```
module target where
-- Operator precedence and associativity
infix 4 \_\leq_s_
infixl 6 __-
open import lib
-- Stack descriptor: (frames, displacement)
record SD: Set where
    constructor (__,__)
    field
                 f : N
                  d : ℕ
-- Stack descriptor operations
  _+<sub>s</sub>_-: SD \rightarrow \mathbb{N} \rightarrow SD
\langle f , d \rangle +_{s} n = \langle f , d + n \rangle
-- _-_s_ : (sd : SD) \rightarrow (n : N) \rightarrow n \leq SD.d sd \rightarrow SD -- (\langle S_f , S_d \rangle -s n) p = \langle S_f , (S_d - n) p \rangle
-\mathsf{s} \equiv \ : \ \forall \ \{f \ d \ d' \ n\} \ \rightarrow \ \{n \leq d' : \ n \leq d'\} \ \rightarrow \ \big(d' - n\big) \ n \leq d' \equiv d
                   \rightarrow \langle f , d \rangle \equiv (\langle f , d' \rangle -_{s} n) n \leq d'
-_s \equiv p \text{ rewrite } p = \text{refl}
 -- Stack descriptor lexicographic ordering
                      \_: SD \rightarrow SD \rightarrow Set where
data <u>_</u>≤<sub>s</sub>_
     \begin{array}{l} -\overbrace{\quad \  } \\ <-f: \ \forall \ \{f \ f' \ d \ d'\} \rightarrow f < f' \rightarrow \langle \ f \ , \ d \ \rangle \leq_{\mathrm{S}} \langle \ f' \ , \ d' \ \rangle \\ \leq-\mathrm{d}: \ \forall \ \{f \ d \ d'\} \rightarrow d \leq d' \rightarrow \langle \ f \ , \ d \ \rangle \leq_{\mathrm{S}} \langle \ f \ , \ d' \ \rangle \\ \end{array} 
\leq_{\mathsf{s}}-refl : \forall \{sd : \mathsf{SD}\} \rightarrow sd \leq_{\mathsf{s}} sd
\leq_{\mathsf{s}}-refl \{\langle f, d \rangle\} = \leq-d \leq-refl
\leq_{\mathsf{s}}\text{-trans}: \ \forall \{sd\ sd'\ sd'': \ \mathsf{SD}\} \rightarrow sd \leq_{\mathsf{s}} sd'' \rightarrow sd' \leq_{\mathsf{s}} sd'' \rightarrow sd \leq_{\mathsf{s}} sd'''
\leq_{s}-trans (<-f f < f') (\leq-d _) = <-f f < f'

\leq_{s}-trans (<-f f < f') (<-f f' < f'') = <-f (<-trans f < f' f' < f'')

\leq_{s}-trans (\leq-d _) (<-f f' < f'') = <-f f' < f''
\leq_{\mathsf{s}}\mathsf{-trans}\ (\leq\!\mathsf{-d}\ d\leq\!d')\ (\leq\!\mathsf{-d}\ d'\!\leq\!d'') = \leq\!\mathsf{-d}\ (\leq\!\mathsf{-trans}\ d\leq\!d'\ d'\!\leq\!d'')
+_{\mathsf{s}} \rightarrow \leq_{\mathsf{s}} : \forall \{sd : \mathsf{SD}\} \rightarrow \forall \{n : \mathbb{N}\} \rightarrow sd \leq_{\mathsf{s}} sd +_{\mathsf{s}} n
+_s \rightarrow \leq_s = \leq -d + \rightarrow \leq
-- Operator
data UnaryOp: Set where
    UNeg: UnaryOp
data BinaryOp: Set where
    BPlus: BinaryOp
    BMinus: BinaryOp
    BTimes: BinaryOp
data RelOp: Set where
    RLeq: RelOp
    RLt: RelOp
-- Nonterminals
-- Lefthand sides
data L (sd : SD) : Set where
    \text{l-var}: \left(sd^v: \mathsf{SD}\right) \to sd^v \leq_{\mathsf{s}} sd \to \mathsf{L} \ sd
    l-sbrs : \mathsf{L} \ sd
-- Simple righthand sides
data S(sd:SD):Set where
    s-1: L sd \rightarrow S sd
    \mathsf{s\text{-}lit}: \ \mathbb{Z} \to \mathsf{S} \ \mathit{sd}
-- Righthand sides
data R(sd : SD) : Set where
    \text{r-s}: \, \mathbf{S} \,\, sd \, \rightarrow \, \mathbf{R} \,\, sd
    \mathsf{r\text{-}unary}: \ \mathsf{UnaryOp} \to \mathsf{S} \ \mathit{sd} \to \mathsf{R} \ \mathit{sd}
    \mathsf{r\text{-}binary}: \mathsf{S} \ \mathit{sd} \rightarrow \mathsf{BinaryOp} \rightarrow \mathsf{S} \ \mathit{sd} \rightarrow \mathsf{R} \ \mathit{sd}
-- Instruction sequences
data I (sd:SD): Set where
    \mathsf{stop}: \mathsf{I} \; sd
    assign-inc : (\delta:\mathbb{N}) \to \mathsf{L} \; (sd +_{\mathsf{s}} \delta) \to \mathsf{R} \; sd \to \mathsf{I} \; (sd +_{\mathsf{s}} \delta) \to \mathsf{I} \; sd
    \text{assign-dec}: \ (\delta:\mathbb{N}) \to \left(\delta {\leq} d: \ \delta \leq {\sf SD.d} \ sd\right) \to {\sf L} \ \left((sd -_{\sf s} \ \delta) \ \delta {\leq} d\right)
                                     \rightarrow \mathsf{R} \ sd \rightarrow \mathsf{I} \ ((sd -_{\mathsf{s}} \delta) \ \delta \leq d) \rightarrow \mathsf{I} \ sd
    \text{if-then-else-inc}: \ \big( \delta: \ \mathbb{N} \big) \to \mathsf{S} \ \mathit{sd} \to \mathsf{RelOp} \to \mathsf{S} \ \mathit{sd}
                                                  \rightarrow \mathsf{I} \left( sd +_{\mathsf{s}} \delta \right) \rightarrow \mathsf{I} \left( sd +_{\mathsf{s}} \delta \right) \rightarrow \mathsf{I} \; sd
    if-then-else-dec : (\delta: \mathbb{N}) \to (\delta \leq d: \delta \leq \mathsf{SD.d} \ sd)
                                                  \rightarrow \mathsf{S} \ sd \rightarrow \mathsf{RelOp} \rightarrow \mathsf{S} \ sd
                                                  adjustdisp-inc : (\delta:\mathbb{N}) \to \widetilde{\Gamma}(sd +_s \delta) \to \Gamma sd
    adjustdisp-dec : (\delta : \mathbb{N}) \to (\delta \leq d : \delta \leq \mathsf{SD.d} \ sd)
                                            \rightarrow I ((sd -_{s} \delta) \delta \leq d) \rightarrow I sd
    \mathsf{popto} : \big( \mathit{sd'} : \mathsf{SD} \big) \to \mathit{sd'} \leq_{\mathsf{s}} \mathit{sd} \to \mathsf{I} \; \mathit{sd'} \to \mathsf{I} \; \mathit{sd}
\begin{array}{l} \mathsf{I\text{-}sub}: \ \forall \ \{f \ d \ d' \ n\} \to \{n{\leq}d': \ n \leq d'\} \to (d'-n) \ n{\leq}d' \equiv d \\ \to \mathsf{I} \ (\langle f \ , \ d \ \rangle) \to \mathsf{I} \ ((\langle f \ , \ d' \ \rangle -_{\mathsf{s}} \ n) \ n{\leq}d') \end{array}
 \textbf{I-sub} \ \{n=n\} \ d\text{'}-n\equiv d \ c = \textbf{sub} \ \textbf{I} \ (\textbf{-}_{\textbf{s}} \equiv \{n=n\} \ d\text{'}-n\equiv d) \ c
```