

# Review

01 소수판별알고리즘

02 다수 소수 판별

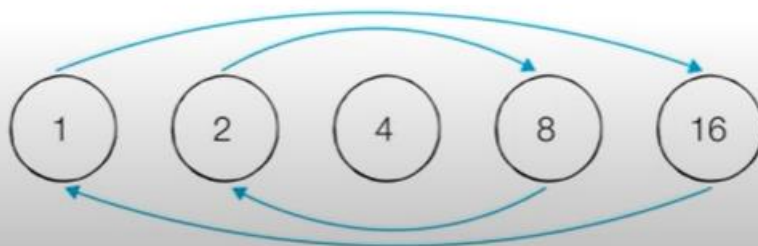
03 부분합 알고리즘

## 소수 (Prime Number)

- 소수란 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신을 제외한 자연수로는 나누어떨어지지 않는 자연수입니다.
  - 6은 1, 2, 3, 6으로 나누어떨어지므로 소수가 아닙니다.
  - 7은 1과 7을 제외하고는 나누어떨어지지 않으므로 소수입니다.
- 코딩 테스트에서는 어떠한 자연수가 소수인지 아닌지 판별해야 하는 문제가 자주 출제됩니다.

```
# 소수 판별 함수(2이상의 자연수에 대하여)
def is_prime_number(x):
    # 2부터 (x - 1)까지의 모든 수를 확인하며
    for i in range(2, x):
        # x가 해당 수로 나누어떨어진다면
        if x % i == 0:
            return False # 소수가 아님
    return True # 소수임
```

- 모든 약수가 가운데 약수를 기준으로 곱셈 연산에 대해 대칭을 이루는 것을 알 수 있습니다.
  - 예를 들어 16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16입니다.
  - 이때  $2 \times 8 = 16$ 은  $8 \times 2 = 16$ 과 대칭입니다.
- 따라서 우리는 특정한 자연수의 모든 약수를 찾을 때 가운데 약수(제곱근)까지만 확인하면 됩니다.
  - 예를 들어 16이 2로 나누어떨어진다는 것은 8로도 나누어떨어진다는 것을 의미합니다.



## MATH 라이브러리의 sqrt 함수의 연산속도 ?

```
import math

# 소수 판별 함수 (2이상의 자연수에 대하여)
def is_prime_number(x):
    # 2부터 x의 제곱근까지의 모든 수를 확인하며
    for i in range(2, int(math.sqrt(x)) + 1):
        # x가 해당 수로 나누어떨어진다면
        if x % i == 0:
            return False # 소수가 아님
    return True # 소수임
```

## MATH 라이브러리의 sqrt 함수의 연산속도 ?

```
import math

# 소수 판별 함수 (2이상의 자연수에 대하여)
def is_prime_number(x):
    # 2부터 x의 제곱근까지의 모든 수를 확인하며
    for i in range(2, int(math.sqrt(x)) + 1):
        # x가 해당 수로 나누어떨어진다면
        if x % i == 0:
            return False # 소수가 아님
    return True # 소수임
```

## 에라토스테네스의 체 알고리즘

- 다수의 자연수에 대하여 소수 여부를 판별할 때 사용하는 대표적인 알고리즘입니다.
- 에라토스테네스의 체는  $N$ 보다 작거나 같은 모든 소수를 찾을 때 사용할 수 있습니다.
- 에라토스테네스의 체 알고리즘의 구체적인 동작 과정은 다음과 같습니다.
  1. 2부터  $N$ 까지의 모든 자연수를 나열한다.
  2. 남은 수 중에서 아직 처리하지 않은 가장 작은 수  $i$ 를 찾는다.
  3. 남은 수 중에서  $i$ 의 배수를 모두 제거한다 ( $i$ 는 제거하지 않는다).
  4. 더 이상 반복할 수 없을 때까지 2번과 3번의 과정을 반복한다.

- [초기 단계] 2부터 26까지의 모든 자연수를 나열합니다. ( $N = 26$ )

2	3	4	5	6
7	8	9	10	11
12	13	14	15	16
17	18	19	20	21
22	23	24	25	26



- **[Step 1]** 아직 처리하지 않은 가장 작은 수 2를 제외한 2의 배수는 모두 제거합니다.

2	3	4	5	6
7	8	9	10	11
12	13	14	15	16
17	18	19	20	21
22	23	24	25	26

- **[Step 2]** 아직 처리하지 않은 가장 작은 수 3을 제외한 3의 배수는 모두 제거합니다.



2	3	4	5	6
7	8	9	10	11
12	13	14	15	16
17	18	19	20	21
22	23	24	25	26

- **[Step 3]** 아직 처리하지 않은 가장 작은 수 5를 제외한 5의 배수는 모두 제거합니다.

2	3	4	5	6
7	8	9	10	11
12	13	14	15	16
17	18	19	20	21
22	23	24	25	26

[챕터 보기](#)

- [Step 4] 마찬가지로 과정을 반복했을 때 최종적인 결과는 다음과 같습니다.

2	3	4	5	6
7	8	9	10	11
12	13	14	15	16
17	18	19	20	21
22	23	24	25	26

자막(

```
import math
```

```
n = 1000 # 2부터 1,000까지의 모든 수에 대하여 소수 판별  
# 처음엔 모든 수가 소수(True)인 것으로 초기화(0과 1은 제외)  
array = [True for i in range(n + 1)]
```

```
# 에라토스테네스의 체 알고리즘 수행  
# 2부터 n의 제곱근까지의 모든 수를 확인하며  
for i in range(2, int(math.sqrt(n)) + 1):  
    if array[i] == True: # i가 소수인 경우(남은 수인 경우)  
        # i를 제외한 i의 모든 배수를 지우기  
        j = 2  
        while i * j <= n:  
            array[i * j] = False  
            j += 1
```

```
# 모든 소수 출력  
for i in range(2, n + 1):  
    if array[i]:  
        print(i, end=' ')
```

## 투 포인터 (Two Pointers)

- 투 포인터 알고리즘은 리스트에 순차적으로 접근해야 할 때 두 개의 점의 위치를 기록하면서 처리하는 알고리즘을 의미합니다.
- 흔히 2, 3, 4, 5, 6, 7번 학생을 지목해야 할 때 간단히 '2번부터 7번까지의 학생'이라고 부르곤 합니다.
- 리스트에 담긴 데이터에 순차적으로 접근해야 할 때는 **시작점**과 **끝점** 2개의 점으로 접근할 데이터의 범위를 표현할 수 있습니다.

## DFS?

- N개의 자연수로 구성된 수열이 있습니다.
- 합이 M인 부분 연속 수열의 개수를 구해보세요.
- 수행 시간 제한은  $O(N)$ 입니다.

1	2	3	2	5
---	---	---	---	---

M = 5일 때



1	2	3	2	5
1	2	3	2	5
1	2	3	2	5

- 투 포인터를 활용하여 다음과 같은 **알고리즘**으로 문제를 해결할 수 있습니다.
  1. 시작점(start)과 끝점(end)이 첫 번째 원소의 인덱스(0)를 가리키도록 한다.
  2. 현재 부분 합이 M과 같다면, 카운트한다.
  3. 현재 부분 합이 M보다 작다면, end를 1 증가시킨다.
  4. 현재 부분 합이 M보다 크거나 같다면, start를 1 증가시킨다.
  5. 모든 경우를 확인할 때까지 2번부터 4번까지의 과정을 반복한다.





- 구간 합 문제: 연속적으로 나열된 N개의 수가 있을 때 특정 구간의 모든 수를 합한 값을 계산하는 문제
- 예를 들어 5개의 데이터로 구성된 수열 {10, 20, 30, 40, 50}이 있다고 가정합시다.
  - 두 번째 수부터 네 번째 수까지의 합은  $20 + 30 + 40 = 90$ 입니다.

**$O(N*M)$**

- 접두사 합(Prefix Sum): 배열의 맨 앞부터 특정 위치까지의 합을 미리 구해 놓은 것
- 접두사 합을 활용한 알고리즘은 다음과 같습니다.
  - $N$ 개의 수 위치 각각에 대하여 접두사 합을 계산하여  $P$ 에 저장합니다.
  - 매  $M$ 개의 쿼리 정보를 확인할 때 구간 합은  $P[Right] - P[Left - 1]$ 입니다.

10	20	30	40	50
----	----	----	----	----

↓ Prefix Sum 계산

0	10	30	60	100	150
---	----	----	----	-----	-----

P[0] P[1] P[2] P[3] P[4] P[5]

1)  $Left = 1, Right = 3$



$$P[3] - P[0] = 60$$

2)  $Left = 2, Right = 5$



$$P[5] - P[1] = 140$$

...

$M$ )  $Left = 3, Right = 4$



$$P[4] - P[2] = 70$$