

СПбГУАП

КАФЕДРА № 52

ОТЧЕТ  
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

ассистент

\_\_\_\_\_  
должность, уч. степень, звание

\_\_\_\_\_  
дата

А.В. Борисовская

\_\_\_\_\_  
инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О КУРСОВОЙ РАБОТЕ

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ  
ПРИМЕНЕНИЯ ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТНОГО  
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НА БАЗЕ ФИЛЬТРА ХААРА**

по курсу: ТЕХНОЛОГИИ МУЛЬТИМЕДИА

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №

5822

\_\_\_\_\_  
дата

Е.Д. Энс

\_\_\_\_\_  
инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2022

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Теоретические сведения</b>	<b>3</b>
2.1	Вейвлет и Вейвлетное преобразование . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Применение фильтра Хаара для сжатия изображения</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Результаты исследования</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>Заключение</b>	<b>8</b>
<b>6</b>	<b>Список используемой литературы</b>	<b>9</b>

# 1 Цель работы

Исследования эффективности вейвлетного сжатия изображений с использованием фильтра Хаара.

## 2 Теоретические сведения

### 2.1 Вейвлет и Вейвлетное преобразование

Вейвлет - математическая функция, позволяющая анализировать различные частотные компоненты данных. Чтобы быть вейвлетами семейство функций должно удовлетворять следующим требованиям:

1. Допустимость. Анализирующий вейвлет  $u(t)$ , называемый также материнским вейвлетом, должен иметь нулевое среднее значение:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0.$$

2. Подобие. Все функции семейства получаются из анализирующего вейвлета путем масштабного преобразования и сдвига:

$$\psi_{a,b}(t) = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

Получается двухпараметрическое семейство функций: параметр  $a$  – масштаб (растяжение) функции, параметр  $b$  – положение (сдвиг) функции.

3. Обратимость. Существование обратного преобразования, однозначно восстанавливающее исходную функцию по ее вейвлет – преобразованию.
4. Регулярность. Функция  $u(t)$  должна быть хорошо локализована и в физическом пространстве и в пространстве Фурье.

Вейвлет-преобразование - преобразование, похожее на преобразование Фурье (или гораздо больше на оконное преобразование Фурье) с совершенно иной оценочной функцией. Основное различие лежит в следующем: преобразование Фурье раскладывает сигнал на составляющие в виде синусов и косинусов, т.е. функций, локализованных в Фурье-пространстве; напротив, вейвлет-преобразование использует функции, локализованные как в реальном, так и в Фурье-пространстве. В общем, вейвлет-преобразование может быть выражено следующим уравнением:

$$F(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{(a,b)}^*(x) dx$$

где  $*$  - символ комплексной сопряженности и функция  $u$  - некоторая функция.

### 3 Применение фильтра Хаара для сжатия изображения

Целью сжатия является некоторое преобразование изображения с целью уменьшения веса этого изображения.



Рис. 1: Исходное изображение

Значение яркости одного пиксела может принимать значения  $[0;255]$ , где 0 - черный цвет, 255 - белый цвет.

Алгоритм сжатия изображения с использованием фильтра Хаара в общем случае состоит в следующем:

1. В каждой строке (столбца) исходного изображения попарно берутся два соседних пиксела и на основе значений их яркости вычисляется полусумма и полуразность этих значений. Далее значения полусумм для удобства относят в левую сторону, а полуразностей в правую. В общем случае эти значения можно получить по формуле:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{y+x}{2} \\ \frac{y-x}{2} \end{pmatrix}$$

где  $x$  - значение яркости первого пиксела,  $y$  - второго.

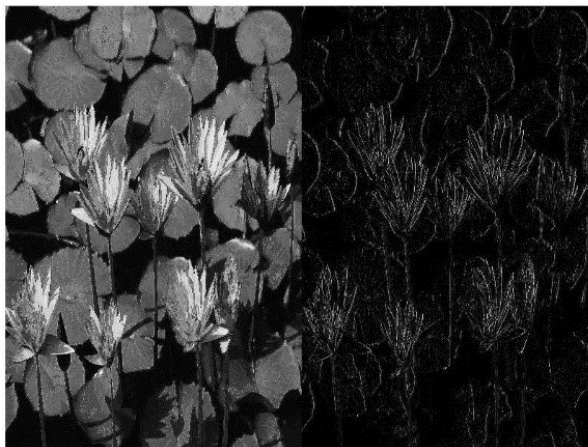


Рис. 2: Результат преобразования на первом шаге

На рисунке 2. в левой части располагаются полусуммы соседних пикселей каждой строки (усредненное значение яркостей каждой пары пикселей) , в правой - полуразности (разностная характеристика значений яркости каждой пары пикселей).

2. Полученное на первом шаге изображение изменяется аналогично первому шагу, только теперь действия выполняются для каждого столбца (строки).

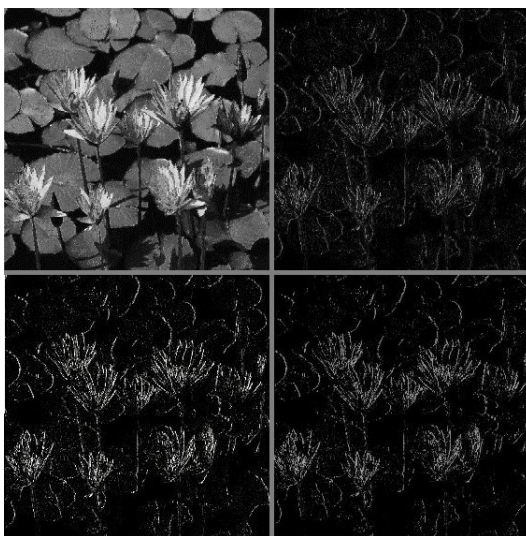


Рис. 3: Результат преобразования на втором шаге

3. Далее применяется фильтр, параметром которого является некоторое пороговое значение, меньше которого высокочастотная составляющая изображения аннулируется.

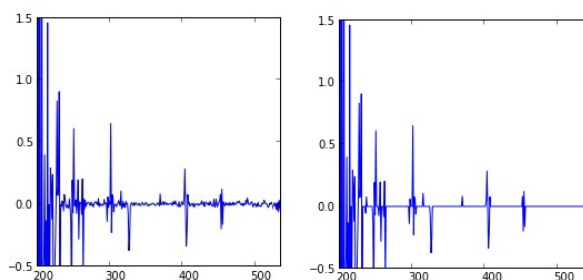


Рис. 4: График значений яркостей пикселей первой строки до и после фильтра

На графике 4. слева изображены значения яркостей пикселей первой строки до применения фильтра. Справа - значения яркостей пикселей первой строки после применения фильтра с входным параметром  $p = 0.05$ . Как можно увидеть, значения  $u$  пикселей в левой части заметно выше чем у пикселей правой.

4. После фильтрации изображение восстанавливается путем поочередного восстановления каждой пары пикселей в столбце (строке). Поскольку мы знаем полусумму  $a$  и полуразность  $b$  каждой пары то значение яркости первого пиксела можно вычислить как  $a - b$ , а второго  $a + b$ . Далее, аналогично восстанавливаются пиксели в каждой строке (столбце). Также, восстановление можно произвести путем умножения каждой пары пикселей  $x$  и  $y$  на обратную матрицу:

$$H^{-1} = H^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$



Рис. 5: Восстановленное изображение

## 4 Результаты исследования

Данный алгоритм можно применять многократно, а также изменять пороговое значение для фильтра.

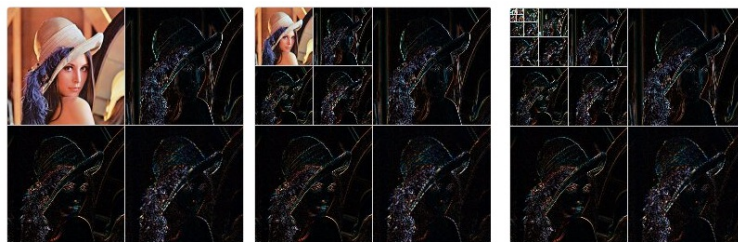


Рис. 6: 4х-кратное применение



Рис. 7: Исходное и восстановленное изображения с пороговым значением фильтра 0.05

Потеря низкочастотных составляющих коэффициентов  $\approx 85\%$



Рис. 8: Восстановленное изображения с пороговым значением фильтра 0.1

Потеря низкочастотных составляющих коэффициентов  $\approx 93\%$



Рис. 9: Восстановленное изображения с пороговым значением фильтра 0.5

Потеря низкочастотных составляющих коэффициентов  $\approx 99\%$

## 5 Заключение

В ходе работы был изучен метод дискретного вейвлетного преобразования изображения на базе фильтра Хаара. По результатам исследования можно сделать вывод, что такой метод фильтрации является наиболее оптимальным для изображений, имеющих минимальное количество контуров и резких изменений яркости (напр. фотография неба). При фильтрации таких изображений образуется длинные последовательности нулей, что хорошо сказывается на дальнейшем сжатии. При сравнительно большом отсеивании коэффициентов низкочастотной составляющей (рис. 7) потери качества изображения для человеческого глаза практически не видны. Однако, изображение достаточно чувствительно к фильтру с большим пороговым значением. При  $p = 0.5$  (рис 9.) картинка перестаёт быть четкой, появляется большое количество квадрантов одинаковой яркости, в следствие чего теряется большое количество контуров.



## 6 Список используемой литературы

1. Возможности вейвлетов для применения в системах широкополосного радиомониторинга - <https://esa-conference.ru/wp-content/uploads/files/pdf/Makarov-Andrej-Viktorovich.pdf>
2. Вейвлет-сжатие - <https://habr.com/ru/post/168517/>