Análisis numérico para ecuaciones diferenciales
Tarea 2 - Estabilidad absoluta, ecuaciones en diferencias finitas y métodos multipaso

Jorge Alfredo Álvarez Contreras

September 19, 2023

Ejercicio 1. *Se sabe que al aplicar el método de Euler al problema de valores iniciales $y' = y$, $y(0) = 1$, se obtienen las aproximaciones $u_n = (1+h)^{t_n/h}$.*

(a) Demuestre que $y_n - u_n = \frac{1}{2}ht_n e^{t_n} + O(h^2)$.

(b) Usando el resultado anterior, determine el tamaño de paso más grande posible para aproximar $y(1)$ con una tolerancia de 10^{-5}. ¿Cuántos pasos de Euler se tienen que dar para obtener dicha aproximación de $y(1)$?

Solución.

$$u_{n+1} = (1+h)u_n. \tag{1}$$

$$r = 1 + h. \tag{2}$$

(a) La solución exacta es $y(t) = e^t$, así que $y_n = e^{t_n}$.

$$y_n - u_n = e^{t_n} - (1+h)^{t_n/h} \tag{3}$$

$$. \tag{4}$$

Ejercicio 2. *Determine y grafique (con ayuda de* `pyton`*) la región de estabilidad absoluta de los métodos*

(a) Heun

(b) BDF2

Ejercicio 3. *Resuelva la ecuación en diferencias*

$$u_{n+4} - 6u_{n+3} + 14u_{n+2} - 16u_{n+1} + 8u_n = n \tag{5}$$

con las condiciones $u_0 = 1$, $u_1 = 2$, $u_2 = 3$, $u_3 = 4$.

Solución: $u_n = 2^n(n/4 - 1) + 2^{(n-2)/2}\sin(n\pi/4) + n + 2$.

Ejercicio 4. *Calcule el error de truncamiento local $\tau_{n+1}(h)$ y la constante de error del método de Adams-Moulton AM3.*