Modelowanie ciągłych i dyskretnych regulatorów PID w programie Matlab Simulink z wykorzystaniem techniki anti-windup

1. Cel ćwiczenia

Modelowanie i projektowanie ciągłego regulatora PID o dwóch stopniach swobody oraz regulatora PID wykorzystując technikę anti-windup współpracującym z obiektem inercyjnym 3-go rzędu . Realizacja dyskretnego regulatora PID stosując dyskretyzacje metodą Tustina oraz metodą ekstrapolatora zerowego rzędu. Dobór czasu próbkowania.

2. Regulatory PID

2.1 Regulator PID o jednym stopniu swobody (PID 1DOF)

Regulator o jednym stopniu swobody oznacza jednakowe przetwarzanie sygnału zadanego $\mathbf{y_{ref}}$ oraz wyjściowego $\mathbf{y}$ przez regulator G_R. W układzie sterowania występuje jeden sygnał uchyby regulacji $\boldsymbol{\varepsilon}$.

Regulator PID w dziedzinie czasu opisywany jest przez wyrażenie:

$$u(t) = K_R\left(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t \varepsilon(\tau)d\tau + T_d\frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right) \tag{1}$$

gdzie,

K_R – wzmocnienie regulatora,
T_i – czas zdwojenia,
T_d – czas wyprzedzenia,

Natomiast w dziedzinie operatorowej regulator PID przyjmuje postać:

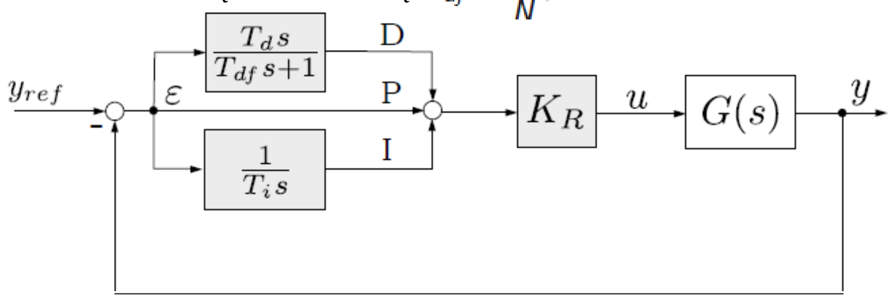
$$u(s) = K_R\left(\varepsilon(s) + \frac{1}{T_i s}\varepsilon(s) + T_d s\varepsilon(s)\right), \quad G_R(s) = \frac{u(s)}{\varepsilon(s)} = K_R\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \tag{2}$$

Zarówno wyrażenie (1) i (2) zawierając idealną pochodną, która jest nierealizowalna w rzeczywistych układach. Stąd ten element zastępuję się elementem inercyjno – różniczkującym w postaci:

$$T_d s \approx \frac{T_d s}{T_{df} s + 1} \tag{3}$$

gdzie,

Tdf < Td . Często określa się $T_{df} = \frac{T_d}{N}$, $N \in \mathbb{N}$.



Rys.1 Rzeczywisty regulator PID o jednym stopniu swobody współpracujący z obiektem regulacji o transmitancji G(s)

2.2 Regulator PID o dwóch stopniach swobody (PID 2DOF)

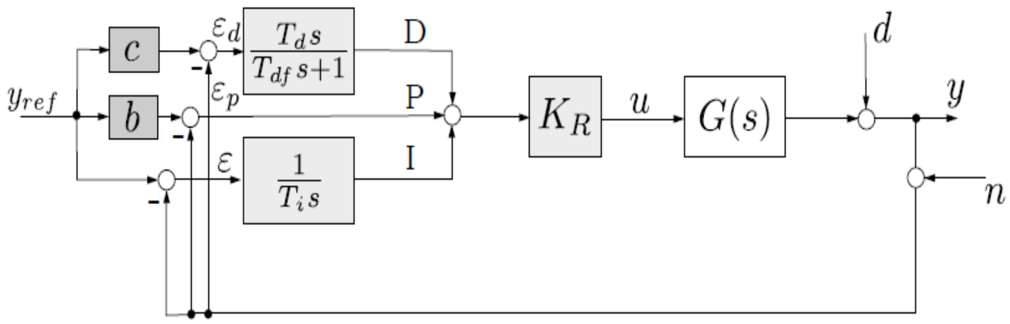
Ideą działania regulatora PID 2DOF jest różne przetwarzanie sygnału wartości zadanej $\mathbf{y_{ref}}$ oraz sygnały wyjściowego $\mathbf{y}$. Operatorowa postać takiego regulatora przyjmuje postać :

$$u(s) = K_R\left(\underbrace{by_{ref}(s) - y(s)}_{\varepsilon_p} + \frac{1}{T_i s}\varepsilon(s) + \frac{T_d s}{T_{df}s+1}\underbrace{\left(cy_{ref}(s) - y(s)\right)}_{\varepsilon_d}\right) \tag{4}$$

gdzie,

b i c są współczynnikami wagowymi członu różniczkującego i proporcjonalnego.

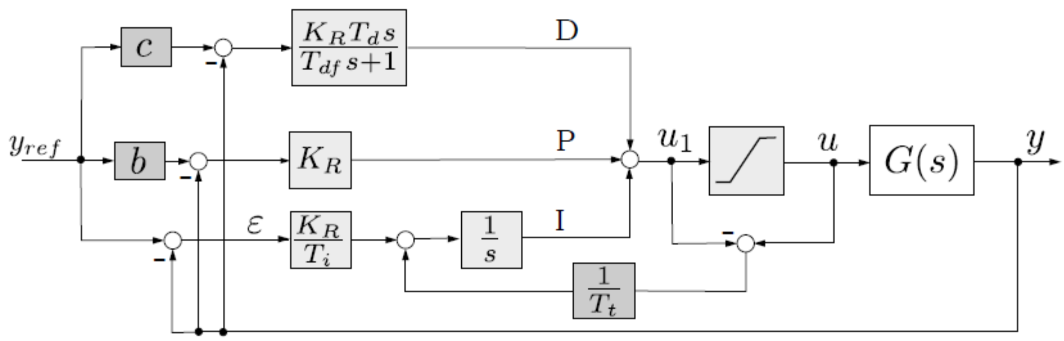
Najczęściej współczynnik wagowy członu proporcjonalnego wynosi $0<b<1$, natomiast $c=0$. W przypadku idealnym , gdy regulator nie posiada żadnych ograniczeń najlepsze nadążanie osiąga się dla $c=1$, ale sterowanie u (rys.2) posiada duże wartości, które w rzeczywistych układach nie może być zrealizowane. Stąd w praktycznych zastosowaniach stosuje się $c=0$



Rys.2 Rzeczywisty regulator PID o dwóch stopniach swobody współpracujący z obiektem Regulacji o transmitancji G(s)

2.3 Regulator PID anti-windup (PID 2DOF)

Technika anti-windup polega na ograniczeniu zbyt dużego całkowania w regulatorze PID 2DOF (rys.3)



Rys.3 Rzeczywisty regulator PID o dwóch stopniu swobody współpracujący z obiektem regulacji o transmitancji G(s) wykorzystujący technikę anti-windup

Układ anti-windup wykorzystuje dodatkowe sprzężenie zwrotne $\frac{1}{T_t}$ nazywane torem śledzącym. Gdy wartość sygnału $\mathbf{u_1}$ jest większa od sygnału **u** na wejście integratora $\frac{1}{s}$ podawany jest dodatkowy sygnał o przeciwnym znaku , który powoduje spowolnienie lub blokadę procesu całkowania. Rozwiązanie to polepsza pracę układu zwłaszcza przy dużych wartościach zadanych.

3. Dyskretyzacja transmitancji i dobór czasu próbkowania

Twierdzenie 1. O próbkowaniu: Każda funkcja dolnopasmowa może być dowolnie dokładnie odtworzona z ciągu próbek jeżeli częstotliwość próbkowania jest większa bądź równa podwójnej częstotliwości granicznej sygnału: $\omega p \geq 2\omega g$

Uwzględniając zjawisko aliasingu w układach automatyki stosuje się zwykle częstotliwości próbkowania równe $\omega p \geq 10\omega g$. Częstotliwość ωg wyznacza się z częstotliwościowej charakterystyki Bodego.

W obiektach inercyjnych dobór czasu próbkowania można realizować według :

$$T_p = \frac{T_{min}}{N} \tag{5}$$

gdzie,

T_{min} – najmniejsza stała czasowa obiektu inercyjnego
N – liczba próbek . Dla obiektu inercyjnego 3-go rzędu $15 \geq N \geq 4$

Dyskretyzację transmitancji realizować można wieloma metodami. Wyznaczenie dyskretnej transmitancji G(z) wykonuje się za pomocą :

- **metoda ekstarpolatora zerowego rzędu**

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \cdot \mathscr{Z}\left[\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}\right] \tag{6}$$

- **metoda Tustina**

$$s' = \frac{2}{T_s}\frac{z-1}{z+1} \tag{7}$$

4. Przebieg ćwiczenia

- Wykorzystując narzędzie Matlab Simulink zamodelować regulator ciągły PID 2DOF z wykorzystaniem techniki anti-windup (rys.3) oraz PID 2DOF windup (rys.2) współpracujący z obiektem o transmitancji:

$$G(s) = \frac{1}{(2.2s+1)(s+1)(0.25s+1)} \tag{8}$$

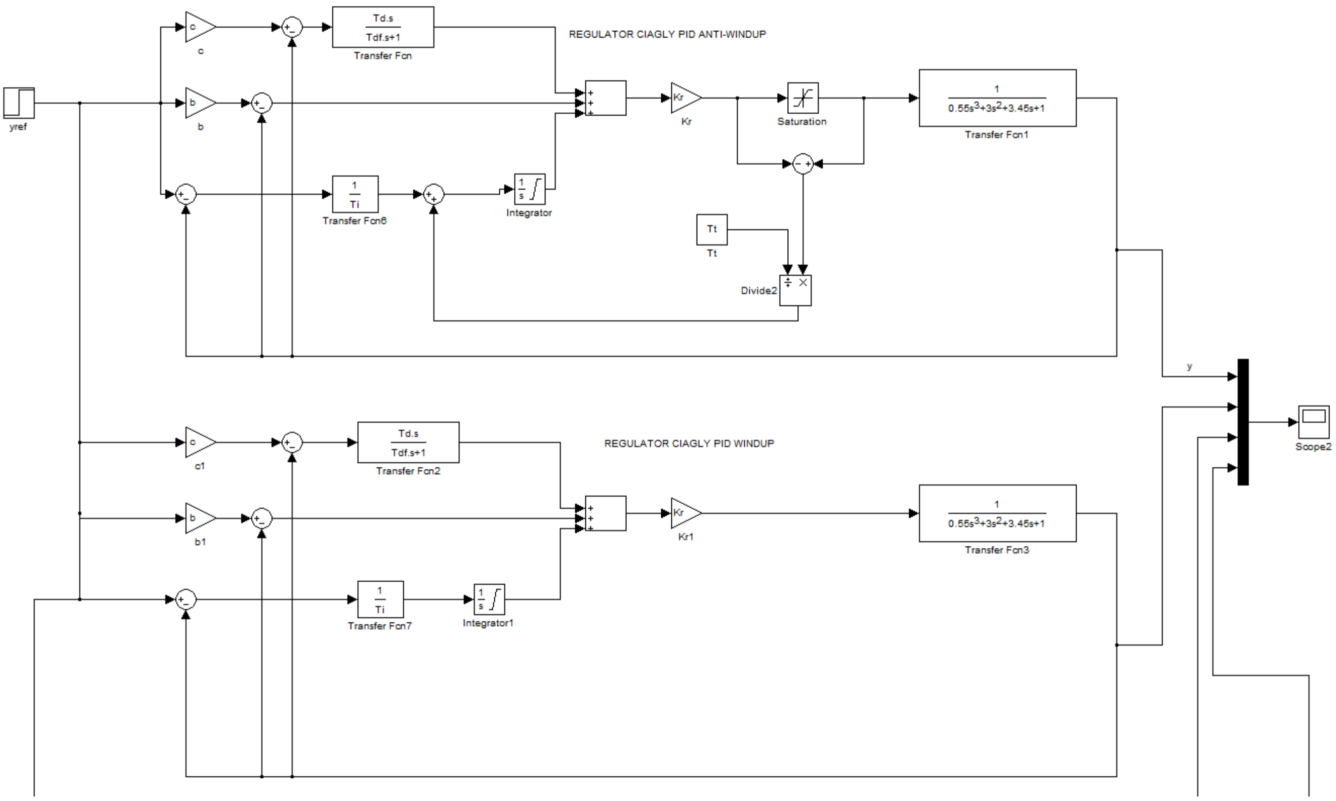
- Wykorzystując metodę Tustina oraz ekstrapolatora zerowego rzędu przeprowadzić dyskretyzacje regulatora PID anti-windup
- Zamodelować dyskretne wersje regulatora PID anti-windup współpracujące z obiektem o transmitancji (8) i porównać z regulatorami ciągłymi na jednym rysunku
- Przeanalizować wpływ zmian:

  - parametrów regulatora PID 2DOF (Kr,Ti,Td),
  - parametrów wagowych b i c członu proporcjonalnego i różniczkującego,
  - parametru Tt w układzie anti-windup,
  - czasu próbkowania Tp (zmniejszenie czasu próbkowania)

W sprawozdaniu należy zamieścić wyżej wymienione podpunkty oparte na obliczeniach i rysunkach. Zamieścić stosowne wnioski i spostrzeżenia.

Podczas modelowania w Matlab Simulink zaleca się do bloków wpisywać parametry tekstowe, aby za pomocą m-pliku w łatwy sposób zmieniać parametry całego układu regulacji. Przykładowy m-plik wraz z nastawami regulatora przedstawiono poniżej, natomiast przykładowy schemat blokowy regulatora ciągłego PID2 DOF zamieszczono na rysunku 4

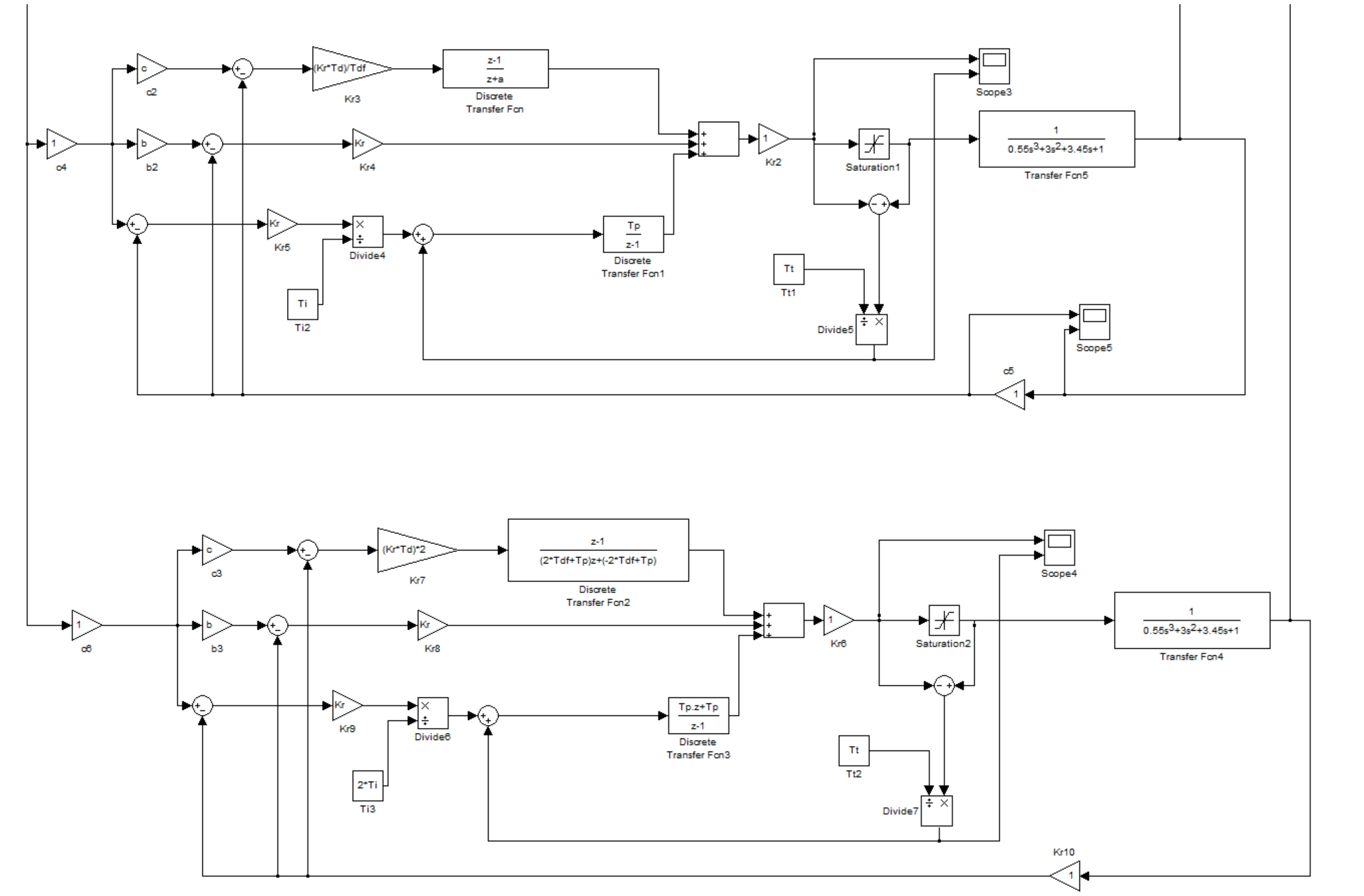
```
clc
clear all

c=0                 % współczynnik wagowy członu różniczkującego
b=1                 % współczynnik wagowy członu proporcjonalnego
yref=0.5            % zadana wartość referencyjna
Kr=2                % wzmocnienie regulatora PID
Ti=2                % czas zdwojenia regulatora PID
Td=0.2              % czas wyprzedzenia regulatora PID
Tdf=0.1*Td          % stała czasowa elementu inercyjno-różniczkującego
Tt=0.5              % parametr dodatkowego sprzężenia w układzie anti_windup
ogr=1               % ograniczenie w układzie anti-windup
%Tp=(Tmin)/N        % czas próbkowania
```



Rys.4 Schemat blokowy regulatorów PID (anti-windup oraz windup) o dwóch stopniach swobody

Tablice transformat Laplace'a i $\mathscr{Z}$

$f(t)$	$f(nT_p)$	$F(s) = \mathscr{L}\{f(t)\}$	$\hat{F}(z) = \mathscr{Z}\{f(nT_p)\}$
$\delta(t)$	$\delta(nT_p)$	1	1
$\delta(t-kT_p)$	$\delta[(n-k)T_p]$	$e^{-kT_p s}$	z^{-k}
$\mathbb{1}(t)$	$\mathbb{1}(nT_p)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	nT_p	$\frac{1}{s^2}$	$T_p\,\frac{z}{(z-1)^2}$
t^2	$(nT_p)^2$	$\frac{2}{s^3}$	$T_p^2\,\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
e^{-at}	$e^{-a(n\ T_p)}$	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT_p}}$
e^{at}	$e^{a(nT_p)}$	$\frac{1}{s-a}$	$\frac{z}{z-e^{aT_p}}$
$\sin\omega t$	$\sin\omega(nT_p)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z\sin\omega T_p}{z^2-2z\cos\omega T_p+1}$
$\cos\omega t$	$\cos\omega(nT_p)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z^2-z\cos\omega T_p}{z^2-2z\cos\omega T_p+1}$
$\cos\frac{\pi}{T_p}t$	$\cos\underbrace{n\pi}_{\omega=\frac{\pi}{T_p}} = (-1)^n$	—	$\frac{z}{z+1}$
$e^{-at}\sin\omega t$	$e^{-a(nT_p)}\sin\omega(nT_p)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{ze^{-aT_p}\sin\omega T_p}{z^2-2ze^{-aT_p}\cos\omega T_p+e^{-2aT_p}}$
$e^{-at}\cos\omega t$	$e^{-a(nT_p)}\cos\omega(nT_p)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{z^2-ze^{-aT_p}\cos\omega T_p}{z^2-2ze^{-aT_p}\cos\omega T_p+e^{-2aT_p}}$
$e^{-at}\cos\frac{\pi}{T_p}t$	$e^{-a(nT_p)}\cos\underbrace{n\pi}_{\omega=\frac{\pi}{T_p}}$	—	$\frac{z}{z+e^{-aT_p}}$


c2
c
(Kr*Td)/Tdf
Kr3
z-1
z+a
Discrete
Transfer Fcn
Scope3
c4
b2
b
Kr
Kr4
Kr2
Saturation1
1
0.55s3+3s2+3.45s+1
Transfer Fcn5
Kr5
Divide4
Ti
Ti2
Tp
z-1
Discrete
Transfer Fcn1
Tt
Tt1
Divide5
Scope5
c5
c3
(Kr*Td)*2
Kr7
(2*Tdf+Tp)z+(-2*Tdf+Tp)
Discrete
Transfer Fcn2
Scope4
c6
b3
Kr8
Kr6
Saturation2
Transfer Fcn4
Kr9
Divide6
2*Ti
Ti3
Tp.z+Tp
Discrete
Transfer Fcn3
Tt2
Divide7
Kr10