



多智能体群集扩散

1



群集行为研究背景

群集行为

群集现象



考虑->群集现象是如何形成的？

群集行为

群集现象



考虑->群集现象是如何形成的？

群集行为

群集现象

群集现象是如何形成的？

群体 – 个体组成

群集行为 – 大量个体行为所共同构成群集行为



个体决策

+

系统规则

代表性问题

1) 群集策略演化

- 分析社会群体中策略得以维持的规则与核心因素

2) 群集运动

- 分析群集运动现象形成的关键模型与规则

3) 群集信息传播

- 分析群集信息传播的关键模型与性质

群集行为

群集策略演化现实应用

系统规则、政策的制定

4分-10分	♥	4分-10分	♥
11分-40分	♥♥	11分-40分	♥♥
41分-90分	♥♥♥	41分-90分	♥♥♥
91分-150分	♥♥♥♥	91分-150分	♥♥♥♥
151分-250分	♥♥♥♥♥	151分-250分	♥♥♥♥♥
251分-500分	💎	251分-500分	💎
501分-1000分	💎💎	501分-1000分	💎💎
1001分-2000分	💎💎💎	1001分-2000分	💎💎💎
2001分-5000分	💎💎💎💎	2001分-5000分	💎💎💎💎
5001分-10000分	💎💎💎💎💎	5001分-10000分	💎💎💎💎💎
10001分-20000分	👑	10001分-20000分	👑
20001分-50000分	👑👑	20001分-50000分	👑👑
50001分-100000分	👑👑👑	50001分-100000分	👑👑👑
100001分-200000分	👑👑👑👑	100001分-200000分	👑👑👑👑
200001分-500000分	👑👑👑👑👑	200001分-500000分	👑👑👑👑👑

宝贝与描述相符：★★★★★
卖家的服务态度：★★★★★
卖家发货的速度：★★★★★



企业合同信用评价系统



用户名：

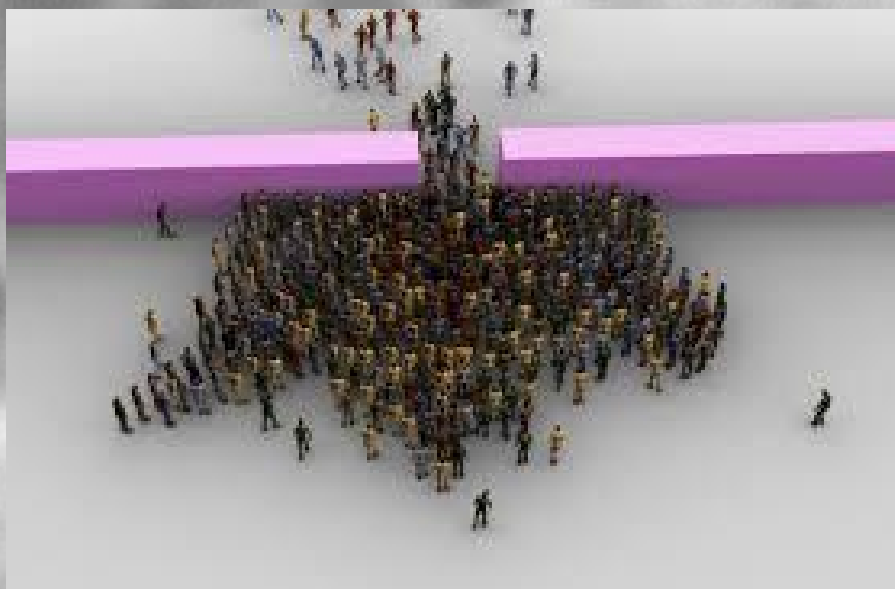
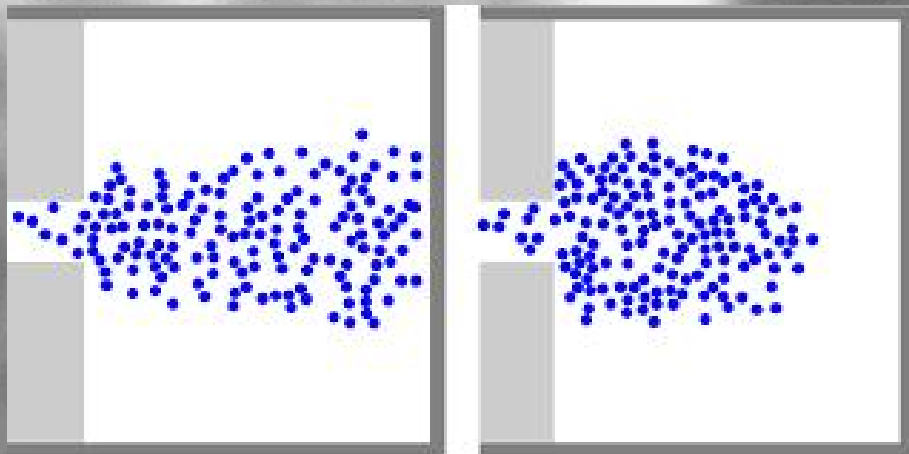
密 码：

[忘记密码？](#)

请输入用户名和密码进行登录，如果没有帐号，请点击[这里](#)【注册帐号】

群集行为

群集运动现实应用



群集行为

群集运动现实应用



群集行为

群集信息传播现实应用

产品推广、舆论控制



2



群集策略演化

群集策略演化

交互模式：

- 随机抽取两个个体作为博弈参与人（两人博弈）
- 收益矩阵对称（参与人具有相同的策略集及收益情况）

研究内容：

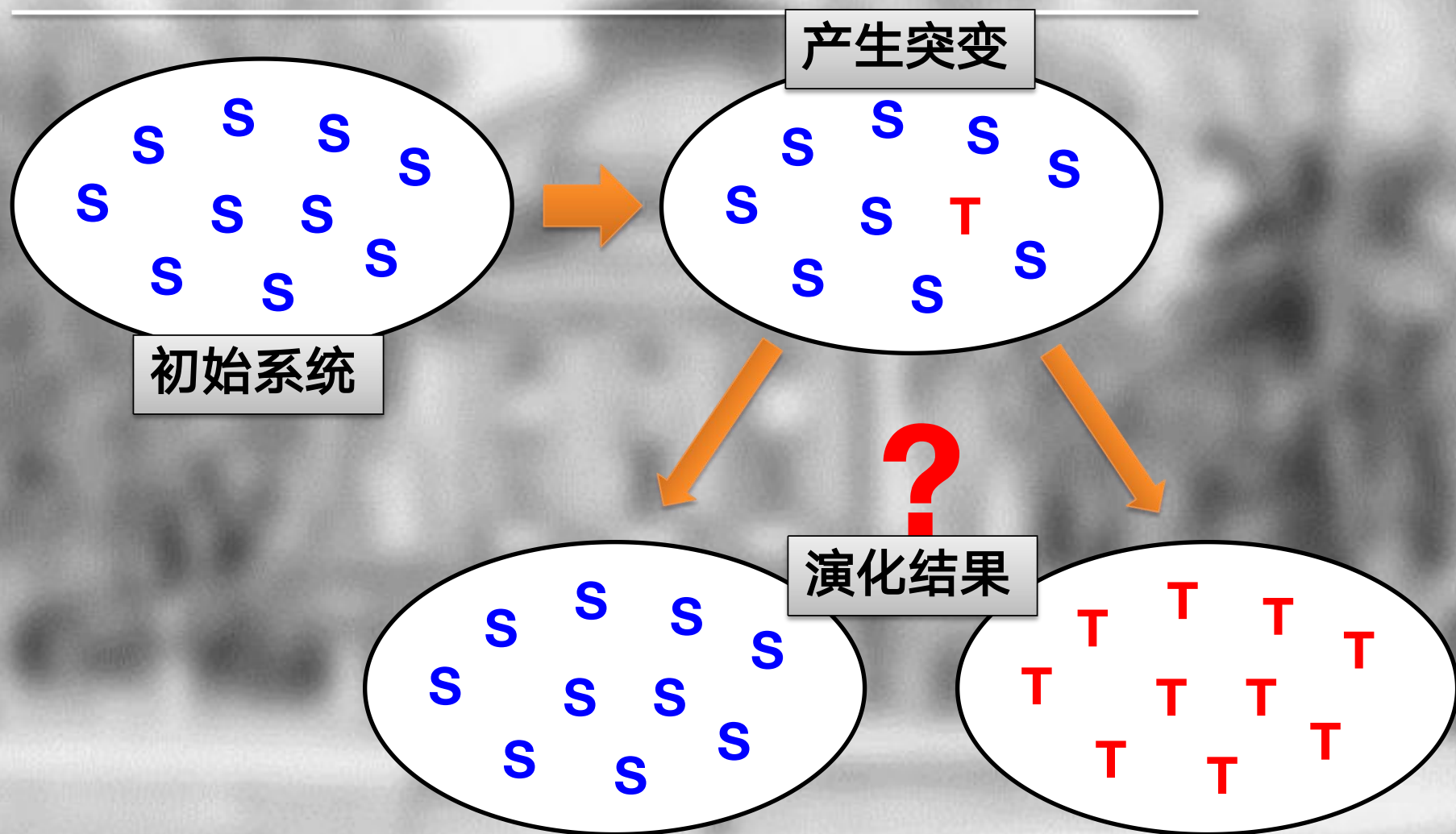
- 演化稳定策略（策略的演化稳定性）

演化稳定策略：

当某个具有原始策略S的系统，产生了采用策略T的突变个体；如果经过演化，采用策略T的突变个体最终消失，那么称策略S为演化稳定策略。

群集策略演化

群集策略演化

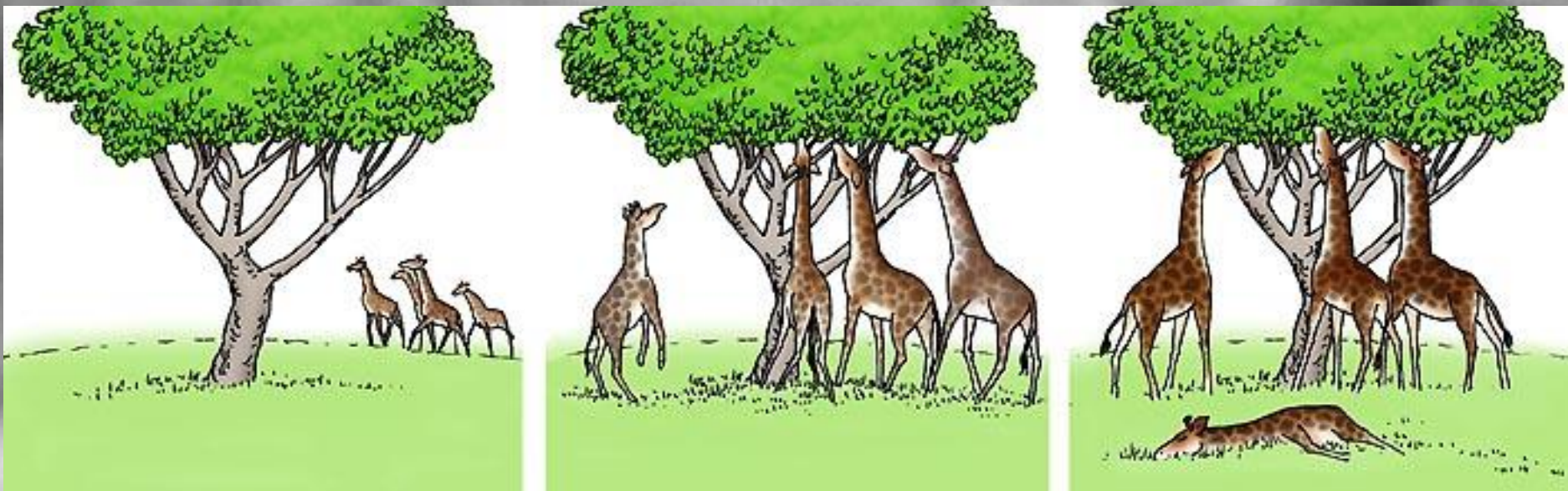


群集策略演化

系统演化特性（自然选择）：

-> ->

具有相对**更高收益**的策略的个体数量会**增长**；
具有相对**更少收益**的策略的个体数量会**减少**。



群集策略演化

系统初始为合作性多智能体系统:

系统具有如下固有属性

PD-Game

参与人均采用策略**C**，即参与人间的交互均为策略组**(C,C)**

		参与人2	
		C	D
参与人1	C	2, 2	-1, 3
	D	3, -1	0, 0

群集策略演化

参与者收益

参与者2

参与者1

	C	D
C	2, 2	-1, 3
D	3, -1	0, 0

如果群体中有 Δ 比例的个体策略发生突变（ Δ 无穷小量）采用了策略D，此时系统中仍选择策略C的个体收益：

$$\text{payoff}_C = (1-\Delta) * \text{payoff}_1(C, C) + \Delta * \text{payoff}_1(C, D)$$

$$\text{payoff}_C = 2(1-\Delta) + \Delta(-1) = 2-3\Delta$$

群集策略演化

参与者收益

参与者2

参与者1

	C	D
C	2, 2	-1, 3
D	3, -1	0, 0

如果群体中有 Δ 比例的个体策略发生突变（ Δ 无穷小量）采用了策略D，而此时系统中选择策略D的个体收益：

$$\text{payoff}_D = (1-\Delta) * \text{payoff}_2(D, C) + \Delta * \text{payoff}_2(D, D)$$

$$\text{payoff}_D = 3(1-\Delta) + \Delta(0) = 3 - 3\Delta$$

群集策略演化

		参与人2	
		C	D
参与人1	C	2, 2	-1, 3
	D	3, -1	0, 0

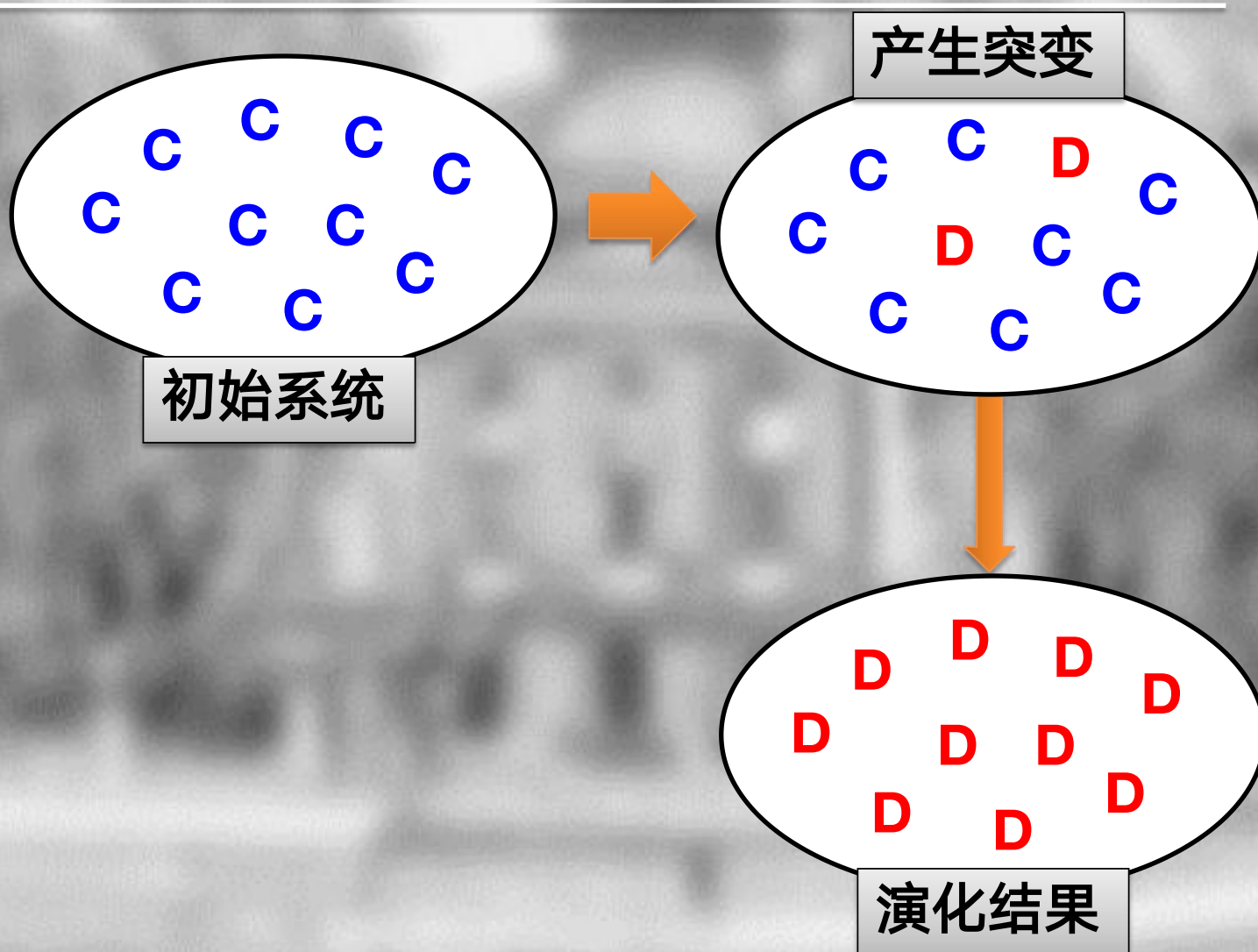
$$\text{payoff}_C < \text{payoff}_D \quad (2-3\Delta < 3-3\Delta)$$

突变为策略D的个体收益更高，因此采用策略D的个体数量会不断增长，采用策略C的个体数量会不断减少。

->策略C不是演化稳定策略

群集策略演化

群集策略演化



群集策略演化

参与人2

	C	D
C	2, 2	-1, 3
D	3, -1	0, 0

参与人1

策略D是演化稳定的吗？

- 假设系统初始状态下，系统中个体全部都选择策略D；
- 有 Δ 比例的个体更改策略，采用了策略C；

分析策略D是否演化稳定策略

群集策略演化

群集策略演化

如何从博弈收益矩阵分析策略演化稳定性？

参与人2

	S	T
S	<i>pfSS</i>	<i>pfST</i>
T	<i>pfTS</i>	<i>pfTT</i>

参与人1

群集策略演化

群集策略演化

- 首先考虑一个群体，群体中的个体均采用S策略；
- 假设群体中极少个体产生策略突变；
- 分析策略S演化稳定条件

群体中采用原策略及突变策略的个体收益：

$$\begin{aligned}\text{payoff}_S &= (1-\Delta) * \text{payoff}(S, S) + \Delta * \text{payoff}(S, T) \\ &= (1-\Delta)\text{pfSS} + \Delta\text{pfST}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{payoff}_T &= (1-\Delta) * \text{payoff}(T, S) + \Delta * \text{payoff}(T, T) \\ &= (1-\Delta)\text{pfTS} + \Delta\text{pfTT}\end{aligned}$$

策略演化稳定性分析

群体中未发生策略突变及发生了策略突变的个体收益：

$$\text{payoff}_S = (1-\Delta)\text{pfSS} + \Delta\text{pfST}$$

$$\text{payoff}_T = (1-\Delta)\text{pfTS} + \Delta\text{pfTT}$$



策略S演化稳定条件：

$$\rightarrow \text{payoff}_S > \text{payoff}_T$$

Δ 为无穷小量

$$\rightarrow \underline{\text{pfSS} > \text{pfTS}}$$

群集策略演化

策略演化稳定性—纳什均衡

策略S演化稳定条件: $pfSS > pfTS$

		参与者2	
		S	T
参与者1	S	$pfSS$	$pfST$
	T	$pfTS$	$pfTT$

策略组 (S, S) 为博弈中的严格纳什均衡

策略演化稳定性—纳什均衡

- 1) 策略组 (S, S) 为严格纳什均衡 ($pfSS > pfTS$) , 则策略 S 为演化稳定策略;
- 2) 策略组 (S, S) 不是纳什均衡 ($pfSS < pfTS$) , 则策略 S 不是演化稳定策略 (因为存在策略突变, 从而使个体收益更高)
- 3) 如果策略组 (S, S) 是弱纳什均衡 ($pfSS = pfTS$) , 策略 S 是演化稳定的吗?

群集策略演化

策略演化稳定性—纳什均衡

$$\text{payoff}_S = (1-\Delta)\text{pfSS} + \Delta\text{pfST}$$

$$\text{payoff}_T = (1-\Delta)\text{pfTS} + \Delta\text{pfTT}$$

策略S演化稳定条件:

$$\rightarrow \text{payoff}_S > \text{payoff}_T$$

$$\text{pfSS} = \text{pfTS}$$

$$\rightarrow \underline{\text{pfST} > \text{pfTT}}$$

策略演化稳定性—纳什均衡

- 1) 策略组 (S, S) 为严格纳什均衡 ($pf_{SS} > pf_{TS}$) , 则策略 S 为演化稳定策略;
- 2) 策略组 (S, S) 不是纳什均衡 ($pf_{SS} < pf_{TS}$) , 则策略 S 不是演化稳定策略 (因为存在策略突变, 从而使个体收益更高)
- 3) 如果策略组 (S, S) 是弱纳什均衡 ($pf_{SS} = pf_{TS}$) , 并且 $pf_{ST} > pf_{TT}$, 策略 S 是演化稳定策略

群集策略演化

群集策略演化

PD Game类博弈为基本交互模式的群集策略演化中交互收益采用收入、耗费的一般性定义：

- 采用策略C的个体自身将耗费 c ，使对方获得收入 b
- 采用策略D的个体自身耗费为0，对方获得收入为0

参与人2

	C	D
C	$b-c$	$-c$
D	b	0

参与人1

群集策略演化

群集策略演化

参与人2

	C	D
C	$b-c$	$-c$
D	b	0

参与人1

演化稳定策略？

策略D为演化稳定策略。
什么样的系统规则，能使C成为演化稳定策略呢？

群集策略演化

策略C（合作）成为演化稳定策略的经典系统规则：

- 亲属选择（Kin selection）
- 直接互惠（Direct reciprocity）
- 间接互惠（Indirect reciprocity）

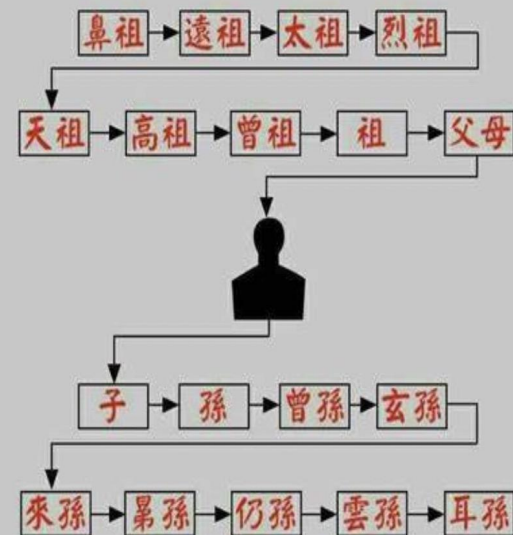
群集策略演化

亲属选择 (Kin selection)

亲属选择指个体或群体仅对其同类或亲属表现出来的利他行为。根据个体或群体的社会生活经验，同类或亲属在其情感的认知判断中具有优先被选择的权力。



祖宗十八代的稱呼



群集策略演化

亲属选择 (Kin selection)

亲属选择是群体选择的一种，它是由英国进化生物学家汉密尔顿 (William Donald Hamilton, 1936-2000) 于1964年提出的。该学说认为，亲缘关系越近的动物彼此合作和利他倾向越强烈，而亲缘越远则表现越弱。典型的例子就是工蜂/工蚁，它们养育·建设蜂巢/蚁巢而自己却不能繁殖后代，还要抚养女王蜂/蚁的后代。而kin selection一词则是同年由另一位英国进化生物学家和遗传学家John Maynard Smith (1920-2004) 首次使用 [2]。

亲属选择 (Kin selection)

Mills (2010) 认为，汉密尔顿的亲属选择为利他主义问题提供了一个戏剧性的解答，因为亲属个体能使它们自己的基因组得到保存，这是它们乐意付出代价或自我牺牲的原因。亲属选择造成了进化论和行为的综合，即所谓的“社会生物学” (Wilson 1975)。而道金斯1976年的《自私的基因》一书被认为是将亲属选择的逻辑往前推进了一步，即归结为一个舍己为人的基因 (Mills 2010)。

群集策略演化

亲属选择 (Kin selection)



- 群体中的任意个体，与另一个随机选择的个体为亲属关系的概率为 r （亲属系数）
- 如果双方为亲属，随机选择的个体将采用与原个体相同的策略

亲属选择 (Kin selection)

- 假设群体中采用策略C的个体占群体的比例为 x ，采用策略D的个体占群体的比例则为 $1-x$

因此考虑到亲属系数 r ，采用策略C及策略D个体的收益分别为：

$$\text{payoff}_C = r(b-c) + (1-r)[(b-c)x - c(1-x)]$$

$$\text{payoff}_D = (1-r)bx$$

b: 行动者的利他行为，对于接受者的繁殖利益之增加量。

c: 个体位表现行为所花费的繁殖利益

群集策略演化

亲属选择 (Kin selection)

$$\text{payoff}_C = r(b-c) + (1-r)[(b-c)x - c(1-x)]$$
$$\text{payoff}_D = (1-r)bx$$

$x=1$



参与者2

$x=0$



	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>C</i>	<i>b-c</i>	<i>br-c</i>
<i>D</i>	<i>b(1-r)</i>	<i>0</i>

C策略为演化稳定策略的条件为：

$$\text{pf}_{CC} > \text{pf}_{DC}$$

->

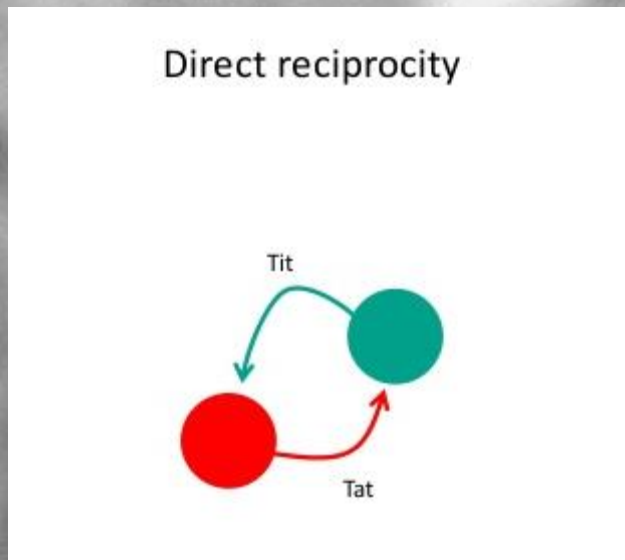
$$b-c > b(1-r)$$

->

$$r > c/b$$

群集策略演化

直接互惠 (Direct reciprocity)



- 群体中的随机配对个体，将采用无限重复博弈模式进行交互；
- 策略集为 $\{TFT, ALLD\}$

群集策略演化

直接互惠 (Direct reciprocity)

- 群体中的随机配对个体，将采用无限重复博弈模式进行交互；
- 策略集为{TFT, AllD}

		参与人2	
		<i>TFT</i>	<i>AllD</i>
参与人1	<i>TFT</i>	$(b-c)/(1-d)$	$-c$
	<i>AllD</i>	b	0

C策略为演化稳定策略的条件为：

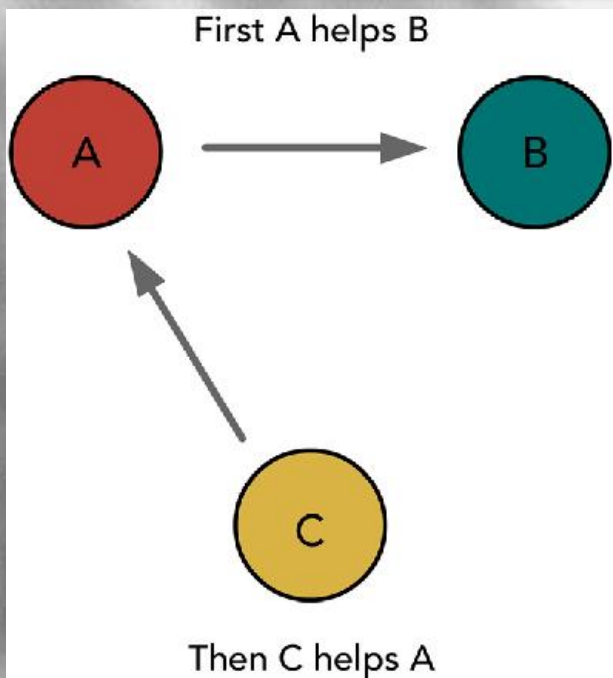
$$(b-c)/(1-d) > b$$

->

$$d > c/b$$

群集策略演化

间接互惠 (Indirect reciprocity)



- 信誉机制—一个体有概率 q 获取配对个体信誉状态 (C or D)
- 策略C个体将不会和已知的Defector (采用策略D个体) 合作

群集策略演化

间接互惠 (Indirect reciprocity)

- 策略C个体将与策略C个体合作；
- 策略C个体将有 $1-q$ 的概率与策略D个体合作；

		参与人2	
		C	D
参与人1	C	$b-c$	$-c(1-q)$
	D	$b(1-q)$	0

C策略为演化稳定策略的条件为：

$$(b-c) > b(1-q)$$

->

$$q > c/b$$

3



群集信息传播

群集行为

群集信息传播现实应用

舆论控制、产品推广



线性阈值模型

1970年 Granovetter 首次提出

网络表示为一个有向图 $G = (V, E)$;
节点存在两种状态：激活、非激活；

如果节点一旦被激活，则保持激活状态，直到信息传播结束。

激活阈值：

- 每个节点会拥有一个独立的激活阈值，此阈值反应节点被邻居节点激活的难易程度；
- 激活阈值越大，表示此节点越难以被激活；反之则越容易被激活。

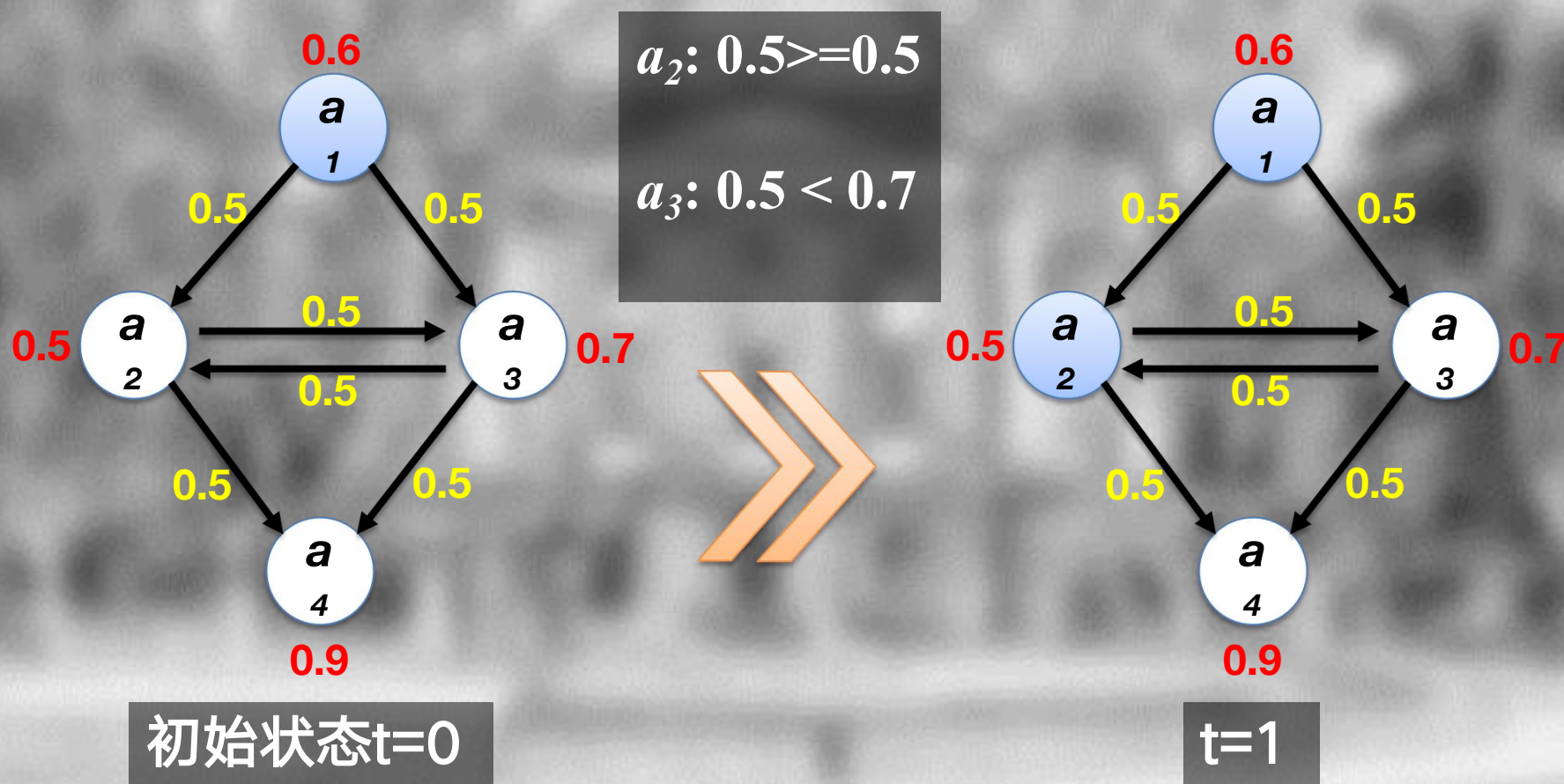
线性阈值模型

激活条件：

- 当节点受到邻居的激活权重总和大于等于其激活阈值时，该节点被激活。

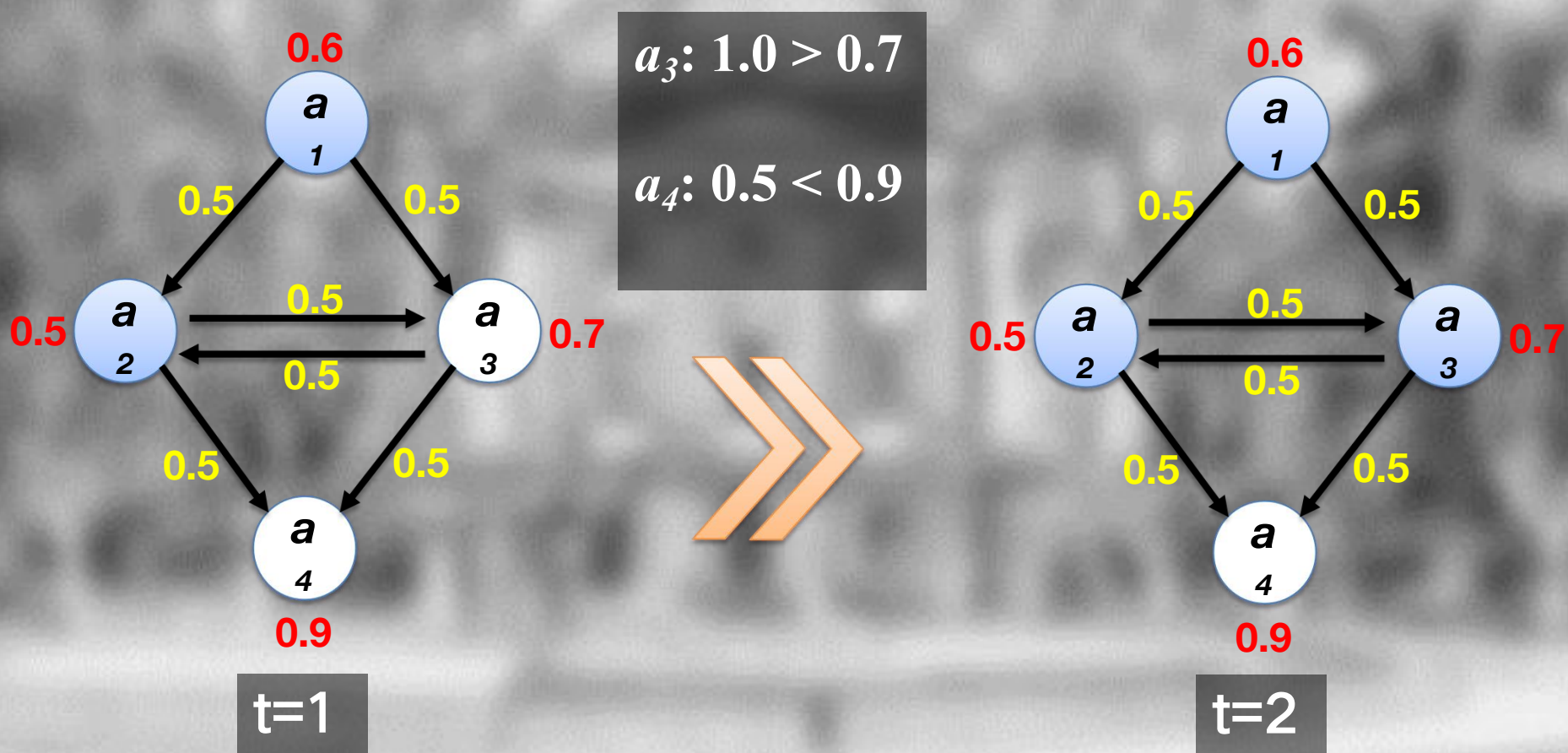
群集信息传播

线性阈值模型



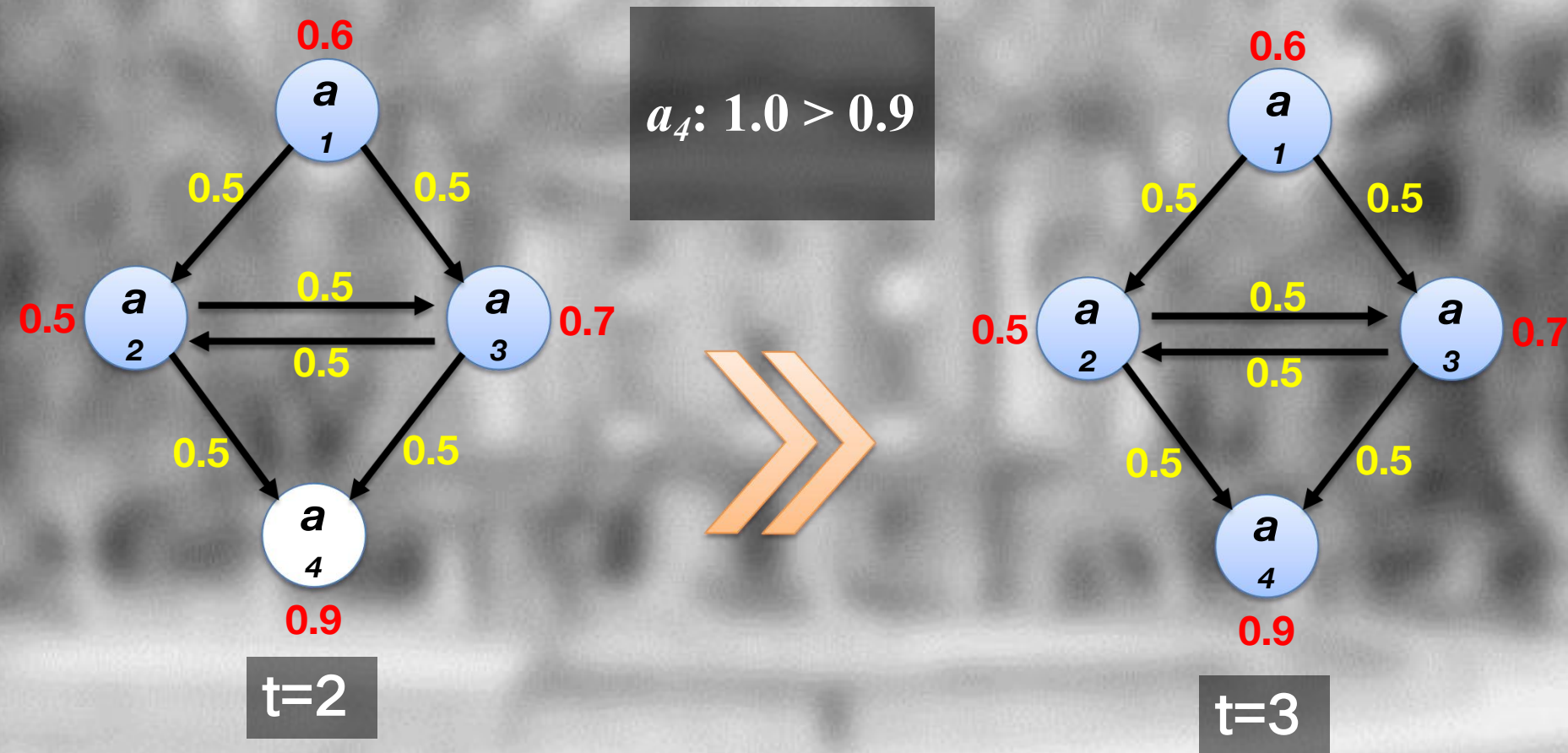
群集信息传播

线性阈值模型



群集信息传播

线性阈值模型



- 线性阈值模型应用场景？

独立级联模型

网络表示为一个有向图 $G=(V, E)$ ；
节点存在两种状态：激活、非激活；

如果节点一旦被激活，则保持激活状态，直到信息传播结束。

激活概率：

- 每个节点对于其每一条入边具有独立的激活概率；
- 激活概率越大，表示此节点越容易被该边激活；反之则越难以被该边激活。

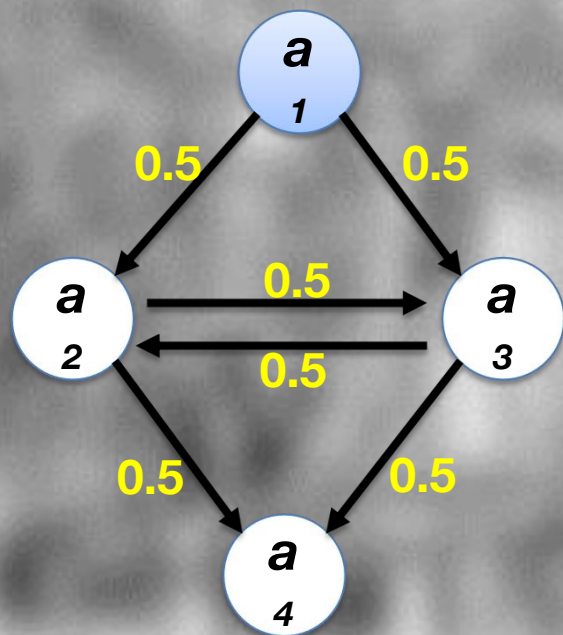
独立级联模型

激活过程：

- 当一个节点 i 在第 t 步被激活后，其只能在第 $t+1$ 步去激活它的邻居节点；
- 每个节点只有一次机会去激活邻居节点
- 重复执行，直至再没有新的节点被激活。

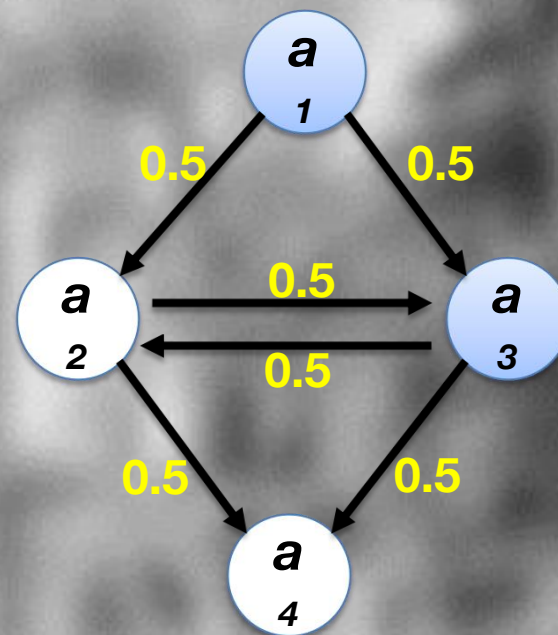
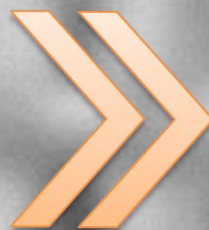
群集信息传播

独立级联模型



初始状态 $t=0$

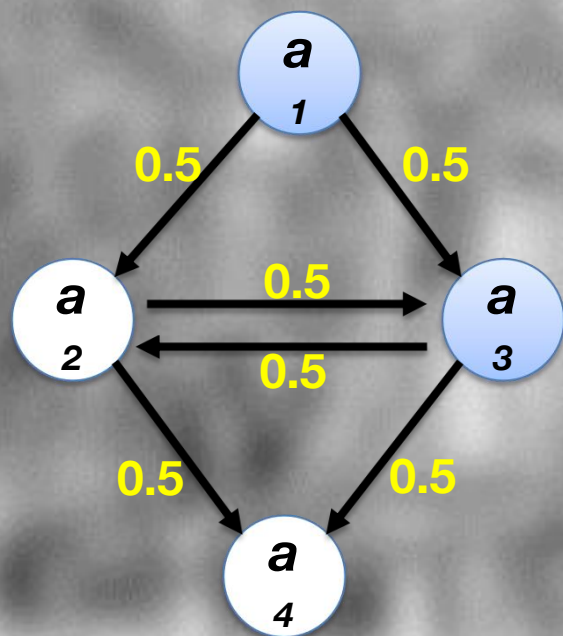
$a_1 \rightarrow a_2$
 $a_1 \rightarrow a_3$



$t=1$

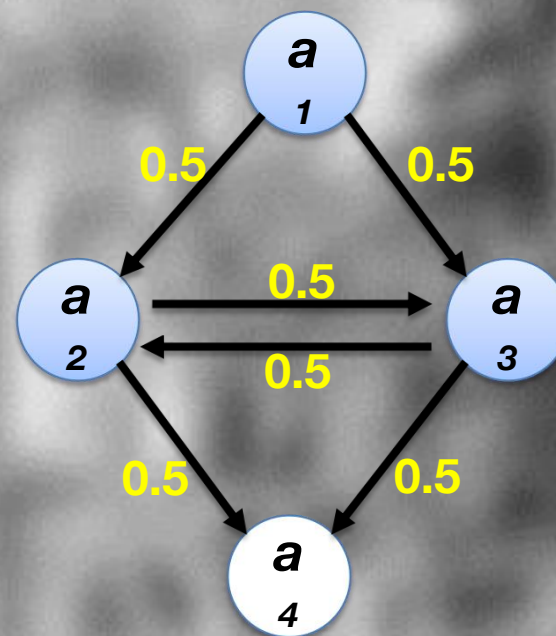
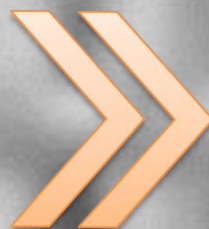
群集信息传播

独立级联模型



$t=1$

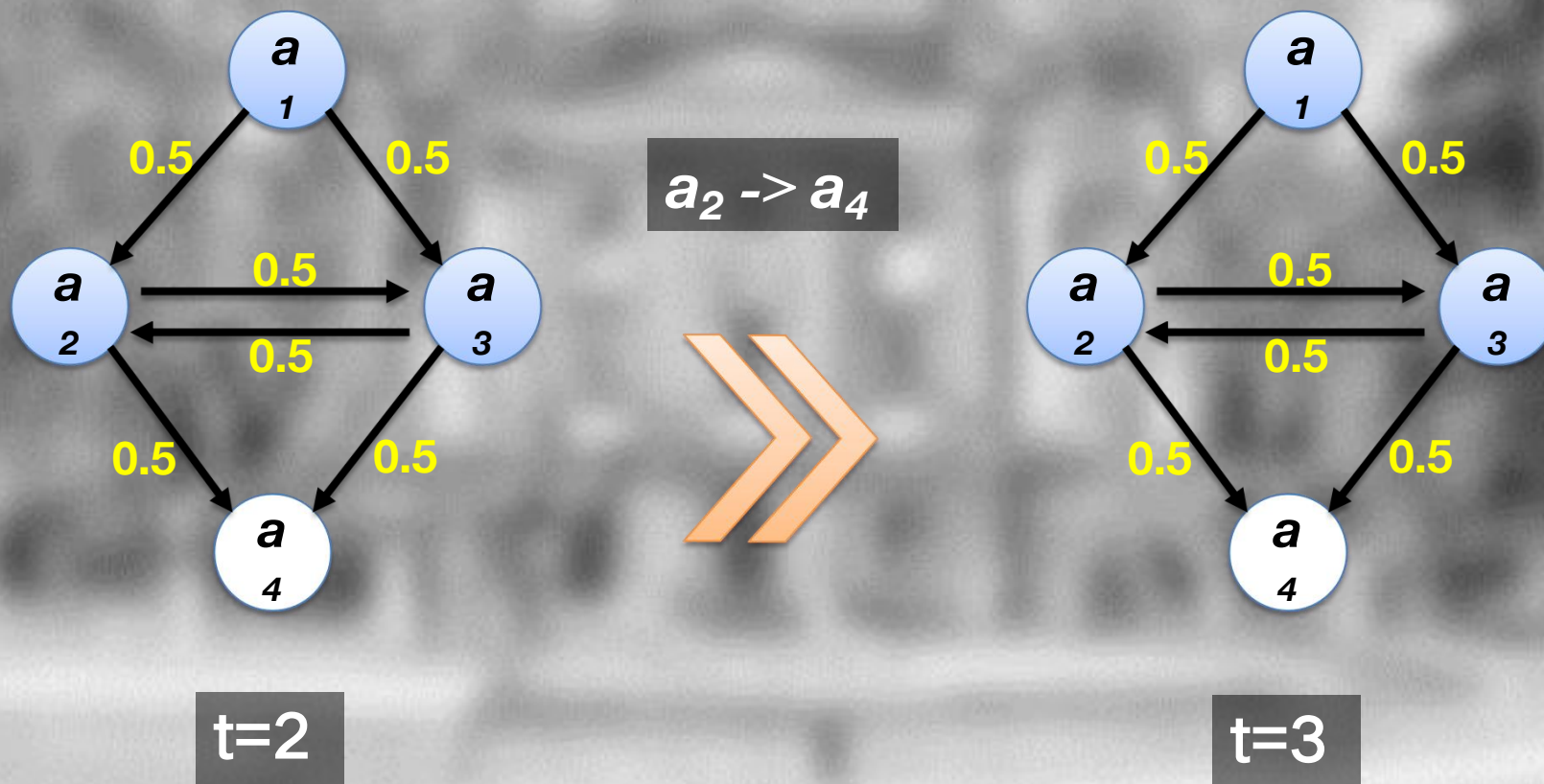
$a_3 \rightarrow a_2$
 $a_3 \rightarrow a_4$



$t=2$

群集信息传播

独立级联模型



- 线独立级联模型应用场景？

传染病模型

中外学者对经典的传染病模型进行了丰富的研究，在这些经典的基础模型上进行了改进、丰富和发展，对信息传播模型的研究作出了极大的推动。

作为一个经典的信息传播模型，传染病模型对当下的群集信息传播研究具有良好的指导能力

SARS 疫情概况

- 全球肆虐：2003 年 SARS 病毒爆发，迅速扩散，影响全球。
- 中国与 32 国：疫情起源于中国，波及 32 个国家，展示出高度的传染性。
- 危机应对：各国采取紧急措施，包括隔离和旅行限制，最终控制疫情。



新型冠状病毒与 SARS病毒的区别

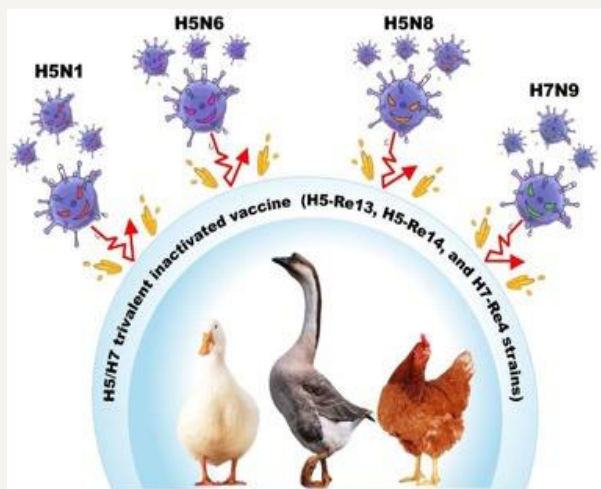
李侗曾 主任医师

首都医科大学附属北京佑安医院
感染综合科

youlai.cn

H5N1 禽流感

- 高致病性病毒：H5N1 禽流感病毒，高度致命，对家禽和人类都有强感染性。
- 人畜共患：病毒可从禽类传播至人，接触感染禽类或其分泌物是主要传播途径。
- 全球关注：世界卫生组织持续监控，因潜在大流行风险，疫苗研发和防控措施至关重要。



狂犬病

- 人类病死率 100%：一旦出现症状，狂犬病几乎无药可救，死亡率极高。
- 病毒传播：主要通过感染动物的咬伤或唾液直接接触传播，狗是最常见的传染源。
- 预防关键：接种疫苗，及时处理伤口，预防优于治疗。



传染病概况

- 甲乙类传染病报告：总计报告病例数，反映疫情规模。
- 死亡统计：列出因传染病死亡的人数，体现疾病严重性。
- 病例死亡率：用图表展示病例死亡率变化，揭示防控效果。



病名	发病数	死亡数**
甲乙丙类总计	21876	177
甲乙类传染病合计	16492	177
疟疾	8	0
霍乱	8	0
传染性非典型肺炎	8	0
艾滋病	254	10
病毒性肝炎*	9814	3
甲型肝炎	125	0
乙型肝炎	6285	2
丙型肝炎	387	1
丁型肝炎	1	0
戊型肝炎	134	0
未分型肝炎	38	0
脊髓灰质炎	8	0
人感染高致病性禽流感	8	0
麻疹	42	0
流行性乙脑炎	24	0

主要传染病

- 肺结核：发病数居首，公共卫生关注的重点。
- 狂犬病：死亡率高，预防接种至关重要。
- 乙型肝炎：高发疾病之一，需加强监测和疫苗接种。



传染病的历史影响

- 主要死亡原因：传染病如霍乱、天花和结核病，是当时全球人口死亡的主要因素。
- 饮水与卫生改善：安全饮用水的获取和卫生条件的提升，显著减少了水源性疾病的发病率。
- 抗生素与疫苗初期贡献：青霉素等抗生素的发现和早期疫苗的使用，开始改变人类对抗传染病的策略。



旧疾复发

- 结核病再现：全球卫生关注的焦点，结核病发病率再次上升，尤其是在人口密集和医疗资源有限的地区。
- 白喉卷土重来：疫苗覆盖率下降导致白喉病例增加，提醒人们重视免疫接种计划的持续实施。
- 全球疫情扩散：传染病无国界，快速的全球旅行和城市化加速了疾病的传播，凸显全球卫生合作的重要性。



传染病模型

在人类历史上，传染病曾给人类带来无数的灾难。18-20世纪初，传染病是导致人类死亡的主要疾病。20世纪中后期，由于安全饮用水的供应、抗生素的发明和使用、疫苗的出现和计划免疫的实施、卫生知识的普及等措施曾使得传染病得到了有效的控制。

20世纪70年代后，传染病再度肆虐人类，一批早已得到控制的传染病卷土重来，如结核病、白喉、登革热、霍乱、鼠疫和疟疾等。新发现40余种传染病，如传染性非典型肺炎、艾滋病、0139型霍乱、大肠杆菌0157等新发传染病的危害令人担忧，人类正面临着新旧传染病的双重威胁。

传染病模型

2003年上半年SARS像洪水猛兽般肆虐在中国及世界32个国家和地区。

H5N1的禽流感病毒。狂犬病是迄今为止人类病死率最高的急性传染病，一旦发病，病死率高达100%。

2009年8月份，全国共报告甲、乙类传染病401956例，死亡1034人。除鼠疫、传染性非典型肺炎、脊髓灰质炎、白喉无发病报告外，其余传染病均有报告，报告发病数最高的为肺结核，共127509例，其余为乙型肝炎、细菌性和阿米巴性痢疾、梅毒、淋病，这五种病占报告发病总数的87.47%。报告死亡数最高的为狂犬病，共301例，其次为肺结核、艾滋病、流行性乙型脑炎、乙型肝炎，这五种病占报告死亡总数的89.85%

传染病模型1 (SI)

Hethcote H W 和 Driessche P V 将 SI 模型 在 1991 年应用于数学领域，Zhao 等 2009 年基于 SI 模型，提出博客突发性话题传播模型且引入个体适应度为模型中的经验参数。将该地区的人群分为**易感节点 (S)**、**传播节点 (I)** 两类。

传染病模型1 (SI)

SI 模型用以描述那些突然爆发尚缺乏有效控制 的信息传播情景。例如社会危机事件，这种事件受众数量巨大、信息交互高效、爆发式增长形成网络舆情。

感染概率：

- 每个节点对于其每一条入边具有独立的感染概率；
- **感染概率越大**，表示此节点**越容易被该边感染**；反之则越难以被该边感染。

传染病模型1 (SI)

假设在传染病流行范围内只有两类人,一类是易感者,即未得病者,但与感病者接触后容易受到感染,记为 S 类;另一类是感病者,即已经感染传染病的人,记为 I 类.

假设易感者与感病者在人群中混合充分均匀,易感者感病的机会与他接触感病者的机会成正比,并且传染率为常数.不考虑出生与死亡以及人群的迁出与迁入.

记在时刻 t 易感者的人数为 $S(t)$,感病者的人数为 $I(t)$.由于不考虑出生与死亡及人群的迁出与迁入,因此人群的总数不随时间的变化而变化,记人群总数为 N ,那么 $S(t) + I(t) \equiv N$. 为方便起见,不妨将人群总数归一化,而将 $S(t)$, $I(t)$ 分别表示易感者和感病者在人群中所占的比例,那么有 $S(t) + I(t) \equiv 1$. 通常人群总数是非常大的,可以认为 $S(t)$ 和 $I(t)$ 关于时间 t 是连续变化,且充分光滑.

考虑在 $[t, t + \Delta t]$ 的时间段内感病者人数的变化情况. 一方面, 在这段时间内, 感病者人数增加了 $N(I(t + \Delta t) - I(t))$; 另一方面, 感病者人数的增加是由于易感者接触了感病者而被传染了. 由假设, 易感者感病的机会与他接触感病者的机会成正比, 而易感者接触感病者的机会显然与易感者和感病者的人数成正比, 记比例系数为 k , 称为传染系数, 它表示单位时间内, 一个感病者可以传染 $kS(t)$ 个易感者, 使之成为感病者. 于是

$$N(I(t + \Delta t) - I(t)) = kNS(t)I(t)\Delta t.$$

两边除以 $N\Delta t$, 并令 $\Delta t \rightarrow 0$, 可以得到

$$\frac{dI}{dt} = kIS.$$

利用 $S(t) + I(t) = 1$ 可得

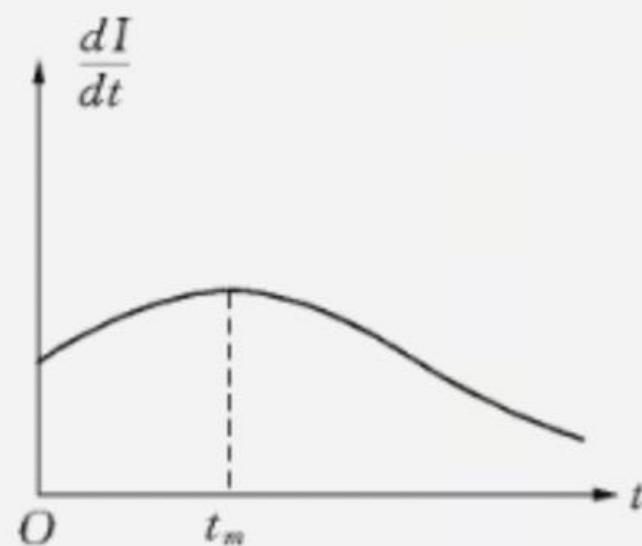
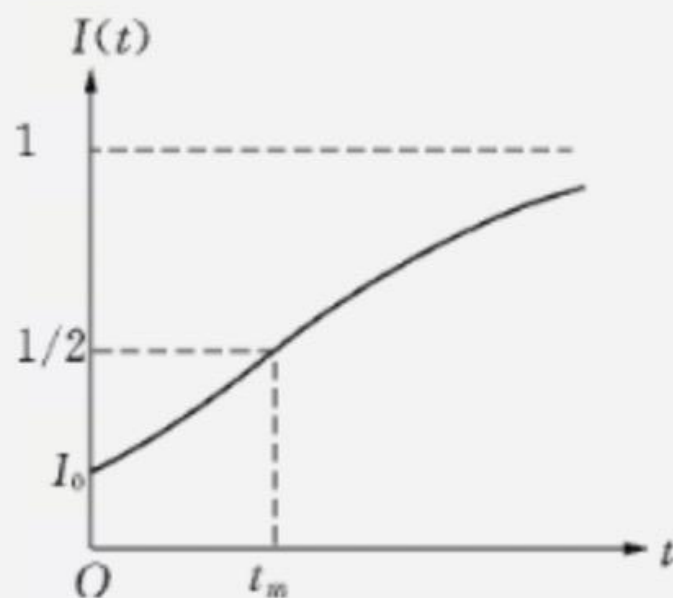
$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = kI(1 - I), \\ I(0) = I_0. \end{cases}$$

$$I(t) = \frac{1}{1 + (I_0^{-1} - 1)e^{-kt}}$$

$$S(t) = 1 - I(t) = \frac{(I_0^{-1} - 1)e^{-kt}}{1 + (I_0^{-1} - 1)e^{-kt}}.$$

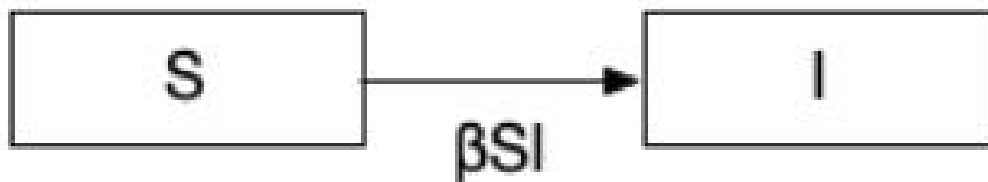
对 $I(t)$ 关于 t 求导, 即可得到感病者增长的速度 (即疾病传播的速度)

$$\frac{dI}{dt} = \frac{k(I_0^{-1} - 1)e^{-kt}}{[1 + (I_0^{-1} - 1)e^{-kt}]^2}.$$



群集信息传播

传染病模型1 (SI)



传播节点 (I) 是信息的源头，通过一定的概率 β 把信息传播给**易感节点 (S)**。传播节点 (I) 无法停止信息传播。

传染病模型1 (SI)

传播节点 (I) 是信息的源头，通过一定的概率 β 把信息传播给**易感节点 (S)**。传播节点 (I) 无法停止信息传播。下式为 SI 模型的作用机理，其中， i_0 表示初始状态下传播节点在总人群中的比例。

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\beta s(t)i(t)$$

$$s(t) + i(t) = 1$$

$$i(0) = i_0$$

传染病模型2 (SIR)

1964 年 Goffman 将 SIR 模型应用于信息传播领域，提出用传染病的动力学模型来研究 信息在人群中的传播扩散。将该地区人群分为三类：**易感节点 (susceptibles)** 数量记为 $S(t)$ ，即 t 时刻未接触信息但可能接触信息人数。**传播节点 (infectives)** 数量记为 $I(t)$ ，表示 t 时刻传播信息 的人数。**免疫节点 (removed)** 数量为 $R(t)$ ，表示 t 时刻对信息免疫的人数。

传染病模型2 (SIR)

SIR 模型简单，适用范围较窄，但是一个经典的模型，各个模型都是由此发展而来的，此模型适用于网络较为简单，同时具备易感节点、传播节点和免疫节点，并且免疫节点没有机会再变为易感节点或者传播节点的情形。

传染概率：

- 每个节点对于其每一条入边具有独立的传染概率；
- 传染概率越大，表示此节点越容易被该边传染；反之则越难以被该边传染。

群集信息传播

传染病模型2(SIR)



传播节点 (I) 是信息的源头，通过一定的概率 β 把信息传播给**易感节点 (S)**。传播节点 (I) 通过比例系数 γ 变为**免疫节点 (R)**，免疫节点 (R) 不可再进行信息传播。

大多数传染病如天花、肝炎、麻疹等治愈后均有很强的免疫力,所以痊愈后的人既不是易感者,也不是感病者,他们被移出了传染系统. 我们将他们记为 R 类,称为移出者. 这一节我们将考虑含有 3 类人的传染病模型.

仍记痊愈率为 h , 但与 SIS 模型不同的是,痊愈者不再进入易感人群,而是进入移出人群. 记 $R(t)$ 为移出者在人群中所占的比例,那么有

$$S(t) + I(t) + R(t) \equiv 1.$$

群集信息传播

传染病模型2(SIR)

传播节点 (I) 是信息的源头，通过一定的概率 β 把信息传播给**易感节点 (S)**。传播节点 (I) 通过比例系数 γ 变为**免疫节点 (R)**，免疫节点 (R) 不可再进行信息传播。下式为 SIR 模型的作用机理，其中， i_0 表示初始状态下传播节点在总人群中的比例。

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\beta s(t)i(t)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \beta s(t)i(t) - \gamma i(t)$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = \gamma i(t)$$

$$s(t) + i(t) + r(t) = 1$$

$$i(0) = i_0, \quad s(0) = s_0$$

传染病模型3 (SIS)

1932 年，Kermack 对模型进行了优化，首次提出阈值理论，建立 SIS 模型。2001 年 Romauldo Pastor-Satorras 和 Alessandro Vespignani[5] 将模型应用于信息传播领域。将该地区的人群分为两类：**易感节点 (S)** 和 **传播节点 (I)**

传染病模型3 (SIS)

SIS 模型适用于信息传播者停止传播信息后，通过接触传播者，有一定概率变为传播者的情形，同时，信息传播者中没有免疫节点。

传染概率：

- 每个节点对于其每一条入边具有独立的传染概率；
- 传染概率越大，表示此节点越容易被该边传染；反之则越难以被该边传染。

传染病模型3(SIS)

有些传染病如伤风、痢疾等治愈后的免疫力很低,病人痊愈后仍然可能再次被传染成为病人.

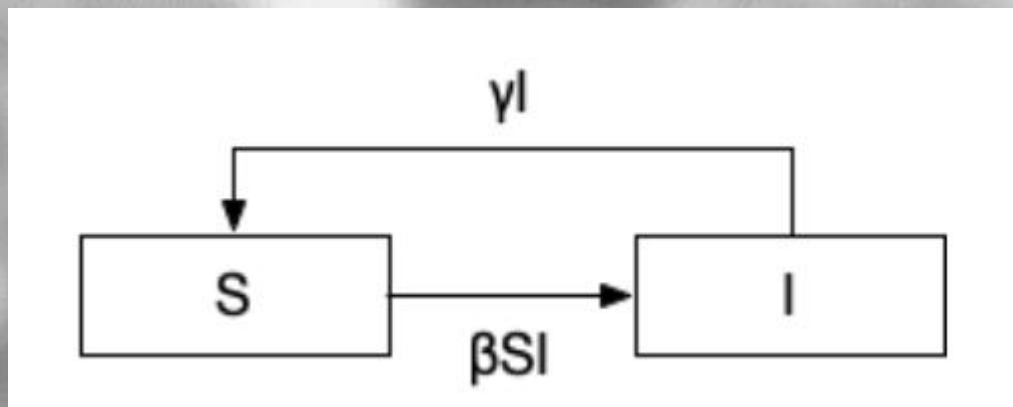
假设感病者以固定的比率痊愈,而重新成为易感者,记这一比率为 h ,称为痊愈率,而 $1/h$ 表示疾病的平均传染期.这时感病者的人数变化由两部分组成:一部分是易感者被传染而成为新的感病者,另一部分是感病者痊愈后重新成为易感者.这样,相应的模型可以归结为

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = kI(1-I) - hI, \\ I(0) = I_0, \end{cases}$$

$$I(t) = \begin{cases} \left[e^{-(k-h)t} \left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{1-\sigma^{-1}} \right) + \frac{1}{1-\sigma^{-1}} \right]^{-1}, & k \neq h, \\ \frac{I_0}{ktI_0 + 1}, & k = h, \end{cases}$$

群集信息传播

传染病模型3(SIS)



传播节点 (I) 是信息的源头，通过一定的概率 β 把信息传播给**易感节点 (S)**。传播节点 (I) 以一定的概率 γ 被治愈，变为易感节点 (S)，易感节点 (S) 接触传播节点 (I) 后会有一定概率进行传播。

传染病模型3(SIS)

传播节点 (I) 是信息的源头，通过一定的概率 β 把信息传播给**易感节点 (S)**。传播节点 (I) 以一定的概率 γ 被治愈，变为易感节点 (S)，易感节点 (S) 接触传播节点 (I) 后会有一定概率进行传播。

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\beta s(t)i(t) + \gamma i(t)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \beta s(t)i(t) - \gamma i(t)$$

$$s(t) + i(t) = 1$$

$$i(0) = i_0$$

传染病模型4（SIRS）

2004 年，Gruhl 基于 SIRS 传播模型研究博客网络话题，将该地区的人群分为 S、I、R 三类，在 SIR 模型的基础上，考虑了免疫节点 R 再次感染的情况，即该模型中不考虑具有永久免疫能力的节点。

传染病模型4（SIRS）

模型适用于传播节点变为免疫节点后，以一定概率丧失免疫变为易感节点的情形，此模型没有永久的信息免疫节点。

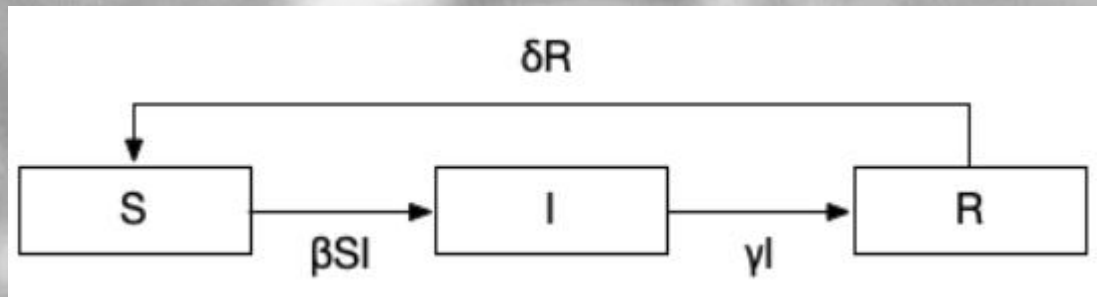
。

传染概率：

- 每个节点对于其每一条入边具有独立的传染概率；
- 传染概率越大，表示此节点越容易被该边传染；反之则越难以被该边传染。

群集信息传播

传染病模型4(SIRS)



传播节点 (I) 是信息的源头，通过一定的概率 β 把信息传播给**易感节点 (S)**。传播节点 (I) 通过比例系数 γ 变为**免疫节点 (R)**，免疫节点 (R) 不可再进行信息传播，但此后信息传播者仅暂时免疫，单位时间内将有 δR 暂时免疫节点再次变为易感节点 (S)。

群集信息传播

传染病模型4(SIRS)

传播节点 (I) 是信息的源头，通过一定的概率 β 把信息传播给易感节点 (S)。传播节点 (I) 通过比例系数 γ 变为免疫节点 (R)，免疫节点 (R) 不可再进行信息传播，但此后信息传播者仅暂时免疫，单位时间内将有 δR 暂时免疫节点再次变为易感节点 (S)。

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\beta s(t)i(t) + \delta r(t)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \beta s(t)i(t) - \gamma i(t)$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = \gamma i(t) - \delta r(t)$$

$$s(t) + i(t) + r(t) = 1$$

$$i(0) = i_0, \quad s(0) = s_0$$

传染病模型5（SEIR）

Schwartz I B在 1983 提出 SEIR 模型。在2011年将 SEIR模型应用于信息传播领域。将该地区的人群分为四类：易感节点（S）、潜伏节点（E）、传播节点（I）和免疫节点（R）。潜伏节点（Exposed）数量记为 $E(t)$ ，表示 t 时刻接收但不能传播信息的人数

传染病模型5 (SEIR)

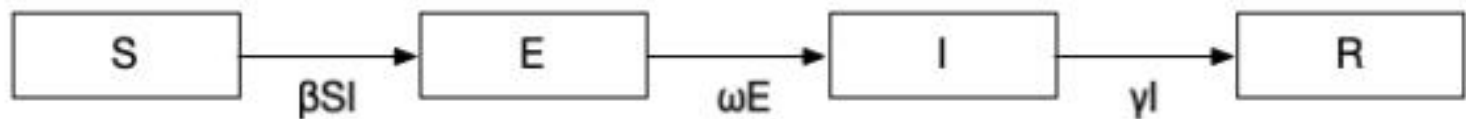
SEIR 模型用以描述具有**潜伏状态**的情形，潜伏状态意味着节点接收到信息，但不能传播，例如某些信息可能需要用户登陆才能传播，**潜伏节点有一定概率变为传播节点**

传染概率：

- 每个节点对于其每一条入边具有独立的传染概率；
- **传染概率越大**，表示此节点**越容易被该边传染**；反之则越难以被该边传染。

群集信息传播

传染病模型5(SEIR)



易感节点 (S) 在接触传播节点 (I) 之后以一定概率 β 变为潜伏节点 (E)，潜伏节点 (E) 在接触易感节点 (S) 时，不可以将易感节点 (S) 变为传播节点 (I) 或潜伏节点 (E)，接着潜伏节点 (E) 以一定概率 ω 变为传播节点 (I)，这时候的传播节点 (I) 可以将易感节点 (S) 变为潜伏节点 (E)。传播节点 (I) 会以一定概率 γ 变为免疫节点 (R)。免疫节点 (R) 具有永久的免疫力。

传染病模型5(SEIR)

下式为 SEIR 模型的作用机理，其中， e_0 、 i_0 、 r_0 分别表示初始状态下潜伏节点、易感节点、传播节点在总人群中的比例

$$\begin{aligned}\frac{ds(t)}{dt} &= -\beta s(t)i(t) \\ \frac{de(t)}{dt} &= \beta s(t)i(t) - \omega e(t) \\ \frac{di(t)}{dt} &= \omega e(t) - \gamma i(t) \\ \frac{dr(t)}{dt} &= \gamma i(t) \\ s(t) + e(t) + i(t) + r(t) &= 1 \\ e(0) = e_0, i(0) = i_0, r(0) &= r_0\end{aligned}$$

- 讨论：传染病模型应用场景？