Si $p \in (0,1)$, entonces sea $q = \frac{1}{p} \in (1, \infty)$.

$$\left(\sum |a_j - b_j|^{\frac{1}{q}} \right)^q$$

que shido

Jorge

La familia de las esferas unitarias está parametrizada por

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=1$$

Tomando a z como función de x,y, derivamos:

$$\begin{cases}(x-a)+(z-c)z_x=0\\ (y-b)+(z-c)z_y=0\end{cases}$$

Luego,

$$(x-a)=-(z-c)z_x$$

$$(y-b)=-(z-c)z_y$$

Sustituyendo en $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=1$, obtenemos

$$(z-c)^2z_x^2+(z-c)^2z_y^2+(z-c)^2=1.$$

$\therefore$

$$(z-c)^2\left(z_x^2+z_y^2+1\right)=1. \qquad (\star)$$

Ahora el problema es eliminar la c o la $(z-c)$. Pero esto no lo vamos a poder hacer con estas ecuaciones, ya que son solo dos ecuaciones y queremos eliminar tres parámetros (a,b,c).

¡Necesitamos más ecuaciones independientes!

Así que hay que derivar otra vez.

Al derivar

$$\begin{cases}(x-a)+(z-c)z_x=0\\ (y-b)+(z-c)z_y=0\end{cases}$$

con respecto a x y a y, obtenemos cuatro ecuaciones,

$$\begin{cases} 1 + (z_x - c) z_x + (z-c) z_{xx} = 0 & (1) \\ (z_y - c) z_x + (z-c) z_{xy} = 0 & (2) \\ 1 + (z_y - c) z_y + (z-c) z_{yy} = 0 \leftarrow \text{ignorar} \\ (z_x - c) z_y + (z-c) z_{xy} = 0 & (3) \end{cases}$$

Creo que es suficiente con (1), (2) y (3).

Al restar (2) − (3) obtenemos

$(z_y - c) z_x = (z_x - c) z_y$ Sustituyendo esto en (2)

$$\begin{cases} z_x (z_x - c) + z_{xx} (z-c) = -1 & (1) \\ z_y (z_x - c) + z_{xy} (z-c) = 0 & (2') \end{cases}$$

Multiplicando (1) por z_y, (2') por z_x y restando:

$$z_y z_x (z_x - c) + z_y z_{xx} (z-c) = -1$$
$$z_x z_y (z_x - c) + z_x z_{xy} (z-c) = 0$$

$\therefore$

$$z_y z_{xx} (z-c) - z_x z_{xy} (z-c) = -1$$

$\therefore$

$$(z_y z_{xx} - z_x z_{xy})(z-c) = -1$$

$\therefore$ $$(z-c) = \frac{1}{z_x z_{xy} - z_y z_{xx}}$$

Sustituyendo en (☆), $$\frac{(z_x^2 + z_y^2 + 1)}{(z_x z_{xy} - z_y z_{xx})^2} = 1.$$