

# Obsah

<b>1 Elektrické pole</b>	<b>4</b>
1.1 Elektrické pole v látkách . . . . .	4
1.1.1 Permitivita – $\varepsilon$ . . . . .	4
1.1.2 Dielektrická prostředí . . . . .	5
1.2 Elektrická intenzita – $\vec{E}(\vec{r}) [V \cdot m^{-1}]$ . . . . .	6
1.2.1 Elektrické siločáry . . . . .	7
1.3 Tok elektrické intenzity – $\Phi_E$ . . . . .	7
1.3.1 Elementární tok . . . . .	7
1.3.2 Gaussův zákon . . . . .	8
1.3.3 Elektrická indukce – $\vec{D} [C \cdot m^{-2}]$ . . . . .	8
1.4 Elektrický náboj – $Q [C]$ . . . . .	9
1.4.1 Zákon zachování elektrického náboje . . . . .	9
1.4.2 Kvantování elektrického náboje . . . . .	9
1.4.3 Invariance elektrického náboje . . . . .	9
1.5 Elektrická síla – $\vec{F} [N]$ . . . . .	10
1.5.1 Coulombův zákon . . . . .	10
1.5.2 Princip superpozice sil . . . . .	11
1.6 Elektrický potenciál – $\varphi [V]$ . . . . .	11
1.6.1 Coulombův potenciál bodového náboje . . . . .	12
1.6.2 Vztah intenzity pole a potenciálu . . . . .	12
1.6.3 Poissonova a Laplaceova rovnice . . . . .	12
1.6.4 Potenciální energie elektrického pole . . . . .	13
1.6.5 Elektrické napětí – $U [V]$ . . . . .	13
1.7 Elektrická kapacita – $C [F]$ . . . . .	13
1.7.1 Kondenzátor . . . . .	14
1.7.2 Energie elektrického pole kondenzátoru – $W_E [J]$ . . . . .	15
1.7.3 Síla mezi deskami kondenzátoru – $\vec{F}_K [N]$ . . . . .	15
1.8 Elektrický proud – $I [A]$ . . . . .	15
1.8.1 Proudová hustota – $\vec{J} [A \cdot m^{-2}]$ . . . . .	16
<b>2 Magnetické pole</b>	<b>17</b>
2.0.1 Intenzita magnetického pole – $\vec{H}$ . . . . .	17
2.0.2 Permitivita - $\mu$ . . . . .	17
2.1 Magnetická indukce – $\vec{B} [T]$ . . . . .	18
2.1.1 Biot–Savartův zákon . . . . .	19
2.1.2 Magnetické pole přímého vodiče . . . . .	19
2.1.3 Magnetické indukční čáry . . . . .	19
2.2 Magnetický indukční tok – $\Phi [Wb]$ . . . . .	20
2.3 Lorentzova síla – $\vec{F}_L [N]$ . . . . .	20
2.3.1 Ampérův zákon síly . . . . .	21
2.4 Indukčnost – $L [H]$ . . . . .	22

2.4.1	Energie magnetického pole – $W_M$ [J] . . . . .	23
2.4.2	Solenoid . . . . .	23
2.4.3	LC obvod . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Optika</b>	<b>25</b>
3.1	Paprsková optika . . . . .	25
3.1.1	Postuláty paprskové optiky . . . . .	25
3.1.2	Lom světla . . . . .	27
3.1.3	Totální reflexe . . . . .	29
3.2	Vlnová optika . . . . .	29
3.2.1	Postuláty vlnové optiky . . . . .	29
3.2.2	Vlnová funkce – $u(\vec{r}, t)$ . . . . .	30
3.2.3	Komplexní vlnová funkce – $\hat{U}(\vec{r}, t)$ . . . . .	30
3.2.4	Optická intenzita – $I$ [ $W \cdot m^{-2}$ ] . . . . .	31
3.2.5	Helmholtzova rovnice . . . . .	31
3.2.6	Monochromatická vlna . . . . .	32
3.2.7	Rovinná vlna . . . . .	32
3.2.8	Sférická vlna . . . . .	33
3.2.9	Interference . . . . .	34
3.2.10	Interferenční rovnice . . . . .	34
3.2.11	Interference dvou rovninných vln . . . . .	35
3.3	Elektromagnetická optika . . . . .	35
3.3.1	Postuláty elektromagnetické optiky . . . . .	35
3.3.2	Maxwellovy rovnice . . . . .	37
3.3.3	Helmholtzova rovnice v elektromagnetické optice . . . . .	38
3.3.4	Monochromatická elektromagnetická vlna . . . . .	39
3.3.5	Poyntingův vektor – $\vec{S}$ [ $W \cdot m^{-2}$ ] . . . . .	39
3.3.6	Optická intenzita – $I$ [ $W \cdot m^{-2}$ ] . . . . .	39
3.3.7	Interakce záření s hmotou . . . . .	40
3.3.8	Laser . . . . .	42

0205\_Elektricke\_pole 0220\_Magneticke\_pole 0215\_Optika

# 1 Elektrické pole

- Elektrické pole je prostor obklopující elektricky nabité těleso
- V tomto prostoru se projevuje působení elektrické síly
- Elektrické pole definuje Elektrická intenzita, v něm se nachází elektrický náboj mezi kterými působí Elektrická síla
- V případě, že se jednotlivé náboje uspořádaně pohybují, vzniká Elektrický proud
- Následně platí, že pokud definujeme referenční bod, lze do elektrického pole vynést Elektrický potenciál, který přímo definuje elektrické napětí
- Jakmile výše uvedené pojmy známe, lze definovat kapacitu, která vyjadřuje míru schopnosti materiálu pojmut elektrický náboj

## 1.1 Elektrické pole v látkách

### 1.1.1 Permitivita – $\epsilon$

- Permitivita je fyzikální veličina popisující schopnost prostředí reagovat na elektrické pole
- Vyjadřuje míru polarizace prostředí vlivem elektrického pole
- Určuje vztah mezi elektrickou intenzitou a elektrickou indukcí v daném prostředí

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

- V obecném případě platí

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

Symbol	Význam
$\epsilon$	permitivita prostředí
$\epsilon_0$	permitivita vakua
$\epsilon_r$	relativní permitivita prostředí

- Permitivita vakua je konstantní

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

- Relativní permitivita charakterizuje elektrické vlastnosti látky
- Pro vakuum platí  $\epsilon_r = 1$
- V lineárním izotropním prostředí je permitivita skalární konstanta

- V nehomogenním prostředí může permitivita záviset na poloze

$$\varepsilon = \varepsilon(\vec{r})$$

- Permitivita ovlivňuje:

- velikost elektrické intenzity v prostředí
- kapacitu kondenzátorů
- šíření elektromagnetických vln v látkách

### 1.1.2 Dielektrická prostředí

- a) **Lineární prostředí** - Vztah mezi vektorem elektrické polarizace a intenzitou elektrického pole je lineární

$$\vec{P} = k \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$$

Symbol	Význam
$\vec{P}$	vektor elektrické polarizace
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole
$k$	konstanta úměrnosti
$\chi$	elektrická susceptibilita
$\varepsilon_0$	permitivita vakua

- b) **Nedisperzní prostředí** - Permitivit prostředí nezávisí na frekvenci  $\nu$  - Polarizace v čase  $t$  závisí pouze na intenzitě elektrického pole ve stejném čase  $t$

- c) **Izotropní prostředí** - Vektor elektrické polarizace je rovnoběžný s vektorem intenzity elektrického pole

$$\vec{P} \parallel \vec{E}$$

- Prostředí má ve všech směrech stejné vlastnosti

- d) **Homogenní prostředí** - Permitivit je konstantní v celém objemu

$$\varepsilon = \text{konst.}$$

---

e) **Nehomogenní prostředí** - Permitivit závisí na poloze v prostoru

$$\varepsilon = \varepsilon(\vec{r})$$

- Prostředí lze považovat za lokálně homogenní, pokud je permitivit konstantní na oblasti o rozměru srovnatelném s vlnovou délkou  $\lambda$
- 

- Nejjednodušším příkladem dielektrického prostředí je vakuum
- Vakuum je lineární, nedisperzní, izotropní a homogenní

## 1.2 Elektrická intenzita – $\vec{E}(\vec{r})$ [ $V \cdot m^{-1}$ ]

- Elektrické pole je prostředníkem interakce mezi nabitémi tělesy
- Je definováno pomocí síly působící na kladný testovací náboj

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{Q}$$

Symbol	Význam
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole
$\vec{F}$	elektrická síla
$Q$	testovací náboj

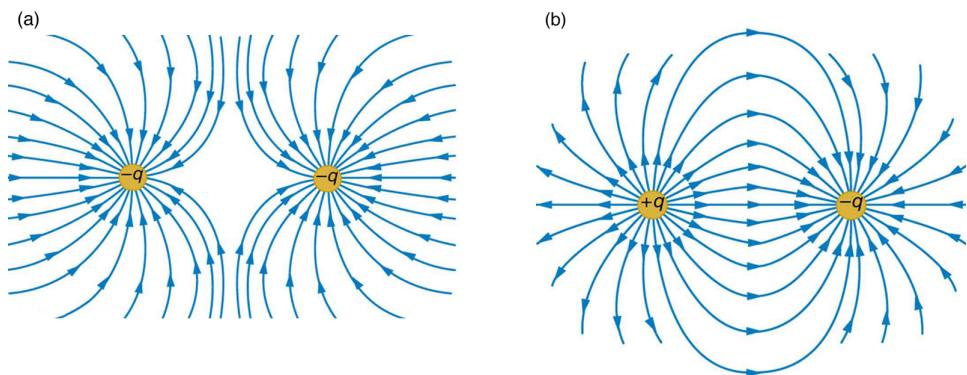
- Elektrická intenzita je jednoznačná funkce popisující elektrické pole
- Je-li pole vybuzeno více náboji, platí princip superpozice

$$\vec{E}_c = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Symbol	Význam
$\vec{E}_c$	výsledná intenzita pole
$\vec{E}_i$	dílčí intenzity

### 1.2.1 Elektrické siločáry

- Elektrické pole lze graficky znázornit pomocí elektrických siločar
- Jedná se o myšlené orientované křivky s následujícími vlastnostmi:
  - každým bodem prostoru prochází právě jedna siločára
  - siločáry se neprotínají
  - orientovaná tečna siločáry v daném bodě má směr vektoru intenzity elektrického pole  $\vec{E}$
  - siločáry vycházejí z kladných nábojů a vstupují do záporných nábojů
  - siločáry mohou začínat nebo končit v nekonečnu
  - hustota siločar je úměrná velikosti elektrické intenzity



### 1.3 Tok elektrické intenzity – $\Phi_E$

- Tok elektrické intenzity popisuje množství elektrické intenzity, které prochází kolmo danou plochou
- Uvažuje se ploška tak malá, aby bylo možné intenzitu na ní považovat za konstantní
- Ploška je popsána vnějším normálovým vektorem  $d\vec{S}$

#### 1.3.1 Elementární tok

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Symbol	Význam
$d\Phi_E$	elementární tok elektrické intenzity
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole
$d\vec{S}$	orientovaný plošný element

- Celkový tok elektrické intenzity plochou je dán plošným integrálem přes danou plochu

### 1.3.2 Gaussův zákon

- Tok elektrické intenzity uzavřenou plochou je úměrný celkovému náboji uvnitř této plochy

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{uvnitr}}}{\epsilon_0}$$

Symbol	Význam
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole
$d\vec{S}$	orientovaný plošný element
$Q_{\text{uvnitr}}$	náboj uvnitř plochy
$\epsilon_0$	permitivita vakua

### 1.3.3 Elektrická indukce – $\vec{D}$ [ $C \cdot m^{-2}$ ]

- Elektrická indukce je vektorová fyzikální veličina
- Umožňuje popis elektrického pole v látkovém prostředí
- Charakterizuje elektrické pole se započtením vlivu polarizace dielektrika
- Nejedná se o děj elektromagnetické indukce, ale o fyzikální veličinu

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

- Vektor elektrické polarizace  $\vec{P}$  vyjadřuje vliv vázaných nábojů v dielektriku
- V lineárním izotropním prostředí platí

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

- Potom lze elektrickou indukci vyjádřit ve tvaru

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

Symbol	Význam
$\vec{D}$	elektrická indukce
$\epsilon_0$	permitivita vakua
$\epsilon_r$	relativní permitivita prostředí
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole

Symbol	Význam
$\vec{P}$	vektor elektrické polarizace

## 1.4 Elektrický náboj – $Q [C]$

- Elektrický náboj je fyzikální vlastnost hmoty
- Projevuje se působením síly v elektromagnetickém poli
- Přítomnost elektrického náboje je nutná pro vznik elektromagnetického pole
- Analogicky je přítomnost hmoty nutná pro existenci gravitačního pole
- Podle náboje je dělíme na kladné a záporné
- Souhlasné náboje se odpuzují a naopak

- 
- Nachází-li se na tělese více nábojů, je celkový náboj roven jejich algebraickému součtu

$$Q_c = \sum_{i=1}^n Q_i$$

Symbol	Význam
$Q_c$	celkový elektrický náboj tělesa
$Q_i$	dílčí elektrické náboje
$n$	počet nábojů

### 1.4.1 Zákon zachování elektrického náboje

- Celkové množství elektrického náboje v elektricky izolované soustavě je konstantní
- Elektrický náboj nelze vytvořit ani zničit, pouze přemístit

### 1.4.2 Kvantování elektrického náboje

- Celkový náboj je celočíselným násobkem elementárního náboje

$$Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$$

### 1.4.3 Invariance elektrického náboje

- Velikost elektrického náboje je invariantní při transformacích vztažné soustavy
- Při pohybu se velikost náboje nemění (narozdíl od hmotnosti)

## 1.5 Elektrická síla – $\vec{F}$ [N]

- Elektrická síla působí na elektrický náboj vložený do elektrického pole
- Velikost síly je úměrná velikosti náboje a intenzitě elektrického pole

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$$

Symbol	Význam
$\vec{F}$	elektrická síla působící na náboj
$Q$	elektrický náboj
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole

- Pro kladný náboj má síla stejný směr jako  $\vec{E}$ , pro záporný opačný
- Pohyb bodového náboje v elektrickém poli je popsán rovnicí

$$m \cdot \vec{a} = Q \cdot \vec{E}$$

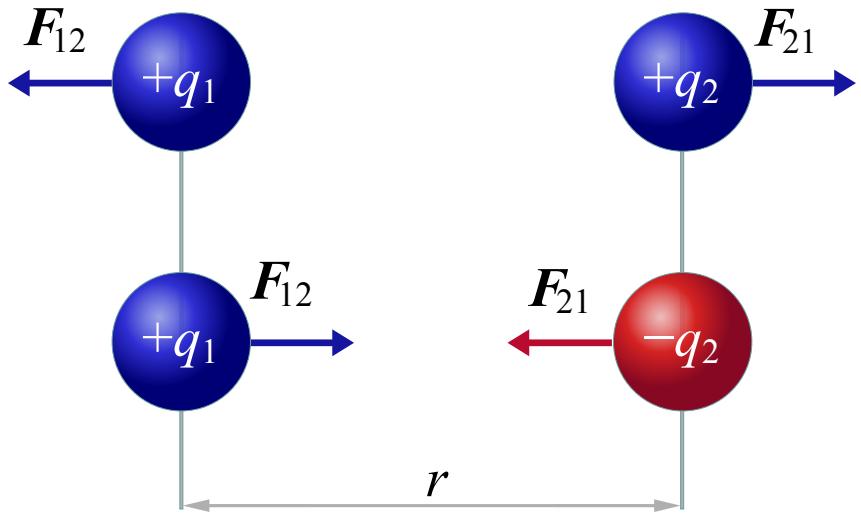
### 1.5.1 Coulombův zákon

- Mezi bodovými a stacionárními náboji působí elektrická síla

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|}$$

Symbol	Význam
$\vec{F}_1$	síla působící na náboj $Q_1$
$Q_1, Q_2$	elektrické náboje
$\epsilon_0$	permitivita vakua
$\epsilon_r$	relativní permitivita prostředí
$\vec{r}_{21}$	orientovaný vektor vzdálenosti mezi náboji

- Síly působící na oba náboje jsou stejně velké a opačně orientované
- Směr síly leží na přímce spojující oba náboje



$$|\mathbf{F}_{12}| = |\mathbf{F}_{21}| = k_e \frac{|q_1 \times q_2|}{r^2}$$

### 1.5.2 Princip superpozice sil

- Působí-li na náboj více jiných nábojů, výsledná síla je jejich vektorový součet

$$\vec{F}_c = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Symbol	Význam
$\vec{F}_c$	výsledná elektrická síla
$\vec{F}_i$	dílčí Coulombovy síly
$n$	počet nábojů

### 1.6 Elektrický potenciál – $\varphi [V]$

- Skalární fyzikální veličina charakterizující elektrické pole
- Vyjadřuje potenciální energii jednotkového elektrického náboje
- Udává práci potřebnou k přenesení jednotkového náboje z referenčního bodu
- Za nulový potenciál se obvykle volí nekonečno nebo povrch Země

$$\varphi(\vec{r}_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \int_V \frac{\rho(\vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} dV$$

Symbol	Význam
$\varphi(\vec{r}_2)$	elektrický potenciál v bodě $\vec{r}_2$
$\rho(\vec{r}_1)$	objemová hustota náboje
$\epsilon_0$	permitivita vakua
$\epsilon_r$	relativní permitivita prostředí
$\vec{r}_1, \vec{r}_2$	polohové vektory
$V$	integrační objem

### 1.6.1 Coulombův potenciál bodového náboje

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r}$$

Symbol	Význam
$Q$	bodový elektrický náboj
$r$	vzdálenost od náboje
$\epsilon_0$	permitivita vakua
$\epsilon_r$	relativní permitivita prostředí

### 1.6.2 Vztah intenzity pole a potenciálu

- Elektrická intenzita je dána záporným gradientem elektrického potenciálu

$$\vec{E} = -\nabla\varphi$$

Symbol	Význam
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole
$\nabla\varphi$	gradient elektrického potenciálu

### 1.6.3 Poissonova a Laplaceova rovnice

- Dosazením vztahu mezi intenzitou pole a potenciálem do Gaussova zákona vzniká Poissonova rovnice

$$\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Symbol	Význam
$\nabla^2\varphi$	Laplaceův operátor
$\rho$	hustota elektrického náboje
$\epsilon_0$	permitivita vakua

- V případě, kdy v prostoru není přítomen elektrický náboj ( $\rho = 0$ ), přechází Poissonova rovnice v Laplaceovu rovnici

$$\nabla^2\varphi = 0$$

#### 1.6.4 Potenciální energie elektrického pole

- Potenciální energie elektrického náboje v elektrickém poli je dána elektrickým potenciálem

$$E_p = Q \cdot \varphi$$

Symbol	Význam
$E_p$	potenciální energie
$Q$	elektrický náboj
$\varphi$	elektrický potenciál

#### 1.6.5 Elektrické napětí – $U$ [V]

- Elektrické napětí je rozdíl elektrických potenciálů mezi dvěma body

$$U = \varphi_1 - \varphi_2$$

Symbol	Význam
$U$	elektrické napětí
$\varphi_i$	elektrický potenciál v bodě i

#### 1.7 Elektrická kapacita – $C$ [F]

- Elektrická kapacita vyjadřuje schopnost vodivého tělesa shromažďovat elektrický náboj
- Jedná se o vlastnost každého vodiče

$$C = \frac{Q}{\varphi}$$

Symbol	Význam
$C$	elektrická kapacita
$Q$	elektrický náboj
$\varphi$	elektrický potenciál vodiče

### 1.7.1 Kondenzátor

- Kondenzátor je soustava vzájemně izolovaných vodivých těles
- V elektrotechnické praxi se jedná o dvojpólovou součástku s definovanou kapacitou
- U kondenzátoru se uvažuje rozdíl potenciálů mezi elektrodami

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{U}$$

Symbol	Význam
$C$	kapacita kondenzátoru
$Q$	náboj na elektrodách
$U$	napětí mezi elektrodami

### Deskový kondenzátor

- Nejčastější technická realizace kondenzátoru
- Kapacita závisí na geometrii a vlastnostech dielektrika

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

Symbol	Význam
$\varepsilon_0$	permitivita vakua
$\varepsilon_r$	relativní permitivita dielektrika
$S$	plocha překryvu desek
$d$	vzdálenost desek

### 1.7.2 Energie elektrického pole kondenzátoru – $W_E$ [J]

- Energie uložená v nabitém kondenzátoru

$$W_E = \frac{1}{2} C U^2$$

Symbol	Význam
$W_E$	energie elektrického pole
$C$	kapacita kondenzátoru
$U$	napětí mezi elektrodami

### 1.7.3 Síla mezi deskami kondenzátoru – $\vec{F}_K$ [N]

- Desky kondenzátoru jsou nabity opačnými náboji
- Mezi deskami proto působí přitažlivá elektrická síla

$$|\vec{F}_K| = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S \cdot U^2}{d^2} = \frac{W_E}{d}$$

Symbol	Význam
$\vec{F}_K$	síla mezi deskami kondenzátoru
$\epsilon_0$	permitivita vakua
$\epsilon_r$	relativní permitivita dielektrika
$S$	plocha desek
$U$	napětí
$d$	vzdálenost desek
$W_E$	energie elektrického pole

## 1.8 Elektrický proud – $I$ [A]

- Elektrický proud je uspořádaný pohyb elektrických nábojů
- Je definován jako časová změna elektrického náboje

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Symbol	Význam
$I$	elektrický proud
$Q$	elektrický náboj
$t$	čas

### 1.8.1 Proudová hustota – $\vec{J}$ [ $A \cdot m^{-2}$ ]

- Proudová hustota popisuje lokální rozložení elektrického proudu v prostoru

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}$$

Symbol	Význam
$\vec{J}$	proudová hustota
$\rho$	hustota elektrického náboje
$\vec{v}$	driftová rychlosť nábojů

## 2 Magnetické pole

- Magnetické pole je fyzikální pole, jehož zdrojem je pohybující se elektrický náboj
  - V technické praxi je zdrojem magnetického pole elektrický proud
  - Magnetické pole se vyskytuje:
  - v okolí vodičů s elektrickým proudem (volné elektrické proudy)
  - v okolí permanentních magnetů (vázané elektrické proudy)
  - Magnetické pole je vektorové pole charakterizované magnetickou indukcí
- 

### 2.0.1 Intenzita magnetického pole – $\vec{H}$

- Intenzita magnetického pole popisuje magnetické pole z hlediska vnějších proudů

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

### Intenzita magnetického pole –  $\vec{H}$  [ $A \cdot m^{-1}$ ] - Intenzita magnetického pole je vektorová fyzikální veličina - Popisuje silové účinky magnetického pole pouze z hlediska vnějších zdrojů - Vnějšími zdroji jsou volné elektrické proudy

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{J}$$

Symbol	Význam
$\vec{B}$	magnetická indukce
$\mu_0$	permeabilita vakua
$\mu_r$	relativní permeabilita prostředí
$\vec{H}$	intenzita magnetického pole
$\vec{J}$	vektor magnetické polarizace

- Ve většině případů se uvažuje  $\vec{J} = 0$
- 

### 2.0.2 Permitivita - $\mu$

- doplnit
-

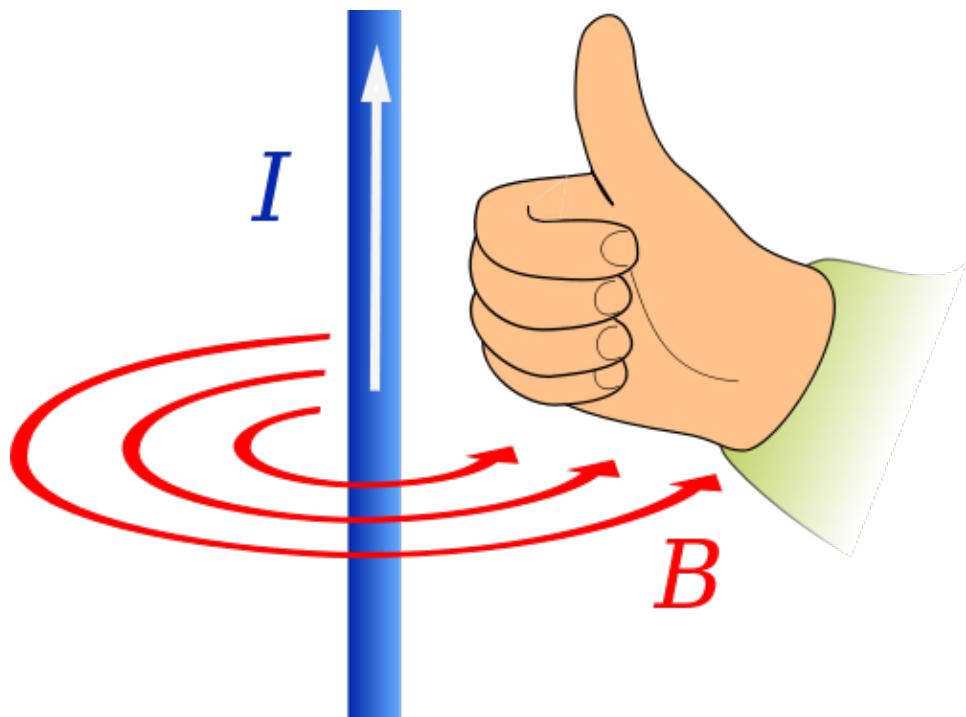
**a) Diamagnetika** - Látky, jejichž částice mají nulový magnetický moment - V magnetickém poli jsou slabě vytlačovány ven - Relativní permeabilita splňuje  $\mu_r < 1$

**b) Paramagnetika** - Látky s nenulovým magnetickým momentem částic - Magnetické momenty jsou bez vnějšího pole orientovány náhodně - Výsledný magnetický moment je nulový - V magnetickém poli jsou slabě vtahovány dovnitř - Relativní permeabilita splňuje  $\mu_r > 1$

**c) Feromagnetika** - Látky obsahující magnetické domény - V doménách jsou magnetické dipoly orientovány shodně - Bez vnějšího pole jsou domény orientovány náhodně - Ve vnějším magnetickém poli dochází k jejich orientaci - Po odeznamení pole: - magneticky měkká feromagnetika ztrácí magnetizaci - magneticky tvrdá feromagnetika zůstávají trvale zmagnetována - Relativní permeabilita splňuje  $\mu_r \gg 1$  - Feromagnetika jsou intenzivně vtahovány do magnetického pole

## 2.1 Magnetická indukce – $\vec{B}$ [T]

- Magnetická indukce popisuje silové účinky magnetického pole
- Udává působení magnetického pole na pohybující se nabité částici



### 2.1.1 Biot–Savartův zákon

- Magnetickou indukci vyvolanou pohybujícim se nábojem nebo proudem protékajícím vodičem charakterizuje Biot–Savartův zákon

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_k \frac{\vec{I} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}'}{|\vec{r}'|^3}$$

Symbol	Význam
$\vec{B}(\vec{r})$	magnetická indukce v bodě $\vec{r}$
$\mu_0$	permeabilita vakua
$I$	elektrický proud tekoucí vodičem
$d\vec{l}$	element délky vodiče
$\vec{r}'$	vektor od elementu vodiče do bodu pozorování
$k$	parametrická křivka odpovídající tvaru vodiče

- Vektor  $\vec{r}'$  je definován vztahem  $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{l}$  (Vektor  $\vec{r}'$  směruje od elementu vodiče do bodu pozorování)

### 2.1.2 Magnetické pole přímého vodiče

- Ve zjednodušeném případě velmi dlouhého přímého vodiče s proudem lze magnetickou indukci vyjádřit vztahem

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

Symbol	Význam
$\vec{B}$	velikost magnetické indukce
$\mu_0$	permeabilita vakua
$I$	elektrický proud
$d$	vzdálenost od vodiče

- Směr magnetické indukce závisí na orientaci proudu
- Směr lze určit pomocí Ampérova pravidla pravé ruky

### 2.1.3 Magnetické indukční čáry

- K popisu magnetického pole v technické praxi používáme magnetické indukční čáry
- Jedná se o uzavřené, neprotínající se orientované křivky

- Tečna indukční čáry v daném bodě má směr vektoru magnetické indukce  $\vec{B}$
- Hustota indukčních čar je úměrná velikosti magnetické indukce
- Existuje přímá analogie s elektrickými siločarami

## 2.2 Magnetický indukční tok – $\Phi$ [Wb]

- Magnetický indukční tok vyjadřuje celkový tok magnetické indukce skrz plochu
- Je mírou celkového počtu magnetických indukčních čar procházejících plochou

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Symbol	Význam
$\Phi$	magnetický indukční tok
$\vec{B}$	magnetická indukce
$d\vec{S}$	element orientované plochy
$S$	plocha, kterou tok prochází

- Je-li magnetická indukce homogenní a plocha rovinná, platí zjednodušený vztah

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Symbol	Význam
$B$	velikost magnetické indukce
$S$	obsah plochy
$\alpha$	úhel mezi normálou plochy a vektorem $\vec{B}$

## 2.3 Lorentzova síla – $\vec{F}_L$ [N]

- Síla působící na elektrický náboj pohybující se v elektrickém a magnetickém poli

$$\vec{F}_L = Q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Symbol	Význam
$\vec{F}_L$	Lorentzova síla
$Q$	elektrický náboj
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole
$\vec{v}$	rychlosť pohybu náboje
$\vec{B}$	magnetická indukce

- Magnetická složka Lorentzovy síly působí pouze na pohybující se náboj
- Směr magnetické síly je kolmý na směr  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$

### 2.3.1 Ampérův zákon síly

- Za předpokladu nulového elektrického pole ( $\vec{E} = 0$ ) působí na vodič s proudem v magnetickém poli síla

$$\vec{F}_A = I \cdot \int_k d\vec{l} \times \vec{B}$$

Symbol	Význam
$\vec{F}_A$	magnetická síla působící na vodič
$I$	elektrický proud
$d\vec{l}$	orientovaný element vodiče
$\vec{B}$	magnetická indukce
$k$	tvar vodiče

- Integrace probíhá po celé délce vodiče

### Síla působící na vodič s proudem

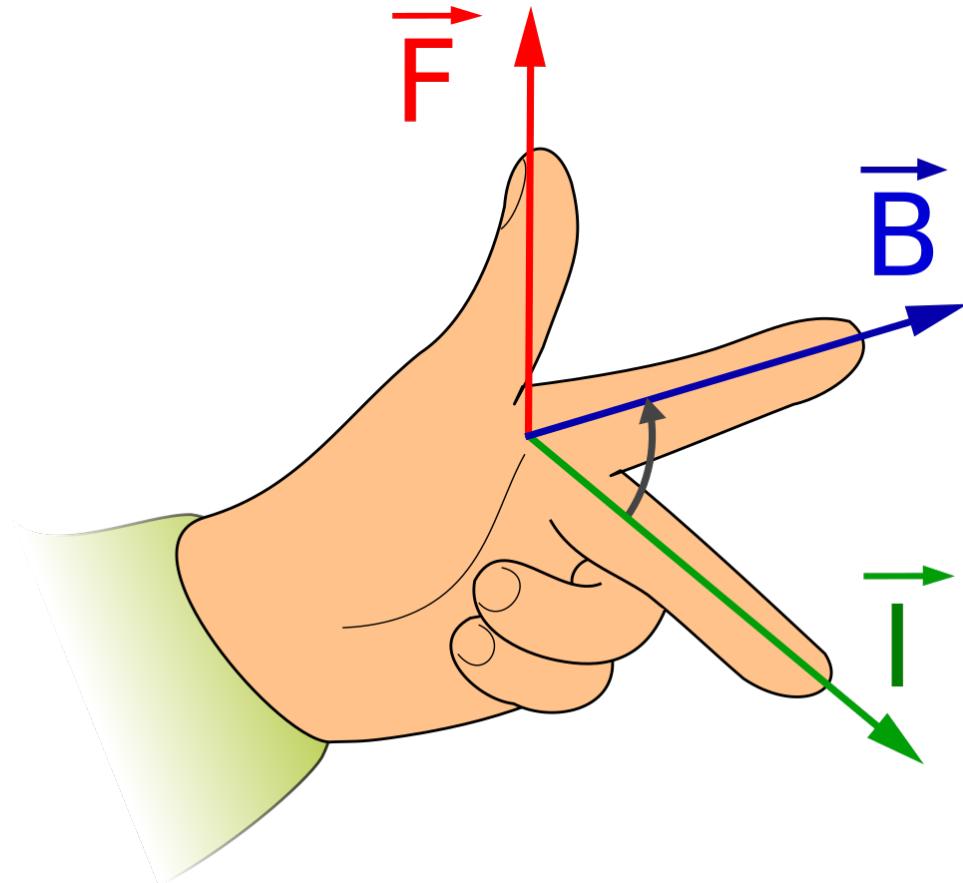
- Pro přímý úsek vodiče v homogenním magnetickém poli lze vztah zjednodušit

$$\vec{F}_A = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

Symbol	Význam
$\vec{l}$	orientovaný vektor délky vodiče

### Flemingovo pravidlo levé ruky

- Slouží k určení směru magnetické síly působící na vodič s proudem



## 2.4 Indukčnost – $L$ [H]

- Indukčnost vyjadřuje schopnost elektricky vodivých těles protékaných proudem vytvářet magnetické pole
- Závisí na geometrickém uspořádání vodičů a vlastnostech prostředí
- Indukčnost tenké vodivé smyčky je definována jako podíl magnetického indukčního toku a proudu, který jej vyvolal

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

Symbol	Význam
$L$	indukčnost
$\Phi$	magnetický indukční tok

Symbol	Význam
$I$	elektrický proud

- Cívka tvořená  $N$  závity má indukčnost  $N$ -násobnou

#### 2.4.1 Energie magnetického pole – $W_M$ [J]

- Energie uložená v magnetickém poli cívky v magneticky lineárním prostředí

$$W_M = \frac{1}{2}LI^2$$

Symbol	Význam
$W_M$	energie magnetického pole
$L$	indukčnost
$I$	elektrický proud

#### 2.4.2 Solenoid

- Speciální typ cívky s velkým počtem závitů
- Délka solenoidu je výrazně větší než jeho průměr
- Okrajové jevy lze zanedbat
- Indukčnost solenoidu je dána vztahem

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l}$$

Symbol	Význam
$\mu_0$	permeabilita vakua
$\mu_r$	relativní permeabilita prostředí
$N$	počet závitů
$S$	plocha průřezu solenoidu
$l$	délka solenoidu

#### 2.4.3 LC obvod

- Spojením cívky s indukčností  $L$  a kondenzátoru s kapacitou  $C$  vzniká rezonanční obvod

- Rezonanční frekvence LC obvodu je dána Thomsonovým vztahem

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Symbol	Význam
$f_r$	rezonanční frekvence
$L$	indukčnost
$C$	kapacita

## 3 Optika

- optika se dělí na paprskovou, vlnovou a elektromagnetickou, která první dvě spojuje

### 3.1 Paprsková optika

#### 3.1.1 Postuláty paprskové optiky

1) Světlo se skrz optické prostředí šíří ve formě paprsků

- Paprsky jsou emitovány světelnými zdroji
- Paprsky lze pozorovat po dopadu na optický detektor (oko, CCD čip)

---

1) Optické prostředí je charakterizováno indexem lomu

$$n = \frac{c_0}{c}$$

Symbol	Význam
$n$	index lomu prostředí
$c_0$	rychlosť světla ve vakuu
$c$	rychlosť světla v prostředí

- Index lomu splňuje  $n \geq 1$
- V obecném nehomogenním prostředí platí  $n = n(\vec{r})$

---

3) Délka optické dráhy –  $l$

- Optická dráha vyjadřuje **čas šíření světla**, nikoli skutečnou geometrickou délku trajektorie
- Je definována jako vzdálenost, kterou by světlo **urazilo ve vakuu za stejný čas**, jaký potřebuje k průchodu daným prostředím
- Slouží k porovnání šíření světla v různých prostředích z hlediska doby šíření

$$l = \int_A^B n(\vec{r}) \cdot ds$$

Symbol	Význam
$l$	délka optické dráhy
$n(\vec{r})$	prostorově závislý index lomu
$ds$	element trajektorie
$A, B$	krajní body dráhy

- Index lomu  $n$  vyjadřuje, **kolikrát je světlo v prostředí pomalejší než ve vakuu**
- V prostředí s větším indexem lomu se světlo šíří pomaleji, a proto má **větší optickou dráhu**
- Ve vakuu ( $n = 1$ ) je optická dráha **nejkratší**, protože světlo se šíří nejrychleji
- V homogenním prostředí s konstantním indexem lomu platí

$$l = n \cdot s$$

Symbol	Význam
$s$	geometrická délka dráhy
$n$	index lomu prostředí

- Pro stejnou geometrickou dráhu  $s$  platí:
  - větší  $n \rightarrow$  větší  $l \rightarrow$  delší doba šíření
  - menší  $n \rightarrow$  menší  $l \rightarrow$  kratší doba šíření
- Optická dráha je klíčová veličina ve Fermatově principu, kde světlo volí trajektorii s **extrémní (nejčastěji minimální) optickou dráhou**  
\*\*\*

#### 4) Fermatův princip

- Paprsek se šíří mezi dvěma body po takové dráze, aby **optická dráha** měla extrémní hodnotu
- Ve většině fyzikálních situací se jedná o **minimum optické dráhy**
- Princip je ekvivalentní tvrzení, že **světlo se šíří po dráze s extrémní (nejčastěji minimální) dobou šíření**

$$\delta \int_A^B n(\vec{r}) \cdot ds = 0$$

Symbol	Význam
$\delta$	variace dráhy
$n(\vec{r})$	prostorově závislý index lomu
$ds$	element trajektorie
$A, B$	krajní body dráhy

- Index lomu určuje rychlosť šíření svetla v prostredí

$$n = \frac{c_0}{c}$$

- V prostredí s väčším indexom lomu se svetlo šíri pomalej
- Pokud svetlo vstoupí do prostredí s vyšším indexom lomu, **nemôže si dovoliť „zdržovať sa“ dlouhou geometrickou dráhou**
- Proto volí takovou trajektoriu, aby byla **optická dráha minimálna**, i za cenu zmény smere šíření
- Lom svetla je prímym dôsledkom Fermatova principu:
  - zmena indexu lomu vede ke zmene rychlosťi šíření
  - svetlo mení smér tak, aby minimalizovalo optickou dráhu (resp. dobu šíření)
- V homogenom prostredí s konstantným indexom lomu platí

$$n = \text{konst.}$$

- Potom Fermatov princip prechádzí v prímočaré šíření svetla, protože nejkratší optická dráha odpovídá nejkratší geometrické dráze **### Odraz svetla**
- Úhel dopadu je roven úhlu odrazu

$$\alpha = \alpha'$$

- Dopadající paprsek, odražený paprsek a kolmice k rozhraní leží v jednej rovine

### 3.1.2 Lom svetla

- Lom svetla nastáva na rozhraní dvou optických prostredí s indexy lomu  $n_1$  a  $n_2$
- Lom je popsán Snellovým zákonem

### Snellův zákon

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

Symbol	Význam
$\alpha_1$	úhel dopadu
$\alpha_2$	úhel lomu
$n_1$	index lomu prvního prostředí
$n_2$	index lomu druhého prostředí
$n_{21}$	relativní index lomu

### Komplexní index lomu

- Používá se pro popis ztrátového optického prostředí
- Umožňuje současně popsat:
  - rychlosť šíření světla v prostředí
  - zeslabení amplitudy vlivem absorpce

$$\hat{n} = n + i \cdot \beta$$

Symbol	Význam
$\hat{n}$	komplexní index lomu
$n$	reálná část indexu lomu
$\beta$	koeficient absorpce (extinkční koeficient)

- Reálná část  $n$  určuje rychlosť šíření světla v prostředí

$$c = \frac{c_0}{n}$$

- Imaginární část  $\beta$  popisuje absorpci záření v prostředí
- Přítomnost  $\beta \neq 0$  vede k exponenciálnímu poklesu amplitudy elektromagnetické vlny
- Pro neztrátové prostředí platí

$$\beta = 0$$

### 3.1.3 Totální reflexe

- Nastává při přechodu světla z opticky hustšího prostředí do opticky řidšího
- Mezní úhel nastává v případě, kdy

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$$

- Platí vztah pro mezní úhel

$$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$$

Symbol	Význam
$\alpha_m$	mezní úhel
$n_1$	index lomu hustšího prostředí
$n_2$	index lomu řidšího prostředí

- Při překročení mezního úhlu dochází k totální reflexi
- Paprsek se zcela odraží zpět do prvního prostředí

## 3.2 Vlnová optika

- Paprsková optika je mezním případem vlnové optiky pro vlnovou délku  $\lambda \rightarrow 0$
- Toto přiblížení je vhodné, pokud jsou rozměry objektů mnohem větší než vlnová délka světla
- Ve vlnové optice je světlo popsáno skalární vlnovou funkcí

### 3.2.1 Postuláty vlnové optiky

- 1) Světlo se šíří ve formě vln
  - Ve vakuu se šíří rychlostí  $c_0$
- 2) Homogenní prostředí je charakterizováno indexem lomu  $n$
- 3) Optická vlna je popsána vlnovou funkcí  $u(\vec{r}, t)$ 
  - Funkce vyhovuje vlnové rovnici
  - Platí princip superpozice

### 3.2.2 Vlnová funkce – $u(\vec{r}, t)$

- Světlo je popsáno reálnou funkcí polohy a času
- Polohový vektor je definován jako  $\vec{r} = (x, y, z)$
- Vlnová funkce splňuje vlnovou rovnici

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Symbol	Význam
$u(\vec{r}, t)$	vlnová funkce
$\nabla^2$	Laplaceův operátor
$c$	rychlosť šíření světla
$t$	čas

- Každá funkce splňující tuto rovnici popisuje možnou optickou vlnu
- Vlnová rovnice je lineární, platí princip superpozice

### 3.2.3 Komplexní vlnová funkce – $\hat{U}(\vec{r}, t)$

- Pro zjednodušení výpočtů se zavádí komplexní formalismus
- Reálná vlnová funkce je vyjádřena pomocí komplexní funkce

$$\hat{U}(\vec{r}, t) = a(\vec{r}) \cdot e^{i\varphi(\vec{r})} \cdot e^{i2\pi\nu t}$$

- Reálná vlnová funkce je dána reálnou částí komplexní funkce

$$u(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} [\hat{U}(\vec{r}, t) + \hat{U}^*(\vec{r}, t)]$$

Symbol	Význam
$\hat{U}$	komplexní vlnová funkce
$\hat{U}^*$	komplexně sdružená funkce
$a(\vec{r})$	amplituda
$\varphi(\vec{r})$	fáze
$\nu$	frekvence

### 3.2.4 Optická intenzita – $I$ [ $W \cdot m^{-2}$ ]

- Fyzikální smysl vlnové funkce není přímo definován
- Měřitelnou veličinou je optická intenzita
- Vyjádřená jako časové středování vlnové funkce

$$I(\vec{r}, t) = 2 \cdot \langle u^2(\vec{r}, t) \rangle$$

Symbol	Význam
$I$	optická intenzita
$u(\vec{r}, t)$	vlnová funkce
$\langle \cdot \rangle$	časové středování

- Optická intenzita je optický výkon na jednotku plochy

### 3.2.5 Helmholtzova rovnice

- Komplexní vlnová funkce splňuje vlnovou rovnici
- Předpokládáme **časově harmonické (stacionární) řešení**, kdy časová závislost má harmonický tvar
- Oddělením časové a prostorové závislosti dostaváme Helmholtzovu rovnici

$$\hat{U}(\vec{r}, t) = \hat{U}(\vec{r}) \cdot e^{i2\pi\nu t}$$

- Funkce  $\hat{U}(\vec{r})$  je komplexní amplituda, která **nezávisí na čase**
- Časová závislost je plně obsažena v exponenciálním členu

Dosazením do vlnové rovnice získáme prostorovou rovnici

$$(\nabla^2 + k^2) \cdot \hat{U}(\vec{r}) = 0$$

Symbol	Význam
$\hat{U}(\vec{r})$	komplexní amplituda
$k$	vlnové číslo
$\nabla^2$	Laplaceův operátor

- Vlnové číslo je definováno vztahem

$$k = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Symbol	Význam
$k$	vlnové číslo
$\nu$	frekvence
$\omega$	kruhová frekvence
$c$	rychlosť šírenia vlny
$\lambda$	vlnová dĺžka

### 3.2.6 Monochromatická vlna

- Monochromatická vlna má jedinou frekvenciu
- Vlnová funkcia má harmonickou časovou závislosť

$$u(\vec{r}, t) = a(\vec{r}) \cdot \cos[2\pi\nu t + \varphi(\vec{r})]$$

Symbol	Význam
$u(\vec{r}, t)$	reálna vlnová funkcia
$a(\vec{r})$	amplituda vlnenia
$\nu$	frekvencia
$\varphi(\vec{r})$	fáza vlny

### 3.2.7 Rovinná vlna

- Nejjednodušší řešení Helmholtzovy rovnice v homogenním prostredí

$$\hat{U}(\vec{r}) = A_0 \cdot e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

Symbol	Význam
$A_0$	komplexná obálka
$\vec{k}$	vlnový vektor
$\vec{r}$	polohový vektor

- Platí vzťah  $|\vec{k}| = k$
- Vlnoplochy jsou roviny kolmé na vlnový vektor
- Směr  $\vec{k}$  určuje směr šíření vlny
- Vzdáenosť vlnoploch odpovídá vlnové délce

### 3.2.8 Sférická vlna

- Další jednoduché řešení Helmholtzovy rovnice
- Vlna se šíří radiálně od bodového zdroje

$$\hat{U}(\vec{r}) = \frac{A_0}{r} \cdot e^{-ikr}$$

Symbol	Význam
$\hat{U}(\vec{r})$	komplexní amplituda vlny
$A_0$	komplexní obálka
$r$	vzdálenost od zdroje
$k$	vlnové číslo

- Vlnoplochy jsou kulové plochy
- Vlnoplochy jsou od sebe vzdáleny o vlnovou délku  $\lambda$
- Vlna se šíří fázovou rychlostí  $c$  # # # Fresnelovo přiblížení
- Uvažujme sférickou vlnu vznikající v počátku souřadné soustavy
- Vlna je pozorována:
  - dostatečně daleko od zdroje
  - v bodech blízko osy  $z$
- Platí approximační podmínka

$$\sqrt{x^2 + y^2} \ll z$$

- Sférickou vlnu lze approximovat parabolickou vlnou

$$\hat{U}(\vec{r}) \approx \frac{A_0}{z} \cdot e^{-ikz} \cdot e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2z}}$$

Symbol	Význam
$x, y, z$	kartézské souřadnice
$A_0$	komplexní obálka
$k$	vlnové číslo
$z$	vzdálenost ve směru šíření

### 3.2.9 Interference

- Interference vzniká při skládání dvou nebo více vln
- Pro vznik interference musí být splněny následující podmínky:
  - zdroje vlnění jsou koherentní (stejná frekvence a fáze)
  - vlnění je monochromatické
  - platí princip superpozice
  - vlny mají stejnou polarizaci
- Za běžných podmínek (např. sluneční světlo) interference obvykle pozorovatelná není

### 3.2.10 Interferenční rovnice

- Výsledná intenzita interferujících vln není prostým součtem jejich intenzit
- Mějme dvě monochromatické vlny s komplexními amplitudami  $\hat{U}_1(\vec{r})$  a  $\hat{U}_2(\vec{r})$
- Výsledná komplexní amplituda je dána superpozicí

$$\hat{U}(\vec{r}) = \hat{U}_1(\vec{r}) + \hat{U}_2(\vec{r})$$

- Výsledná intenzita je dána vztahem

$$I = |\hat{U}(\vec{r})|^2$$

- Po dosazení dostaváme interferenční rovnici

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \varphi$$

Symbol	Význam
$I$	výsledná intenzita
$I_1, I_2$	intenzity jednotlivých vln
$\varphi$	fázový rozdíl vln

- Fázový rozdíl je definován vztahem  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$
- Pro  $\varphi = 0$  nastává konstruktivní interference
- Pro  $\varphi = \pi$  nastává destruktivní interference

### 3.2.11 Interference dvou rovninných vln

- Mějme dvě rovinné vlny, obě s intenzitou  $I_0$
- Obě vlny se šíří ve směru osy  $z$
- Jedna vlna je vůči druhé posunuta o vzdálenost  $d$
- Komplexní amplitudy obou vln lze zapsat ve tvaru

$$\hat{U}_1 = \sqrt{I_0} \cdot e^{-ikz}$$

$$\hat{U}_2 = \sqrt{I_0} \cdot e^{-ik(z-d)}$$

- Dosazením do interferenční rovnice dostáváme výslednou intenzitu

$$I = 2I_0 \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \right]$$

Symbol	Význam
$I$	výsledná intenzita
$I_0$	intenzita jednotlivé vlny
$d$	rozdíl optických drah
$\lambda$	vlnová délka

- Výsledná intenzita je velmi citlivá na změny  $d$  v řádu vlnové délky
- Tento jev se využívá v interferometrech

## 3.3 Elektromagnetická optika

- Pomocí vlnové optiky nelze vysvětlit jevy jako polarizace nebo dvojdom v anizotropním prostředí
- Světlo proto musí být popsáno jako elektromagnetické vlnění
- Na rozdíl od vlnové optiky není světlo popsáno skalární funkcí, ale vektorovým polem

### 3.3.1 Postuláty elektromagnetické optiky

- 1) Světlo je elektromagnetické vlnění popsáno Maxwellovými rovnicemi
  - Pro látkové prostředí bez volných nábojů platí

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{D} = 0$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

- Pro vakuum lze vztahy zjednodušit

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

2) Elektrické a magnetické pole splňují vlnovou rovnici

- Každá složka vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  vyhovuje vlnové rovnici

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

- Rychlosť šíření elektromagnetické vlny je dána vztahem

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}}$$

- Pro vakuum platí

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

- Index lomu lze vyjádřit vztahem

$$n = \sqrt{\varepsilon_r}$$

3) Platí princip superpozice

### 3.3.2 Maxwellovy rovnice

- Maxwellovy rovnice představují kompletní klasický popis elektromagnetického pole
  - Jsou zde uvedeny v nejjednodušším tvaru pro vakuum
  - Platí podmínky  $\epsilon_r = 1$  a  $\mu_r = 1$
- 1) Rotace magnetického pole je vyvolána elektrickým proudem a časovou změnou elektrického pole

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Symbol	Význam
$\vec{B}$	magnetická indukce
$\vec{j}$	proudová hustota
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole
$\mu_0$	permeabilita vakua
$\epsilon_0$	permitivita vakua
$t$	čas

- 2) Časová změna magnetické indukce vyvolává elektrické pole

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Symbol	Význam
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole
$\vec{B}$	magnetická indukce
$t$	čas

- 3) Zdrojem elektrického pole jsou prostorově rozložené elektrické náboje

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Symbol	Význam
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole
$\rho$	hustota elektrického náboje
$\epsilon_0$	permitivita vakua

---

- 4) Neexistují magnetické monopóly a magnetické pole nemá zdrojové částice

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

### 3.3.3 Helmholtzova rovnice v elektromagnetické optice

- Protože jednotlivé složky vektorů elektrického a magnetického pole splňují vlnovou rovnici
- Každá z těchto složek musí vyhovovat také Helmholtzově rovnici

$$(\nabla^2 + k^2) \cdot U = 0$$

Symbol	Význam
$U$	skalární funkce reprezentující jednu složku pole
$\nabla^2$	Laplaceův operátor
$k$	vlnové číslo

---

- Skalárni funkce  $U$  reprezentuje vždy jednu ze šesti složek vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$
- Pro vakuum je vlnové číslo dáno vztahem

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

Symbol	Význam
$k$	vlnové číslo
$\omega$	kruhová frekvence
$\epsilon_0$	permitivita vakua
$\mu_0$	permeabilita vakua

### 3.3.4 Monochromatická elektromagnetická vlna

- Pro monochromatickou elektromagnetickou vlnu jsou všechny složky elektrického i magnetického pole harmonickými funkcemi času

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \operatorname{Re} \left\{ \hat{\vec{E}}(\vec{r}) \cdot e^{i\omega t} \right\}$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \operatorname{Re} \left\{ \hat{\vec{H}}(\vec{r}) \cdot e^{i\omega t} \right\}$$

Symbol	Význam
$\vec{E}(\vec{r}, t)$	elektrické pole
$\vec{H}(\vec{r}, t)$	magnetické pole
$\hat{\vec{E}}(\vec{r})$	komplexní amplituda elektrického pole
$\hat{\vec{H}}(\vec{r})$	komplexní amplituda magnetického pole
$\omega$	kruhová frekvence

### 3.3.5 Poyntingův vektor – $\vec{S}$ [ $W \cdot m^{-2}$ ]

- Poyntingův vektor udává plošnou hustotu toku výkonu
- Směr vektoru určuje směr šíření energie elektromagnetické vlny

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t)$$

Symbol	Význam
$\vec{S}$	Poyntingův vektor
$\vec{E}$	elektrické pole
$\vec{H}$	magnetické pole

### 3.3.6 Optická intenzita – $I$ [ $W \cdot m^{-2}$ ]

- Optická intenzita je definována jako časová střední hodnota Poyntingova vektoru

$$I = \langle \vec{S}_0 \rangle$$

- Po vyjádření pomocí komplexních amplitud platí

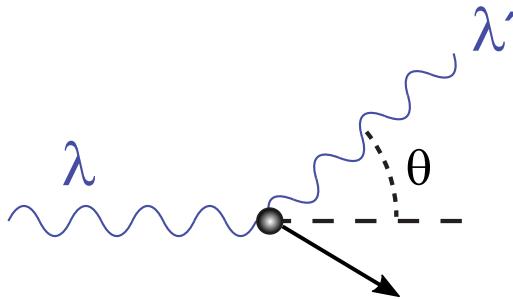
$$I = \frac{1}{4} \left( \hat{\vec{E}} \times \hat{\vec{H}}^* + \hat{\vec{E}}^* \times \hat{\vec{H}} \right) = \frac{1}{2} \left( \vec{S}_0 + \vec{S}_0^* \right) = \operatorname{Re} \left\{ \vec{S}_0 \right\}$$

Symbol	Význam
$I$	optická intenzita
$\vec{S}_0$	komplexní Poyntingův vektor
*	komplexně sdružená hodnota

### 3.3.7 Interakce záření s hmotou

#### 1) Comptonův jev

- Interakce fotonu s volným nebo slabě vázaným elektronem
- Dochází k dokonale nepružné srážce
- Část energie fotonu se předá elektronu ve formě hybnosti
- Výsledkem je změna vlnové délky záření




---

#### 2) Fotoelektrický jev

- Emise původně vázaného elektronu z hmoty vlivem absorpce záření
  - Elektron získá dostatečnou energii k opuštění atomu
- 

#### 3) Vznik páru

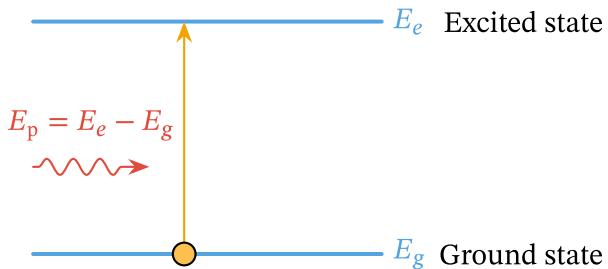
- Při průletu fotonu s dostatečnou energií v dosahu Coulombovského pole jádra
- Energie fotonu se využije na vznik páru elektron–pozitron

$$h\nu \rightarrow e^- + e^+$$

- Zbylá energie se změní na kinetickou energii jádra
- 

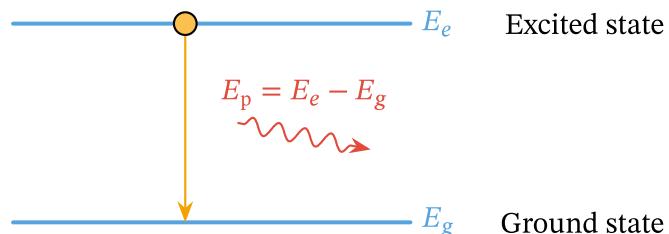
#### 4) Excitace elektronu

- Přechod vázaného elektronu na vyšší energetickou hladinu
- Elektron přechází ze základního stavu  $E_1$  do excitovaného stavu  $E_2$
- Změna je vyvolána absorpcí fotonu
- Energie fotonu se spotřebuje na přechod mezi energetickými hladinami



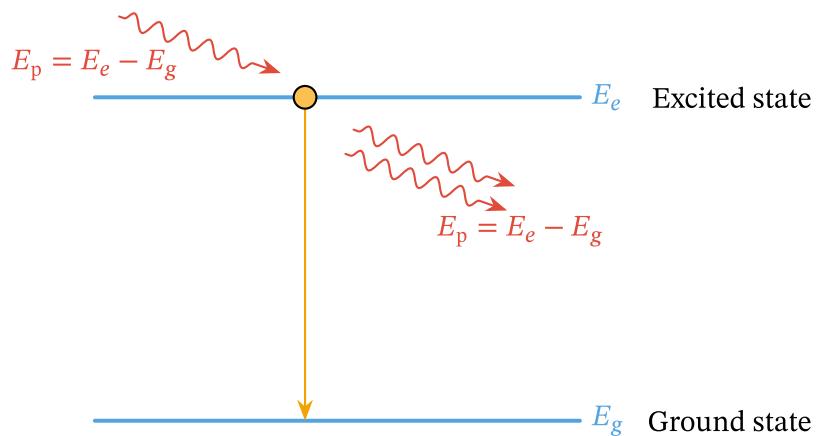
### 5) Spontánní emise

- Inverzní jev k excitaci
- Po určité době dochází k samovolnému návratu elektronu do základního stavu
- Energie je vyzářena ve formě fotonu
- Vlnová délka fotonu odpovídá energetickému rozdílu  $\Delta E$



### 6) Stimulovaná emise

- Fyzikální proces, kdy foton vyvolá přechod elektronu z excitovaného stavu do základního
- Při přechodu dojde k emisi fotonu
- Energie emitovaného fotonu odpovídá rozdílu energií energetických hladin

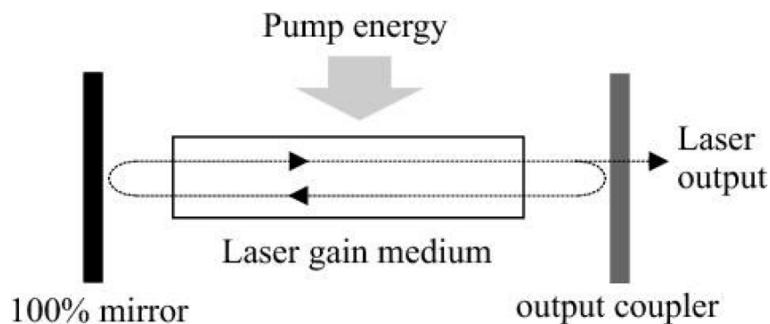


### 3.3.8 Laser

- Laser je optický oscilátor generující záření pomocí stimulované emise fotonů
- Za běžných podmínek se většina elektronů v atomech aktivního prostředí nachází v základním stavu
- Dodáním energie do aktivního prostředí (čerpáním, buzením) dochází k inverzi populace
- Inverze populace je stav, kdy je většina elektronů v excitovaném stavu
- V aktivním prostředí následně dochází ke stimulované emisi fotonů
- Emise může být vyvolána externím fotonem nebo fotonem vzniklým spontánní emisí

#### Princip činnosti laseru

- Zrcadla tvoří optický rezonátor
- Energie akumulovaná v aktivním prostředí je vyzářena ve formě laserového paprsku

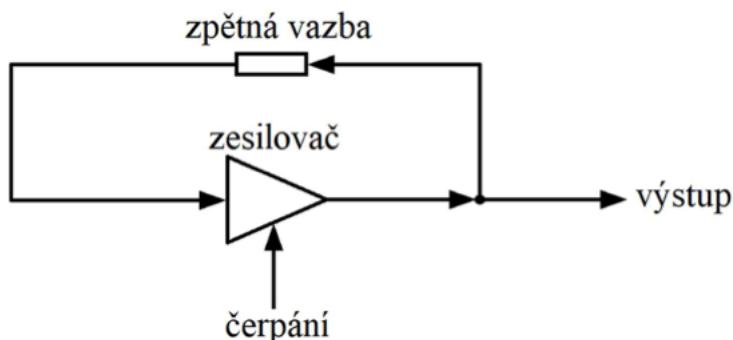


## Vlastnosti laserového paprsku

- 1) Paprsek je kolimovaný
  - Nerozbíhá se
  - Energie je soustředěna na malou plochu
- 2) Paprsek je monochromatický
  - Fotony mají stejnou frekvenci
  - Odpovídá jediné vlnové délce
- 3) Paprsek je koherentní
  - Všechny fotony jsou ve fázi

## Laser jako optický oscilátor

- Laser lze popsat jako optický oscilátor se zpětnou vazbou
- Skládá se z:
  - rezonančního optického zesilovače
  - optického rezonátoru



- Výstupní signál zesilovače je zpětnou vazbou přiveden zpět na vstup
- Pokud na vstupu není žádný signál, není ani na výstupu
- Sebemenší šum iniciuje vznik oscilací
- Signál je opakován zesilován
- Růst amplitudy je omezen saturací zisku zesilovače
- Systém dosáhne ustáleného stavu

## **Podmínky vzniku oscilací**

- 1) Zisk zesilovače musí být větší než ztráty zpětné vazby
  - Při jednom oběhu rezonátorem musí být dosažen čistý zisk
- 2) Celková změna fáze při jednom oběhu musí být celočíselným násobkem  $2\pi$ 
  - Signál zpětné vazby je sfázovaný se vstupním signálem