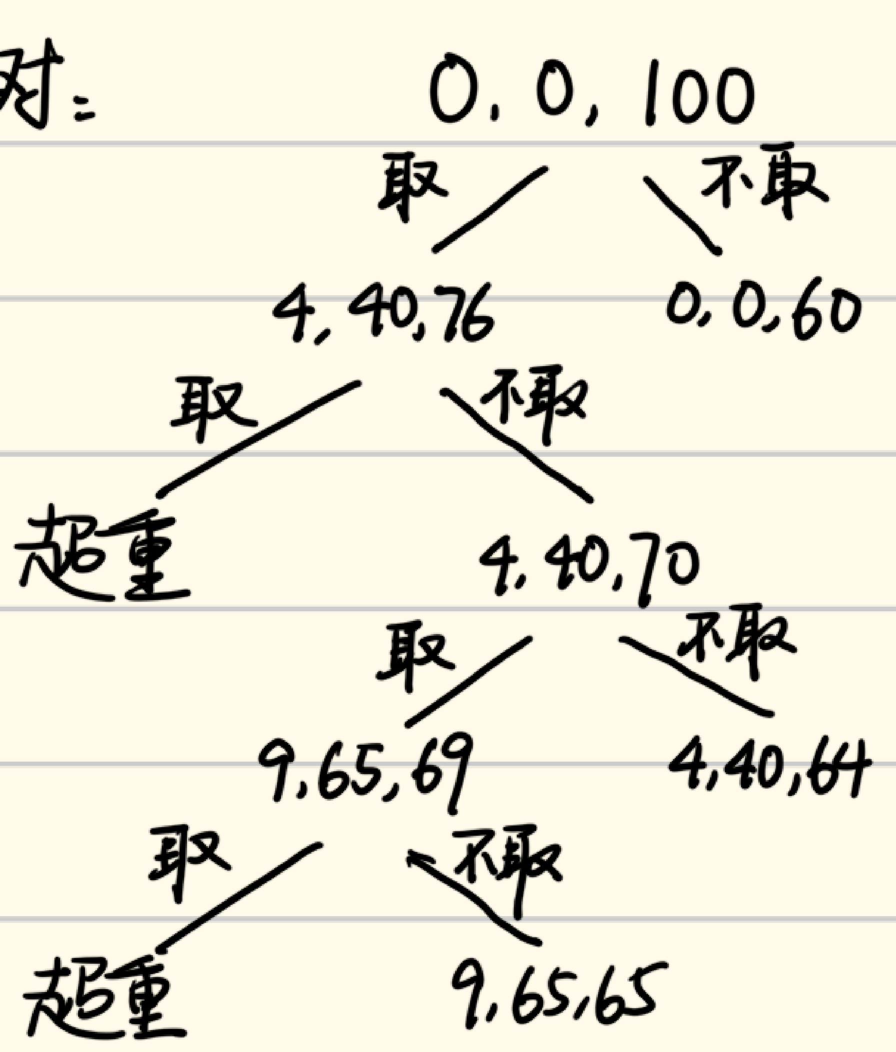
P节点扩展至Q的路径长: $1+4+3+9+3=20$.

剩余节点lb均大于最优解, 不再扩展, 故最优解: 1→3→5→4→2→1, 路径长为16

4. 对于每个Node, 三个属性(当前重量, 当前价值, 价值上界), W=10, n=4

物品	重量(w)	价值(v)	价值密度
1	4	40	10
2	7	42	6
3	5	25	5
4	4	3	4

有如下解空间树:



(76>60, 小于最优价值, 不继续扩展, 选择左子树)

(70>60, 大于上次价值, 扩展, 继续向下)

(69>64, 69>60, 左子树继续扩展, 继续向下)

最后最优解是: (1,0,1,0), 最优值是65

5、商品的价格为3毛7毛=37分，故售货员需找零63分。

使用动态规划求解使用最少数量的硬币。

设 $dp[n]$ 表示找零n分所需要的最少硬币数量。

各种硬币的面额为 $=\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$，即1分，5分，10分，50分。

故有状态转移方程：

$$dp[n] = \min(dp[n-v_i]+1)，其中 n-v_i \geq 0$$

同时给定初始条件 $dp[0]=0$，$dp[1]=1$

根据状态转移方程和初始条件，可以求解 $dp[63]=5$。

即1个5毛硬币，1个1毛硬币，3个1分硬币。