```
module target where
-- Operator precedence and associativity
infix 4 \_\leq_s_
infixl 6 _---s_-_-s_-
open import lib
-- Stack descriptor: (frames, displacement)
record SD: Set where
    constructor (__,__)
    field
       f : ℕ
        d : ℕ
-- Stack descriptor operations
  \_+_{s}: SD \rightarrow \mathbb{N} \rightarrow SD
\langle \ f \ , \ d \ \rangle +_{\mathbf{S}} n = \langle \ f \ , \ d + n \ \rangle
   \dot{-}_{s-}: SD \to \mathbb{N} \to SD
\langle \ f \ , \ d \ \rangle \ \dot{-}_{\mathbf{s}} \ n = \langle \ f \ , \ d \ \dot{-} \ n \ \rangle
-- _-_s_ : (sd : SD) \rightarrow (n : \mathbb{N}) \rightarrow n \leq SD.d sd \rightarrow SD -- (\langle S_f , S_d \rangle -_s n) p = \langle S_f , (S_d - n) p \rangle
     -s: (sd : SD) \rightarrow Fin (suc (SD.d <math>sd)) \rightarrow SD
\langle f , d \rangle -_{\mathbf{s}} n = \langle f , d - n \rangle
-_{\mathsf{s}} \equiv \ : \ \forall \ \{f \ d \ d' \ n\} \rightarrow (d' - n \equiv d) \rightarrow \langle \ f \ , \ d \ \rangle \equiv \langle \ f \ , \ d' \ \rangle -_{\mathsf{s}} \ n
-_s \equiv p \text{ rewrite } p = \text{refl}
-- Stack descriptor lexicographic ordering
                    \_: SD \rightarrow SD \rightarrow Set where
     \begin{array}{l} - \text{S} \\ < \text{-f}: \ \forall \ \{f \ f' \ d \ d'\} \rightarrow f < f' \rightarrow \langle \ f \ , \ d \ \rangle \leq_{\text{S}} \langle \ f' \ , \ d' \ \rangle \\ \leq \text{-d}: \ \forall \ \{f \ d \ d'\} \rightarrow d \leq d' \rightarrow \langle \ f \ , \ d \ \rangle \leq_{\text{S}} \langle \ f \ , \ d' \ \rangle \\ \end{array} 
\leq_{\mathsf{s}}-refl : \forall \{sd : \mathsf{SD}\} \to sd \leq_{\mathsf{s}} sd
\leq_{\mathsf{s}}-refl \{\langle f, d \rangle\} = \leq-d \leq-refl
\leq_{\mathbf{s}}\text{-trans}: \ \forall \{sd\ sd'\ sd'': \ \mathsf{SD}\} \rightarrow sd \leq_{\mathbf{s}} sd' \rightarrow sd' \leq_{\mathbf{s}} sd'' \rightarrow sd \leq_{\mathbf{s}} sd''
\leq_{s}-trans (<-f f < f') (\leq-d _) = <-f f < f'

\leq_{s}-trans (<-f f < f') (<-f f' < f'') = <-f (<-trans f < f' f' < f'')

\leq_{s}-trans (\leq-d _) (<-f f' < f'') = <-f f' < f''
\leq_{\mathsf{s}}-trans (\leq-d d\leq d') (\leq-d d'\leq d") = \leq-d (\leq-trans d\leq d' d'\leq d")
+_{\mathsf{s}} \rightarrow \leq_{\mathsf{s}} : \, \forall \{sd:\, \mathsf{SD}\} \,\rightarrow\, \forall \{n:\, \mathbb{N}\} \,\rightarrow\, sd \leq_{\mathsf{s}} sd \,+_{\mathsf{s}} \, n
+_s \rightarrow \leq_s = \leq -d + \rightarrow \leq
-- Operator
data UnaryOp: Set where
    UNeg: UnaryOp
data BinaryOp: Set where
    BPlus: BinaryOp
    BMinus : BinaryOp
    BTimes : BinaryOp
data RelOp: Set where
    RLeq: RelOp
    RLt: RelOp
-- Nonterminals
-- Lefthand sides
data L (sd:SD): Set where
    l\text{-var}: (sd^v: SD) \to sd^v \leq_{\mathsf{s}} sd \to \mathsf{L} \ sd
    l-sbrs : L sd
-- Simple righthand sides
data S(sd:SD):Set where
    s\text{-}I: \ \textbf{L} \ sd \rightarrow \ \textbf{S} \ sd
    \mathsf{s\text{-}lit}: \ {\color{red}\mathbb{Z}} \to {\color{red}\mathsf{S}} \ \mathit{sd}
-- Righthand sides
data R(sd:SD): Set where
    r-s: S sd \rightarrow R sd
    r-unary : UnaryOp \rightarrow S sd \rightarrow R sd
    r-binary : S \ sd \rightarrow BinaryOp \rightarrow S \ sd \rightarrow R \ sd
       Instruction sequences
data I (sd : SD) : Set where
    stop: I sd
    \text{assign-inc}: \ (\delta: \ \mathbb{N}) \to \mathsf{L} \ (sd +_{\mathsf{s}} \delta) \to \mathsf{R} \ sd \to \mathsf{I} \ (sd +_{\mathsf{s}} \delta) \to \mathsf{I} \ sd
    assign-dec : (\delta : \mathsf{Fin} (\mathsf{suc} (\mathsf{SD.d} \ sd))) \to \mathsf{L} (sd -_{\mathsf{s}} \delta) \to \mathsf{R} \ sd
                                  \rightarrow I (sd -_{s} \delta) \rightarrow I sd
    \text{if-then-else-inc}: \ (\delta: \ \mathbb{N}) \to \mathsf{S} \ \mathit{sd} \to \mathsf{RelOp} \to \mathsf{S} \ \mathit{sd}
                                                \rightarrow \mathsf{I} \left( sd +_{\mathsf{s}} \delta \right) \rightarrow \mathsf{I} \left( sd +_{\mathsf{s}} \delta \right) \rightarrow \mathsf{I} sd
     \text{if-then-else-dec}: \ (\delta: \ \mathsf{Fin} \ (\mathsf{suc} \ ( \ \mathsf{SD.d} \ sd))) \to \mathsf{S} \ sd \to \mathsf{RelOp} \to \mathsf{S} \ sd 
    adjustdisp-dec : (\delta : \mathsf{Fin} (\mathsf{suc} (\mathsf{SD.d} \ sd))) \to \mathsf{I} (sd -_{\mathsf{s}} \delta) \to \mathsf{I} \ sd
    \mathsf{popto} : (\mathit{sd}' : \mathsf{SD}) \to \mathit{sd}' \leq_{\mathsf{s}} \mathit{sd} \to \mathsf{I} \: \mathit{sd}' \to \mathsf{I} \: \mathit{sd}
```