

# Projektowanie kaskadowej struktury regulacji napędem prądu stałego – Komputerowe układy sterowania

## Spis treści

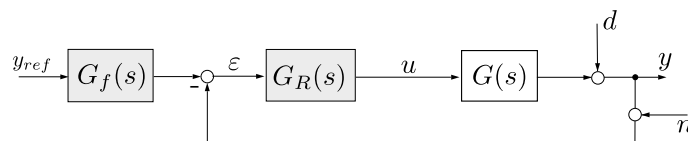
<b>1. Regulator PID</b>	1
1.1. Regulator PID o jednym stopniu swobody	1
1.2. Regulator PID o dwóch stopniach swobody	2
1.3. Regulator anti-windup	3
1.4. Regulator dyskretny	3
<b>2. Model matematyczny napędu prądu stałego</b>	4
<b>3. Kryteria doboru regulatorów ciągłych dla napędu prądu stałego</b>	6
3.1. Rozruch napędu prądu stałego z momentem obciążenia	11
<b>4. Przebieg projektu</b>	12
<b>5. Materiał wymagany do zaliczenia</b>	13
<b>Literatura</b>	13

## Streszczenie

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze stanami przejściowymi zmiennych stanu napędu prądu stałego podczas rozruchu i stabilizacji prędkości obrotowej. W ćwiczeniu rozważana jest kaskadowa struktura regulacji napędem.

## 1. Regulator PID

Problem optymalizacji parametrycznej, inaczej nazywany doбором nastaw regulatorów, dotyczy wyznaczenia współczynników regulatora w układzie regulacji (rys. 1) wg zadanego kryterium. Oczywiście kryterium może być określone dla zadania stabilizacji bądź nadążania.



Rysunek 1. Uproszczony schemat układu regulacji

### 1.1. Regulator PID o jednym stopniu swobody

Najczęściej w praktyce przemysłowej wykorzystywane są regulatory PID (Åström & Hägglund 1995, Dorf & Bishop 2008), które w dziedzinie czasu opisywane są przez wyrażenie (**regulator o jednym stopniu swobody**):

$$u(t) = K_R \left( \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (1)$$

gdzie  $K_R$  jest wzmocnieniem regulatora,  $T_i$  jest czasem zdwojenia, a  $T_d$  czasem wyprzedzenia. Natomiast w języku angielskim stosuje się następujące nazewnictwo: *gain*, *integral time*, *derivative time*.

Jeden stopień swobody (1DOF, *one degree of freedom*) oznacza jednakowe przetwarzanie przez regulator  $G_R$  sygnału zadanego  $y_{ref}$  oraz wyjściowego  $y$ . W układzie sterowania występuje jeden sygnał uchybu regulacji  $\varepsilon = y_{ref} - y$ .

W dziedzinie operatorowej wyrażenie (1) zapisuje się jako:

$$u(s) = K_R \left( \varepsilon(s) + \frac{1}{T_i s} \varepsilon(s) + T_d s \varepsilon(s) \right), \quad G_R(s) = \frac{u(s)}{\varepsilon(s)} = K_R \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2)$$

Zależności (1) i (2) są opisem matematycznym regulatora idealnego i w procesie optymalizacji parametrycznej obliczane są trzy parametry:  $K_R$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ .

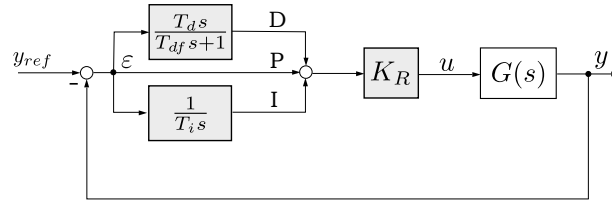
Wyrażenia (1) i (2) zawierają idealną pochodną, która jest nierealizowalna w układach rzeczywistych. Z tego powodu zastępuje się ją przez element inercyjno-różniczkujący:

$$T_d s \approx \frac{T_d s}{T_{df} s + 1} \quad (3)$$

gdzie  $T_{df} < T_d$ , a czasami określa się  $T_{df} = \frac{T_d}{N}$ ,  $N \in \mathbb{N}$ .

Oznacza to, że w procesie optymalizacji parametrycznej regulatora rzeczywistego obliczane są cztery parametry:  $K_R$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ ,  $T_{df}$  lub  $N$ .

Na rysunku 2 przedstawiony jest układ sterowania z regulatorem rzeczywistym o jednym stopniu swobody.



Rysunek 2. Rzeczywisty regulator PID 1DOF współpracujący z obiektem regulacji o transmitancji  $G(s)$

Budowa regulatora ma tu postać równoległą, tzn. dodawane jest przetwarzanie uchybu regulacji  $\varepsilon$  przez poszczególne tory (P, I, D) regulatora.

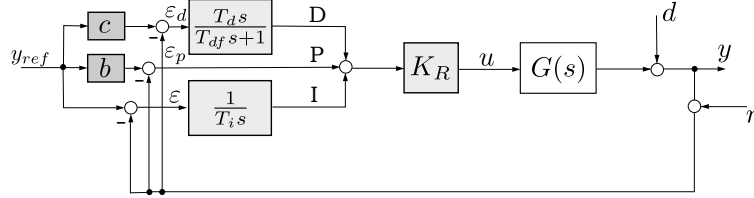
## 1.2. Regulator PID o dwóch stopniach swobody

W celu poprawienia jakości regulacji czasami wprowadza się ideę różnego przetwarzania sygnału wartości zadanej  $y_{ref}$  oraz sygnału wyjściowego  $y$ . Podejście takie prowadzi do częściowego odseparowania zadania nadążania ( $y_{ref} \rightarrow y$  lub  $y_{ref} \rightarrow \varepsilon$ ) i stabilizacji ( $n \rightarrow y$  lub  $d \rightarrow y$ ) wg rysunku 1 (Åström & Hägglund 1995, Åström & Hägglund 2006, Guzman, Åström, Dormido, Hägglund, Berenguel & Piguet 2008, Araki & Taguchi 2003). Dodatkowo przyjmuje się wolnozmiennosc wartości zadanej  $y_{ref}$  i modyfikuje formułę regulacji (2) z uwzględnieniem (3) do postaci **regulatora o dwóch stopniach swobody** (PID 2DOF):

$$u(s) = K_R \left( \underbrace{b y_{ref}(s) - y(s)}_{\varepsilon_p} + \frac{1}{T_i s} \varepsilon(s) + \frac{T_d s}{T_{df} s + 1} \underbrace{(c y_{ref}(s) - y(s))}_{\varepsilon_d} \right) \quad (4)$$

gdzie  $b$  i  $c$  są współczynnikami wagowymi dla działania proporcjonalnego i różniczkującego. Najczęściej  $0 < b < 1$  oraz  $c = 0$ . Nazwa *regulator o dwóch stopniach swobody 2DOF* pochodzi z faktu częściowego rozdzielenia zadania nadążania od stabilizacji, tzn. współczynniki wagowe mają wpływ na odpowiedź skokową  $y$  przy wymuszeniu  $y_{ref}$ , ale nie mają wpływu na proces stabilizacji (sygnały  $d$  i  $n$ ).

Na rysunku 3 zaprezentowany jest schemat podstawowy regulacji PID 2DOF, gdzie uwzględniono zakłócenie obciążające  $d$  oraz sygnał szumu pomiarowego  $n$ .



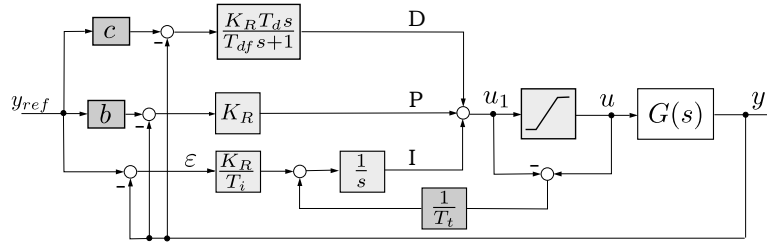
Rysunek 3. Rzeczywisty regulator PID 2DOF współpracujący z obiektem regulacji o transmitancji  $G(s)$

W regulatorze PID2DOF istnieje możliwość dodatkowego kształtowania procesu nadążania przy pomocy współczynnika wagowego  $b$ . Współczynnik ten nie ma wpływu na stabilizację (wpływ sygnałów  $d$  i  $n$ ) w układzie regulacji.

W przypadku idealnym, tzn. gdy regulator nie posiada żadnych ograniczeń, najlepsze wyniki dla zadania nadążania uzyskuje się dla  $c = 1$ . Należy jednak pamiętać, że wówczas sterowanie  $u$  posiada duże wartości, które w przypadkach rzeczywistych jest nierealizowalne. Z tego powodu w praktycznych rozwiązaniach stosuje się  $c = 0$ , co ogranicza wartości sygnałów na wyjściu elementu różniczkującego.

### 1.3. Regulator anti-windup

Kolejnym krokiem polepszającym pracę regulatora PID jest zastosowanie techniki **anti-windup** (Åström & Hägglund 2006), która polega na ograniczeniu „nadmiarowego” całkowania w regulatorze (rys. 4).



Rysunek 4. Technika anti-windup zastosowana w regulatorze PID 2DOF

W układzie anti-windup wykorzystane jest dodatkowe sprzężenie zwrotne  $\frac{1}{T_t}$  nazywane *torem śledzącym* i w przypadku gdy sygnał  $u_1$  przekracza wartość ograniczenia, to wówczas na wejście integratora  $\frac{1}{s}$  podawany jest dodatkowy sygnał o przeciwnym znaku. Sygnał ten spowalnia proces całkowania lub całkowanie go blokuje. Przedstawione rozwiązanie polepsza pracę układu poprzez zmniejszenie oscylacji w procesie przejściowym zwłaszcza przy dużych wartościach zadanych.

### 1.4. Regulator dyskretny

Na podstawie właściwości systemu ciągłego można określić właściwości systemu dyskretnego przy założeniu, że częstotliwość próbkowania jest dobrze dobrana, tzn. spełnione jest tw. o próbkowaniu (tw. Kotelnikowa–Shannona) wraz z ograniczeniami.

**Twierdzenie .1. O próbkowaniu.** Każda funkcja dolnopasmowa może być dowolnie dokładnie odtworzona z ciągu próbek, jeżeli  $\omega_s \geq 2\omega_g$ , gdzie  $\omega_s$  – częstotliwość próbkowania,  $\omega_g$  – częstotliwość graniczna funkcji (sygnału).

Dodatkowo bardzo często częstotliwość  $\omega = \omega_s/2$  jest nazywana **częstotliwością Nyquista** i określa maksymalną częstotliwość sygnału, który może zostać przetworzony w układzie. Częstotliwość Nyquista jest wykorzystywana np. przy projektowaniu filtrów cyfrowych.

Częstotliwość próbkowania jest dobierana z uwzględnieniem dodatkowych założeń związanych z ograniczeniami stosowania twierdzenia o próbkowaniu:

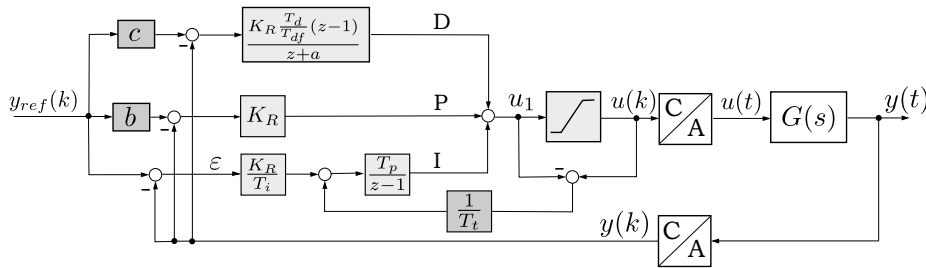
1. Nie da się oryginalnie odtworzyć funkcji próbkowanej, ponieważ nie jest możliwe skonstruowanie prostokątnego filtra dolnoprzepustowego, który ograniczałby pulsację funkcji wejściowej do  $\omega_g$ .
2. Nie ma funkcji dolnopasmowych – każdy sygnał posiada nieskończone widmo częstotliwości.
3. Nie można zrealizować delty Diraca – istnieje czas apertury, czyli impuls nie jest realizowany w nieskończenie krótkim czasie, tylko charakteryzuje go czas trwania  $T_a$ .
4. W czasie próbkowania występuje drżenie fazy próbkowania – nie da się dokładnie ustalić czasu próbkowania, skończona dokładność wzorców czasu.

Uwzględniając powyższe cztery punkty i zjawisko aliasingu, w układach automatyki stosuje się zwykle częstotliwości próbkowania  $\omega_s \geq 10\omega_g$ . Częstotliwość  $\omega_g$  wyznacza się z amplitudowo-częstotliwościowej charakterystyki Bodego.

Problem dyskretyzacji  $G(s)$  w tym przypadku można rozwiązać wieloma metodami. Pierwszą z nich jest wyznaczenie dyskretnej transmitancji  $G(z)$  przy zastosowaniu metody ekstrapolacji zerowego rzędu. Metoda ta jest ogólnie znana i służy do wyznaczania dyskretnych modeli matematycznych (Åström & Wittenmark 1997, Sieklucki 2009):

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \cdot \mathcal{Z} \left[ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \right] \quad (5)$$

Wówczas dyskretną wersję regulatora PID 2DOF zaprezentowanego na rysunku 4 można przedstawić w postaci jak na rysunku 5, gdzie uwzględnione zostały przetworniki analogowo-cyfrowy i cyfrowo-analogowy, które są konieczne do współpracy regulatora cyfrowego z obiektem o działaniu ciągłym.

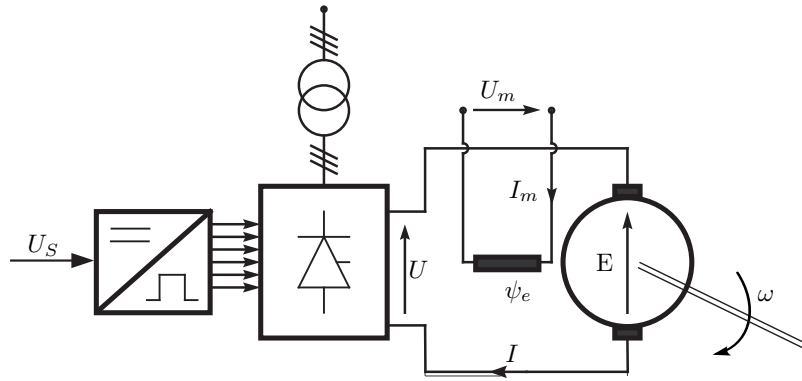


Rysunek 5. Technika anti-widup zastosowana w dyskretnym regulatorze PID 2DOF,

$$\text{gdzie } a = e^{-\frac{T_p}{T_{df}}}$$

## 2. Model matematyczny napędu prądu stałego

Napęd elektryczny z obcowzbudnym silnikiem prądu stałego został przedstawiony na rysunku 6. Prąd w obwodzie wzbudzenia ma znamionową wartość stałą  $I_{wN}$ , przez co wytwarza strumień skojarzony rotacyjnie z uzwojeniem twornika o wartości znamionowej  $\psi_{eN}$ . Napęd elektryczny przedstawiony na rysunku 6 składa się ze sterownika, wzmacniacza mocy będącego zwykle nawrotnym przekształtnikiem tyrystorowym, który stanowi zasilanie obcowzbudnego silnika prądu stałego.



Rysunek 6. Napęd elektryczny z obcowzbudnym silnikiem prądu stałego

Model matematyczny obcowzbudnego silnika prądu stałego wg prac (Sieklucki 2009) (Tunia & Kaźmierkowski 1983), (Pełczewski & Krynke 1984), (Biszytyga 1989), (Leonhard 2001), (Ciepiela 1992), (Kozioł, Sawicki & Szklarski 1992), (Rusek 1993) wraz z modelem zasilającego wzmacniacza mocy jest opisany następującym równaniem stanu

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}(t) \\ \dot{I}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \psi_{eN}/J \\ -\psi_{eN}/L & -1/T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega(t) \\ I(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1/J & 0 \\ 0 & K_p/L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_m(t) \\ U_s(t) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Do opisu silnika obcowzbudnego wykorzystano następujące oznaczenia:

$U_s$	–	napięcie sterujące wzmacniaczem mocy,
$U_N$	–	napięcie znamionowe zasilania uzwojenia twornika,
$I$	–	prąd twornika,
$I_N$	–	znamionowy prąd twornika,
$M_m$	–	moment obciążenia,
$M_N$	–	znamionowy moment obciążenia,
$\omega$	–	prędkość obrotowa silnika,
$\omega_0$	–	prędkość idealnego biegu jałowego,
$\psi_{eN}$	–	znamionowy strumień skojarzony rotacyjnie z uzwojeniem twornika,
$T_m$	–	rozruchowa stała elektromechaniczna silnika,
$T$	–	elektromagnetyczna stała czasowa,
$J$	–	moment bezwładności napędu i agregatu technologicznego,
$B$	–	elektromechaniczna stała czasowa silnika,
$R$	–	rezystancja uogólniona,
$L$	–	indukcyjność całkowita,
$K_p$	–	wzmocnienie wzmacniacza mocy.

Model matematyczny (6) obowiązuje przy następujących założeniach: wzmacniacz mocy jest obiektem bezinercyjnym o stałym wzmocnieniu  $K_p$ , napęd pracuje w zakresie prądów ciągłych, proces komutacji nie wpływa na zewnętrzne mierzalne parametry napędu. Powyższe założenia nie ograniczają zakresu stosowalności (6) gdyż są one zawsze spełnione dla układów napędowych o właściwie dobranym silniku i wzmacniaczu mocy.

Prawidłowa praca napędu prądu stałego w stanach dynamicznych jest gwarantowana przy następują-

cych ograniczeniach zmiennych stanu:

$$\left\{ \begin{array}{ll} |I(t)| \leq I_d = \lambda_N I_N & \text{– ograniczenie wartości prądu,} \\ \left| \frac{dI(t)}{dt} \right| \leq p I_N & \text{gdzie } p \text{ – dopuszczalna krotność prądu} \\ & \text{znamionowego w czasie 1 sekundy,} \\ |\omega(t)| \leq \omega_d & \text{– ograniczenie prędkości obrotowej silnika,} \end{array} \right\} \quad (7)$$

gdzie  $\lambda_N, p, \omega_d$  są stałymi dodatnimi.

Znacznie częściej w automatyce napędu wykorzystuje się modele w postaci transmitancji

$$G_{\omega U}(s) \Big|_{M_m=0} = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{\psi_e}}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (8a)$$

$$G_{\omega M}(s) \Big|_{U=0} = \frac{\omega(s)}{M_m(s)} = \frac{\frac{R}{\psi_e^2}(Ts + 1)}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (8b)$$

$$G_{IU}(s) \Big|_{M_m=0} = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{\frac{B}{R}s}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (8c)$$

$$G_{IM}(s) \Big|_{U=0} = \frac{I(s)}{M_m(s)} = \frac{\frac{1}{\psi_e}}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (8d)$$

$$G_{\psi}(s) = \frac{\psi_e(s)}{U_m(s)} = \frac{\frac{k_{\psi}}{R_m}}{T_m s + 1} \quad (8e)$$

gdzie

$$B = J \frac{R}{\psi_e^2}, \quad T = \frac{L}{R}, \quad T_m = \frac{L_m}{R_m} \quad (8f)$$

ponadto czasami konieczne jest uwzględnienie wpływu warunków początkowych  $I_0$  i  $\omega_0$  na prąd twornika i prędkość kątową. Warunki te przedstawia się w postaci transformat:

$$g_{\omega}(s) = \frac{I_0 \frac{RT}{\psi_e} + \omega_0 B (Ts + 1)}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (8g)$$

$$g_I(s) = \frac{I_0 B Ts - \omega_0 \frac{\psi_e B}{R}}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (8h)$$

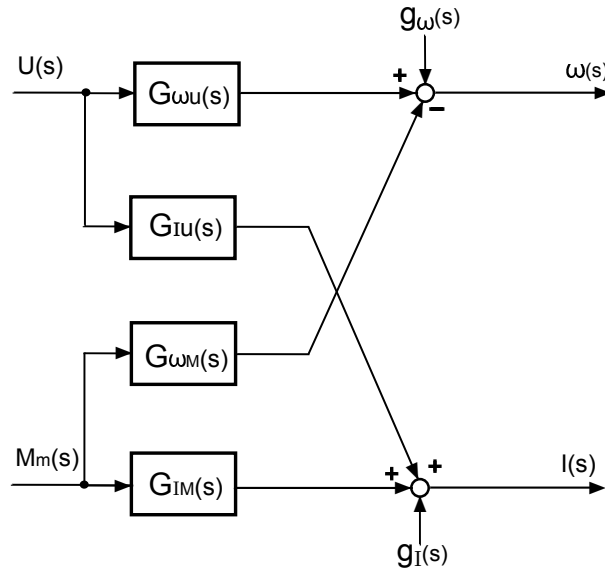
Wówczas model można przedstawić w postaci schematu blokowego przedstawionego na rysunku 7.

W wielu przypadkach wystarczające jest zastosowanie prostszej struktury modelu matematycznego silnika (nie uwzględniającej warunków początkowych), który jest przedstawiony na rysunku 8.

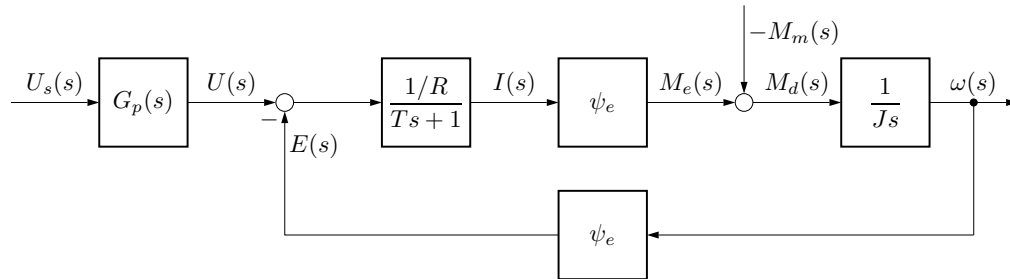
### 3. Kryteria doboru regulatorów ciągłych dla napędu prądu stałego

W niniejszym rozdziale dokonano zestawienia metod doboru regulatorów w klasycznym układzie regulacji kaskadowej.

Układ regulacji przedstawiony na rysunku 9 składa się z podrzędnego regulatora prądu twornika oraz z nadrzędnego regulatora prędkości obrotowej silnika. Idea działania układu polega na nasyceniu regulatora prędkości w początkowym etapie rozruchu, co z kolei zapewnia pracę silnika ze stałą wartością prądu twornika (Ciepiela 1992), (Siekłucki 2009). W modelu symulacyjnym układu występuje szereg bloków ograniczających wartość sygnału i przy realizacji praktycznej takiego układu regulacji (w oparciu o analogowe układy elektroniczne), niektóre z nich były realizowane w sposób naturalny przez ograniczenia sygnału wyjściowego wzmacniaczy operacyjnych. W realizacji powyższego układu regulacji w oparciu o układy mikroprocesorowe wszystkie ograniczenia występujące na rysunku 9 muszą zostać uwzględnione



Rysunek 7. Schemat blokowy silnika obcowzbudnego

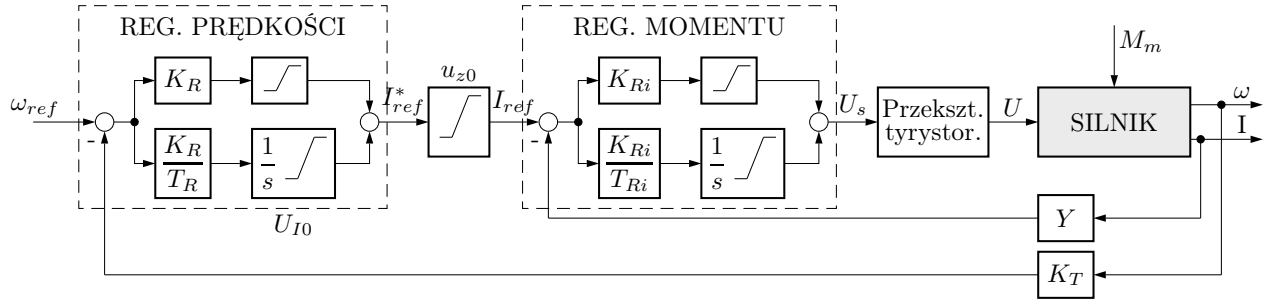
Rysunek 8. Najprostszy schemat blokowy napędu prądu stałego ( $G_p(s)$  jest transmitancją przekształtnika tyrystorowego)

w algorytmie obliczeniowym.

Do doboru parametrów regulatora prądu (zwykle PI) stosuje się zazwyczaj kryterium modułowe lub kryterium kształtu. Pierwsze z nich (Ciepiela 1992), (Leonhard 2001) opiera się na kilku założeniach, które nie zawsze są możliwe do spełnienia. W wyniku optymalizacji uzyskuje się przebieg prądu z przeregulowaniem, co dodatkowo ogranicza wartość prądu podczas rozruchu (wydłużenie rozruchu). Drugie kryterium (Ciepiela 1992), (Sieklicki 2009) zapewnia eksponencjalny przebieg prądu twornika przy wymuszeniu jednostkowym, przez co w znacznie większym stopniu wykorzystuje się możliwości napędu. Wadą kryterium kształtu jest możliwość zastosowania tylko dla napędów w których jest spełniony warunek  $B > 4T$ , a w przypadku jego niespełnienia dokonuje się obliczeń przybliżonych.

Regulator prędkości dla napędu dobierany jest jako P lub PI (Ciepiela 1992). Przy doborze regulatora typu P narzuca się gwarantowaną sztywność charakterystyki  $\omega(M_m)$  (gdzie  $M_m$  jest momentem obciążenia) i na jej podstawie wyznacza się parametr  $K_\omega$ . W układzie z proporcjonalnym regulatorem nadrzędnym prędkości zawsze występuje uchyb statyczny. Zastosowanie regulatora prędkości typu PI zapewnia uzyskanie astatycznego układu regulacji i dobór jego parametrów można przeprowadzić stosując kryterium symetryczne (Ciepiela 1992). W celu zmniejszenia uchybu dynamicznego prędkości obrotowej w układzie z regulatorem PI należy wprowadzić dodatkowo filtr sygnału zadającego. Jego zastosowanie sprawi, że przeregulowanie prędkości przy jednostkowym sygnale zadającym nie przekroczy 8%.

W optymalizacji parametrycznej układu regulacji dokonuje się obliczeń wg następujących wzorów (Ciepiela 1992) dla modelu matematycznego typu (6):



Rysunek 9. Schemat układu kaskadowej regulacji napędem prądu stałego (regulatory windup)

- Regulator prądu (jeśli napęd spełnia warunek  $B > 4T$ ):

Zakłada się regulator o transmitancji

$$G_{RI}(s) = \frac{ms + 1}{V_S} = K_{Ri} \left( 1 + \frac{1}{T_{Ri}} \right) \quad (9)$$

i wyznacza się  $\beta = \frac{\lambda}{\rho}$ , która jest stałą czasową przebiegu prądu twornika.

Rozkład transmitancji twornika napędu przeprowadza się z postaci

$$G_t(s) = \frac{I(s)}{U_p(s)} = \frac{1}{R} \frac{Bs}{BTs^2 + Bs + 1}$$

(gdzie  $U_p$  napięcie wyjściowe wzmacniacza mocy) na postać

$$G_t(s) = \frac{I(s)}{U_p(s)} = \frac{1}{R} \frac{Bs}{(B_1s + 1)(T_1s + 1)}$$

gdzie

$$T_1 = 0.5B \left( 1 - \sqrt{1 - 4T/B} \right),$$

$$B_1 = B - T_1.$$

Dalej można wyznaczyć zastępczy współczynnik wzmocnienia

$$k_z = \frac{B_1 - \beta}{YB_1},$$

a parametry regulatora wynoszą

$$m = T_1,$$

$$V = \beta \frac{YK_p B}{(B_1 - \beta)R} \quad (10)$$

oraz ograniczenie

$$u_{z0} = \lambda I_N \frac{YB_1}{B_1 - \beta}. \quad (11)$$

- Regulator prądu (jeśli napęd spełnia warunek  $4T \geq B$ ):

Parametrami regulatora PI jw. są

$$m = \sqrt{BT},$$

$$V = \frac{K_p Y}{R} \cdot \frac{B\beta}{\sqrt{BT} - \beta}, \quad (12)$$

a pozostałe wielkości ( $\beta, k_z$ ) wyznacza się identycznie jw.



- Regulator prędkości typu P:

Regulator ten charakteryzuje się współczynnikiem wzmocnienia

$$K_\omega = \frac{M_N}{\psi_{eN} k_z K_t \Delta \omega_m} \quad (13)$$

gdzie  $\Delta\omega_m$  określa względny statyzm regulacji dla zadanej prędkości obrotowej i nominalnym momencie obciążenia  $M_N$ .

- Regulator prędkości typu PI (kryterium symetryczne):

Zakłada się regulator o transmitancji

$$G_{R\omega}(s) = K_{\omega} \frac{T_{RS} + 1}{T_{RS}}$$

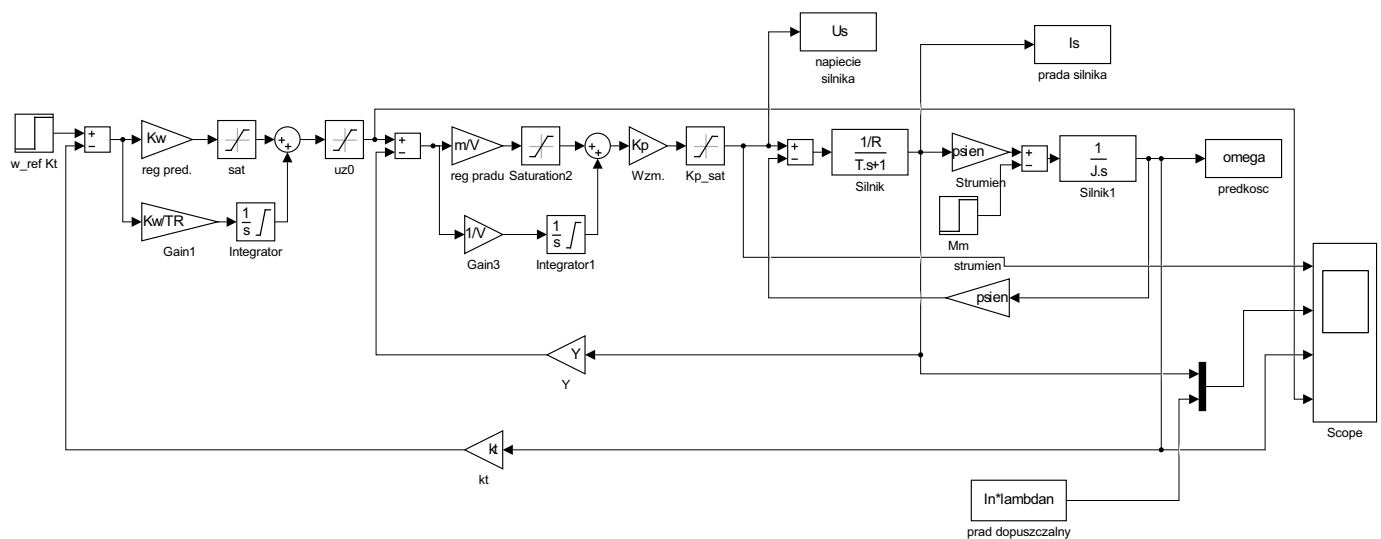
i wyznacza parametry wg kryterium symetrycznego

$$\begin{aligned} T_R &= 4\beta, \\ K_\omega &= \frac{J}{2K_t k_z \beta \psi_{eN}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Dodatkowo w układzie należy zastosować filtr wartości zadanej prędkości

$$G_F(s) = \frac{1}{4\beta s + 1}. \quad (15)$$

Schemat symulacyjny ciągłego układu regulacji dla środowiska Simulink został przedstawiony na rysunku 10. Schemat symulacyjny dyskretnego układu regulacji dla środowiska Simulink został przedstawiony



Rysunek 10. Schemat symulacyjny układu kaskadowej regulacji napędem prądu stałego

na rysunku 11. Do wszystkich bloków Zero Order Hold i 1/z należy wpisać przyjęty w obliczeniach czas próbkowania (Sampling Time).

Nastawy dyskretnego regulatora PI mogą zostać wyznaczone w oparciu o (5) dla przyjętego czasu próbkowania  $T_p$ . Uzyskuje się wówczas transmitancję:

$$G(z) = \frac{K_1 z + K_2}{z - 1} \quad (16)$$

gdzie  $K_1 = K_R$ ,  $K_2 = K_R \left( \frac{T_p}{T_i} - 1 \right)$



### 3.1. Rozruch napędu prądu stałego z momentem obciążenia

W układzie kaskadowej regulacji występuje zjawisko braku stabilizacji prądu twornika podczas rozruchu napędu. Objawia się ono podwyższeniem wartości prądu powyżej wartości dopuszczalnej ( $\lambda I_N$ ) przy rozruchu z momentem obciążenia (rysunek 13).

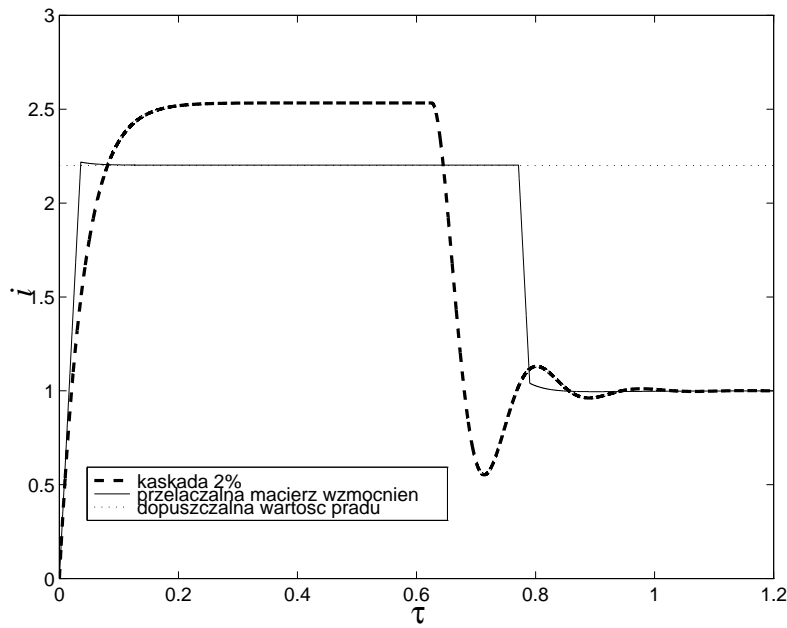
Problem ten jest bardzo często pomijany podczas optymalizacji układów napędowych, co prowadzić może do uszkodzeń silników wywołanych ich przeciążaniem. Zjawisko to dla układu Leonarda zostało opisane w (Ciepiela 1994). W przypadku silników obcowzbudnych prądu stałego można wyprowadzić zależności określające wartość o jaką zostanie zwiększony prąd twornika podczas rozruchu z momentem obciążenia  $M_m$ . W tym celu rozważa się tylko działanie regulatora podrzędnego i zapisano regulator (9) w postaci równań stanu

$$\begin{aligned}\dot{\xi}(t) &= u(t), \\ U_s(t) &= \frac{1}{V}\xi(t) + \frac{m}{V}u(t)\end{aligned}\quad (17)$$

gdzie

$$u(t) = u_z(t) - YI(t), \quad (18)$$

następnie rozszerzono model (6) o jedną zmienną  $\xi$  i wprowadzono do niego równania stanu (17).



Rysunek 13. Rozruch napędu 46 [kW] w układzie regulacji kaskadowej z czynnym momentem obciążenia ( $\mu = 1$ )

Sprężenie zwrotne zostało uwzględnione przez podstawienie za  $u(t)$  zależności (18). Wówczas otrzymano model napędu prądu stałego razem z regulatorem prądu twornika w postaci

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \dot{\omega}(t) \\ \dot{I}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & \psi_{eN}/J & 0 \\ -\psi_{eN}/L & -1/T - K_p Y m/(LV) & K_p/(LV) \\ 0 & -Y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega(t) \\ I(t) \\ \xi(t) \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} -1/J & 0 \\ 0 & K_p/(LV) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_m(t) \\ u_z(t) \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (19)$$

Na podstawie równań (19) wyznaczono transmitancję, przyjmując za wejście  $M_m$  i  $u_z$ , natomiast za wyjście prąd  $I$ . Wówczas otrzymano

$$I(s) = \frac{1}{JTLVs^2 + (JLV + JK_pYTm)s + \psi_{eN}^2TV + JK_pYT} \cdot \begin{pmatrix} \psi_{eN}TV & JK_pTms + JK_pT \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_m(s) \\ u_z(s) \end{pmatrix} \quad (20)$$

i na podstawie twierdzenia o wartości granicznej transformaty Laplace'a wyznaczono wartość o jaką zwiększa się prąd twornika pod wpływem momentu obciążenia. W tym celu założono, że moment obciążenia jest stałowartościowy  $M_m(t) = M_u$ , a sterowanie  $u_z(t) = 0$ . W wyniku otrzymano

$$\Delta I = \frac{\psi_{eN}VM_u}{\psi_{eN}^2V + JK_pY} \quad (21)$$

$\Delta I$  jest wartością prądu, która jest dodawana do  $\lambda I_N$  podczas rozruchu napędu. Z tego względu w przypadkach rozruchu napędu z momentem obciążenia należy zmniejszyć wartość  $u_{z0}$  (11), tak aby nie była przekraczana wartość dopuszczalna prądu.

Z przedstawionych obliczeń wynika, że przy zastosowaniu kaskadowej struktury regulacji prąd twornika zawsze będzie wynosił  $\lambda I_N + \Delta I$  podczas rozruchu obciążonego napędu. Przekroczenie wartości dopuszczalnej prądu twornika zwłaszcza w napędach dużej mocy ( $\geq 50$ [kW]) może prowadzić do ich uszkodzenia.

#### 4. Przebieg projektu

W symulacjach należy wykorzystać schemat z rysunku 10 i 11. Zaleca się stosowanie stałokrokowych metod całkowania o kroku całkowania wynoszącym co najwyżej  $0.1T_p$ .

W ćwiczeniu należy:

1. Dla zadanych parametrów silnika należy dodatkowo przyjąć:  $\lambda_N = 1.8$ ,  $p = 50$ ,  $Y = \frac{10V}{2.5I_N}$ ,  $K_T = \frac{10V}{1.2\omega_N}$ ,  $K_p = \frac{1.5U_N}{10}$ . Wyznaczyć transmitancję (8). Narysować odpowiedzi skokowe prądu twornika  $I$ , jego pochodnej i prędkości kątovej  $\omega$  (przy napięciu zasilania  $U = U_N$ ) i nanieść na nie ograniczenia (7). Uzasadnić konieczność zastosowania kaskadowej struktury regulacji.
2. Wyznaczyć nastawy regulatorów prądu i prędkości (regulacja ciągła). Wykonać symulacje:
  - a) rozruch bez momentu obciążenia i obciążenie udarowe (stabilizacja),
  - b) rozruch ze znamionowym momentem czynnym,
  - c) rozruch ze znamionowym momentem biernym,
3. Dla układu regulacji kaskadowej przyjąć model matematyczny przekształtnika tyrystorowego  $G_p(s) = \frac{K_p}{\tau_0 s + 1}$ , gdzie  $\tau_0 = 3.3\text{ms}$ . Na podstawie plotu Nyquista i Bodego wyznaczyć zapas modułu i fazy oraz określić dopuszczalne opóźnienie, które doprowadzi do niestabilności układu regulacji.
4. Dokonać dyskretyzacji regulatorów działania ciągłego i wykonać symulacje dla różnych czasów próbkowania (czasy dobrane prawidłowo i zbyt duże). Wykonać porównawcze symulacje.
5. W strukturze z poprzedniego punktu (dla dobrze dobranego czasu próbkowania) uwzględnić stało-przecinkowe przetwarzanie sygnałów – wykorzystać kwantyzatory. Doprowadzić do powstania cyklu granicznego.
6. Dokonać symulacji rozruchu napędu z momentem obciążenia. Wyniki zapisać na twardym dysku, natomiast na rysunkach oprócz przebiegów umieścić linię prostą określającą wartość dopuszczalną prądu twornika. Sprawdzić czy wyniki zgadzają się z wartością (21).
7. Dokonać obciążenia udarowego momentem nominalnym  $M_N$  napędu pracującego z prędkością  $\omega_N$ . Przeprowadzić badania dla każdej z badanych konfiguracji układu regulacji.

## 5. Materiał wymagany do zaliczenia

1. Założenia dotyczące obiektu jakim w ćwiczeniu jest napęd prądu stałego.
2. Z jakich zjawisk fizycznych wynikają ograniczenia zmiennych stanu silnika prądu stałego.
3. Kryteria doboru parametrów regulatorów (w kaskadowej strukturze regulacji) napędu prądu stałego. Uzupełnić o kryterium modułowe z wykładu.
4. Przykładowe przebiegi prądu twornika, prędkości obrotowej i sterowania przekształtnikiem tyrystorowym przy różnych typach i kryteriach doboru regulatorów. Uzupełnić o kryterium modułowe z wykładu.
5. Porównanie rozruchu napędu z momentem obciążenia i bez momentu obciążenia.
6. Przebiegi zmiennych stanu przy obciążeniu napędu momentem uderowym.

## Literatura

- Åström, K. & Hägglund, T. (1995), *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, International Society for Measurement and Control.
- Åström, K. & Wittenmark, B. (1997), *Computer-Controlled Systems*, NJ, Prentice Hall.
- Araki, M. & Taguchi, H. (2003), 'Two-Degree-of-Freedom PID Controllers', *International Journal of Control, Automation, and Systems* Vol. 1, No. 4, December 2003 **1**(4), 401–411.
- Åström, K. & Hägglund, T. (2006), *Advanced PID Control*, ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society.
- Biszytyga, K. (1989), *Sterowanie i regulacja silników elektrycznych*, Warszawa, WNT.
- Ciepiela, A. (1992), *Automatyka przekształtnikowego napędu prądu stałego*, Kraków, Skrypty Uczelniane, nr. 1317, Wydawnictwa AGH.
- Ciepiela, A. (1994), *Automatyka układu Leonarda*, Kraków, Wydawnictwa AGH.
- Dorf, R. & Bishop, R. (2008), *Modern control systems*, NJ, Prentice Hall.
- Guzman, J., Åström, K., Dormido, S., Hägglund, T., Berenguel, M. & Pigué, Y. (2008), 'Interactive learning modules for pid control [lecture notes]', *Control Systems, IEEE* **28**(5), 118–134.
- Kozioł, R., Sawicki, J. & Szklarski, L. (1992), *Digital Control of Electric Drives*, Warszawa, PWN.
- Leonhard, W. (2001), *Control of Electrical Drives*, Berlin, Springer-Verlag.
- Pełczewski, W. & Krynke, M. (1984), *Metoda zmiennych stanu w analizie dynamiki układów napędowych*, Warszawa, WNT.
- Rusek, J. (1993), *Elektrotechnika z elementami napędów*, Kraków, Wydawnictwa AGH.
- Sieklucki, G. (2009), *Automatyka napędu*, Kraków, Wydawnictwa AGH.
- Tunia, H. & Kaźmierkowski, M. (1983), *Podstawy automatyki napędu elektrycznego*, Warszawa, WNT.