



**Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i
Inżynierii Biomedycznej**

Projektowanie kaskadowej struktury regulacji napędem prądu stałego

Projekt wykonali:
Filip Sarlej
Michał Sobczuk

Kraków, 11.06.2019

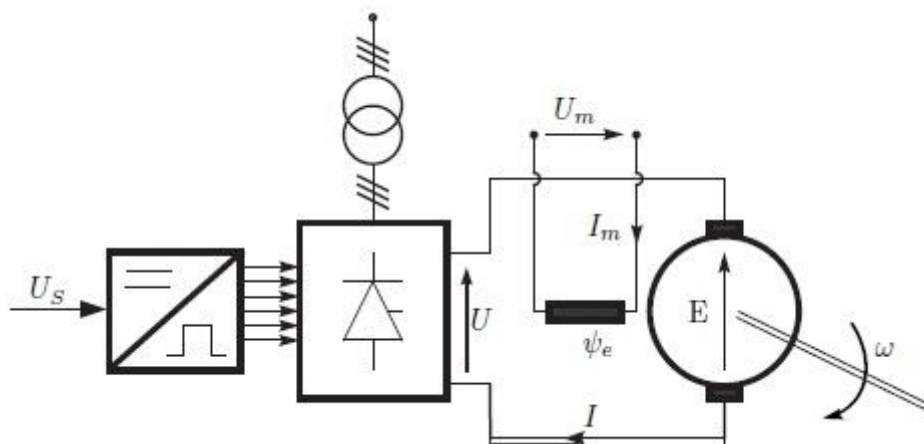
1. Cel projektu

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze stanami przejściowymi zmiennych stanu napędu prądu stałego podczas rozruchu i stabilizacji prędkości obrotowej. W ćwiczeniu rozważana jest kaskadowa struktura regulacji napędem.

2. Wstęp teoretyczny

Silniki prądu stałego są zastępowane silnikami prądu przemiennego, dlatego że te silniki prądu przemiennego są tańsze i bardziej wytrzymałe na wszelkiego rodzaju przeciążenia. Mogą także pracować w bardziej korzystnych warunkach.

Najczęściej spotykanym silnikiem prądu stałego jest silnik obcowzbudny (Rys 1.).



Rys.1 Napęd elektryczny z obcowzbudnym silnikiem prądu stałego

Uzwojenie wzbudzające silnika obcowzbudnego jest zasilane ze źródła napięcia innego niż uzwojenie twornika. Równanie stanu opisujące silnik obcowzbudny prądu stałego (1):

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}(t) \\ \dot{I}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\psi_{eN}}{J} \\ -\frac{\psi_{eN}}{L} & -\frac{1}{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega(t) \\ I(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{J} & 0 \\ 0 & \frac{K_p}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_m(t) \\ U_s(t) \end{pmatrix} \quad (1)$$

gdzie:

ω – prędkość kątowna silnika,

I – prąd twornika,

ψ_{eN} – strumień skojarzony rotacyjnie z uzwojeniem twornika,

L – indukcyjność całkowita,
 J – moment bezwładności napędu i agregatu technologicznego,
 T – elektromagnetyczna stała czasowa,
 K_p – wzmacnienie wzmacniacza mocy,
 M_m – moment obciążenia,
 U_s – napięcie sterujące wzmacniaczem mocy.

Model matematyczny (1) obowiązuje wtedy, gdy przyjmiemy odpowiednie założenia:

- wzmacniacz mocy jest obiektem bezinercyjnym o stałym wzmacnieniu K_p ,
- napęd pracuje w zakresie prądów ciągłych,
- proces komutacji nie wpływa na zewnętrzne mieralne parametry napędu.

Model matematyczny silnika możemy zapisać również za pomocą układu równań różniczkowych (2).

$$\begin{cases} J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_e(t) - M_m(t), & M_e(t) = \psi_e \cdot I(t) \\ U(t) = R \cdot I(t) + \psi_e \cdot \omega(t) + L \frac{dI(t)}{dt} \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

M_e – moment elektromagnetyczny,
 R – rezystancja uogólniona,
 U – napięcie zasilania uzwojenia twornika, pozostałe oznaczenia jak w (1).

Ostatnim opisem modelu matematycznego są transmitancje opisujące silnik (3-6).

$$G_{\omega U}(s)|_{M_m=0} = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{\psi_e}}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (3)$$

$$G_{\omega M}(s)|_{U=0} = \frac{\omega(s)}{M_m(s)} = \frac{\frac{R}{\psi_e}(Ts + 1)}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (4)$$

$$G_{IU}(s)|_{M_m=0} = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{\frac{B}{R}s}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (5)$$

$$G_{IM}(s)|_{U=0} = \frac{I(s)}{M_m(s)} = \frac{\frac{1}{\psi_e}}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (6)$$

gdzie:

B – elektromechaniczna stała czasowa silnika, której wartość oblicza się jak w (7), pozostałe oznaczenia jak w (1) i (2).

$$B = J \frac{R}{\psi_{eN}^2} \quad (7)$$

Aby napęd prądu stałego pracował prawidłowo w stanach dynamicznych, konieczne jest nałożenie ograniczeń (8-10).

$$|I(t)| \leq I_d = \lambda_N I_N \quad (8)$$

$$\left| \frac{dI(t)}{dt} \right| \leq p I_N \quad (9)$$

$$|\omega(t)| \leq \omega_d \quad (10)$$

Wyrażenia (8-9) dotyczą ograniczenia prądu, natomiast (10) dotyczy ograniczenia prędkości kątowej silnika.

gdzie:

λ_N, p, ω_d – stałe dodatnie.

3. Kryteria doboru regulatorów ciągłych

3.1. Kryterium modułowe:

Kryterium modułowe jest jednym z najczęściej wykorzystywanych w optymalizacji parametrycznej regulatorów układów przemysłowych. Wynika to z prostych zależności określających nastawy regulatora oraz możliwości aproksymacji układów inercyjnymi modelami matematycznymi.

Dla napędów prądu stałego przyjmujemy następujące założenia:

W stanach przejściowych siła elektromotoryczna silnika zmienia się znacznie wolniej w porównaniu z szybkością narastania prądu twornika, dlatego przyjmujemy $E=0$, przez co transmitancja silnika upraszcza się do postaci:

$$G_{IU}(s) = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{R}}{Ts + 1} \quad (11)$$

Przekształtnik tyrystorowy aproksymuje się układem o stałej czasowej τ_0 równej średniemu opóźnieniu w działaniu przekształtnika na zmianę sygnału sterującego i wzmacnieniu K_p .

$$G_p(s) = \frac{K_p}{\tau_0 s + 1} \quad (12)$$

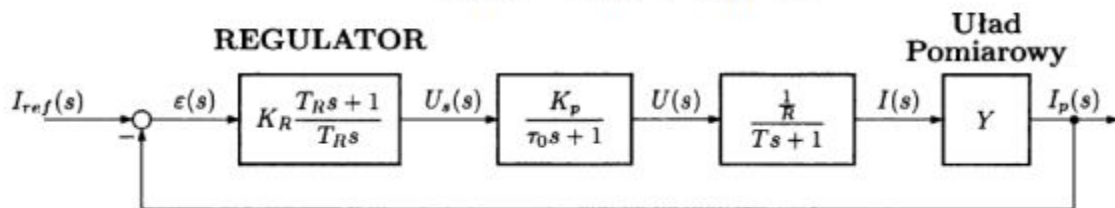
W wyniku takich założeń otrzymujemy model matematyczny napędu w postaci transmitancji inercyjnej drugiego rzędu. Przez co otrzymujemy:

$$K_0 = \frac{K_p Y}{R}, \quad \sigma = \tau_0 \quad (13)$$

$$K_R = \frac{TR}{2K_p \cdot Y \cdot \tau_0} \quad (14)$$

Wówczas otrzymujemy transmitancję układu zamkniętego w postaci:

$$G_Z = \frac{I(s)}{I_{ref}(s)} = \frac{1}{2\tau_0^2 s^2 + 2\tau_0 s + 1} \quad (15)$$



Rys 2. Schemat blokowy układu regulacji prądu silnika-kryterium modułowe

3.2. Kryterium kształtu

Całkowe wskaźniki jakości nie mogą być bezpośrednio wykorzystywane w optymalizacji parametrycznej regulatora prądu twornika ponieważ całkowity wskaźnik jakości miałby wartość nieskończoność. W tej metodzie dobór parametrów regulatora sprowadza się do wyznaczenie zastępczej układu i porównania jej z transmitancją wzorcową. Transmitancję wzorcową tworzymy na podstawie ograniczeń prądowych silnika. W metodzie występuje większa kontrola nad prądem niż w kryterium modułowym. Poszukujemy parametrów m i V regulatora PI o transmitancji :

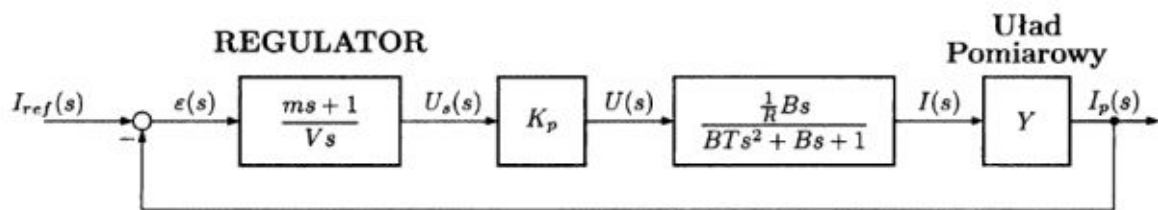
$$G_{RI}(s) = \frac{ms + 1}{V s} \quad (16)$$

W obliczeniach przyjmujemy założenia:

Przekształtnik tyrystorowy jest aproksymowany układem proporcjonalnym o statycznym współczynniku wzmocnienia K_p .

W obwodzie regulacji uwzględnia się wpływ stałej elektromechanicznej napędu B poprzez zastosowanie transmitancji prądowej napędu w postaci :

$$G_{IU}(s) = \frac{1}{R} \frac{Bs}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (17)$$



Rys 3. Schemat blokowy układu regulacji prądu silnika-kryterium kształtu

3.3. Kryterium symetryczne

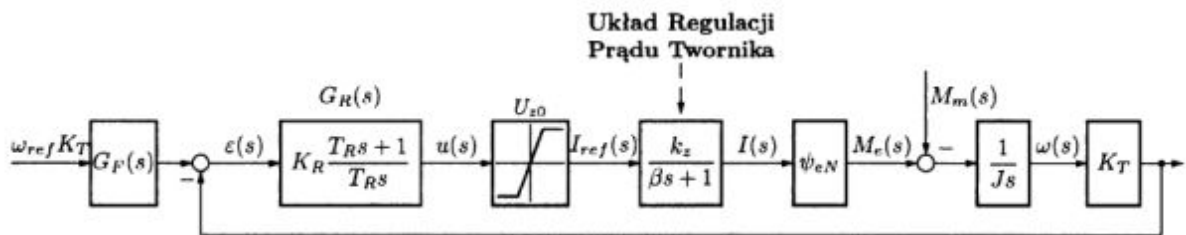
Kryterium symetryczne jest wykorzystywane do optymalizacji parametrycznej regulatora PI prędkości kątowej napędu prądu stałego. Przyjmujemy parametry regulatora:

$$T_R = 4\beta \quad (18)$$

$$K_R = \frac{J}{2K_T k_z \beta \psi_{eN}} \quad (19)$$

Dodatkowo stosujemy filtr dolnoprzepustowy, który zmniejsza przeregulowanie określa transmitancja:

$$G_F(s) = \frac{1}{4\beta s + 1} \quad (20)$$



Rys 4. Uproszczony schemat blokowy napędu z regulatorem prędkości PI-kryterium symetryczne

4. Dobór parametrów modelu

W poniższej tabeli przedstawione zostały zadane parametry silnika.

Tabela 1. Parametry silnika

Nr grupy	P_N [kW]	U_N [V]	I_N [A]	N_N [obr/min]	R_t [Ω]	L_t [mH]	J_s [kg · m ²]
8	51	440	127	1175	0,202	1,9	1,25

gdzie:

P_N – czynna moc znamionowa,

U_N – napięcie znamionowe,

I_N – prąd znamionowy,

n_N – prędkość znamionowa,

R_t – rezystancja twornika,

L_t – indukcyjność twornika,

J_s – moment bezwładności.

Na podstawie zadanych parametrów, zostały obliczone parametry przedstawione w Tabeli 1.

$$\omega_N = \frac{n_N \cdot 2\pi}{60} \quad (21)$$

$$\psi_e = \frac{U_N - R_t I_N}{\omega_N} \quad (22)$$

$$T = \frac{L_t}{R_t} \quad (23)$$

$$J = 4 \cdot J_s \quad (24)$$

$$B = \frac{J \cdot R_t}{\psi_e^2} \quad (25)$$

$$I_d = \lambda \cdot I_N \quad (26)$$

gdzie:

ω_N – prędkość kątowna,

ψ_e – strumień elektryczny,

T – stała czasowa elektromagnetyczna,

J – moment bezwładności,

B – elektromechaniczna stała czasowa silnika,

I_d – dopuszczalny prąd twornika,

$\lambda = 2$ – stała dodatnia.

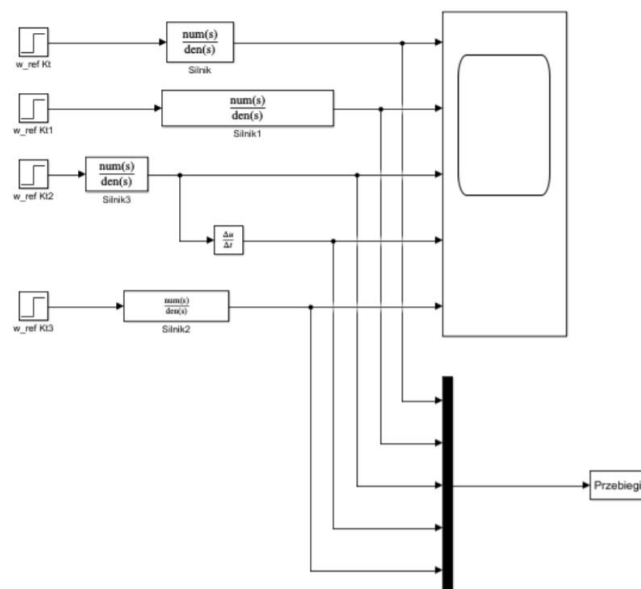
Tabela 2. Obliczone parametry

ω_N [rad/s]	ψ_e [Wb]	T [s]	J [kg · m ²]	B	I_d
123,05	3,37	0,094	5	0,0891	254

5. Implementacja w programie MATLAB-Simulink

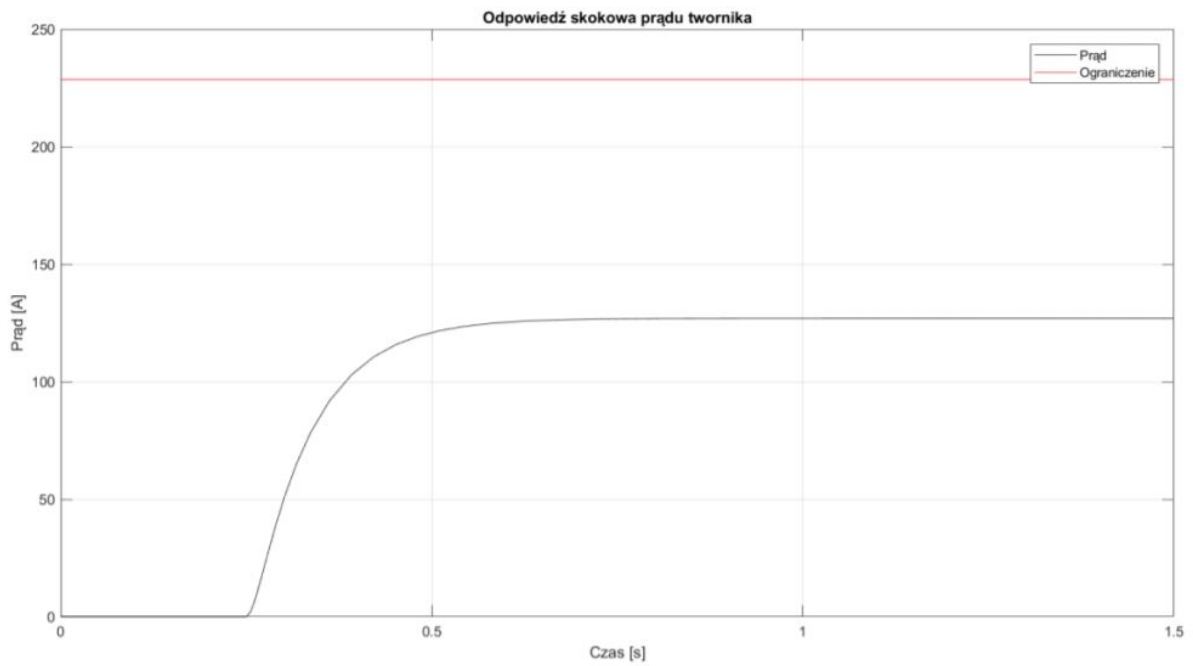
Układ ciągły

Pierwszym krokiem naszego projektu było wyznaczenie odpowiedzi skokowych prądu twornika I , jego pochodnej dI/dt oraz prędkości kątownej ω , przy napięciu zasilania $U=U_N$. W tym celu zbudowano w Simulinku schemat przedstawiony na rysunku 5. W blockach zostały przedstawione transmitancje z wzorów (3-6) z podstawionymi wartościami z Tabeli 1 oraz 2.

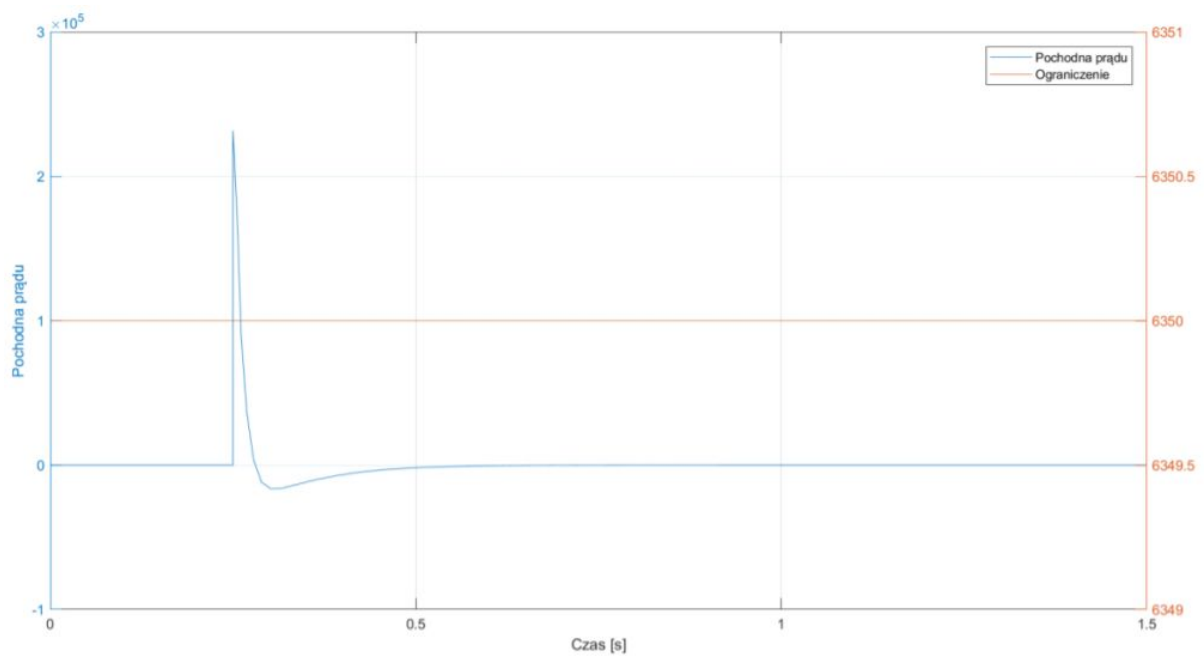


Rysunek 5. Schemat do wyznaczenia odpowiedzi skokowych prądu twornika

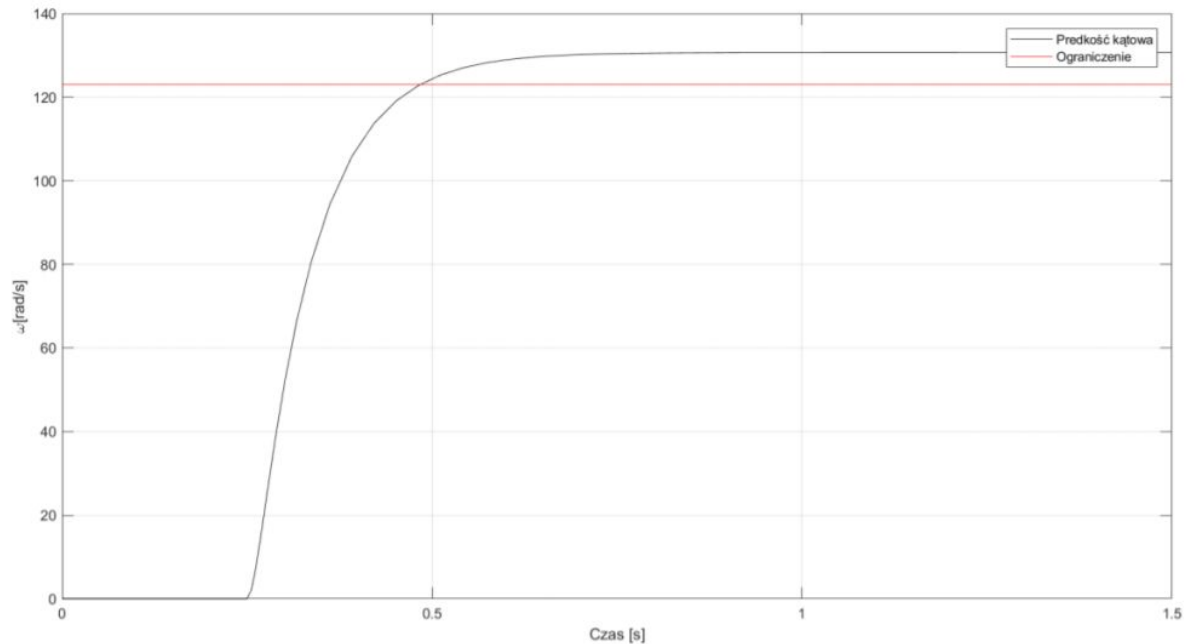
Wyznaczone przebiegi przedstawiono na rysunkach 6-8.



Rys 6. Odpowiedź skokowa prądu twornika



Rys 7. Pochodna prądu twornika



Rys 8. Prędkość kątowna silnika

Z przeprowadzonych symulacji wynika, że konieczne jest zastosowanie kaskadowej regulacji, gdyż pochodna prądu twornika oraz prędkość kątowna przekracza założone ograniczenia przez co przy próbie uruchomienia silnik mógłby ulec zniszczeniu.

Obliczamy wzmocnienie torów pomiarowych.

$$Y = \frac{10}{2,5 \cdot I_N} = \frac{10}{2,5 \cdot 127} = 0,0315 \quad (27)$$

$$K_t = \frac{10}{1,2 \cdot \omega_N} = \frac{10}{1,2 \cdot 123,05} = 0,0677 \quad (28)$$

gdzie:

Y - Współczynnik wzmocnienia toru sprzężenia zwrotnego od prądu twornika

K_t - Współczynnik wzmocnienia toru sprzężenia zwrotnego od prędkości kątownej

Dowolny całkowity wskaźnik jakości miałby wartość nieskończoność dlatego korzystamy z kryterium kształtu w celu wyznaczenia parametrów regulatora, co sprowadza się do wyznaczenia transmitancji zastępczej układu i porównaniu jej z transmitancją wzorcową. Transmitancja wzorcową układu zamkniętego regulacji prądu tworzone jest na podstawie ograniczeń prądowych silnika (dopuszczalnego prądu i jego pochodnej).

Napęd spełnia warunek $B > 4T$ zatem:

$$\begin{aligned} 0,0891 &> 4 \cdot 0,0094 \\ 0,0891 &> 0,0376 \end{aligned} \quad (29)$$

Przyjmujemy regulator PI o transmitancji:

$$G_{RI}(s) = \frac{ms + 1}{V_s} = K_{Ri} \left(1 + \frac{1}{T_{Ri}} \right) \quad (30)$$

Następnie wyznaczamy stałą czasową przebiegu prądu twornika:

$$\beta = \frac{\lambda}{p} = \frac{1,8}{50} = 0,04 \quad (31)$$

Rozkład transmitancji twornika napędu przeprowadza się z postaci:

$$G_t(s) = \frac{I(s)}{U_p(s)} = \frac{1}{R} \frac{Bs}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (32)$$

Transmitancję przekształcamy do postaci:

$$G_t(s) = \frac{I(s)}{U_p(s)} = \frac{1}{R} \frac{Bs}{(B_1s + 1)(T_1s + 1)} \quad (33)$$

gdzie:

$$T_1 = 0,5B \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4T}{B}} \right) = 0,0107 \quad (34)$$

$$B_1 = B - T_1 = 0,0784 \quad (35)$$

Następnie obliczono zastępczy współczynnik wzmocnienia:

$$k_z = \frac{B_1 - \beta}{YB_1} = 15,547 \quad (36)$$

Parametry m i V regulatora oraz ograniczenia u_{z0} wynoszą:

$$m = T_1 = 0,0107 \quad (37)$$

$$V = \beta \frac{YK_p B}{(B_1 - \beta)R} = 0,955 \quad (38)$$

$$u_{z0} = \lambda I_N \frac{YB_1}{B_1 - \beta} = 16,338 \quad (39)$$

Regulator prędkości typu P:

$$\Delta\omega_m = 0,05 * \omega_n = 6,153 \left[\frac{rad}{s} \right] \quad (40)$$

$\Delta\omega_m$ – względny statyzm regulacji:

$$M_N = \frac{P_n}{\omega_n} = 427,662 [Nm] \quad (41)$$

M_N – moment znamionowy

Regulator charakteryzuje się współczynnikiem wzmocnienia:

$$K_\omega = \frac{M_N}{\psi_e k_z K_t \Delta\omega_m} = 19,845 \quad (42)$$

Regulator PI (kryterium symetryczne), zakładamy regulator o transmitancji:

$$G_{R\omega}(s) = K_\omega \frac{T_R s + 1}{T_R s} \quad (43)$$

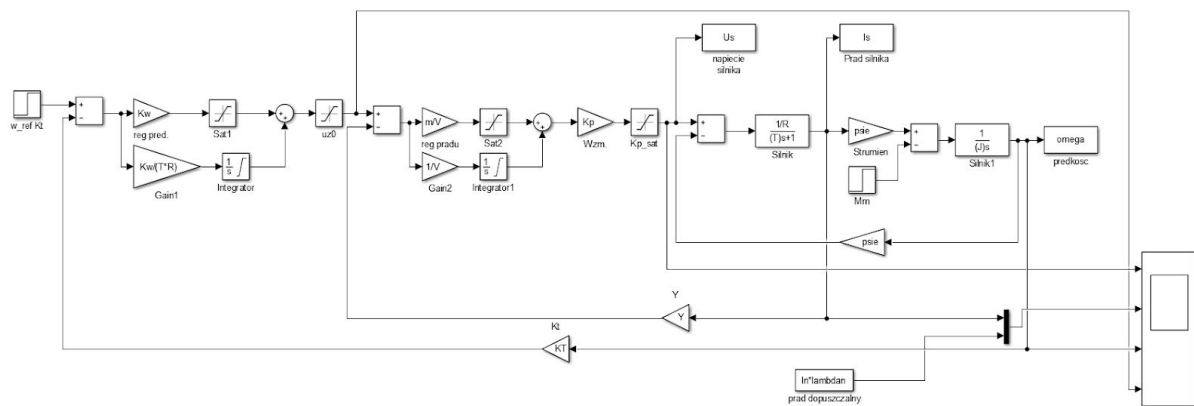
Następnie wyznaczamy parametry wg kryterium symetrycznego:

$$T_R = 4\beta = 0,16 \quad (44)$$

$$K_{\omega} = \frac{J}{2K_t k_z \beta \psi_e} = 17,627 \quad (45)$$

Dodatkowo w układzie należy zastosować filtr dolnoprzepustowy zmniejszający przeregulowanie o transmitancji:

$$G_F(s) = \frac{1}{4\beta s + 1} \quad (46)$$

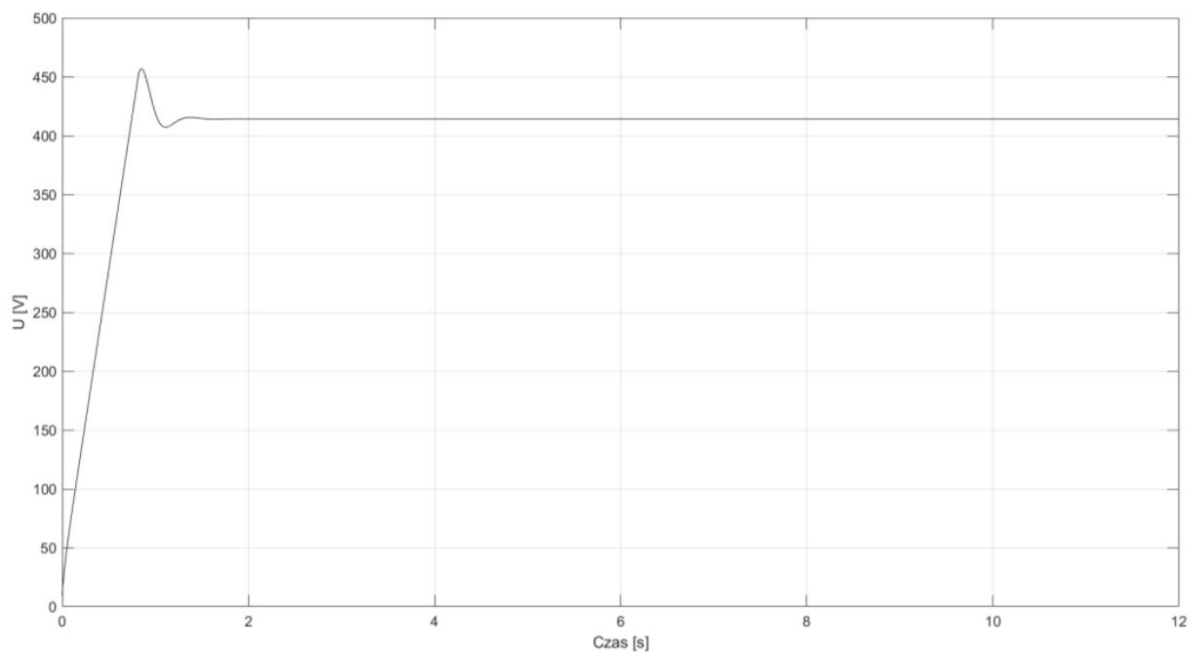


Rys 9. Schemat badanego układu regulacji ciągłej

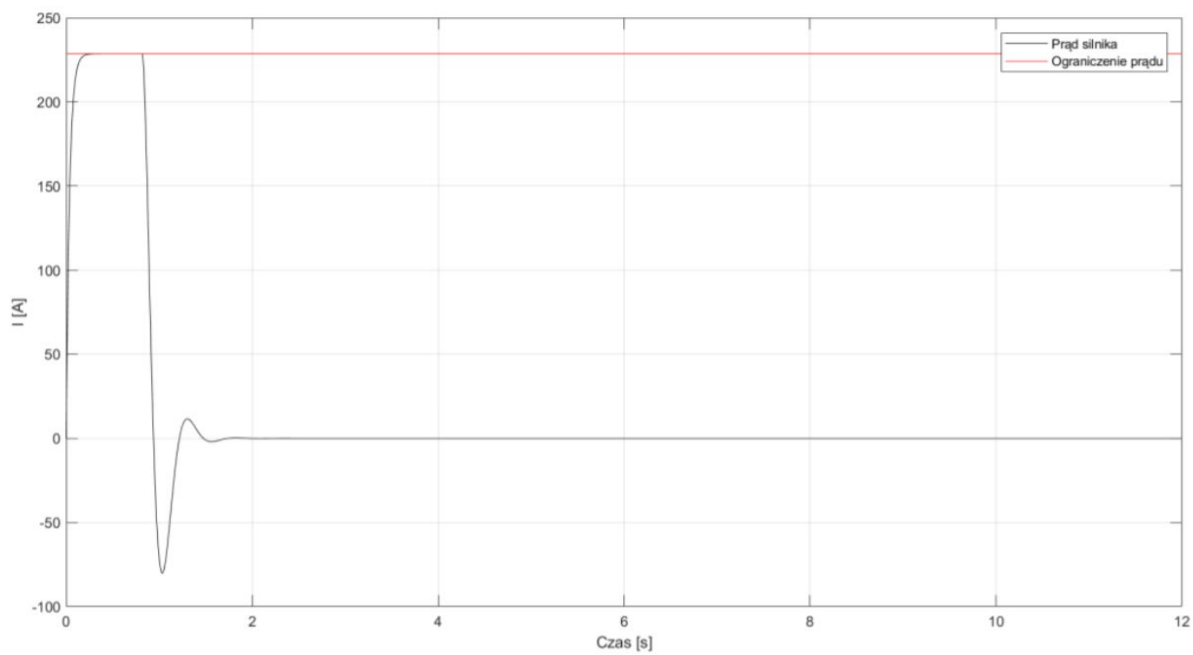
6. Odpowiedzi skokowe dla układu ciągłego

6.1. Rozruch bez momentu obciążenia:

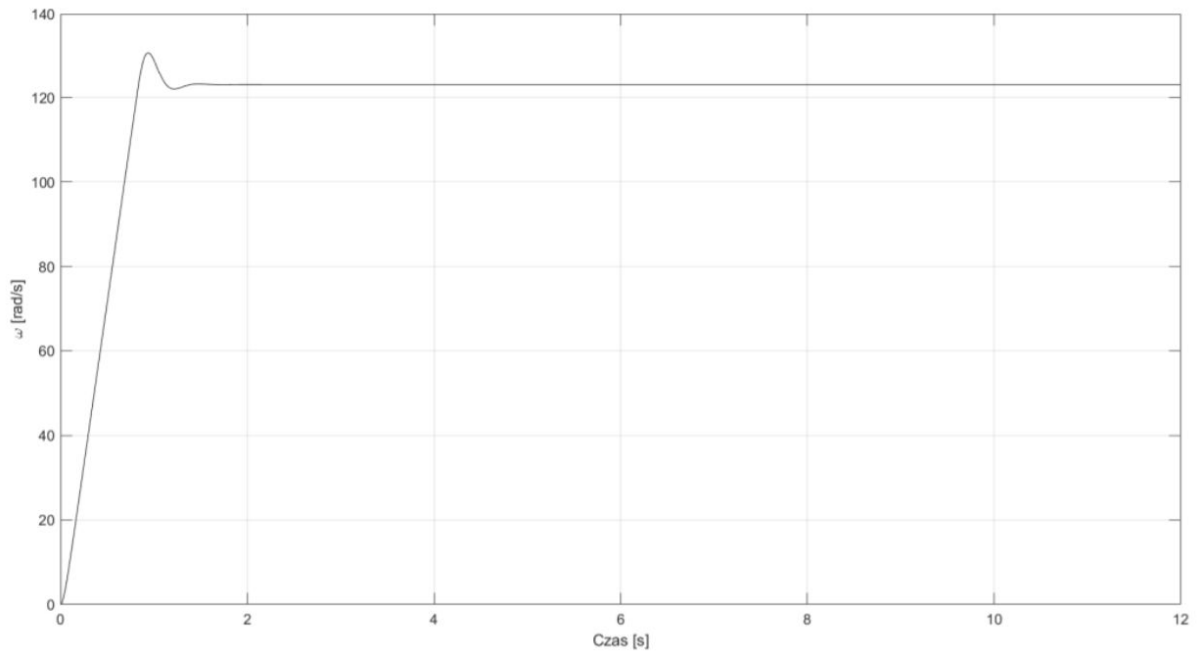
Pierwszym badanym przypadkiem był rozruch bez momentu obciążenia. Na wykresach przedstawiono napięcie silnika, prąd twornika oraz prędkość kątową silnika.



Rys 10. Napięcie silnika dla rozruchu bez obciążenia

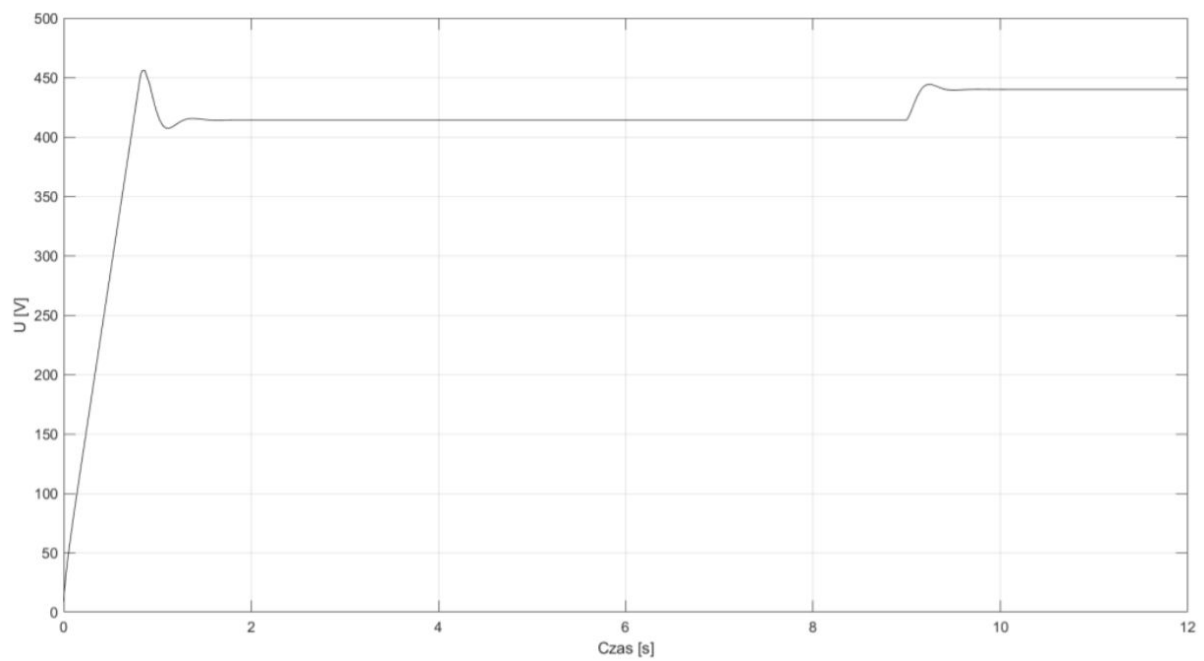


Rys 11. Prąd twornika dla rozruchu bez obciążenia

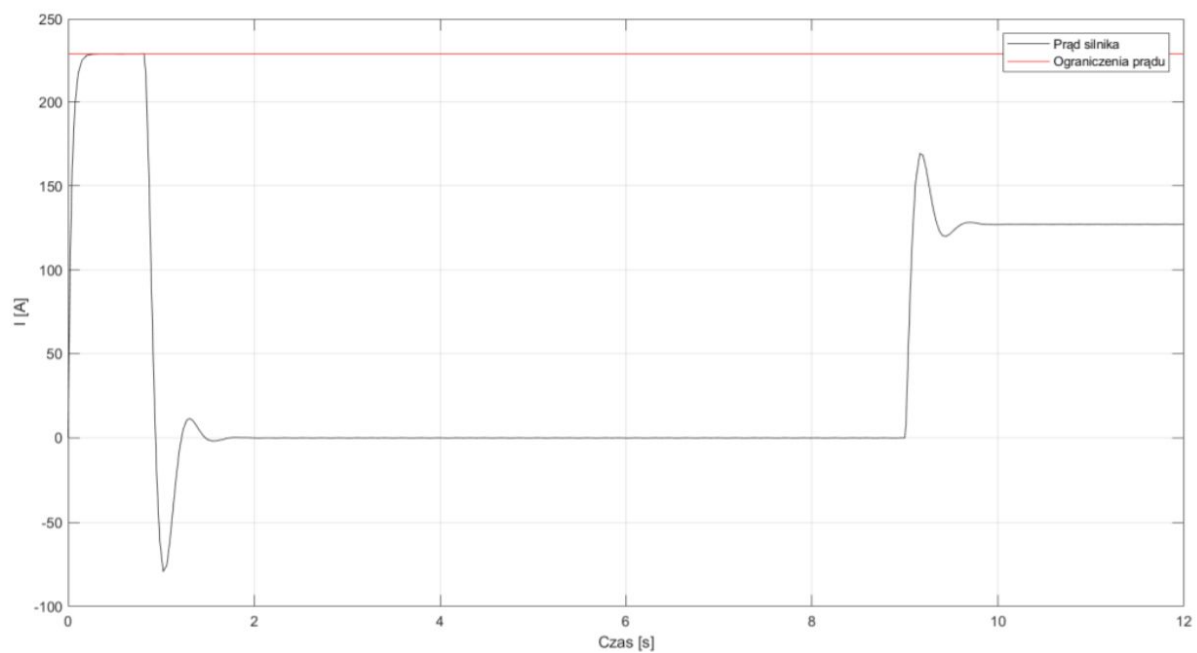


Rys 12. Prędkość kątowna dla rozruchu bez obciążenia

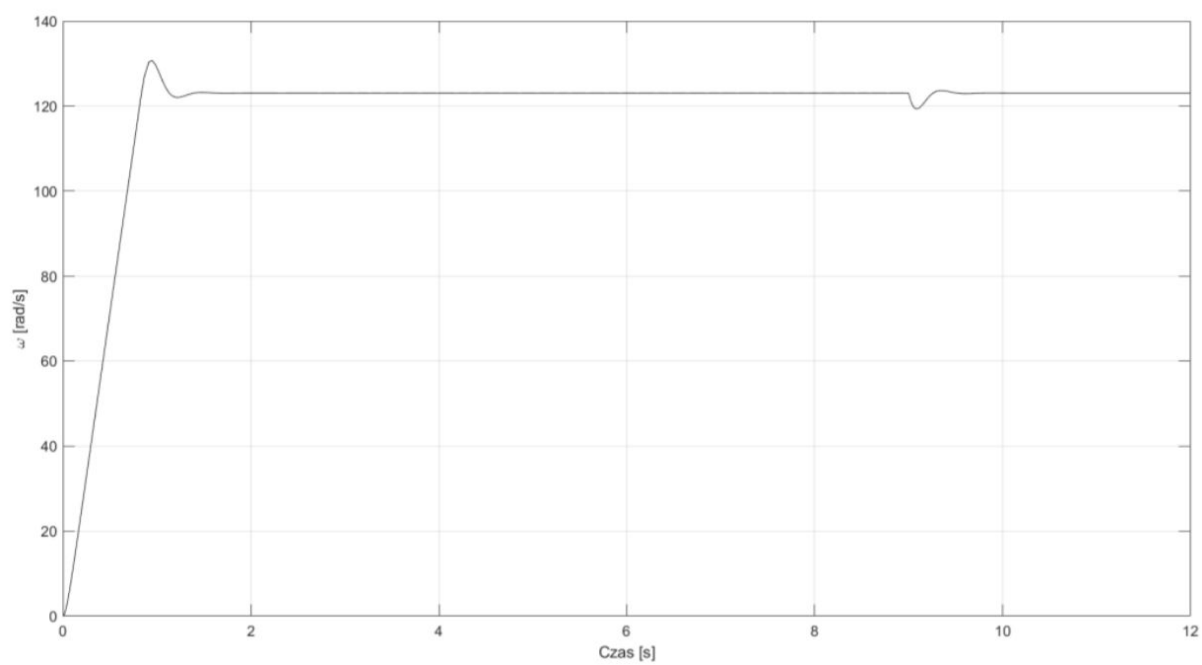
6.2. Rozruch z obciążeniem uderowym:



Rys 13. Napięcie silnika dla rozruchu z momentem uderowym

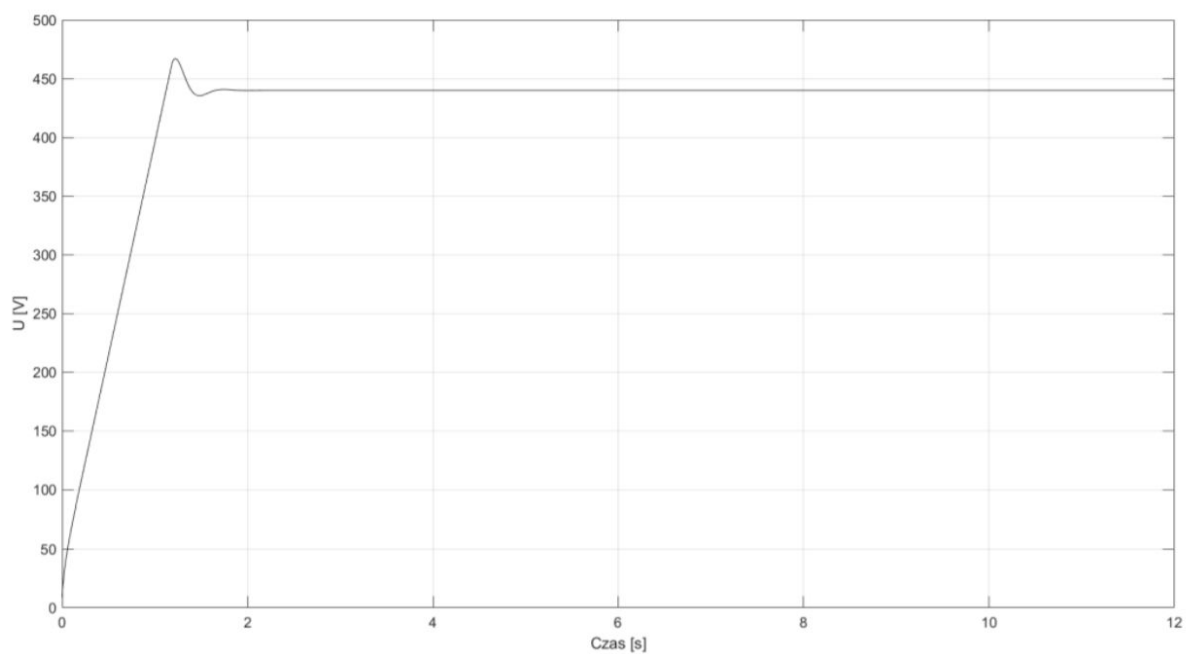


Rys 14. Prąd twornika dla rozruchu z momentem uderowym

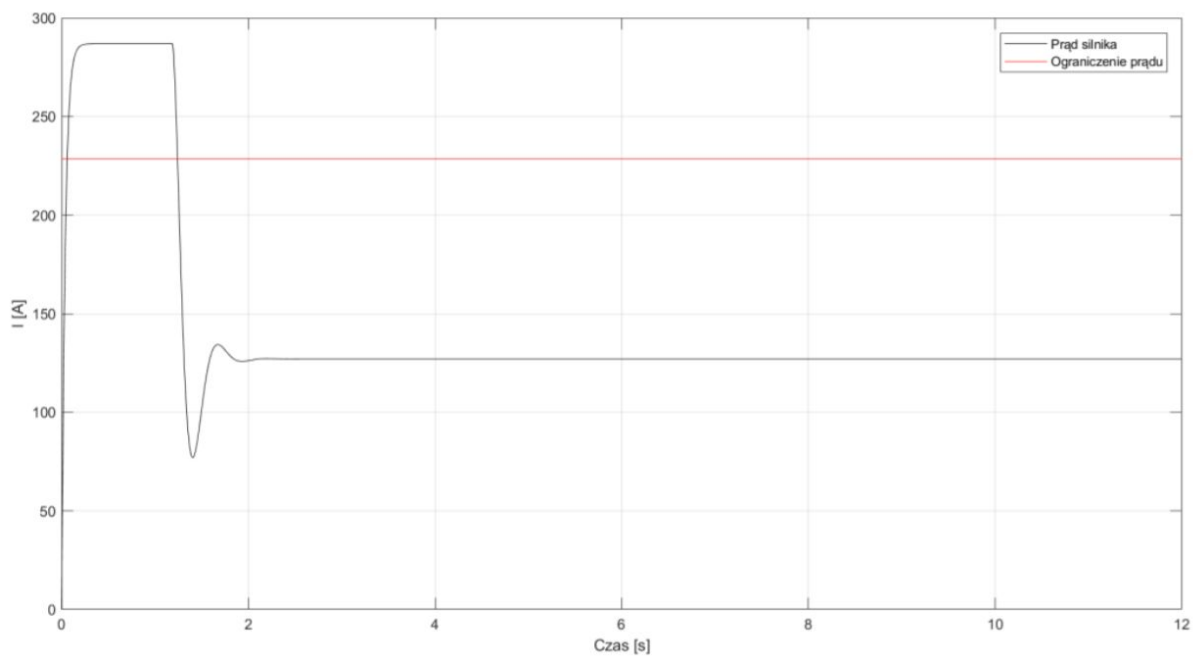


Rys 15. Prędkość kątowna dla rozruchu z momentem uderowym

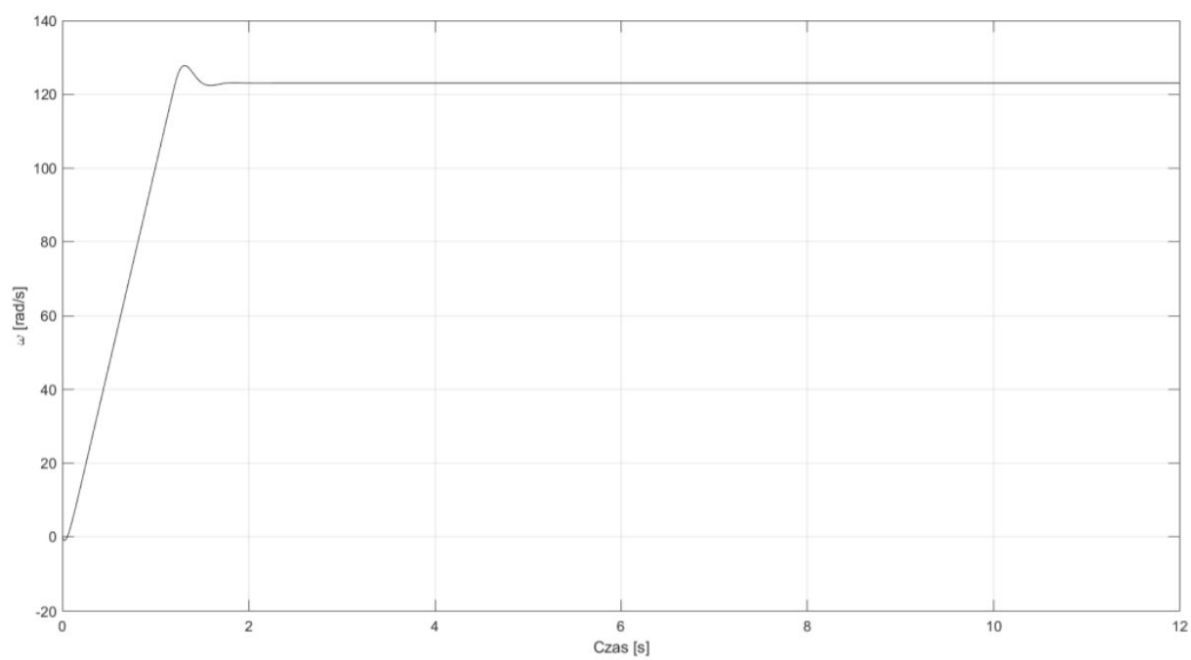
6.3. Rozruch ze znamionowym momentem czynnym:



Rys 16. Napięcie silnika dla obciążenia momentem czynnym

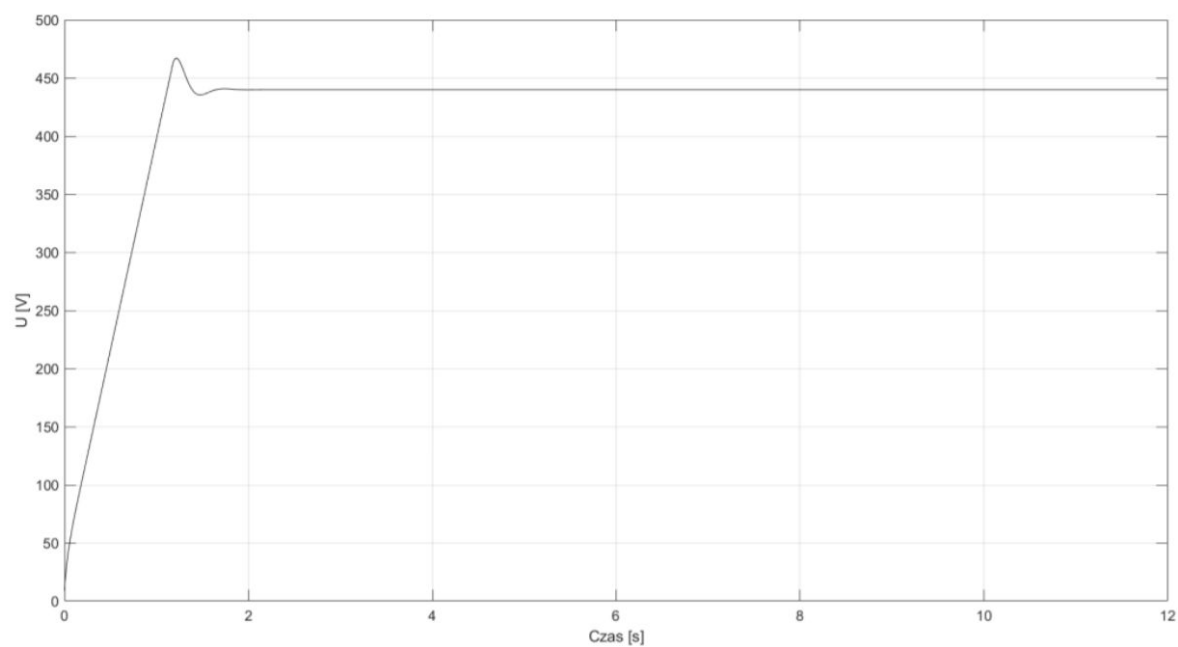


Rys 17. Prąd silnika dla obciążenia momentem czynnym

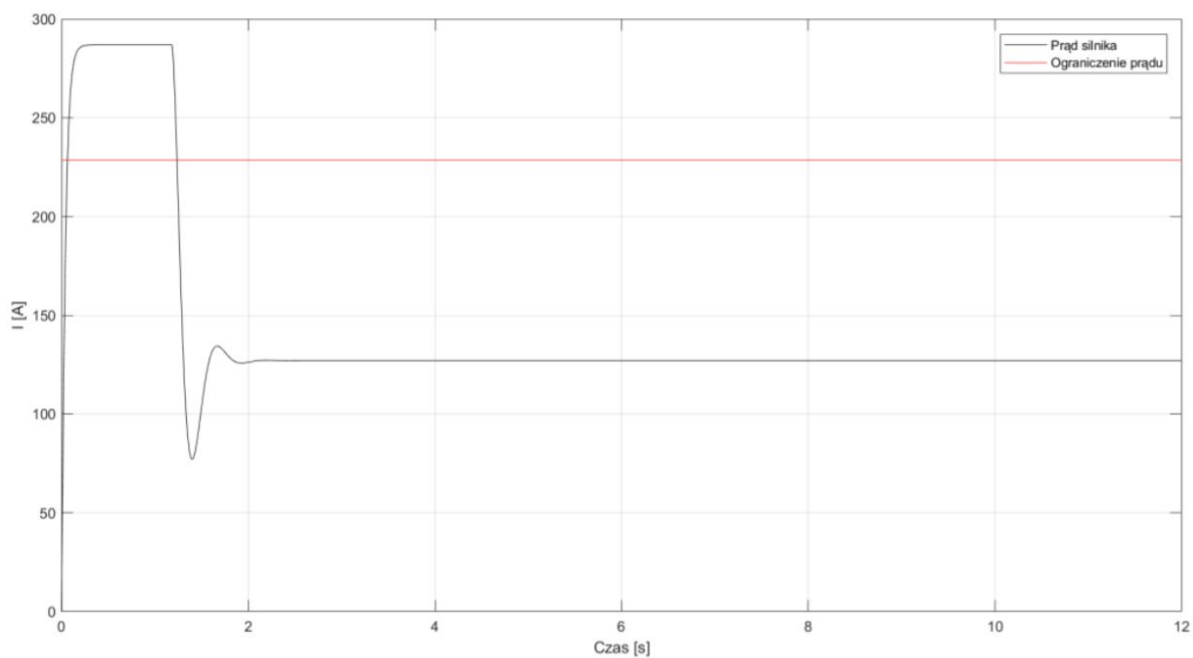


Rys 18. Prędkość kątowna silnika z czynnym momentem obciążenia

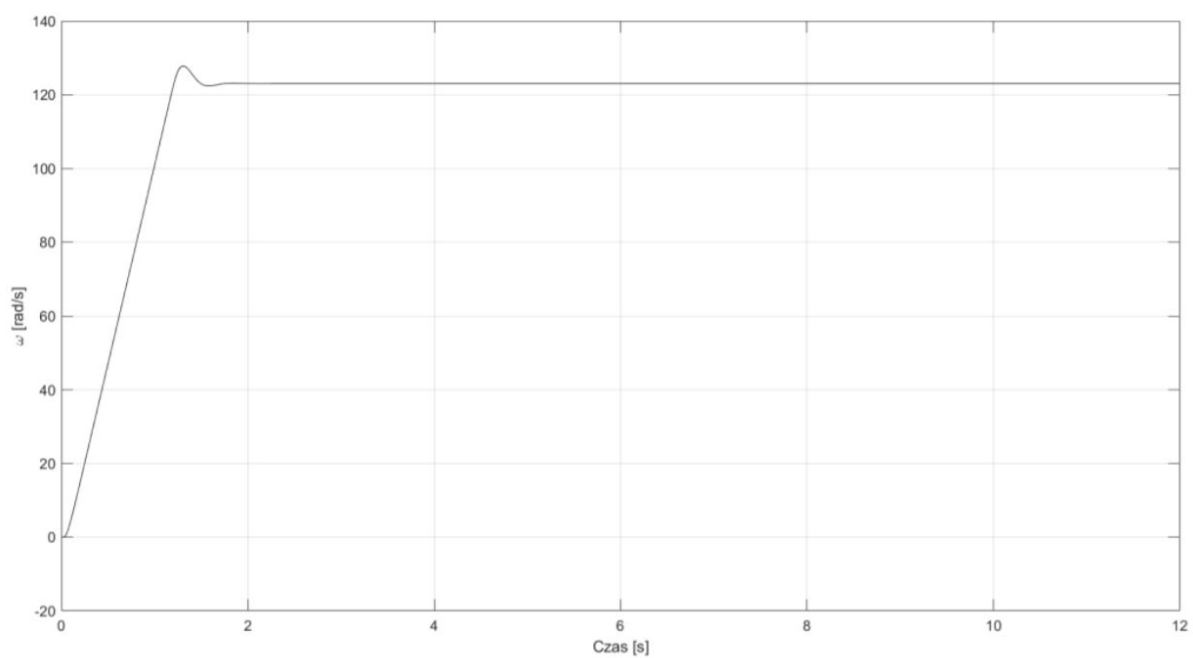
6.4. Rozruch z momentem biernym:



Rys 19. Napięcie silnika dla obciążenia momentem biernym



Rys 20. Prąd twornika dla obciążenia momentem biernym



Rys 21. Prędkość silnika dla obciążenia momentem biernym

Na wykresach widzimy że dla obciążenia czynnego oraz biernego silnik w początkowej fazie kręci się w kierunku przeciwnym do zadanego.

6.5. Wyznaczenie zapasu modułu i fazy oraz dopuszczalnego opóźnienia:

Dla układu regulacji kaskadowej przyjęto model matematyczny przekształtnika tyrystorowego:

$$G_p(s) = \frac{K_p}{\tau_0 s + 1} \quad (47)$$

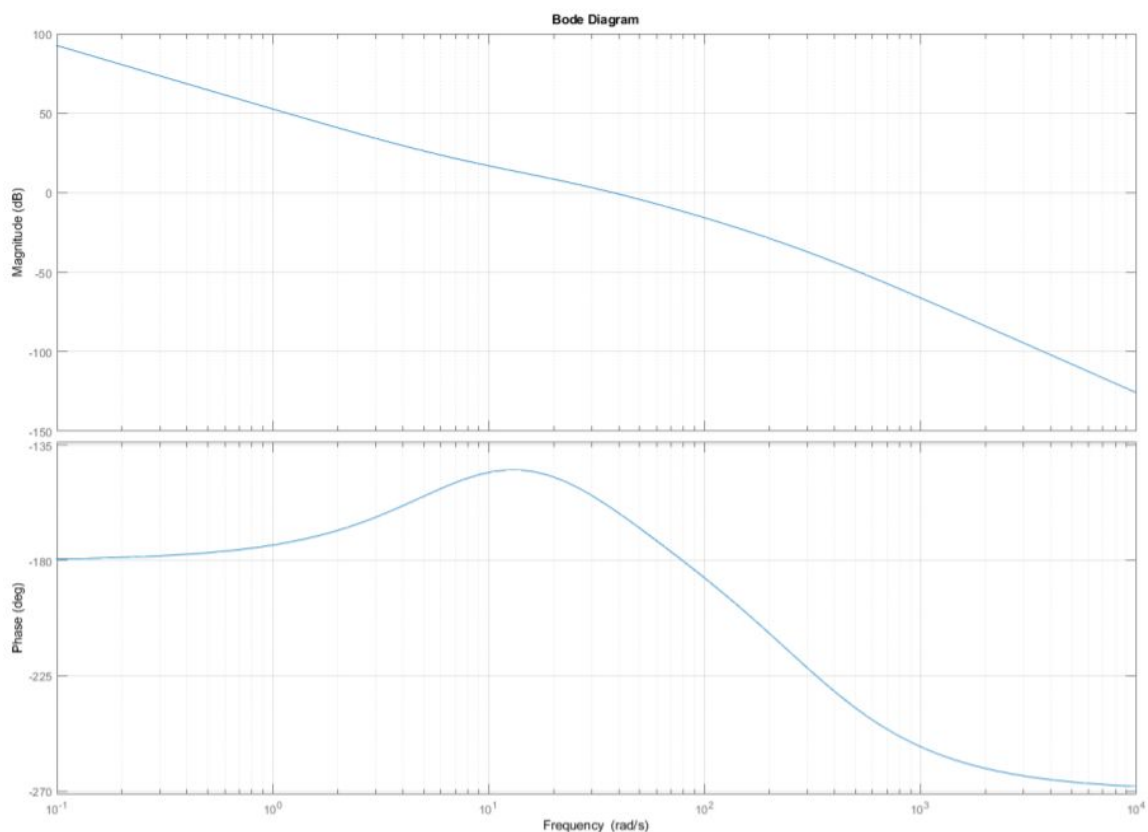
gdzie:

$$\tau_0 = 3,3[ms]$$

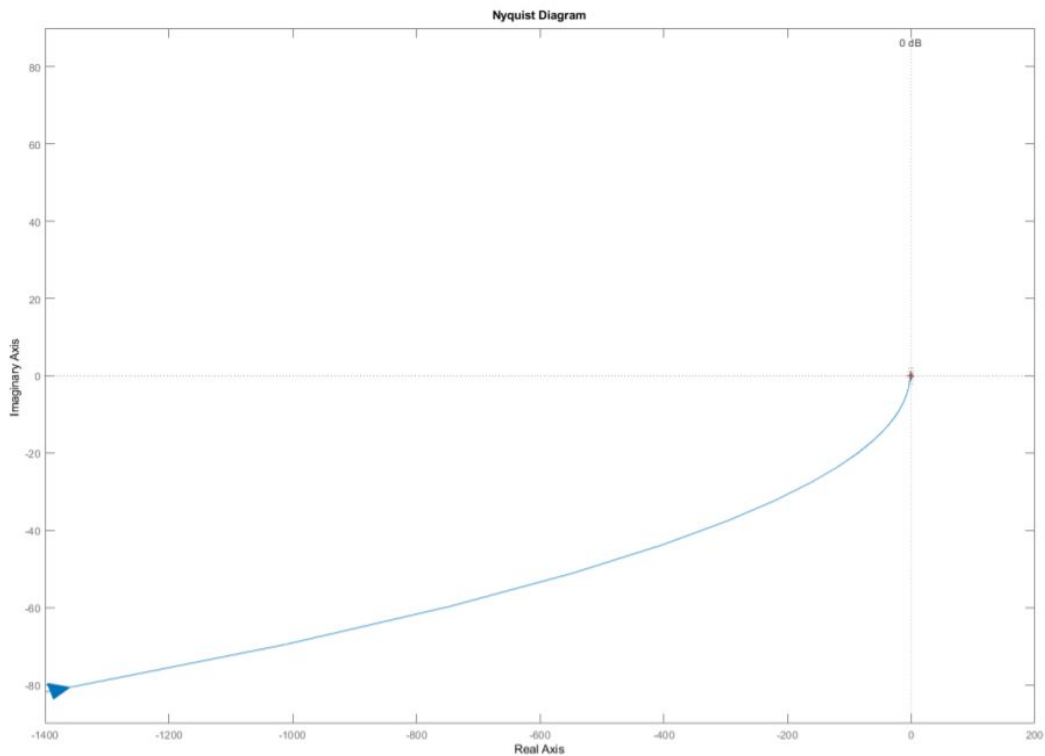
Transmitancja otwartego układu regulacji została przedstawiona poniżej.

$$\frac{0.1605 s^3 + 16.13 s^2 + 104.3 s}{3.131e-07 s^6 + 0.0001282 s^5 + 0.01188 s^4 + 0.2465 s^3}$$

Na rysunkach 22 i 23 przedstawiono charakterystykę Bodego oraz Nyquista dla układu otwartego.



Rys 22. Wykresy Bodego dla układu otwartego



Rys 23. Wykres Nyquista dla układu otwartego

Zapas modułu $GM = 3,833$

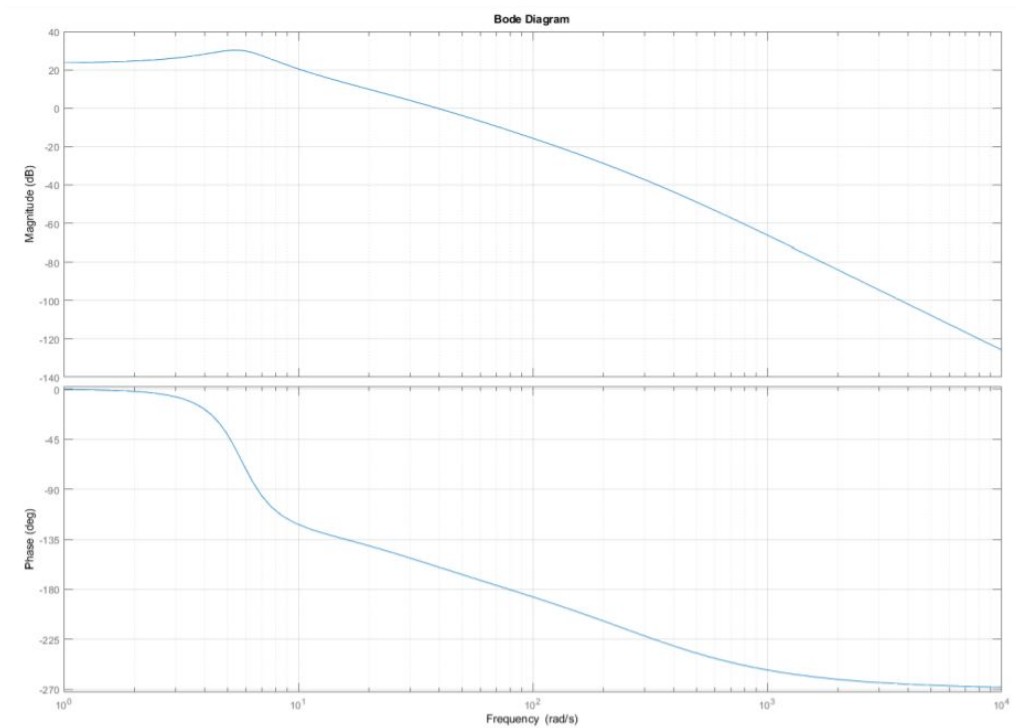
Zapas fazy $PM = 19,985^\circ$

Maksymalne opóźnienie = $0,009\text{ s}$

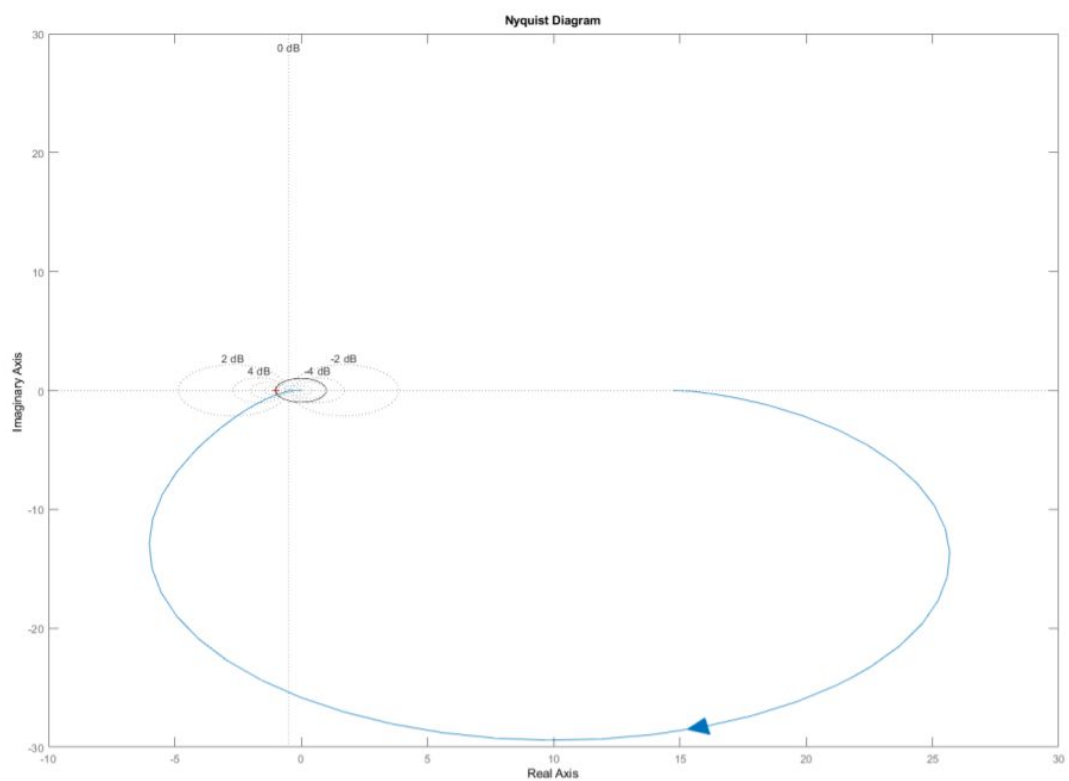
Transmitancja układu zamkniętego została przedstawiona poniżej.

$$\frac{0.1605\text{ s}^3 + 16.13\text{ s}^2 + 104.3\text{ s}}{3.131\text{e-}07\text{ s}^6 + 0.0001282\text{ s}^5 + 0.01188\text{ s}^4 + 0.2574\text{ s}^3 + 1.092\text{ s}^2 + 7.062\text{ s}}$$

Na rysunkach 24 i 25 przedstawione zostały wykresy Bodego oraz Nyquista dla układu zamkniętego.



Rys 24. Wykresy Bodego dla układu zamkniętego



Rys 25. Wykres Nyquista dla układu zamkniętego

Zapas modułu $GM = 3,766$

Zapas fazy $PM = 20,33^\circ$

Maksymalne opóźnienie = $0,009\text{ s}$

Wyznaczone powyżej parametry dla układu otwartego i zamkniętego zostały wyliczone za pomocą funkcji *margin()* dostępnej w oprogramowaniu MATLAB.

Otrzymany zapas modułu i fazy spełniają oczekiwania projektowe. Układ jest stabilny.