

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА № 52

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Доцент, к.т.н., доцент

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

Н.В. Марковская

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3

Исследование интенсивности отказов для невосстанавливаемых систем

по курсу: НАДЕЖНОСТЬ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №

5822

подпись, дата

Е. Д. Энс

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2022

1. Цель работы:

Требуется реализовать программу имитационного моделирования процесса функционирования невосстанавливаемой системы для всех периодов жизни системы и построить зависимость надежности и интенсивности отказов от времени.

2. Теоретические сведения:

2.1 Основные показатели надежности невосстанавливаемых объектов

В качестве основной исследуемой величины будем использовать наработку до первого отказа (другими словами, время безотказной работы), которую будем обозначать как τ . Величина τ является непрерывной случайной величиной, и в качестве ее показателей надежности, в принципе, можно использовать вероятностные характеристики, такие как функция распределения $F(t)$, плотность распределения $f(t)$ и математическое ожидание $M[\tau]$.

Чтобы проанализировать надежность невосстанавливаемых объектов используются три основных показателя надежности:

- Функция надежности $R(t)$;
- Интенсивность отказов $\lambda(t)$;
- Среднее время безотказной работы \bar{T} .

Функция надежности $R(t)$ – это вероятность безотказной работы в течение заданного времени t .

$$R(t) \triangleq \Pr\{\tau > t\} \quad (1)$$

По своему определению функция надежности связана с функцией распределения случайной величины τ по следующей формуле:

$$R(t) \triangleq 1 - F(t) \quad (2)$$

Необходимо вывести графики функции надежности $R(t)$, которая показывает вероятность того, что система работает, где

- Функция надежности - невозрастающая функция;
- Принимает только неотрицательные значения;
- Определена на интервале $[0, \infty)$;
- $R(0) = 1$;
- Безразмерная функция.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ определяет условную плотность вероятности отказа объекта в момент времени, следующий непосредственно за моментом t . Интенсивность отказов является локальной по времени характеристикой. Чем больше значение этого показателя, тем больше вероятность того, что объект, проработавший до момента t , вскоре откажет.

Функция интенсивности отказов подчиняется только естественным условиям:

- $\lambda(t) \geq 0$;
- $t \in [0, \infty)$.

Необходимо вывести графики функции интенсивности отказов $\lambda(t) = \frac{-R'(t)}{R(t)}$.

При моделировании эти функции рассчитываются по формулам

$$R(t) = \frac{n_t}{n}, \quad (3)$$

$$\lambda(t) = \frac{n_t - n_{t+\Delta}}{n_t} \frac{1}{\Delta}, \quad (4)$$

где n_t – количество систем, работающих в момент времени t , n – общее количество систем.

Среднее время \bar{T} безотказной работы измеряется в единицах времени, как правило, в часах.

2.2 Три периода жизни объекта

Весь период эксплуатации объекта, начиная от ввода и заканчивая достижением предельного состояния, можно условно разделить на три периода, как это показано на рисунке:

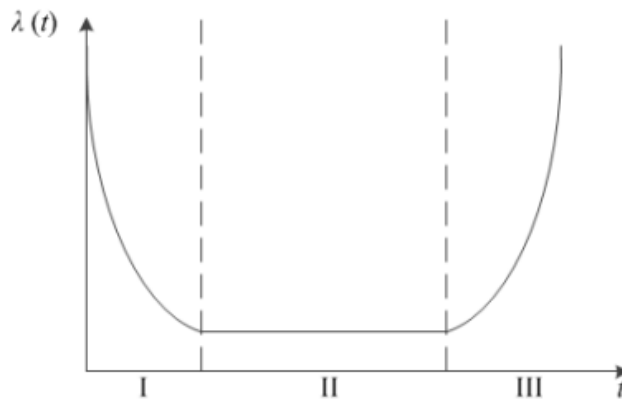


Рисунок 1 – Периоды жизни объекта

2.2.1 Период приработки

При моделировании первого периода - приработки - системы делятся на две группы с заданной вероятностью. После этого каждый элемент каждой группы принимается как отдельная система, для которой генерируется период жизни

$$T = \frac{-\ln(u)}{\lambda_k}, \quad (5)$$

где u – случайная величина, распределенная по равномерному закону, λ_k – интенсивность k -ой группы.

Теоретическая формула функции надежности для первого периода выглядит следующим образом:

$$R(t) = \sum_{i=1}^k R_i(t) \cdot p_i; \quad (6)$$

$$R(t)_{k=2} = e^{-\lambda_1 t} p_1 + e^{-\lambda_2 t} p_2, \quad (7)$$

где k – количество групп систем, $R_i(t)$ – функция надежности для i -той группы, p_i – вероятность того, что система принадлежит i -той группе.

Функция интенсивности отказов в этом случае принимает вид

$$\lambda(t)_{k=2} = \frac{-R'(t)}{R(t)} = \frac{-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} p_1 - \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} p_2}{e^{-\lambda_1 t} p_1 + e^{-\lambda_2 t} p_2}. \quad (8)$$

2.2.2 Период нормального функционирования

Период нормального функционирования предполагает моделирование системы из последовательно соединенных элементов из разных групп. Период жизни системы из двух элементов определяется по формуле

$$T = \min(T_1, T_2), \quad (9)$$

где T_i считается по формуле, приведенной в описании моделирования первого периода.

Теоретическая формула функции надежности для второго периода выглядит следующим образом:

$$R(t) = \prod_{i=1}^k R_i(t); \quad (10)$$

$$R(t)_{k=2} = e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}, \quad (11)$$

где k – количество групп систем, $R_i(t)$ – функция надежности для i -той группы. Функция интенсивности отказов в этом случае принимает вид

$$\lambda(t)_{k=2} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}}{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}} = (\lambda_1 + \lambda_2). \quad (12)$$

2.2.3 Период старения

Период жизни системы при моделировании периода старения определяется, как

$$T = \max(T_1, T_2), \quad (13)$$

и представляет из себя систему из параллельно соединенных элементов.

Теоретическая формула функции надежности для третьего периода:

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - R_i(t)); \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 R(t)_{k=2} &= 1 - (1 - R_1(t))(1 - R_2(t)) = R_1(t) + R_2(t) - R_1(t)R_2(t) \\
 &= \\
 &= e^{-\lambda_1 t} + e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Теоретическая формула функции интенсивности отказов:

$$\lambda(t)_{k=2} = \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} - (\lambda_1 + \lambda_2) e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}}{e^{-\lambda_1 t} + e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}}.
 \tag{16}$$

3. Результаты работы

На рисунке 2 представлены графики, построенные в результате моделирования и теоретического расчета функций, определяющих последовательно три периода жизни невосстанавливаемых систем при следующих значениях

$$n = 50000, \lambda_1 = 0.8, \lambda_2 = 1.1.$$

Функция надежности системы является убывающей во всех трех случаях. Это объясняется тем, что элементы не восстанавливаются, значит, количество работающих элементов может только уменьшаться.

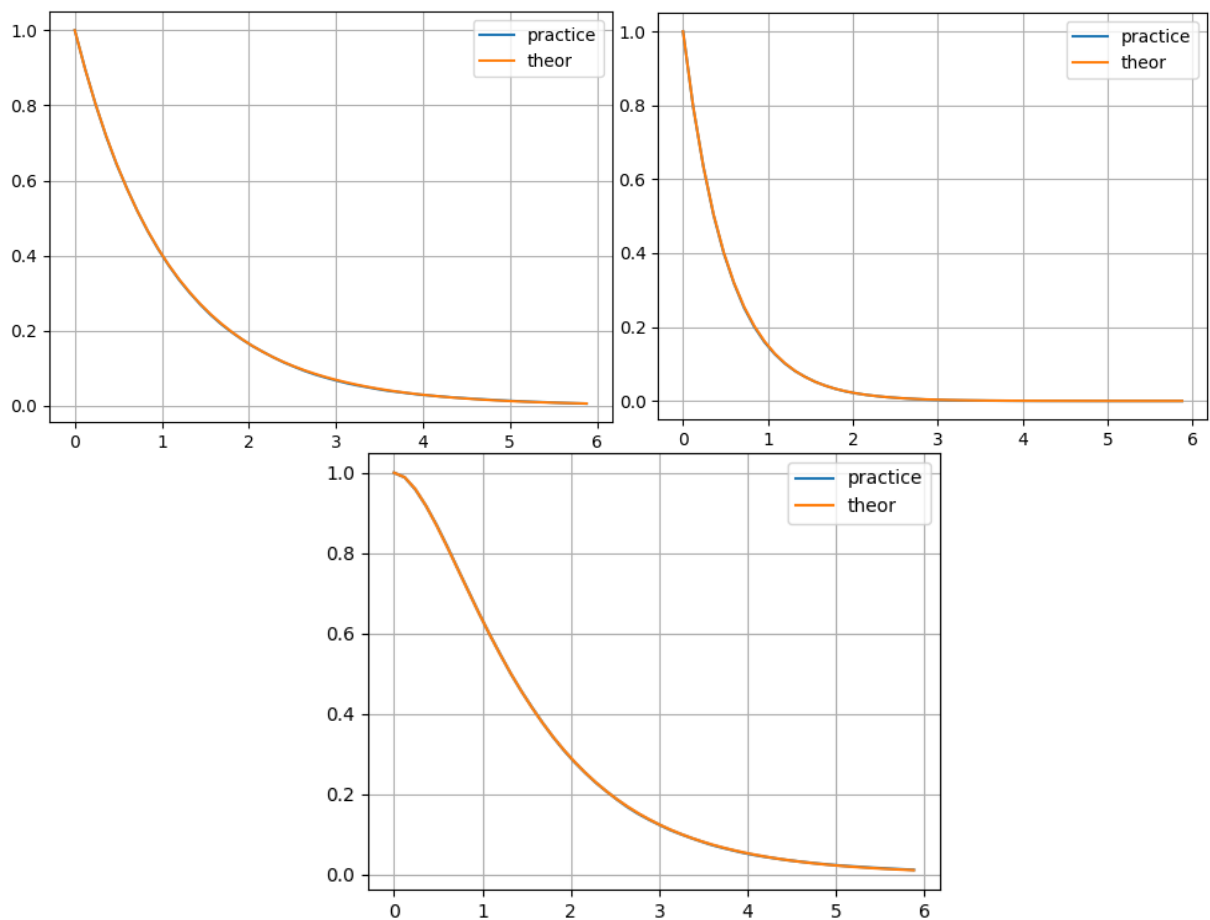


Рисунок 2 - Функция надежности системы для трех периодов жизни невосстанавливаемой системы

Функция интенсивности отказов для первого периода является убывающей, что можно сравнить с отказами "бракованных" элементов на ранних этапах. Для второго периода она является постоянной величиной. В третьем периоде интенсивность отказов - возрастающая функция, сравнимая со старением системы. Смоделированные значения этой функции отклоняются от теоретических заметно сильнее, чем значения функции надежности.

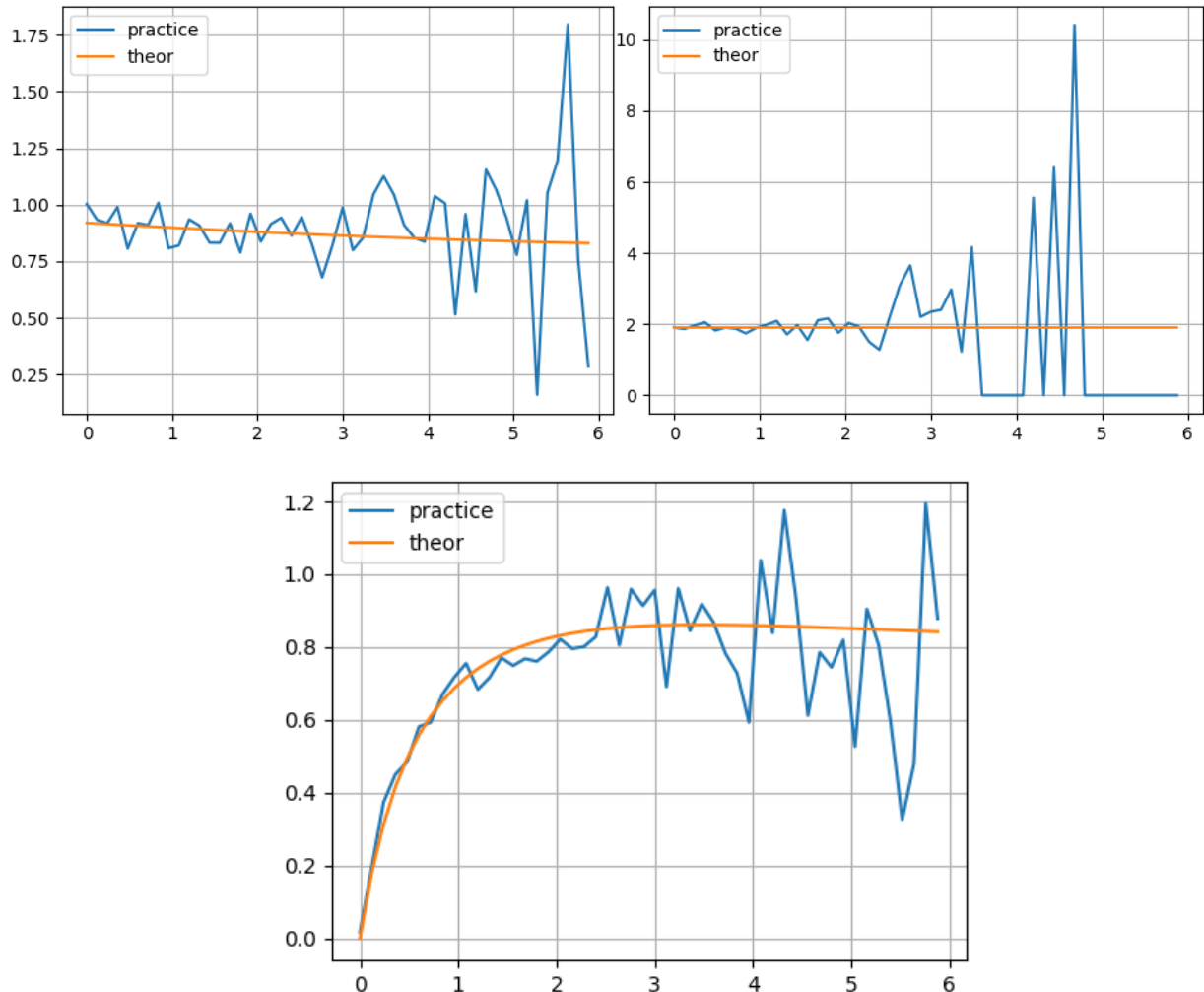


Рисунок 3 - Функция интенсивность отказов для трех периодов жизни невосстанавливаемой системы

4. Выводы:

В ходе лабораторной работы было проведено имитационное моделирование процесса функционирования невосстанавливаемой системы для всех периодов жизни системы и построены графики зависимости надёжности и интенсивности отказов от времени.