§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

要求：

1、完成本文档中所有的题目并写出分析、运行结果

2、无特殊说明，均使用VS2022编译即可

3、直接在本文件上作答，写出答案/截图（不允许手写、手写拍照截图）即可；填写答案时，为适应所填内容或贴图，允许调整页面的字体大小、颜色、文本框的位置等

★ 贴图要有效部分即可，不需要全部内容

★ 在保证一页一题的前提下，具体页面布局可以自行发挥，简单易读即可

★ 不允许手写在纸上，再拍照贴图

★ 允许在各种软件工具上完成（不含手写），再截图贴图

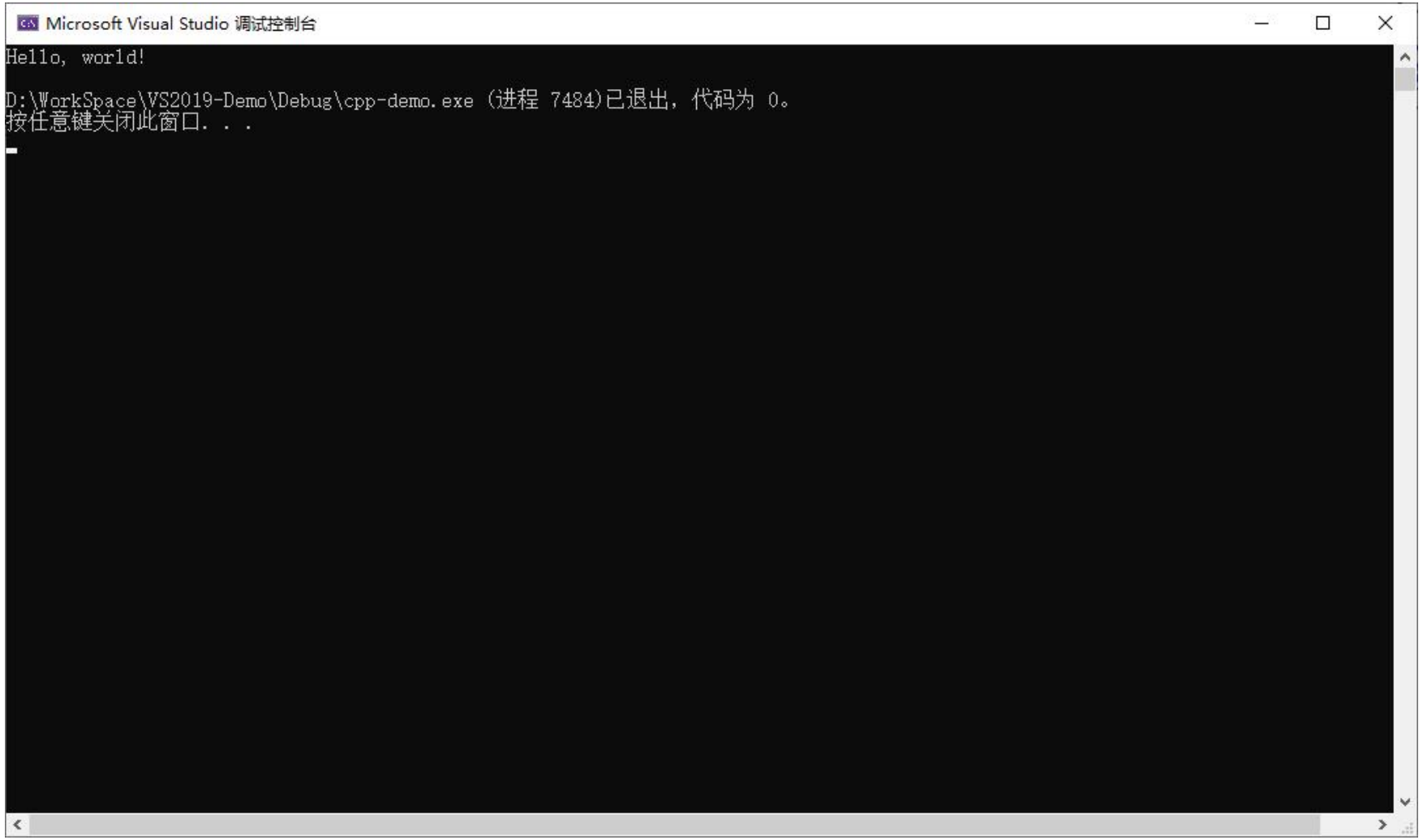
4、转换为pdf后提交

5、9月28日前网上提交本次作业（在“文档作业”中提交）

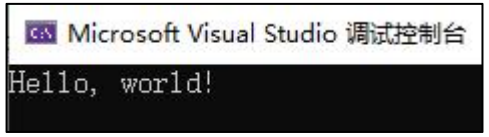
§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

贴图要求：只需要截取输出窗口中的有效部分即可，如果全部截取/截取过大，则视为无效贴图

例：无效贴图

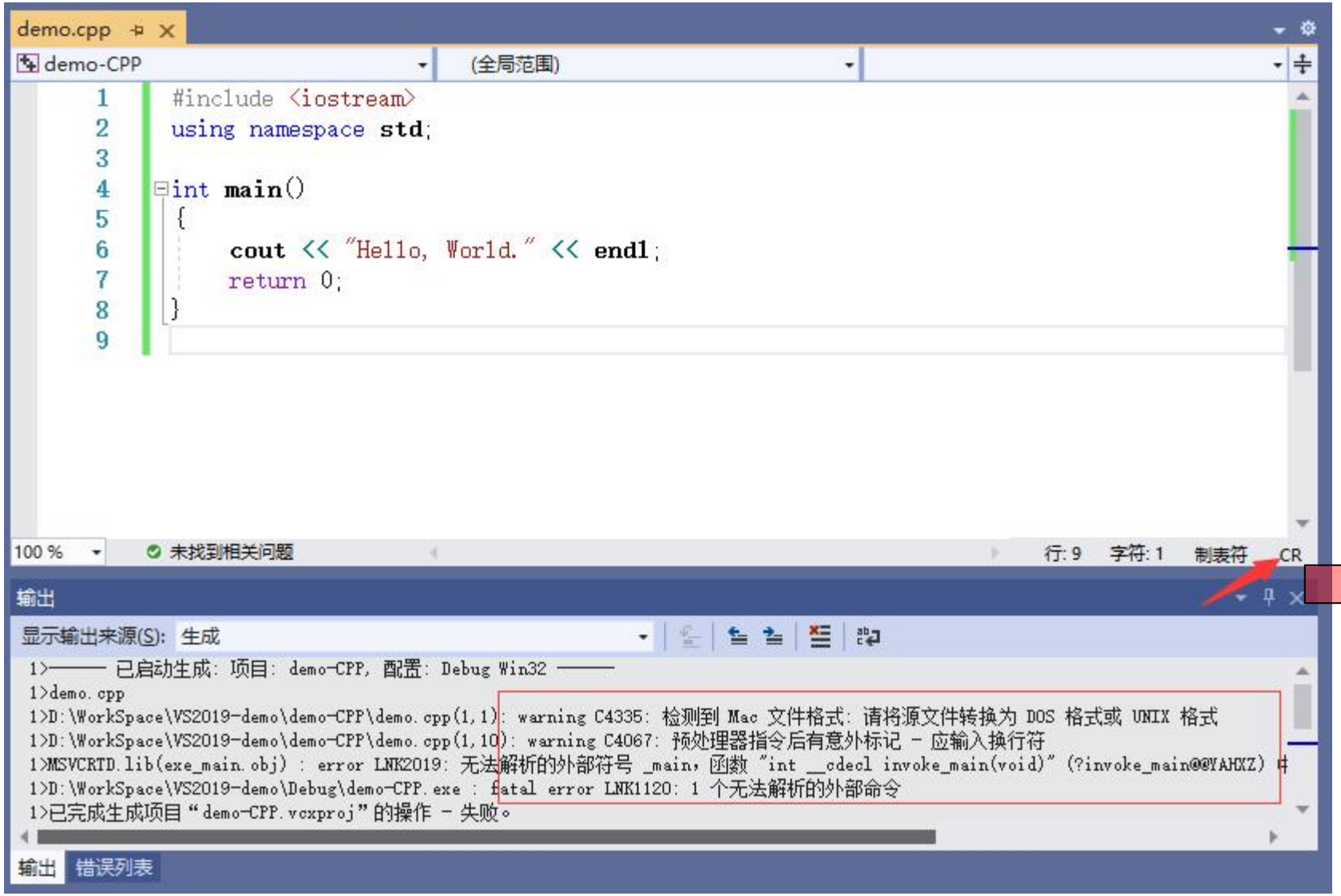


例：有效贴图



§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

附：用WPS等其他第三方软件打开PPT，将代码复制到VS2022中后，如果出现类似下面的编译报错，则观察源程序编辑窗的右下角是否为CR，如果是，单击CR，在弹出中选择CRLF，再次CTRL+F5运行即可



§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

基础知识：用于看懂float型数据的内部存储格式的程序如下：

注意：除了对黄底红字的具体值进行改动外，其余部分不要做改动，也暂时不需要弄懂为什么（需要第6章的知识才能弄懂）

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float f = 123.456;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&f;
    cout << hex << (int)(*p)     << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+1)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+2)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+3)) << endl;
    return 0;
}
//注：忽略本题出现的warning
```

上例解读：单精度浮点数123.456，在内存中占四个字节，四个字节的值依次为0x42 0xf6 0xe9 0x79（按打印顺序逆向取）

转换为32bit则为：0100 0010 | 1111 0110 | 1110 1001 | 0111 1001

符号位　8位指数　23位尾数

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

基础知识：用于看懂double型数据的内部存储格式的程序如下：

注意：除了对黄底红字的具体值进行改动外，其余部分不要做改动，也暂时不需要弄懂为什么（需要第6章的知识才能弄懂）

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    double d = 1.23e4;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&d;
    cout << hex << (int)(*p)     << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+1)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+2)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+3)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+4)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+5)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+6)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+7)) << endl;
    return 0;
}
```

上例解读：双精度浮点数1.23e4，在内存中占八个字节，八个字节的值依次为0x40 0xc8 0x06 0x00 0x00 0x00 0x00 0x00(逆向)

转换为64bit则为：0100 0000 | 1100 1000 | 0000 0100 | 0000 0000 | 0000 0000 | 0000 0000 | 0000 0000 | 0000 0000

符号位　11位指数　52位尾数

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

自学内容：自行以"IEEE754"/"浮点数存储格式"/"浮点数存储原理"/"浮点数存储方式"等关键字，
在网上搜索相关文档，读懂并了解浮点数的内部存储机制

学长们推荐的网址：

https://baike.baidu.com/item/IEEE%20754/3869922?fr=aladdin

https://zhuanlan.zhihu.com/p/343033661

https://www.bilibili.com/video/BV1iW411d7hd?is_story_h5=false&p=4&share_from=ugc&share_medium=android&share_plat=android&share_session_id=e12b54be-6ffa-4381-9582-9d5b53c50fb3&share_source=QQ&share_tag=s_i&timestamp=1662273598&unique_k=AuouME0

https://blog.csdn.net/gao_zhennan/article/details/120717424

https://www.h-schmidt.net/FloatConverter/IEEE754.html

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

例：float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每8bit中间加一个空格或-(例："11010100 00110001" 或 "11010100-00110001")

例1：100.25

下面是float机内存储手工转十进制的的方法：

(1) 得到的32bit的机内表示是：__0100 0010 1100 1000 1000 0000 0000 0000_ (42 c8 80 00)

(2) 其中：符号位是____0_____

指数是__1000 0101__(填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是___133_____(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是___6_____(32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

1000 0101

- 0111 1111

= 0000 0110 (0x06 = 6)

尾数是___100 1000 1000 0000 0000 0000____(填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是__0.56640625__(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是__1.56640625__(加整数部分的1后)

100 1000 1000 0000 0000 0000 = $2^{0} + 2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-8}$

= 0.5 + 0.0625 + 0.00390625 = 0.56640625 => 加1 => 1.56640625

1.56640625 x 2^{6} = 100.25 (此处未体现出误差)

下面是十进制手工转float机内存储的方法：

100 = 0110 0100 (整数部分转二进制为7位，最前面的0只是为了8位对齐，可不要)

0.25 = 01 (小数部分转二进制为2位)

100.25 = 0110 0100.01 = 1.1001 0001 x 2^{6} (确保整数部分为1，移6位)

符 号 位：0

阶 码：6 + 127 = 133 = 1000 0101

尾数(舍1)：1001 0001 => 1001 0001 0000 0000 0000 000 (补齐23位，后面补14个蓝色的0)

100 1000 1000 0000 0000 0000 (从低位开始四位一组，共23位)

注意：

1、作业中绿底/黄底文字/截图可不填

2、计算结果可借助第三方工具完成，没必要完全手算

本页不用作答

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

例：float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每8bit中间加一个空格或-(例："11010100 00110001" 或 "11010100-00110001")

例2：1.2

下面是float机内存储手工转十进制的的方法：

(1) 得到的32bit的机内表示是：__0011 1111 1001 1001 1001 1001 1001 1010_ (3f 99 99 9a)

(2) 其中：符号位是____0_____

指数是__0111 1111__(填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是___127_____(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是___0_____(32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

0111 1111

- 0111 1111

= 0000 0000 (0x0 = 0)

尾数是___001 1001 1001 1001 1001 1010____(填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是__0.20000004768371582031 25___(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是__1.20000004768371582031 25___(加整数部分的1后)

001 1001 1001 1001 1001 1010 = $2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-11} + 2^{-12} + 2^{-15} + 2^{-16} + 2^{-19} + 2^{-20} + 2^{-22}$

= 0.125 + ... + 0.00000023841857910156 25(详见右侧蓝色) = 0.20000004768371582031 25

=> 加1 = 1.20000004768371582031 25 (此处已体现出误差)

下面是十进制手工转float机内存储的方法：

1 = 1 (整数部分转二进制为1位)

0.2 = 0011 0011 0011 0011 0011 0011 (小数部分无限循环，转为二进制的24位)

=> 0011 0011 0011 0011 0011 010 (四舍五入为23位，此处体现出误差)

1.2 = 1.0011 0011 0011 0011 0011 010 = 1.0011 0011 0011 0011 0011 010 x 2^0 (确保整数部分为1，移0位)

符 号 位：0

阶 码：0 + 127 = 127 = 0111 1111

尾数(舍1)：0011 0011 0011 0011 0011 010 (共23位)

001 1001 1001 1001 1001 1010 (从低位开始四位一组，共23位)

注意：

1、作业中绿底/黄底文字/截图可不填

2、计算结果可借助第三方工具完成，没必要完全手算

0.125 +
0.0625 +
0.0078125 +
0.00390625 +
0.00048828125 +
0.000244140625 +
0.000030517578125 +
0.0000152587890625 +
0.0000019073486328125 +
0.0000009536743164062 5 +
0.0000002384185791015625

0.20000004768371582031 25

本页不用作答

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例："1101 0100 0011 0001" 或 "1101-0100-0011-0001")

A.2253744.4473522 （此处设学号是1234567，需换成本人学号，小数为学号逆序，非本人学号0分，下同!!! ）

注：尾数为正、指数为正

(1) 得到的32bit的机内表示是：0100 1010 0000 1001 1000 1110 1100 0010(4a 9 8e c2)

(2) 其中：符号位是 0

指数是 10010100 (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是 148 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是 21 (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是 000 1001 1000 1110 1100 0010 (填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是 0.07466912269592285156 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是 1.07466912269592285156 (加整数部分的1)

注：转换为十进制小数用附加的工具去做，自己去网上找工具也行，但要满足精度要求（下同!!!）

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例："1101 0100 0011 0001" 或 "1101-0100-0011-0001")

B.-4473522.2253744 （设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序）

注：尾数为负、指数为正

(1) 得到的32bit的机内表示是： 1100 1010 1000 1000 1000 0101 0110 0100 (ca 88 85 64)

(2) 其中：符号位是 1

指数是 10010101 (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是 149 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是 22 (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是000 1000 1000 0101 0110 0100(填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.066570758819580078125(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.066570758819580078125(加整数部分的1)

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例："1101 0100 0011 0001" 或 "1101-0100-0011-0001")

C.0.002253744 （设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序）
注：尾数为正、指数为负

(1) 得到的32bit的机内表示是：0011 1011 0001 0011 1011 0011 1000 1101(3b,13,b3,8d)

(2) 其中：符号位是 0

指数是01110110(填32bit中的原始形式)
指数转换为十进制形式是118(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
指数表示的十进制形式是-9(32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是001 0011 1011 0011 1000 1101(填32bit中的原始形式)
尾数转换为十进制小数形式是0.153916954994201660 1562(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
尾数表示的十进制小数形式是1.153916954994201660 1562(加整数部分的1)

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例："1101 0100 0011 0001" 或 "1101-0100-0011-0001")

D.-0.004473522 （设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序）

注：尾数为负、指数为负

(1) 得到的32bit的机内表示是：1011 1011 1001 0010 1001 0110 1011 1111(bb,92,96,9f)

(2) 其中：符号位是 1

指数是011 1011 1(填32bit中的原始形式)
指数转换为十进制形式是 119 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
指数表示的十进制形式是 -8 (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是001 0010 1001 0110 1011 1111(填32bit中的原始形式)
尾数转换为十进制小数形式是0.145225405693054199218 75(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
尾数表示的十进制小数形式是1.145225405693054199218 75(加整数部分的1)

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例："1101 0100 0011 0001" 或 "1101-0100-0011-0001")

A.2253744.4473522 （设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序）
注：尾数为正、指数为正

(1) 得到的64bit的机内表示是：0100 0001 0100 0001 0011 0001 1101 1000 0011 1001 0100 0010 1101 0110 0011 1110(41 41 31 d8 39 42 d6 3e)
(2) 其中：符号位是 0

指数是100 0001 0100(填64bit中的原始形式)
指数转换为十进制形式是 1044 (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
指数表示的十进制形式是 21 (64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是0001 0011 0001 1101 1000 0011 1001 0100 0010 1101 0110 0011 1110(填64bit中的原始形式)
尾数转换为十进制小数形式是
0.074669097591495425803032048861496150493621826171875(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
尾数表示的十进制小数形式是
1.074669097591495425803032048861496150493621826171875(加整数部分的1)

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例："1101 0100 0011 0001" 或 "1101-0100-0011-0001")

B.-4473522.2253744 （设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序）

注：尾数为负、指数为正

(1) 得到的64bit的机内表示是：1100 0001 0101 0001 0001 0000 1010 1100 1000 1110 0110 1100 1000 1000 1011 1111(c1 51 10 ac 8e 6c 88 bf)

(2) 其中：符号位是 1

指数是100 0001 0101(填64bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是 1045 (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是 22 (64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是0001 0001 0000 1010 1100 1000 1110 0110 1100 1000 1000 1011 1111(填64bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是

0.066570812553024216740027441119309514760971069335937 5(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是

1.066570812553024216740027441119309514760971069335937 5(加整数部分的1)

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例："1101 0100 0011 0001" 或 "1101-0100-0011-0001")

C.0.002253744 （设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序）
注：尾数为正、指数为负

(1) 得到的64bit的机内表示是：0011 1111 0110 0010 0111 0110 0111 0001 1001 1000 1100 0000
1111 1000 1111 1011(3f 62 76 71 98 c0 f8 fb)

(2) 其中：符号位是 0

指数是011 1111 0110(填64bit中的原始形式)
指数转换为十进制形式是1014(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
指数表示的十进制形式是-9(64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是0010 0111 0110 0111 0001 1001 1000 1100 0000 1111 1000 1111 1011(填64bit中的原始形式)
尾数转换为十进制小数形式是
0.153916927999999897380689617421012371778488159179687 5(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
尾数表示的十进制小数形式是
1.153916927999999897380689617421012371778488159179687 5(加整数部分的1)

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例："1101 0100 0011 0001" 或 "1101-0100-0011-0001")

D.-0.004473522 （设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序）

注：尾数为负、指数为负

(1) 得到的64bit的机内表示是：1011 1111 0111 0010 0101 0010 1101 0011 1110 1011 0000 0001
1100 1001 1011 0111(bf 72 52 d3 eb 1 c9 b7)

(2) 其中：符号位是 1

指数是011 1111 0111(填64bit中的原始形式)
指数转换为十进制形式是1015(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
指数表示的十进制形式是-8(64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是0010 0101 0010 1101 0011 1110 1011 0000 0001 1100 1001 1011 0111(填64bit中的原始形式)
尾数转换为十进制小数形式是
0.14522163199999993388189523102482780814170837402343 75(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)
尾数表示的十进制小数形式是
1.14522163199999993388189523102482780814170837402343 75(加整数部分的1)

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

3、总结

(1) float型数据的32bit是如何分段来表示一个单精度的浮点数的？给出bit位的分段解释

尾数的正负如何表示？尾数如何表示？指数的正负如何表示？指数如何表示？

其中第一位表示的是符号位.接下来的八位表示的是指数,具体是将其转化为相对应的十进制数之后,-127,所得差为指数；最后的23位表示的是尾数,将它看作二进制小数,然后可以转化为十进制的小数,然后整数部分补1,它的正负由第一位数字来决定的。

(2) 为什么float型数据只有7位十进制有效数字？为什么最大只能是$3.4x10^{38}$ ？

有些资料上说有效位数是6~7位，能找出6位/7位不同的例子吗？

因为float型的具体的数值是由它的最后23位数来决定的,但是由于2^{23}=8388608,所以最多只能有7位的有效数字,

float型尾数最大为1.11111111111111111111111，指数最大为11111110,故最大为$1.11111111111111111111111^{11111110}=3.4x10^{38}$

对于大于2^{23}=8388608的数字比如1000000000000,它的精度就无法保证。有效位数是6位的例子:3.1234413;有效位数是7位的例子:3.1234560991

(3) double型数据的64bit是如何分段来表示一个双精度的浮点数的？给出bit位的分段解释

尾数的正负如何表示？尾数如何表示？指数的正负如何表示？指数如何表示？

其中第一位表示的是符号位,接下来的十一位表示的是指数,具体是将其转化为相对应的十进制数之后,-1023,所得差为指数；最后的52位表示的是尾数,将它看作二进制小数,然后可以转化为十进制的小数,然后整数部分补1,它的正负由第一位数字来决定的。

(4) 为什么double型数据只有15位十进制有效数字？为什么最大只能是$1.7x10^{308}$ ？

有些资料上说有效位数是15~16位，能找出15位/16位不同的例子吗？

因为double型的具体的数值是由它的最后52位数来决定的,但是由于2^{52}=4.5036e15,所以最多只能有15位的有效数字,

double型尾数最大为1.1111...(52个1)，指数最大为11111111110,故最大为$1.111...^{11111110}=1.7x10^{308}$

对于大于2^{52}=4.5036e15的数字比如5.0000e20,它的精度就无法保证。有效位数是15位的例子:1.232245678901234009;有效位数是16位的例子:1.23456789012345678

注：

- 文档用自己的语言组织
- 篇幅不够允许加页
- 如果用到某些小测试程序进行说明，可以贴上小测试程序的源码及运行结果
- 为了使文档更清晰，允许将网上的部分图示资料截图后贴入
- 不允许在答案处直接贴某网址，再附上“见**”（或类似行为），否则文档作业部分直接总分-50

§.基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

4、思考

(1) 8/11bit的指数的表示形式是2进制补码吗？如果不是，一般称为什么方式表示?

不是,用阶码来表示的。

(2) double赋值给float时，下面两个程序，double型常量不加F的情况下，左侧有warning，右侧无warning，为什么？总结一下规律

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float f = 1.2;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&f;
    cout << hex << (int)(*p)     << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+1)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+2)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+3)) << endl;
    return 0;
}
```

warning C4305: “初始化”: 从“double”到“float”截断

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float f = 100.25;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&f;
    cout << hex << (int)(*p)     << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+1)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+2)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+3)) << endl;
    return 0;
}
```

左侧:1.2的二进制小数部分的有效位数是大于23的,所以赋值操作所导致的double至float截断会造成精度的损失,所以报warning;
右侧:100.25的二进制小数部分的有效位数为8小于23,所以赋值操作所导致的double至float截断不会导致精度的损失,所以不报warning;
总结:在初始化的时候,double常量至float截断如果造成精度的损失,报warning;没有损失，不报warning。