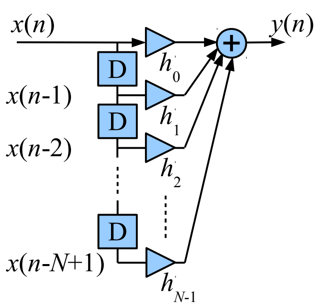
Laboratorium

<u>Układy dyskretne LTI – projektowanie filtrów typu FIR</u>

Z1. Napisać funkcję y = filtruj(x, h), która wyznacza sygnał y będący wynikiem filtracji sygnału x przez filtr FIR o odpowiedzi impulsowej h. Implementację należy wykonać w oparciu o schemat blokowy pokazany poniżej.

$$y(n)=\sum_{k=0}^{N-1} h(k)\,x(n-k)\,,$$



Uzyskany wynik porównać z funkcją *filter* z Matlaba. Do testowania testowania poprawności działania użyć sygnałów x = [1 2 3], h = [1 1 1 1]: *filter*(h, 1, x).

Z2. Napisać funkcję (ewentualnie skrypt) wyznaczającą próbki odpowiedzi impulsowej filtru dolnoprzepustowego o częstotliwości granicznej $\omega_g = \pi/4$ i górnoprzepustowego o $\omega_g = \pi/8$. Odpowiedź impulsowa idealnego (nie obciętego) filtru o charakterystyce częstotliwościowej $H(e^{j\omega})$ dana jest wzorem:

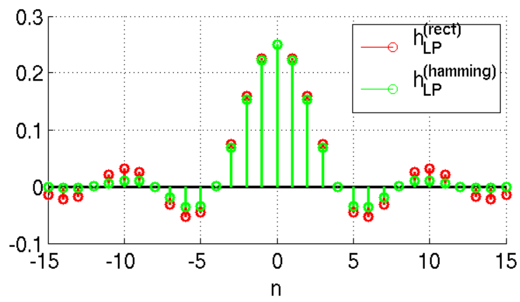
$$h(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega})e^{j\omega n}\,d\omega\,, \quad -\infty<n<\infty\,.$$

Odpowiedź impulsowa dolnoprzepustowego filtru typu FIR jest równa:

$$h_{LP}(n)=\begin{cases}\dfrac{\omega_g}{\pi}, & n=0\\[2mm] \dfrac{\sin(\omega_g n)}{\pi n}, & n\neq 0\end{cases},$$

Po obcięciu oknem $w(n)$ mamy:

$$h_{LP}^{W}(n)=w(n)\,h_{LP}(n), \quad -N\le n\le N\,.$$



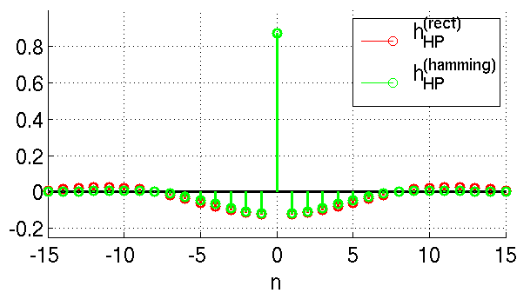
Rys. Odpowiedzi impulsowe filtrów z oknem prostokątnym i oknem Hamminga, N=15, $\omega_g = \pi/4$.

Odpowiedź impulsowa górnoprzepustowego filtru typu FIR z oknem $w(n)$ jest równa:

$$h_{HP}(n)=\begin{cases}1-\dfrac{\omega_g}{\pi}, & n=0\\[2mm] \dfrac{-\sin(\omega_g n)}{\pi n}, & n\neq 0\end{cases},$$

Po obcięciu oknem $w(n)$ mamy:

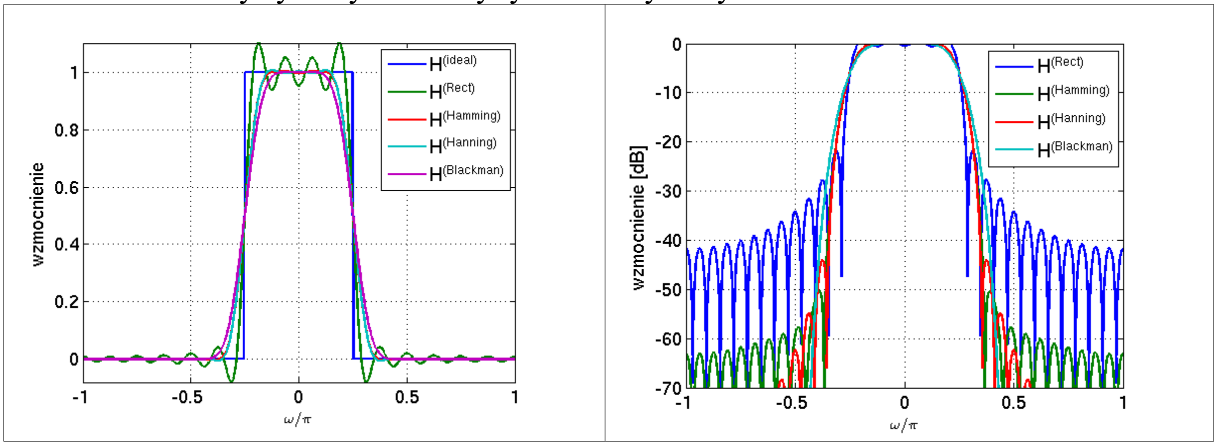
$$h_{HP}^{W}(n)=w(n)\,h_{HP}(n), \quad -N\le n\le N\,.$$



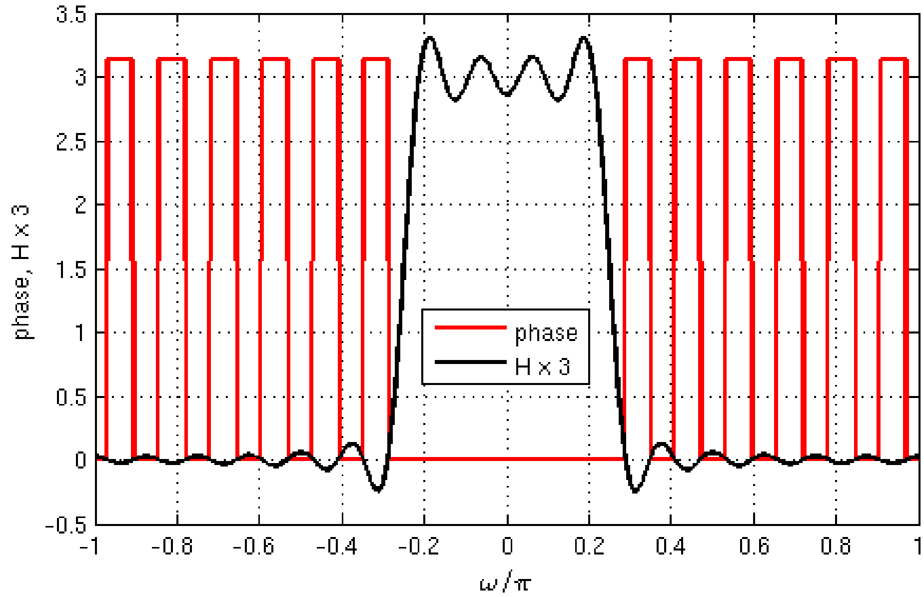
Rys. Odpowiedzi impulsowe filtrów z oknem prostokątnym i oknem Hamminga, N=15, $\omega_g = \pi/8$.

Uwaga: funkcja okna czasowego $w(n)$ może być uzyskana w wyniku wywołania funkcji: *hamming* lub *blackman* pakietu Matlaba. Odpowiedzi impulsowe narysowano funkcją *stem*.

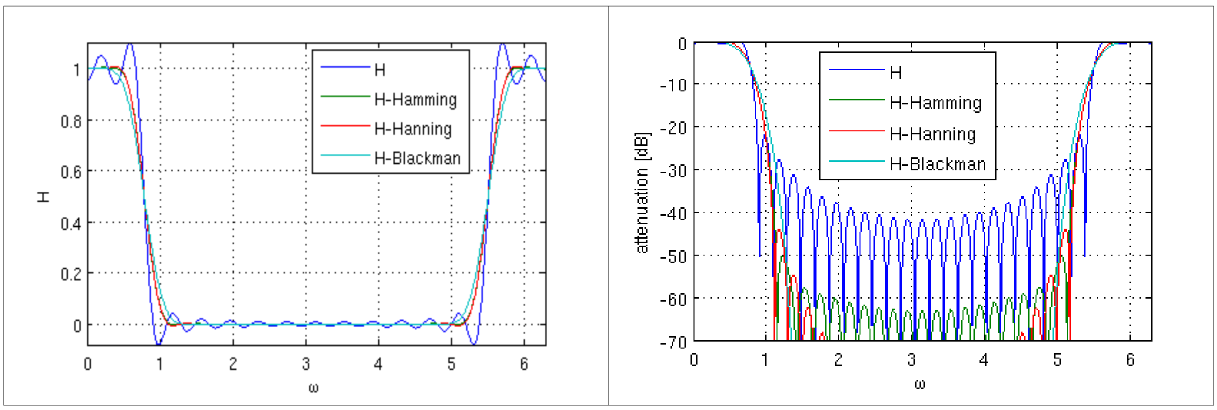
Z3a. Korzystając ze wzoru $H(e^{j\omega})=\sum_{n=-N}^{N} h(n)e^{-j\omega n}$,
wyznaczyć ch-kę częstotliwościową filtrów z poprzedniego zadania dla różnych funkcji okien, przy N=15. Uwaga: zmienna ω jest ciągła, więc w przypadku realizacji komputerowej wartości charakterystyki wyznaczamy tylko dla wybranych wartości ω.



Ponieważ wyznaczana funkcja $H(e^{j\omega})$ jest zespolona, to zwykle przedstawia się jej przebieg w postaci dwóch wykresów: modułu *abs*, zwanego ch-ką amplitudową, i argumentu *angle*, zwanego ch-ka fazową. Ch-kę amplitudową zwykle przedstawia się stosując skalę logarytmiczną dla osi Y. Poniżej pokazano charakterystykę amplitudową (bez modułu, ale przeskalowaną w wartości 3 x) oraz charakterystykę fazową.



Uwaga: zwróć uwagę i przekonaj się doświadczalnie, że funkcja $H(e^{j\omega})$ jest okresowa.



Z3b. Wyznaczyć ch-kę częstotliwościową filtrów z poprzedniego zadania dla różnych funkcji okien używając funkcji *freqz*. Uwaga: funkcja *freqz* wyznacza ch-kę filtru przyczynowego tzn. korzysta ze wzoru

$$H_P(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{L-1} h_p(n)e^{-j\omega n},$$

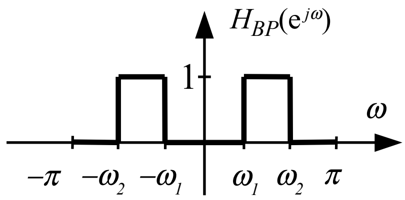
gdzie $L = 2N+1$ jest długością odpowiedzi impulsowej $h_p(n)=h(n-N)$. Wywołanie [*Hp*, *W*] = freqz(*h*) zwraca wektor próbek charakterystyki częstotliwościowej *Hp* oraz wektor wartości częstotliwości *W*, w których charakterystyka ta została wyliczona. Wywołanie *freqz*(*h*), z pominięciem argumentów wynikowych *Hp* i *W*, rysuje charakterystykę amplitudową i fazową. Charakterystyki obliczone przez funkcję *freqz* należy porównać z wynikami z punktu 3a. Następnie należy je skorygować (wektor *Hp*), tak by uzyskać charakterystykę filtru nieprzyczynowego tj. *H* tak jak w zadaniu 3a.

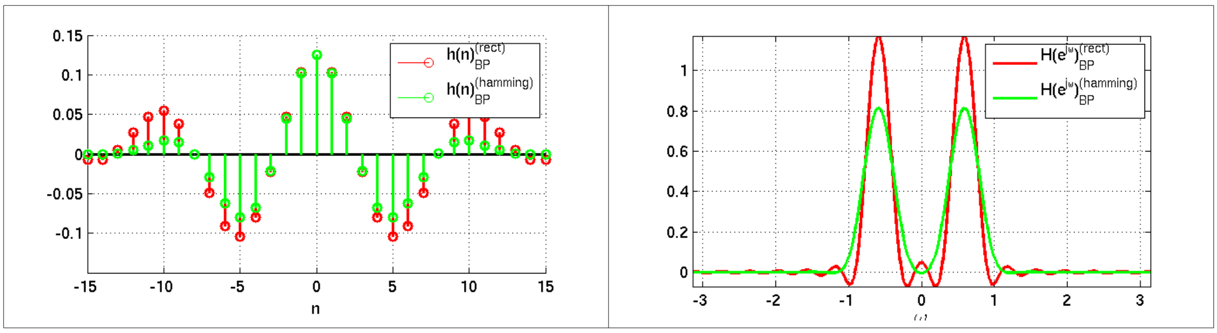
$$H_P(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{2N} h_p(n)e^{-j\omega n}=\sum_{n=0}^{2N} h(n-N)e^{-j\omega n}=\sum_{n=-N}^{N} h(n)e^{-j\omega(n+N)}=e^{-j\omega N}H(e^{j\omega}).$$

Z4. Zaprojektować cyfrowy filtr dolnoprzepustowy o częstotliwości granicznej f0 = 150 Hz, przy częstotliwości próbkowania *fp* = 1000Hz. Narysować ch-kę amplitudową. Sprawdzić działanie zaprojektowanego filtru poprzez filtrację sygnału złożonego z dwóch sinusoid o częstotliwościach *f*1 = 100Hz i *f*2 = 250Hz.

Z5a. Korzystając z metody okien wyznaczyć (analitycznie) odpowiedź impulsową idealnego filtru pasmowo-przepustowego $h_{BP}(n)$, a następnie obciąć ją wybranym oknem uzyskując $h_{BP}^{W}(n)$. Charakterystyka częstotliwościowa $H_{BP}(e^{j\omega})$ filtra idealnego pokazana jest poniżej.
Napisać skrypt w Matlabie rysujący odpowiedź impulsową (funkcja *stem*) oraz charakterystykę częstotliwościową zaprojektowanego filtra. Przykładowa charakterystyka częstotliwościowa filtru z oknem prostokątnym i oknem Hamminga dla *N*=15, $\omega_1=\pi/8$, $\omega_2=\pi/4$, poniżej.
Uwaga: do realizacji tego zadania można wykorzystać wynik zadania 2.

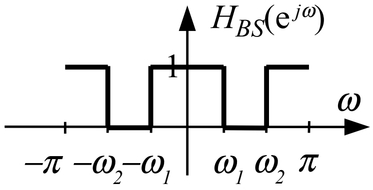
$$h_{BP}(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_{BP}(e^{j\omega})e^{j\omega n}\,d\omega,$$
$$h_{BP}^{W}(n)=w(n)h_{BP}(n)$$
$$-N\le n\le N$$

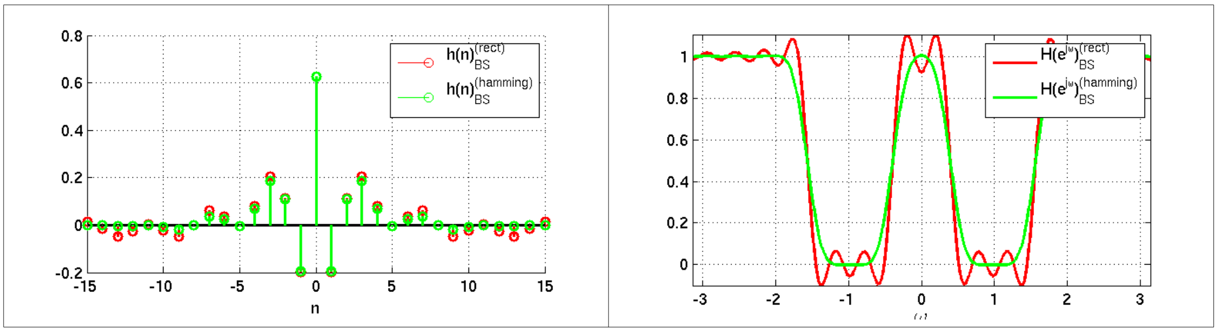




Z5b. Korzystając z metody okien wyznaczyć (analitycznie) odpowiedź impulsową idealnego filtru pasmowo-zaporowego $h_{BS}(n)$, a następnie obciąć ją wybranym oknem uzyskując $h_{BS}^{W}(n)$. Charakterystyka częstotliwościowa $H_{BS}(e^{j\omega})$ filtra idealnego pokazana jest poniżej. Napisać skrypt w Matlabie rysujący odpowiedź impulsową oraz charakterystykę częstotliwościową zaprojektowanego filtra. Przykładowa charakterystyka częstotliwościowa filtru z oknem prostokątnym i oknem Hamminga dla *N*=15, $\omega_1=\pi/8$, $\omega_2=\pi/2$, poniżej.
Uwaga: do realizacji tego zadania można wykorzystać wynik zadania 2.

$$h_{BS}(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_{BS}(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega$$
$$h_{BS}^{W}(n)=w(n)h_{BS}(n)$$





Z6. Korzystając z funkcji: *fir1* oraz *kaiserord* i *kaiser* pakietu Matlab zaprojektować następujące filtry z oknem Kaisera:

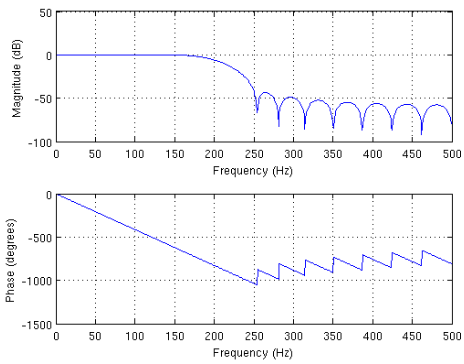
a) dolnoprzepustowy: pasmo przenoszenia do 150 Hz, nierównomierność w paśmie przenoszenia poniżej 0.05, minimalne tłumienie w paśmie zaporowym 40dB dla 250 Hz, częstotliwości próbkowania fp = 1000Hz;

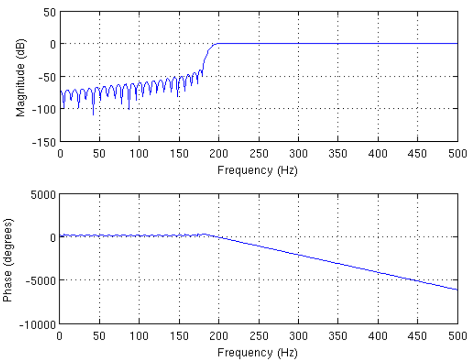
b) górnoprzepustowy: częstotliwość graniczna pasma przenoszenia fg = 180 Hz, nierównomierność w paśmie przenoszenia poniżej 0.05, minimalne tłumienie w paśmie zaporowym 40dB dla 200 Hz, częstotliwości próbkowania fp = 1000Hz;

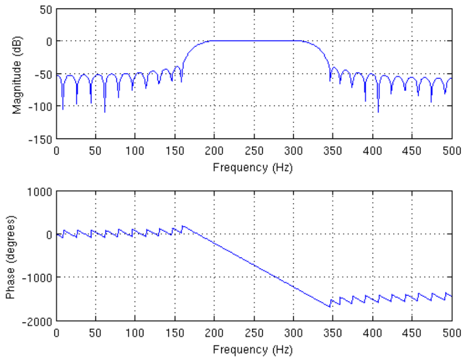
c) pasmowo-przepustowy: zakres częstotliwości pasma przepustowego 200 Hz do 300 Hz, nierównomierność 0.05, częstotliwości pasma zaporowego to: 160 Hz i 350 Hz. Minimalne tłumienie dla podanych częstotliwości to 40dB;

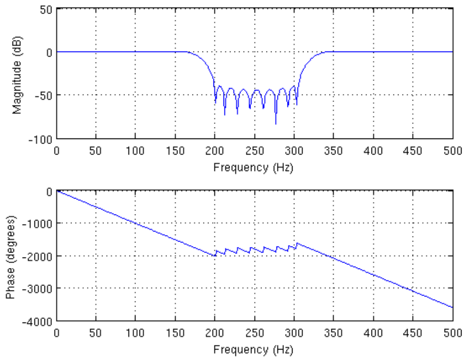
d) pasmowo-zaporowy: zakres częstotliwości pasma zaporowego 200 Hz do 300 Hz. Minimalne tłumienie dla podanych częstotliwości to 40dB. Granice pasma przepustowego to: 160 Hz i 350 Hz. Nierównomierność ch-ki częstotliwościowej w paśmie przepustowym to 0.05;

Narysować charakterystyki częstotliwościowe uzyskanych filtrów. Sprawdzić, czy zaprojektowane filtry spełniają wymagania projektowe.









Z7. Sprawdzić numerycznie podaną zależność

$$H_w(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{N-1} h(n)w(n)e^{-j\omega n}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\Omega})W(e^{j(\omega-\Omega)})d\Omega$$

Zależność ta wiąże widmo filtra o odpowiedzi impulsowej $h(n)$ obciętej oknem $w(n)$ z widmem filtra idealnego (nie obciętego) i widmem okna.