

# 点过程模型算法的研究与改进

2253744 林觉凯 2253215 刘焱 2250397 秦成

2025 年 6 月 20 日

同济大学计算机科学与技术学院，上海市嘉定区 201804

**项目成果：**在本次项目中，我们主要完成了以下工作：

- 我们对 MIMIC-IV 医疗数据集进行挖掘和分析，提取出完整、鲁棒、可用于机器学习建模的三个数据集 Stroke (脑卒中)、Sepsis (脓毒症) 和 Coroheart (冠心病)。
- 我们调研了多种近些年论文中的点过程模型，包括了 CLUSTER、CLNN 和 TELLER，并且完成了其详细复现工作。
- 我们在传统点过程模型的基础上提出了一种新的具有可解释性的混合点过程模型，包括了新型规则的提出、数值强度和规则强度的融合、贝叶斯优化的嵌入和两阶段的规则挖掘技术等等。
- 我们在三个数据集对上述所说的四个点过程模型做了详细的实验，包括对比实验、消融实验和可解释性研究，数据表明我们的新模型在大部分情况下优于我们复现的方法。
- 我们同时展现了点过程模型在医疗场景中的应用，体现了其在实际复杂事件建模中的有效性与应用价值。

**小组成员与分工：**

1. 2253744 林觉凯	数据集收集和处理	论文阅读与复现	模型/实验设计和改进	报告和答辩	38%
2. 2253215 刘焱	文献调研	论文阅读与复现	实验设计和实施	PPT制作	31%
3. 2250397 秦成	文献调研	论文阅读与复现	实验设计和实施	PPT制作	31%

## 1. 研究背景

事件序列数据作为一种关键的数据类型，广泛存在于多个领域之中，尤其在医疗健康领域展现出极高的重要性。典型的应用场景包括：对疾病首次发生时间的预测、对病程演化过程的建模与分析，以及为医生提供实时的临床决策支持。这些任务中，事件往往是以异步的、非等间隔的方式沿时间轴逐渐展开。

与传统的连续时间序列数据不同，这些事件序列数据则由一系列离散事件及其对应的不规则时间戳构成。这种非结构化、非均匀分布的时间特性使得经典的时间序列建模技术难以直接适用，从而凸显出对专门处理离散时间事件序列的时间点过程建模方法的迫切需求。

### 1.1. 时间点过程

时间点过程 (Temporal Point Processes, TPPs) 被广泛用于解析随时间演化的复杂事件序列。例如，在重症监护病房 (ICU) 监测中，医生需要分析症状演变和实验室结果，以辅助决策。理解医疗事件之间的逻辑规则和发生时间的前后关系对于准确诊断与治疗至关重要。

时间点过程 (TPP) 在数学上被定义为一个随机过程  $\{t_i\}_{i=1}^N$ ，其中每个  $\{t_i\}$  表示一个事件的时间戳，而  $N$  是观测到的事件总数。条件强度函数  $\lambda(t|\mathcal{H}_t)$  是 TPP 的核心，该函数描述在时间  $t$  时，在给定的历史事件序列  $\mathcal{H}_t = \{t_1, t_2, \dots, t_{i-1}\}$  情况下，某事件发生的瞬时速率：

$$\lambda(t|\mathcal{H}_t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbb{P}(N(t+\Delta t) - N(t) = 1 | \mathcal{H}_t)}{\Delta t}$$

其中,  $\Delta t$  表示一个趋近于零的极小时间间隔,  $N(t)$  是计数过程, 表示在时间  $t$  之前所发生的事件总数。基于此定义, 条件强度函数  $\lambda(t|\mathcal{H}_t)$  描述了在给定历史事件序列  $\mathcal{H}_t$  的条件下, 在时间  $t$  时刻单位时间内事件发生的速率, 可视为事件“即将”发生的趋势概率。它不仅控制了事件的发生时间分布, 还决定了整体事件序列的生成机制。具体而言, TPP 模型通过对所有事件的条件强度函数进行建模, 进而推导出整个序列的联合分布。这种方式允许模型灵活刻画复杂的事件依赖关系与时间结构。

## 1.2. 传统时间点过程的局限性

尽管传统时间点过程在一定复杂程度的建模事件序列方面具有较为良好的理论基础与应用效果, 但仍存在一些显著的局限性。

**条件强度函数的设计无法有效整合数值特征。**许多 TPP 模型仅处理事件的时间与类型信息, 忽略了与事件同时发生的数值属性 (如心率、血压、评分指标等)。这限制了模型在表征患者状态、捕捉临床变化趋势等方面的能力, 降低了预测的精度与上下文适应性。

**缺乏可解释性。**传统 TPP 模型通常依赖于预设的参数化强度函数, 其内部机制难以体现事件之间的明确逻辑关系。特别是在医疗领域, 模型不仅需要具备良好的预测性能, 更应提供清晰的逻辑推理过程, 以辅助医生进行诊断和治疗决策。仅依赖黑箱式的强度函数难以提供清晰的因果解释。

近年来, 部分研究尝试以事件规则为切入点, 引入结构化的逻辑机制来提升模型的可解释性, 然而这些方法普遍存在从海量异构事件数据中**高效挖掘有效规则的能力不足的问题**, 一方面, 规则搜索空间随着谓词数量和逻辑关系的组合呈指数增长, 导致计算开销巨大; 另一方面, 现有方法在规则质量评估、冗余规避和泛化性控制方面仍较为有限,

难以在保证效率的同时提取出具有临床意义的高质量规则。

针对以上问题, 我们在传统时间点过程的基础上提出了我们的改进方法, 具体如下:

**a. 引入了全新形式的时间逻辑规则:** 我们设计了一种结构化的规则表达方式, 能够有效描述事件之间的时序与逻辑依赖, 从而显著地增强了时间点过程模型的可解释性。

**b. 重新设计了条件强度函数:** 我们引入了两个关键组成部分——规则特性强度数值特征强度, 使得模型能够同时考虑事件间的结构化规则依赖与数值型上下文特征 (如生理指标、实验室数据等), 从而提升建模的表达能力与预测精度。

**c. 构建结构化的规则挖掘与优化机制:** 为从大规模事件数据中高效提取高质量规则, 我们设计了一套结合贝叶斯优化的两阶段规则挖掘策略。该策略先通过规则候选生成和谓词筛选构建搜索空间, 再利用贝叶斯优化算法在性能反馈驱动下选择最优规则集, 兼顾挖掘效率与规则质量。

此外, 为了全面评估模型的性能, 我们还构建了一套多维度的评估框架, 涵盖了预测准确性、规则有效性与可解释性指标, 可用于系统性地评估不同方法在实际应用中的综合表现。

## 2. 文献阅读和复现

在本次研究中, 我们调研了并复现了三种近年来具有代表性的可解释时间点过程 (TPP) 模型, 同时以它们作为对比基线:

**a. CLUSTER:** 该方法基于神经网络与规则挖掘的联合优化框架, 采用期望最大化 (EM) 算法在规则激活与模型参数之间交替优化, 能够从观测数据中自动提取“If-Then”逻辑规则, 从而提升模型的可解释性与预测能力。

**b. CLNN (Clock Logic Neural Network):** 该模

型在规则建模中引入了时钟逻辑，通过加权公式的形式对时间关系进行建模，强调了“时间意识”在事件解释中的重要性。

### c. TELLER (TEmporal Logic rule LEARNER):

该方法采用逐步扩展搜索策略，能够在事件序列中自动挖掘结构化的时间逻辑规则，是最早引入逻辑可解释机制的 TPP 框架之一。

## 2.1. CLUSTER

CLUSTER 是一类结合规则挖掘与时间点过程建模的可解释 TPP 模型，旨在从大规模观测数据中自动挖掘具有因果结构的 If-Then 类型逻辑规则，并通过这些规则增强模型的预测能力与临床可解释性。该方法基于 EM 算法实现规则激活状态与模型参数的交替优化。在  $E$  步中，模型估计每个事件是否由某条规则解释；在  $M$  步中，则更新规则集合与参数，以最大化期望对数似然。

**a. 规则特征构造机制** CLUSTER 中每条规则在其前提条件满足时被激活，即称为该规则被“触发”。此时，对应的规则特征设为 1，表示该规则在当前时间点生效，从而提升其目标事件对应的条件强度函数值，实现了“规则驱动的事件加权”。

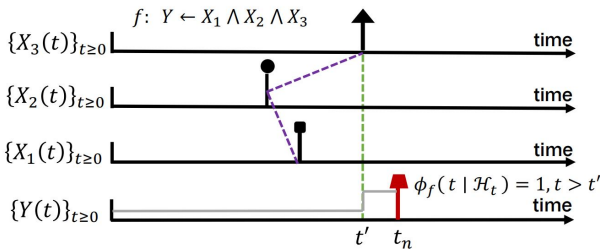


图 1 CLUSTER 中的规则特征构造

**b. 规则结构的编码方式** 为统一管理多个逻辑规则，CLUSTER 构建了一个规则-谓词二值矩阵  $A$ ，用于编码规则内容。矩阵中每一行表示一条规则，每一列对应一个谓词，值为 1 表示该谓词出现在规则中。该矩阵能有效刻画规则结构，便于模型进行

规则解析与优化。

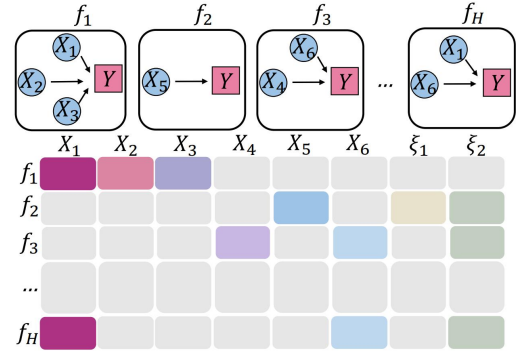


图 2 将规则内容编码成二进制矩阵  $A$

## 2.2. CLNN

CLNN 是一种基于加权时钟逻辑公式 (weighted Clock Logic, wCL) 的可解释时间点过程模型，旨在从异步事件序列中自动学习出具备时间约束与逻辑结构的因果规则。该模型将事件之间的逻辑关系建模为“时钟公式”，通过测量不同事件之间的时间差与发生顺序，构造出可被人类理解的逻辑表达式，并以此作为时间点过程强度函数的一部分，从而提升事件预测的精度与模型的可解释性。与传统的基于离散搜索的逻辑建模方法不同，CLNN 的最大优势在于其结构与参数均可微，从而允许在梯度下降框架下端到端训练复杂的逻辑规则结构。

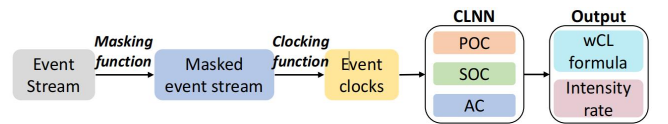


图 3 CLNN 的整体工作架构流程

CLNN 的整体架构由三类关键结构单元组成：POC (Paired Order Cell)、SOC (Singleton Order Cell) 和 AC (Architecture Cell)。首先，在输入阶段，模型对原始事件序列进行遮蔽预处理，并生成每类事件的“时钟信号”，即每个事件距离其上一次发生的时间间隔。接着，POC 模块用于捕捉两个事件之间时序依赖；SOC 模块则用于判断某一事件是否在历史窗口内发生；而 AC 模块则负责组合多个逻辑谓

词，并学习它们之间的连接方式（逻辑与/或），从而自动构建完整的 wCL 公式。每个公式在特定时间点的“满足程度”将作为强度函数输入，对目标事件的发生率进行动态调节。最后获得的规则形式为  $c_A - c_B > \theta$ ，代表着两个事件发生的时间关系。

整个系统通过最大化观测事件的对数似然进行训练，获得结构清晰、语义可解释的因果逻辑规则。

### 2.3. TELLER

TELLER 是一种可解释的时间点过程模型，通过挖掘“ $A \rightarrow B$ ”或是“ $A \wedge B \rightarrow C$ ”形式的时间逻辑规则，实现对事件序列的建模与预测。

TELLER 的整体架构由三部分构成，基于列生成优化框架：规则生成器：从原始事件序列中系统性构造候选规则，规则由一个前提谓词和一个目标事件组成，同时使用了 REFS (Rule Extension First Search) 和 RAFS (Rule Addition First Search) 的策略高效搜索规则空间；规则选择器：在候选集中选择最优规则集合，采用最大似然优化策略，以提升模型解释能力与拟合效果；强度建模器：将所选规则编码为特征函数，以加权线性组合的形式构成点过程强度函数。

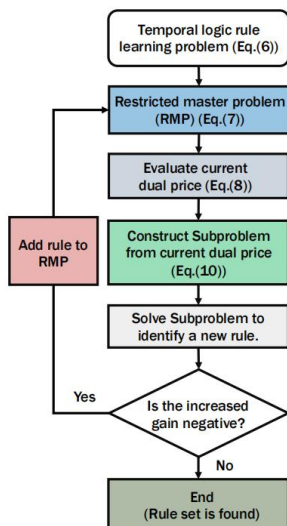


图 4 TELLER 中规则学习的优化流程

该流程通过动态规则扩展与筛选，逐步优化规则集的解释性与预测能力，最终输出一组高置信度的时序逻辑规则及其权重。

## 3. 数据集

为验证时间点过程模型在实际医疗场景中的有效性与泛化能力，我们基于 MIMIC-IV 临床数据集开展了系统的数据挖掘与预处理工作，构建了三个高质量子数据集，分别对应三类具有显著临床价值的高风险疾病：Stroke (脑卒中)、Sepsis (脓毒症)和 Coroheart(冠心病)。这些疾病类型涵盖了从急性发作到慢性进展的不同病理机制，具有广泛代表性和挑战性，能为时间点过程建模提供多样化测试环境。

### 3.1. MIMIC-IV 医疗数据集介绍

MIMIC-IV 医疗数据集是由麻省理工学院计算机科学与人工智能实验室与贝斯以色列女执事医疗中心联合开发的大型公开电子健康记录数据库，旨在支持临床研究与医学人工智能建模。该数据库涵盖了 2008 年至 2019 年期间在该医疗中心接受治疗的超过 40,000 名成年重症监护室患者的详细病历信息。数据库包含了多种类型的临床数据，包括人口统计信息、入出院记录、生命体征、实验室检查结果、护理与用药记录、诊断与手术编码、临床笔记等，能够全面反映患者在住院期间的诊疗全过程，使其成为目前医学人工智能和临床决策支持系统研究中最广泛使用的数据集之一。

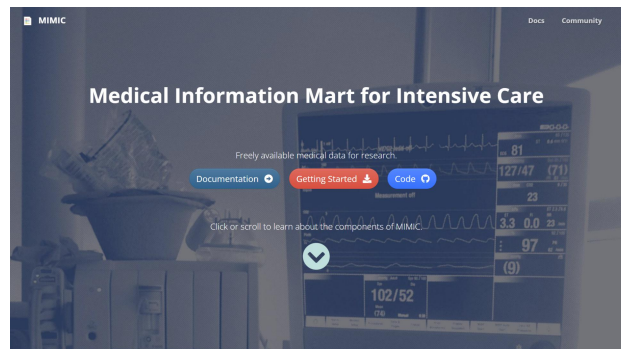


图 5 MIMIC-IV 医疗数据集

### 3.2. 实验数据集说明

我们基于 MIMIC-IV 数据集，参考临床实践中的医学指南与国际标准定义，系统性地构建了三个具有代表性且符合临床特征的数据子集。

我们主要使用到了 MIMIC-IV 数据集中以下关键的信息表：

1. **patients** 表：包含每位患者的人口统计信息，如年龄、性别以及死亡日期等。
2. **admissions** 表：记录住院相关信息，如入院类型、入院时间和出院时间等。
3. **icustays** 表：记录患者在 ICU 住院期间的停留信息，包括进入 ICU 和离开 ICU 的时间，以及在 ICU 中的停留时长。
4. **chartevents** 表：按照时间戳记录在 ICU 中患者的生命体征及护理观察数据。
5. **labevents** 表：包含带有时间戳的实验室检验结果及其数值。
6. **diagnoses\_icd** 表：列出了患者住院期间的诊断信息，采用 ICD 编码标准进行标注。
7. **d\_items** 表：提供了其他数据表中记录的临床观察项的元数据与描述信息。
8. **outputevents** 表：记录了患者在 ICU 停留期间的输出类事件，如液体输出量、呼吸机设置等。

真实 ICU 临床观察记录涵盖了患者在住院期间由医疗设备自动采集或由临床医护人员手动录入的大量异步事件与连续变量。这些数据均附有精确的时间戳信息，能够真实反映患者的病情演变过程。然而，受限于实际医疗工作流程和设备记录频率，临床观察时间点在时间轴上呈现出非均匀、非连续的分布特征。在两个相邻时间点之间，部分临床指标可能未被记录，表现为缺失值。考虑到此类缺失并非随机脱失，且难以确认是否在此区间内确实发生了观测行为，因此我们在预处理过程中未采用任

何插值或填补方法，以避免引入潜在偏差。相反，我们将其建模为离散事件序列数据，以最大程度保留其真实临床动态特性。

**a. Stroke 数据集** 在 Stroke 数据集中，我们主要关注中度至重度患者的病情演变过程，因此在点过程建模中，我们将此作为目标事件；同时，Stroke 疾病涉及脑血管监测、重要器官功能以及凝血状态密切相关的变量，因此我们严格地选择了 48 个临床事件类型来完成建模。

**b. Sepsis 数据集** 在 Sepsis 数据集中，我们聚焦于器官功能衰竭的早期预警建模，选取“低尿量事件”作为目标事件，作为临床上判断肾功能异常及休克风险的重要指标；同时，我们重点选取了与肾功能、循环系统、感染标志物及炎症反应密切相关的 66 个临床变量来完成建模。

**c. Coroheart 数据集** 在 Coroheart 数据集中，我们关注的是慢性心血管疾病进展过程中的临床风险演化，以“死亡事件”作为建模中的最终目标事件；同时我们特别选取了与心功能、代谢指标、药物干预及生活体征密切相关的 56 种观察变量，用于支持事件预测、规则发现及模型可解释性分析。

表 1 数据集分析

Dataset	Seq.	Type	Event	Seq. Len.	Avg. Len.
Stroke	4951	48	447k	[2, 2207]	97.47
Sepsis	20081	66	1375k	[2, 1406]	68.46
Coroheart	12459	56	3519k	[6, 7955]	282.45

## 4. 模型构建和创新点

在这部分我将详细介绍我们提出的改进的时间点过程模型的整体框架。假设在给定一个事件序列  $S = \{(t_i, k_i, v_i)\}_{i=1}^N$  的情况下，共包含  $N$  个事件，其中每个事件类型  $k_i \in \{1, 2, \dots, K\}$  对应着一个独立的变量  $X_K$ ，并附带一个数值特征  $v_i$ ，于提供事件发生的上下文信息，以此来构建基于数值数值的特



征强度。我们对经典 TPP 模型中的条件强度函数  $\lambda(t | \mathcal{H}_t)$  进行了扩展，使其能够同时整合时间逻辑规则与数值型特征。扩展后的强度函数形式如下：

$$\lambda(t | \mathcal{H}_t) = f(\mathcal{S}_t; \Theta, \mathcal{R})$$

在这其中， $\mathcal{H}_t$  表示时间  $t$  时刻之前的历史事件

信息，是实际观测到的历史的事件序列，为模型的可学习参数集合，表示通过结构化方法挖掘得到的时间逻辑规则集合，用于建模事件之间的因果与依赖关系。以下是我们改进的时间点过程方法，大致框架图如下所示：

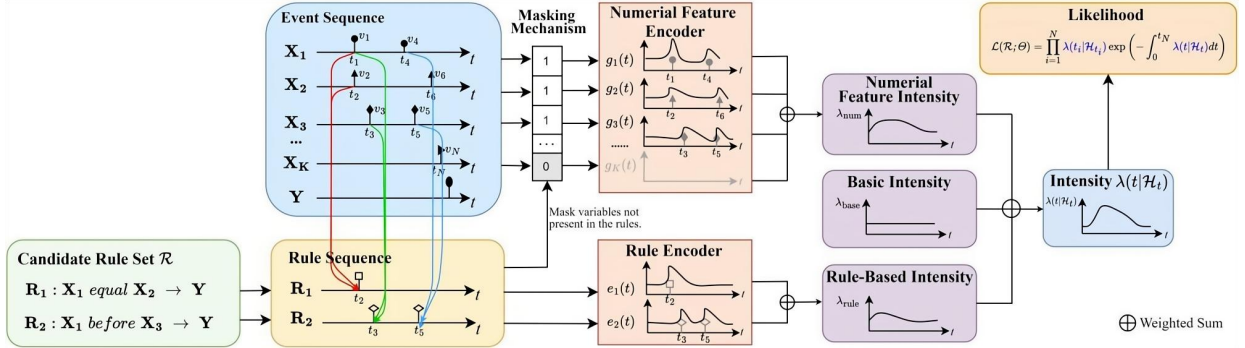


图 6 改进后的时间点过程框架

同时，在规则集挖掘与优化模块中，贝叶斯优化算法通过迭代方式不断优化规则集合，利用我们时间点过程计算得到的似然值来引导搜索空间中的

采样分布。最终选出的规则能够通过强度函数动态的影响，为关键事件提供具有解释性的因果解释。如下图是结合我们方法的规则挖掘部分的示意图：

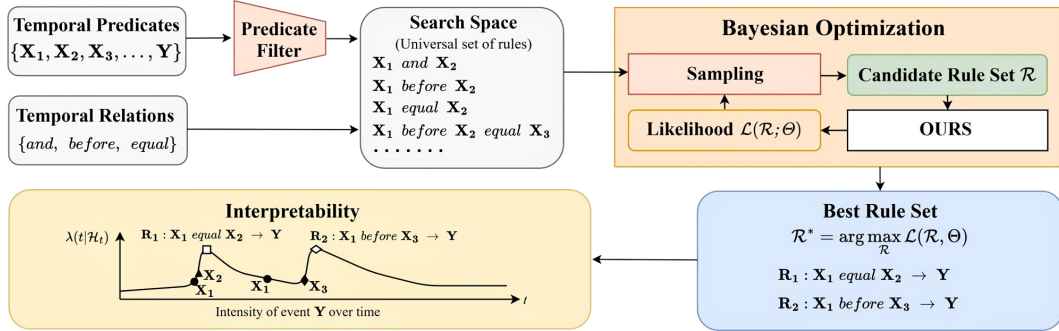


图 7 两阶段规则挖掘流程

#### 4.1. 新型时态逻辑规则的定义

时间规则正式地定义了不同事件在时间上的逻辑关系，由时间谓词（temporal predicates）和时间关系（temporal relations）两部分组成。时间谓词通常表示事件的状态或属性，而时间关系则定义这些谓词之间在时间上的相对位置。在我们对点时间过程的改进中，我们将两个时间点之间的时间关系划分为三种类型：before、equal 和 and。以此构建

结构化、可解释的规则框架。

设两个事件谓词  $X_u$  和  $X_v$  的发生时间分别为  $t_u$  和  $t_v$ ，目标事件  $Y$  发生的时间为  $t_y$ ，且满足  $t_y > \max(t_u, t_v)$ ，则三种时间逻辑关系可形式化地定义如下：

**a. Before:** 表示事件  $X_u$  发生的时间早于  $X_v$ ，且二者之间的时间差超过一个最小阈值  $\delta$ ，用于刻画显式的先后因果关系。其公式为：

$$C_{\text{before}}(X_u, X_v) = 1$$

**b. Equal:** 表示事件  $X_u$  和  $X_v$  几乎在相同时间发生，即它们的时间差小于一个容忍范围  $\delta$ ，该关系适用于某些同步发生的指标变化。其公式为：

$$C_{\text{equal}}(X_u, X_v) = I(|t_u - t_v| \leq \delta)$$

**c. And:** 表示两个事件都发生了，但不强调发生的时间顺序，仅用于捕捉事件的联合共存关系。其形式为常数函数：

$$C_{\text{and}}(X_u, X_v) = 1$$

其中，函数  $I(\cdot)$  为指示函数，其值为 1 表示条件成立，为 0 表示不成立。上述三类规则提供了一种结构化的表达机制，使模型能够显式地捕捉不同事件之间的时间依赖性，从而在预测关键事件时具备良好的可解释性与表达能力。

## 4.2. 扩展后的条件强度函数

我们在经典 TPP 的基础上进行扩展，通过整合基于规则的依赖关系和数值特征来实现增强。其整体强度函数由三个关键组成部分构成：首先，基础强度模型用于建模基本事件模式；其次，规则型强度通过时态逻辑规则进行编码；最后，数值特征强度通过整合临床测量数据来优化事件预测精度。

### 4.2.1. 基础强度

基础强度分量  $\lambda_{\text{base}}$  用于捕获与时间无关的信息，反映事件发生的固有可能性。其数学表达式为： $\lambda_{\text{base}} = \lambda_0$ ，其中  $\lambda_0$  是一个可学习参数，通过训练过程进行优化。该参数为模型提供了一个全局偏置项，使得整体强度函数具备基础稳定性。它的存在有助于确保即使在缺乏触发条件或规则支持的情况下，我们的模型仍能维持最基本的事件生成能力，避免了强度函数退化为零。

### 4.2.2. 规则强度

该强度分量通过整合领域专业知识和时序依赖关系来增强事件建模过程。给定预定义的时序规则

集合  $R$ ，基于规则的强度函数定义为：

$$\lambda_{\text{rule}}(t) = \sum_{R_j \in R} \alpha_j e_j(t)$$

其中， $\alpha_j$  是一个可学习参数，表示与规则  $R_j$  相关联的权重，而  $e_j(t)$  则是规则的编码函数，我将在下文详细介绍规则编码器的原理：

为了将时间规则有效地引入时间点过程建模框架中，我们需要将这些结构化的逻辑信息转化为连续空间中的可学习表示。为此，我们引入了一种混合规则编码机制，将规则触发情况编码为随时间演化的特征向量，以供模型计算事件强度时使用。基于前述对时间规则的定义，我们为每一条规则都构造其对应的混合规则事件序列。例如，假设有一条时间规则：

$$X_u \text{ before } X_v \rightarrow Y$$

这表示当事件  $X_u$  发生在  $X_v$  前（满足规则前提）时，事件  $Y$  的发生概率将被增强。为此，我们记录所有满足该前提条件（即  $C_{\text{before}}(X_u, X_v)$ ）的时间点，并构成一个“规则激活时间序列”。更具体地说，系统会追踪每个时刻，当  $C_{\text{before}}(X_u, X_v)$  的状态从 0 变为 1，即规则从未触发变为被触发时，就将该时间点  $t_j$  记录进集合  $T_j$ 。

在此基础上，我们定义规则  $R_j$  在任意时刻  $t$  的编码函数为：

$$e_j(t) = \sum_{t_j \in T_j} d_{\text{rule}}(t - t_j)$$

其中， $T_j$  表示规则  $R_j$  被触发的时间点集合， $d_{\text{rule}}(\cdot)$  是一个时间衰减函数，用于建模规则在被触发后，其影响随时间推移而逐渐减弱的动态过程。衰减函数的具体形式可以根据实际场景灵活设定。例如，为模拟规则激活对事件发生的影响在时间上的自然衰退过程，我们可以采用指数衰减函数：

$$d_{\text{rule}}(t) = e^{-t} \quad \text{for } t \geq 0$$

这表示一个规则一旦被触发，其对后续事件发生概率的提升作用会随着时间推移而逐渐减弱。该机制允许模型充分利用规则结构表达事件间的因果性，同时保留时间敏感性。

通过引入基于规则的强度项，改进后的时间点过程模型能够在建模事件发生概率时有效地融合医学专家知识或结构化先验规则，从而使模型的预测结果不仅基于数据学习得到的统计规律，还能够对齐实际医疗情境中存在的因果逻辑关系。这意味着，模型在输出事件强度时，会受到规则触发状态及其权重直接调控，从而提升其可解释性与临床可控性。

#### 4.2.3. 数值强度

在医疗时间点过程中，诸如心率、血压等数值特征是事件预测中不可或缺的上下文信息，它们能够反映患者的生理状态，对关键事件的触发具有重要作用。我们改进后模型中的数值特征强度模块负责根据这些连续数值属性动态调节事件发生的概率，从而可以为模型引入对个体状态的实时感知能力。该强度项的定义如下：

$$\lambda_{\text{num}}(t) = \sum_{k=1}^K \beta_k \cdot g_k(t)$$

$\beta_k$  是与谓词  $X_k$  相关联的可学习参数，表示该数值特征对事件强度的权重； $g_k(t)$  是数值特征编码函数，用于表示某一数值属性在时间  $t$  的有效影响。我将在下文中详细介绍数值特征编码函数：

数值特征提供了对某事件状态的定量刻画，是临床决策中不可或缺的重要信息。为了有效建模这些数值变量随时间变化对目标事件发生的影响，我们在模型中引入了数值特征编码器，用于动态表示某一特定数值属性在给定时间点的影响强度。

给定一个事件序列  $S = \{(t_i, k_i, v_i)\}_{i=1}^N$ ，其中每个事件  $(t_i, k_i, v_i)$  表示事件  $k_i$  在时间  $t_i$  发生，且其伴随的数值特征为  $v_i$ ，那么与某一谓词  $X_k$  对应的

子序列可以表示为所有满足  $k_i = k$  的事件集合：

$$\{(t_i, k_i, v_i)\}_{k_i=k}$$

然而，并非所有谓词（事件类型）都与目标事件存在直接的因果关联。为避免将无关变量引入建模过程、降低噪声，我们引入了掩码机制，用于过滤掉与目标事件无关的谓词。该掩码依据预定义的规则集构建：只有在与目标事件相关的规则中出现的谓词才被视为“有效谓词”，其余将被忽略。形式化地，掩码集合定义为：

$$M = \{m_k\}_{k=1}^K$$

其中， $m_k = 1$  表示谓词  $X_k$  与目标事件相关联（即  $X_k \in X_v$ ），否则  $m_k = 0$ 。集合  $X_v \subset X$  表示所有在规则中出现过的谓词集合。基于该掩码与对应的事件序列，我们定义数值特征编码函数如下：

$$g_k(t) = m_k \sum_{i: k_i=k} v_i \cdot d_{\text{num}}(t - t_i)$$

$d_{\text{num}}(\cdot)$  是一个时间衰减函数，用于建模数值特征对当前时间点的影响随时间的衰减过程（例如指数衰减等）； $m_k$  保证只有与目标事件相关的谓词被纳入强度建模中，确保数值特征模块在我们模型框架内的一致性与可解释性；每项  $v_i \cdot d_{\text{num}}(t - t_i)$  表示过去某次观测的数值在当前时刻的有效贡献。

通过这种方式，数值特征编码器能够动态、连续地捕捉患者生理状态变化对未来事件风险的调制作用，从而显著提升模型的预测能力与临床表达力。

#### 4.2.4. 整体强度

最终，我们改进后的模型的整体强度函数整合了三部分：基础强度、基于规则的强度、数值特征强度，此外，为了确保整体强度函数始终为正值（从而符合点过程的数学性质），我们对所有强度分量之和应用了 Softplus 函数变换。Softplus 是一种常用于深度学习的平滑激活函数，其定义如下：



$$\text{Softplus}(x) = \gamma \log(1 + \exp(x/\gamma))$$

其中  $\gamma > 0$  是一个可学习参数，控制函数平滑程度。整体强度函数形成如下表达式：

$$\lambda(t | \mathcal{H}_t) = \text{Softplus} \left( \lambda_0 + \sum_{R_j \in \mathcal{R}} \alpha_j \sum_{t_j \in T_j} d_{\text{rule}}(t - t_j) + \sum_{k=1}^K \beta_k \cdot m_k \sum_{t_{k_i}=k} v_i \cdot d_{\text{num}}(t - t_i) \right)$$

其中， $\lambda_0$  是基础强度， $\alpha_j$  是与规则  $R_j$  关联的权重； $d_{\text{rule}}$  是规则衰减函数； $\beta_k$  是与数值特征  $X_k$  相关联的权重； $d_{\text{num}}$  是数值特征衰减函数； $m_k$  是掩码标志，仅保留在规则中出现过的谓词。

该总强度函数为我们改进的时间点过程模型提供了一个灵活而又结构清晰的建模基础，能够在捕捉事件发生规律的同时保留医学可解释性，并支持对规则结构的学习与优化。因此，它不仅适用于时间事件的预测任务，也为后续的因果推断与规则挖掘提供了可微分的建模支撑。

#### 4.3. 训练与事件预测

为了有效地学习模型中的各类参数，并实现对未来事件的精准预测，我们设计了一套基于似然函数最大化的训练框架，并利用所学习的强度函数进行事件时间点的推断。

##### a. 损失函数设计

我们改进后模型的训练目标是在时间点过程框架下，最大化给定事件序列的对数似然函数。设给定事件序列为  $S = \{(t_i, k_i, v_i)\}_{i=1}^N$  其中每个事件  $(t_i, k_i, v_i)$  表示事件  $k_i$  在时间  $t_i$  发生，且其伴随的数值特征为  $v_i$ ，同时给定规则集  $R$ ，则事件序列的完全似然函数形式为：

$$\mathcal{L}(\Theta) = \prod_{i=1}^N \lambda(t_i | \mathcal{H}_{t_i}) \cdot \exp \left( - \int_0^{t_N} \lambda(t | \mathcal{H}_t) dt \right)$$

其中， $\lambda(t | \mathcal{H}_t)$  是在历史事件  $\mathcal{H}_t$  条件下的条件强度函数； $\Theta$  表示所有可学习的模型参数（包括规则权重、数值特征权重、基础强度、Softplus 平滑因子等）。为了便于模型的数值优化，我们对上述似然函数取负对数，作为模型的损失函数（Negative

Log-Likelihood, NLL）：

$$\mathcal{L}_{\text{NLL}}(\Theta) = - \sum_{i=1}^N \log \lambda(t_i | \mathcal{H}_{t_i}) + \int_0^{t_N} \lambda(t | \mathcal{H}_t) dt$$

该损失函数的前半部分确保模型在已发生事件时间点上给予较高强度，而后半部分作为归一化项，用于约束整个时间区间的事件分布，从而避免模型无限增大强度值以降低损失。

##### b. 事件预测机制

完成模型训练后，我们的模型可用于预测未来事件的发生时间。具体地，给定当前历史信息  $\mathcal{H}_t$ ，我们希望估计下一个事件将在何时发生。根据点过程的生成机制，事件的下一时刻  $\hat{t}$  满足以下条件密度函数：

$$p(\hat{t} | \mathcal{H}_t) = \lambda(\hat{t} | \mathcal{H}_t) \cdot \exp \left( - \int_t^{\hat{t}} \lambda(s | \mathcal{H}_s) ds \right)$$

这个密度函数由两部分组成：第一项是目标时刻  $\hat{t}$  的强度值，表示事件发生的“即时倾向”；第二项是从当前时间  $t$  到  $\hat{t}$  的累计强度衰减，用于调整整体分布，使其符合点过程的非齐性特性。

通过上述机制，我们改进后的时间点过程模型能够不仅学习事件的时序规律，还能基于数值特征与规则机制动态调整未来事件的预测概率，提供更贴近真实医疗场景的预测结果。

#### 4.4. 规则挖掘与优化

为了高效地从历史事件序列中提取时间逻辑规则，我们采用了一种两阶段的规则挖掘策略，包括规则候选生成（Rule Candidate Generation）和贝叶斯优化（Bayesian Optimization）两个核心阶段。

##### a. 规则候选生成

在该阶段，我们从历史事件序列中构建出结构化的规则搜索空间。由于时间逻辑规则是由谓词对与时间关系（before、equal、and）组成的，因此在无约束情况下，所有谓词之间任意组合可能导致搜

索空间呈指数级增长，难以有效枚举。

为此，我们从两个方面对规则搜索空间进行约束与优化：

**限制规则长度：**规则长度直接影响模型可解释性。过长的规则虽然表达能力强，但难以理解和验证；而单谓词规则又缺乏时间逻辑层次。参考医学领域的规则结构，我们将单条规则谓词数量限制为 2~3 个，以在表达能力与可解释性之间取得平衡。

**谓词预筛选 (Predicate Filtering)：**为了进一步减少冗余组合，我们引入一个预训练的“无规则”TPP 模型作为基线，对每个谓词单独进行评估，观察其对模型损失函数的影响。保留那些能够显著降低损失的谓词，并以此构成谓词候选集。最终仅生成包含至少一个“有效谓词”的规则候选，确保候选规则在实际预测中具有判别力和临床意义。

这一阶段生成的规则候选空间更加精炼且结构良好，为后续的高效搜索与评估打下基础。

#### b. 基于贝叶斯优化的规则选择

在完成候选规则生成后，我们利用贝叶斯优化 (Bayesian Optimization, BO) 进一步从中筛选出一组性能最优、可解释性强的规则子集。贝叶斯优化的目标是找到一个规则集合  $R^*$  使得模型在给定规则集  $R$  和参数  $\Theta$  条件下的对数似然函数最大化：

$$R^* = \arg \max_R \log \mathcal{L}(R; \Theta)$$

其中  $\log \mathcal{L}(R; \Theta)$  表示在规则集  $R$  下模型的对数似然值，作为评估规则优劣的主要指标。为避免规则数量过多导致模型复杂性上升与解释性下降，我们对规则集大小  $|R|$  设置了上限约束，仅允许系统保留若干条“关键规则”。

1. 贝叶斯优化通过以下三个步骤迭代式地优化规则子集：

2. 候选规则采样：基于采集函数从当前后验分布中概率性地采样一组规则子集；

3. 性能评估：将采样的规则子集应用于我们的模型，计算其在验证集上的预测性能；

4. 后验更新：利用当前评估结果更新贝叶斯优化的后验分布，用以引导下一轮规则采样。

这一优化过程在搜索空间中高效定位性能优良的规则集合，相比暴力搜索方法具有更高的搜索效率和更强的泛化能力。此外，贝叶斯优化还具备一定的鲁棒性与抗过拟合能力，能够避免陷入局部最优或选择冗余规则。

最终得到的规则子集不仅使模型具备了高度的预测能力，还具备结构清晰、临床可解释的优势，为医疗事件预测提供了可信赖的决策依据。

## 5. 实验结果与分析

为了全面评估我们改进后的模型在建模中的有效性与可解释性，我们从多个维度对模型进行了实证分析。我们主要从以下四个方面开展实验：首先，在**性能分析**中，我们对改进后模型的预测性能进行了定量评估，并与多种代表性基线模型进行对比，以验证其在临床事件预测任务中的准确性与鲁棒性；其次，在**规则分析**部分，我们深入分析了模型挖掘出的时间逻辑规则，包括规则表达能力与规则分布特征，以验证其结构化可解释机制的有效性；随后，我们通过设计关于数值特征强度的**消融实验**，考察数值特征对模型预测性能的增益作用；最后，我们评估了所提出的两阶段规则挖掘策略的有效性，验证该策略在提高规则质量与模型性能方面的重要贡献。上述分析从多角度印证了我们改进后的模型在融合结构化逻辑与数值信息、实现可解释性与性能平衡方面的优势。

### 5.1. 性能实验分析

为了评估模型的性能，我们进行了全面的实验。每个医疗数据集被划分为 80% 的训练集和 20% 的测试集，我们用于测量预测性能的评估指标包括负对

表 2 性能分析实验结果

	Stroke				Sepsis				Coroheart			
	<i>NLL</i> ↓	<i>MAE</i> ↓	<i>RMSE</i> ↓	<i>Acc</i> ↑	<i>NLL</i> ↓	<i>MAE</i> ↓	<i>RMSE</i> ↓	<i>Acc</i> ↑	<i>NLL</i> ↓	<i>MAE</i> ↓	<i>RMSE</i> ↓	<i>Acc</i> ↑
CLUSTER	36.3	<b>1.42</b>	13.2	0.65	37.5	4.26	8.8	0.65	98.9	2.84	10.4	0.55
CLNN	178.9	1.46	13.2	0.70	207.2	<b>1.08</b>	5.9	0.67	177.1	<b>1.97</b>	4.2	0.71
TELLER	21.8	8.28	8.4	<b>1.00</b>	23.4	3.86	4.4	0.75	203.8	3.92	5.3	0.80
OURS	<b>15.1</b>	4.08	<b>4.3</b>	<b>1.00</b>	<b>12.7</b>	2.47	<b>2.7</b>	<b>0.80</b>	<b>5.8</b>	3.65	<b>3.7</b>	<b>1.00</b>

数似然（NLL）、均方根误差（RMSE）、平均绝对误差（MAE）和规则准确率（Acc）。规则准确率在这里表示的是正确规则的比例。

我们通过四个评估指标对比了模型拟合、事件发生时间预测和规则准确性。如上表 1 的结果显示，我们改进后模型的表现大多数情况下均明显优于基线模型。最低的 NLL 表明我们的模型能够有效地捕捉并建模不确定性。同时，我们改进后的模型还实现了最低的 RMSE 和较低的 MAE，这表明其对目标事件时间预测的精确度高，提高了在实际医疗应用中的可靠性。我们改进后模型的高规则准确性证明了其能够提取出医学相关的规则，增强了可解释性，并且支持透明的决策过程。

5.2. 规则实验分析

在本节中，我们从规则表达能力、规则的正确性和规则的分布特征三个维度对模型所挖掘规则的质量进行了系统性分析，以验证模型的可解释性，规则的准确性我们已经在 5.1 节中的模型性能分析实验中的 Acc 展示了，这一节中不再展示。由于篇幅限制，我们在报告里以 Coroheart 数据集 为示例，对比展示了四种模型所学习到的前十条代表性规则，如表 3 所示。

a. 规则的表达能力

在 Coroheart 数据集中，我们将“死亡”作为目标变量，并将改进后的模型与多个基线模型进行了对比。我们从网上参考了医学指南来判断每条规则的正确性。表 3 显示了每个模型挖掘出来的规则

及其正确性的评估。

从实验结果来看，TELLER 和 CLNN 主要依赖于简单变量，仅挖掘出数量有限的规则，难以捕捉复杂的生理机制交互关系。CLUSTER 虽然在规则形式上更具灵活性，但对数据噪声非常敏感，因此较难提取出医学上准确的关键指标（在我们的表格中，蓝色打底的变量是影响 Coroheart 的间接因素，而橙色打底的变量是直接因素）。

相比之下，我们改进后的模型能够识别出具有临床意义的复杂规则，例如“如果高阴离子间隙（anion gap）发生在低心率之前，则更可能导致死亡”，揭示了代谢紊乱与循环系统衰竭之间的潜在关联。由我们改进后的模型挖掘出来的这些规则不仅提高了模型的预测准确性，还与医学逻辑高度一致，有助于支持临床决策与风险预警。

b. 规则分布分析

理解冠心病患者的死亡风险指标对于改善患者管理和实现准确预测具有重要意义。为深入分析这些因素，我们依据医学指南构建了一张指标图谱网络，并在图 8 中直观呈现了各指标之间的层级关系。

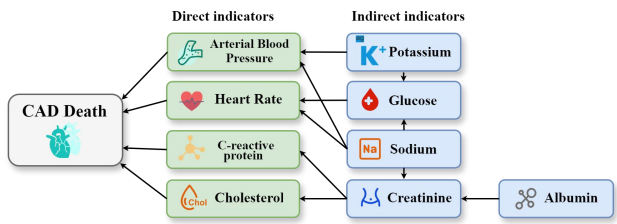


图 8 影响 Coroheart 的层级关系

如图所示，动脉血压、心率、C-反应蛋白和胆固醇等变量直接影响死亡风险，而其他指标则通过

表 3 各模型在 Coroheart 挖掘出的规则

TPP Model	Rule	Correctness
TELLER	Respiratory Rate High → Dead	Correct
	Arterial Blood Pressure diastolic Low → Dead	Correct
	Heart Rate High → Dead	Correct
	Arterial Blood Pressure mean Low → Dead	Correct
	O2 saturation pulseoxymetry Low → Dead	Incorrect
CLNN	c_Glucose High - c_Death > -0.25	Correct
	c_BUN High - c_Death > -0.63	Correct
	c_INR Low - c_BUN High > 0.01	Incorrect
	c_Glucose High - c_AST Low > -0.08	Incorrect
	c_Albumin High - c_Glucose High > 0.02	Correct
	c_BUN High - c_C-Reactive-Protein High > -0.14	Correct
	c_Brain Natriuretic Peptide High - c_BUN High > 0.41	Correct
CLUSTER	BUN Low equal Lactic Acid Low	Incorrect
	Hemoglobin High equal Hematocrit High	Incorrect
	Brain Natriuretic Peptide High after ALT Low	Correct
	Heart Rate High before AST Low	Correct
	Calcium ionized High equal Total Bilirubin High	Incorrect
	CK-MB fraction High equal Calcium ionized Low	Correct
	Calcium ionized Low equal Cholesterol High	Correct
	Temperature Low equal Hemoglobin High	Correct
	Hematocrit Low equal Total Bilirubin Low	Incorrect
OURS	Glucose Low before Anion gap Low	Incorrect
	Heart Rate Low equal Arterial Blood Pressure diastolic High → Dead	Correct
	Anion gap High before Heart Rate Low → Dead	Correct
	Heart Rate Low equal Potassium High → Dead	Correct
	Potassium Low before O2 saturation pulseoxymetry Low → Dead	Correct
	Respiratory Rate Low before Potassium High → Dead	Correct
	Arterial Blood Pressure mean Low before Arterial Blood Pressure diastolic Low → Dead	Correct
	Anion gap Low equal O2 saturation pulseoxymetry Low → Dead	Correct
	Glucose Low equal Arterial Blood Pressure systolic Low → Dead	Correct
	Heart Rate Low equal INR High → Dead	Correct
	Temperature High and Respiratory Rate High → Dead	Correct

这些变量间接作用于死亡结局。因此，我们根据指标之间的依赖关系将挖掘出的规则划分为直接规则与间接规则。在表 2 中，橙色打底表示直接影响的指标，蓝色打底表示间接影响的指标。

这种基于层次关系的变量划分不仅有助于分析模型规则是否抓住了关键病理信号，也为后续的可解释性分析提供了评价标准，使我们能够更系统地考察模型输出与医学知识之间的一致性与互补性。

实验结果表明，我们改进后的模型能够挖掘出最多的直接规则，显示出其在捕捉冠心病死亡关键因素方面的强大能力。同时，我们改进后的模型在直接与间接规则之间也实现了良好的平衡，既关注了核心致病因素，又未忽略可能起到前驱作用的辅助信号，增强了时间点过程模型在实际临床决策中的可应用性与解释性。

### 5.3. 消融实验分析

为了进一步验证我们改进后的模型中关键设计模块对模型性能和可解释性的贡献，我们设计了两组消融实验，对模型进行了系统性分析与对比。第一组消融实验针对数值特征强度项（Numerical Feature Augmentation, NFA）进行评估，我们移除该组件后观察模型在事件预测准确率方面的变化，以分析数值型变量在捕捉患者动态状态中的作用。第二组消融实验则针对两阶段规则挖掘策略展开，我们分别测试了无预筛选的全规则搜索与完整两阶段筛选下的效果对比，从而评估预训练过滤与贝叶斯优化相结合的策略在提升规则准确性与建模效率中的价值。两项消融实验分别围绕预测准确率提升和规则正确性进行评估，全面地为模型结构设计提供了理论支撑与实证依据。

a. 数值特征强度项消融实验

我们在三个数据集上均开展了消融实验，以评估数值特征增强对模型性能的影响。根据是否使用规则信息，我们将模型划分为两类：类别 I 仅包含基础强度项，类似于传统的概率点过程模型；类别 II 则包含基础强度与规则强度。表 IV 展示了两类模型在负对数似然指标上的表现，结果如表 4：

表 4 数值特征强度项消融实验结果

Category	State	Stroke	Sepsis	Coroheart
Category I	w/o NFA	15.26	12.83	6.30
	with NFA	<b>15.24</b>	<b>12.73</b>	<b>5.96</b>
Category II	w/o NFA	15.26	12.77	6.12
	with NFA	<b>15.14</b>	<b>12.72</b>	<b>5.84</b>

实验结果表明，引入 NFA 后，模型性能在所有数据集上均有显著提升。这一发现验证了数值特征强度项在医疗事件建模中的有效性，说明临床变量的量化趋势对于刻画病情动态演化具有重要意义。特别是在面对病理指标波动剧烈、采样时间不均的 ICU 场景下，数值特征的时间敏感性增强了模型对复杂事件依赖关系的捕捉能力，从而提升了事件预测的准确性与临床可解释性。

b. 两阶段规则挖掘消融实验

在规则挖掘模块中，我们提出了一种两阶段规则挖掘策略，以提升规则提取的稳定性与准确性。为评估其效果，我们对比了有无该策略下的规则提取准确率。表 5 显示了三个疾病数据集下使用与不使用两阶段策略的规则准确率变化情况。

表 5 两阶段规则挖掘消融实验结果

State	Stroke	Sepsis	Coroheart
Our model w/o two phase mining	80%	71.42%	70%
Our model with two phase mining	<b>100%</b>	<b>80%</b>	<b>100%</b>

实验结果表明，该策略在多个医疗场景中显著提升了规则的精度，从而进一步验证了其在医疗事件建模中的有效性与实用价值。具体来说，在 Stroke 和 Coroheart 两个数据集中，使用两阶段挖掘后规则准确率达到 100%，展示出该策略在提取高可

靠性、符合临床逻辑规则方面的突出表现。而在 Sepsis 数据集中，准确率也从 71.42% 提升至 80%，尽管提升幅度较小，但仍充分说明该策略具备处理复杂病理机制的能力。

综上所述，两阶段挖掘策略不仅优化了规则选择过程，降低了冗余与噪声规则的影响，也进一步增强了模型的可解释性与临床实用性。这一策略与点过程建模方法的结合，使我们得以构建出一个更稳定、可解释性更强的医疗事件预测模型，为临床决策提供更加可靠的支持。

通过对数值特征强度项与两阶段规则挖掘策略的消融实验，我们系统评估了各关键模块对模型性能与可解释性的贡献。结果表明，引入数值特征强度项（NFA）显著提升了模型在多个数据集上的预测精度，凸显了临床数值变量在动态事件建模中的关键作用。而两阶段规则挖掘策略则有效提高了规则提取的准确率与稳定性，增强了模型的可解释性与临床可信度。两项实验共同验证了本研究在结构设计上的有效性与合理性，展示出融合规则知识与数值特征的建模框架在复杂医疗场景中的广泛适用性与实际价值。

6. 现实应用场景

在本节中，我们基于改进后的模型的预测与解释机制，展示其在真实医疗场景中的应用潜力，特别是在 ICU 中对于高风险病患的监测与干预。通过可视化的强度曲线和规则触发节点，模型不仅实现了实时风险预警，还为疾病演化过程提供了可解释的临床分析，辅助医生精准决策。以下为一例冠心病（Coroheart）患者的样例研究。

图 9 展示了事件与规则如何共同影响目标事件的机制。当某条规则被触发时，其对应的强度分量会瞬时升高，反映出该时刻患者潜在的风险水平。如图 9 所示，这是某位冠心病患者的事件强度曲线。

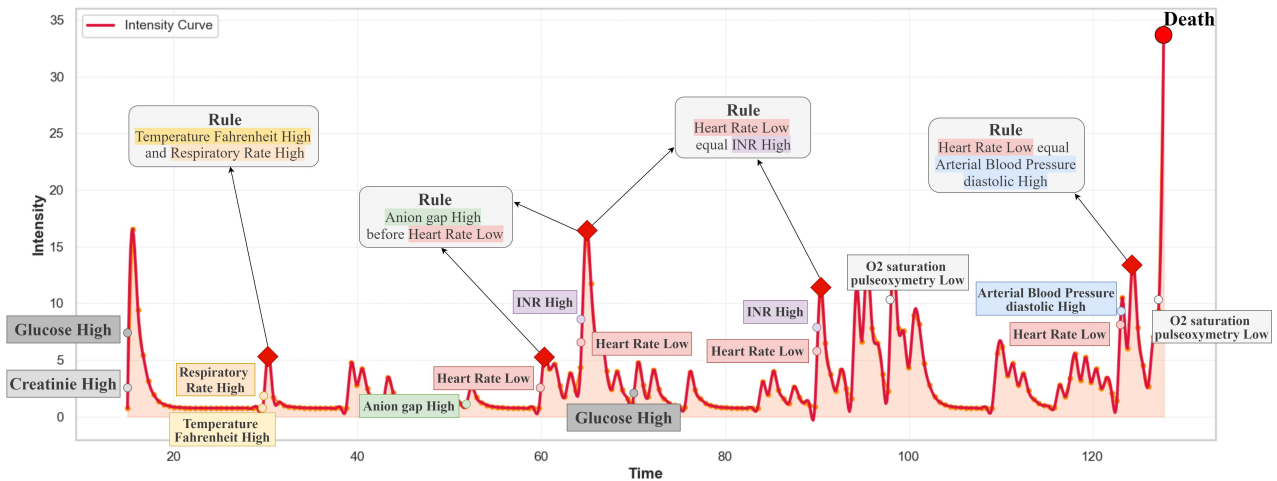


图 9 数据集中某位冠心病人的应用案例分析

图中的红线表示目标变量（死亡事件）的强度曲线，即患者在不同时间点面临死亡的概率。

从图中可以观察到多个关键病理过程及其对应的规则触发情况：在第 17.19 小时，患者出现了高血糖与高肌酐值，提示代谢异常的开始；随后，感染相关的生理指标异常进一步被触发，规则强度持续上升；到第 60.26 小时，高阴离子间隙和低心率共同表明了代谢失衡，引发对应规则触发；在第 92.43 小时，高 INR 与低心率的组合暗示了凝血功能紊乱；最终在第 123.58 小时，患者血氧饱和度骤降，同时血压升高，触发死亡相关规则，导致整体强度陡然上升，预测死亡即将发生。

这正是我们改进后的时间点过程模型在临床医学中的典型应用场景。通过引入规则驱动的机制，模型不仅具备对患者状态的实时监测能力，还能够基于生理信号变化趋势进行早期预警分析。逻辑规则的动态触发使得模型在提高预测准确性的同时，能够定位疾病演化过程中的关键节点，从而为临床提供具有操作价值的诊断线索。相较于传统点过程模型主要依赖统计分布、缺乏解释能力的“黑箱式”预测方式，我们所提出的改进模型构建了一套可追溯、可解释的医学推理路径，大幅提升了模型在真实医疗决策中的可信度与效率。

更重要的是，此类规则不仅是模型学习过程中的中间产物，更体现出与临床医学知识高度一致的因果推理逻辑。这种知识驱动与数据建模的深度融合，使得系统能够在病情恶化前主动发出明确预警，为医生提供宝贵的干预窗口期，尤其在冠心病等慢性病的 ICU 监护场景中，显著提升了诊疗响应速度与决策质量，展现出广阔的临床应用前景。

## 7. 总结

在本次项目中，我们围绕时间点过程模型这一主题，系统开展了时间点过程模型的调研、复现与创新设计，最终构建了一个融合领域知识与数据驱动能力的高性能建模方案。

首先，我们对 MIMIC-IV 数据库进行深入分析，构建了三个高质量的医疗事件数据集；其次，我们全面调研并复现了近年来具有代表性的三种点过程模型，包括 CLUSTER、CLNN 与 TELLER，深入理解其在规则表达能力、模型结构与可解释性机制方面的优缺点。在此基础上，我们改进了传统时间点过程模型，提出了我们的新型时间规则，引入了规则强度与数值强度的联合建模，并利用贝叶斯优化与两阶段规则筛选机制提升规则质量与模型表现。通过在三个数据集上开展的对比实验、消融实验与可解释性评估，我们验证了改进后模型的优势。最



后，我们结合案例展示了模型在实际医疗决策中的潜力，证明了其在建模高风险、复杂、多变量的医疗事件序列中具有重要的现实价值与研究意义。

本次机器学习项目地显著提升了我们在时间点过程模型方面的理论理解与实践能力。我们系统掌握了从数据处理、模型复现到算法改进的完整流程，锻炼了科研思维和解决问题的能力。同时，项目也强化了我们的编程实现能力，提升了对复杂系统的工程掌控力。在查阅大量文献的过程中，我们加深了对算法模型设计与实际医学应用之间关联的理解，为后续深入科学研究打下了坚实基础。

## 8. 参考文献

- [1] Li, S., Feng, M., Wang, L., Essofi, A., Cao, Y., Yan, J., Song, L.: Explaining point processes by learning interpretable temporal logic rules. In: International Conference on Learning Representations (2021)
- [2] Yan, R., Wen, Y., Bhattacharjya, D., Luss, R., Ma, T., Fokoue, A., Julius, A.A.: Weighted clock logic point process. In: International Conference on Learning Research (2023)
- [3] Meng, Z., Wan, K., Huang, Y., Li, Z., Wang, Y., Zhou, F.: Interpretable transformer hawkes processes: Unveiling complex interactions in social networks. In: Proceedings of the 30th ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. pp. 2200–2211 (2024)
- [4] Che, Z., Purushotham, S., Cho, K., Sontag, D., Liu, Y.: Recurrent neural networks for multivariate time series with missing values. *Scientific Reports* 8(1), 6085 (2018)
- [5] Du, N., Dai, H., Trivedi, R., Upadhyay, U., Gomez-Rodriguez, M., Song, L.: Recurrent marked temporal point processes: Embedding event history to vector. In: Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. pp. 1555–1564 (2016)
- [6] Kuang, Y., Yang, C., Yang, Y., Li, S.: Unveiling latent causal rules: A temporal point process approach for abnormal event explanation. In: International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. pp. 2935–2943. PMLR (2024)
- [7] Li, S., Feng, M., Wang, L., Essofi, A., Cao, Y., Yan, J., Song, L.: Explaining point processes by learning interpretable temporal logic rules. In: International Conference on Learning Representations (2021)
- [8] Fan, Z., Jiang, J., Xiao, C., Chen, Y., Xia, Q., Wang, J., Fang, M., Wu, Z., Chen, F.: Construction and validation of prognostic models in critically ill patients with sepsis-associated acute kidney injury: Interpretable machine learning approach. *Journal of Translational Medicine* 21(1), 406 (2023)
- [9] Virani, S.S., Newby, L.K., Arnold, S.V., Bittner, V., Brewer, L.C., Demeter, S.H., Dixon, D.L., Fearon, W.F., Hess, B., Johnson, H.M., et al.: 2023 aha/acc/accp/aspc/nla/pcna guideline for the management of patients with chronic coronary disease: a report of the american heart association/american college of cardiology joint committee on clinical practice guidelines. *Journal of the American College of Cardiology* 82(9), 833–955 (2023)
- [10] [27] Yang, Y., Yang, C., Li, B., Fu, Y., Li, S.: Neuro-symbolic temporal point processes. In: International Conference on Machine Learning (2024)