

MI-PAA — Domácí úkol č.1

Řešení problému batohu metodou hrubé síly a jednoduchou heuristikou

Jakub Trhlík

25. října 2018

1 Zadání

1.1 Základ problému

Je dáno:

celé číslo n (počet věcí)

celé číslo M (kapacita batohu)

konečná množina $V = v_1, v_2, \dots, v_n$ (hmotnosti věcí)

konečná množina $C = c_1, c_2, \dots, c_n$ (ceny věcí)

1.2 0/1 problém batohu

0/1 problém batohu je nejznámější varianta, obvykle je tím co se myslí "problémem batohu".

Zkonstruuje množinu $X = x_1, x_2, \dots, x_n$, kde každé x_i je 0 nebo 1, tak, aby platilo

$$v_1x_1 + v_2x_2 + \dots + v_nx_n \leq M$$

(aby batoh nebyl přetížen). Výraz

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

nabýval maximální hodnoty pro všechny takové množiny (cena věcí v batohu byla maximální).

2 Rozbor možných variant řešení

Možností řešení je velice mnoho. Tento úkol se specializuje na řešení heuristikou a na řešení Hrubou silou.

2.1 Možná řešení heuristikou

Jako heuristiku lze zvolit různé vlastnosti, například cenu předmětu vkládaného doo batohu, jeho hmotnost, nebo poměr mezi cenou a hmotností.

2.2 Možná řešení Hrubou silou

Problém batohu lze řešit hrubou silou pomocí rekurze, nebo pomocí cyklu.

V případě řešení rekurze vzniká strom volání, kde kde každý uzel takového stromu představuje jinou verzi batohu.

V případě cyklu, je nejlpe třeba vygenerovat možné verze batohu a poté je porovnat mezi sebou, respektive najít nejvýhodnější konfiguraci batohu.

3 Řešení Hrubou silou

3.1 Popis Řešení

Pro řešení byl použit jazyk C++

3.2 Třída BackpackProblem

Jde o třídu která pracuje s ukazateli na pole cen položek a hmotnosti položek.

Třída má bitové pole, které značí která položka byla do batohu vložena a která nebyla.

```
int id, n, M, Price, initM;  
int * Weights, * Prices, * itemNum;
```

3.3 Algoritmus

Jde o přímý rekursivní algoritmus.

Vytvoří se počáteční BackpackProblem, bez vložených položek.

Funkce bruteForceCalculate se spustí s danou počáteční instancí BackpackProblem a $i=0$, tedy položku o které se bude rozhodovat, zda do batohu patří. Maximální kapacitou batohu.

V případě, že je batoh plný, funkce vrátí tuto instanci, v případě že již v batohu nejsou další položky, funkce také vrátí danou instanci.

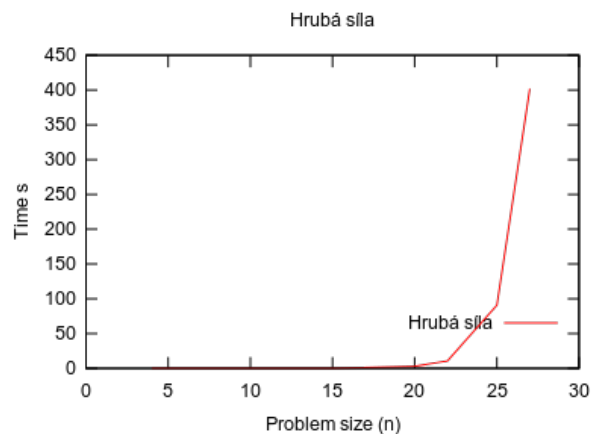
Funkce spustí samu sebe pro batoh s položkou přidanou do batohu a s položkou nepřidanou do batohu.

Z verzí batohu které funkce získala z volání, vybere tu lepší a vrátí ji.

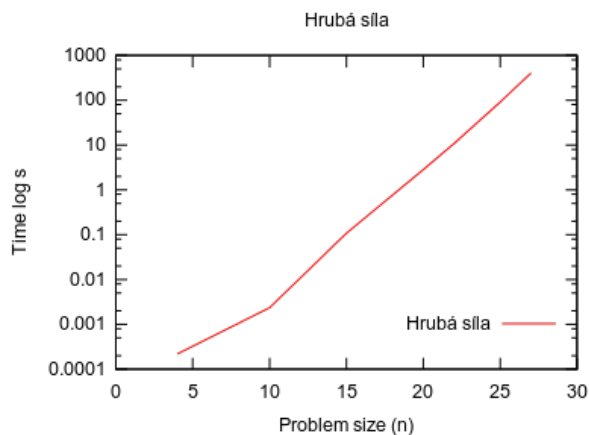
3.4 Měření

Měření bylo vykonáno na Xiaomi Air a procesorem core i5 7 generace pro Ultrabooky.

Menší soubory byly spuštěny v cyklu až 10000x a výsledný celkový čas průměrován.



Obrázek 1: Doba běhu souborů instanci knap 4.inst.dat až knap 27.inst.dat



Obrázek 2: Doba běhu souborů instancí knap 4.inst.dat až knap 27.inst.dat v Logaritmickém měřítku času

3.4.1 Způsob Měření

Pro účely měření je využita funkce `multipleruns` a funkce `knap`, které automatizují vícenásobné spouštění a porovnávání souborů typu `knap x.inst.dat`

3.5 Výsledky měření

Na grafech je jednoznačně vidět exponenciální povaha algoritmu.

4 Řešení Hrubou silou

4.1 Popis Řešení

Pro řešení byl použit také jazyk C++ a také třída `BackpackProblem` viz řešení hrubou silou

4.2 Algoritmus

Jako Heuristiku jsem použil poměr ceny a hmotnosti.

$$H = W/P$$

Pro každou možnou položku batohu byl vypočítán koeficient heuristiky H .

Položky byly seřazeny podle H a postupně přidávány do batohu.

Položky, které vložit do batohu nebylo možné byly přeskočeny.

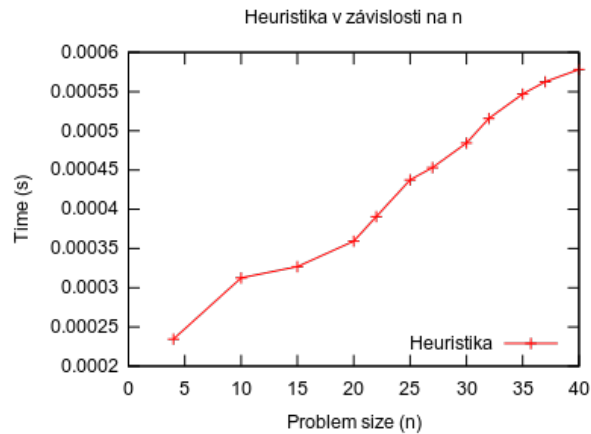
4.3 Měření

Měření bylo vykonáno na Xiaomi Air a procesorem core i5 7 generace pro Ultrabooky.

Menší soubory byly spuštěny v cyklu až 10000x a výsledný celkový čas průměrován.

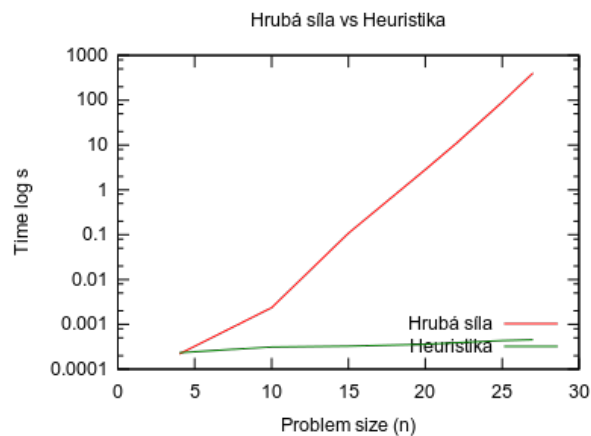
4.4 Výsledky měření

Na grafech je jednoznačně vidět lineární zpomalení algoritmu.



Obrázek 3: Doba běhu souborů instancí knap 4.inst.dat až knap 27.inst.dat

4.4.1 Hrubá síla vs Heuristika



Obrázek 4: Doba běhu souborů instancí knap 4.inst.dat až knap 27.inst.dat

4.4.2 Průměrná relativní chyba

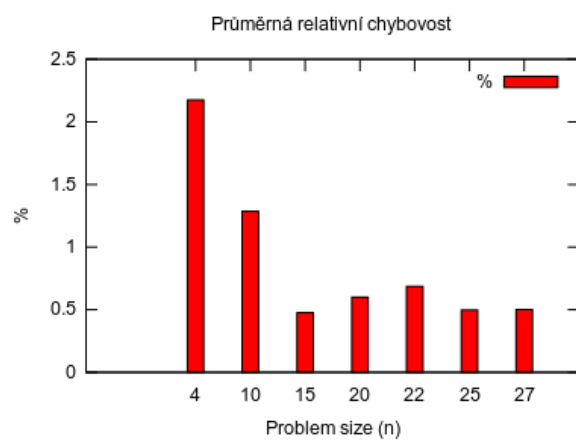
Každá instance byla vypočítána heuristikou i hrubou silou, z nich byla vypočítána relativní chyba. Relativní chyba byla poté průměrována pro celý soubor.

Výpočet relativní chyby

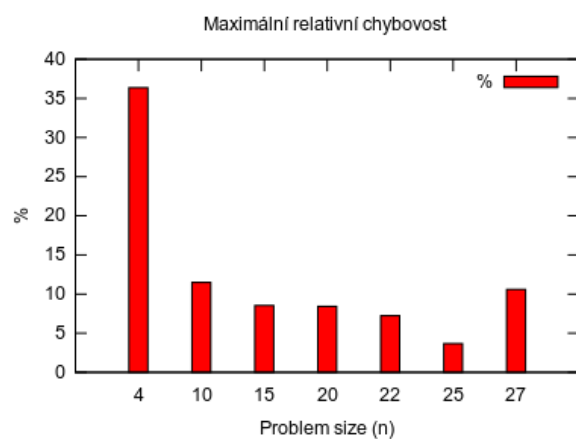
$$E = (C(OPT) - C(APX)) / C(OPT)$$

4.4.3 Maximální relativní chyba

Maximální relativní chyba v každém souboru testovacích instancí.



Obrázek 5: Průměrná relativní chybovost knap 4.inst.dat až knap 27.inst.dat



Obrázek 6: Maximální relativní chybovost pro knap 4.inst.dat až knap 27.inst.dat