Ejercicios

1. Definimos:

```
> x <- c(5, 2, 1, 4); y <- rep(1, 5)
```

Predice las soluciones antes de escribir los comandos

(a)
```
> sum(x)
> range(x)
> sum(y)
> length(y)
> sum(y)
```

(b)
```
> c(x, y, 13)
```

(c)
```
> x[4] * y[2]
> x[2:4] + x[1:3]
```

(d)
```
> x <= 2
> x[x <= 2]
> x[(x != 5) & (x > 3)]
```

(e)
```
> rep(1:4,2)
> rep(1:4,each = 2)
> rep(1:4,c(2, 1, 2, 1))
> rep(1:4,each = 2, len = 10)
```

(f)
```
> 2:3^2
> seq(2, -3) * c(-1, 1)
```

2.
   - Describe importantes diferencias entre las estructuras fundamentales de *R*: `vectores`, `matrices`, `arrays` y `listas`. Usa ejemplos para demostrar esas diferencias.
   - Explicar las diferencias entre las funciones `rbind()`, `cbind()` y `merge()` para combinar dos estructuras de dos dimensiones en *R*. Usa ejemplos para demostrar esas diferencias.

3. (a) Construye y almacena una matriz 4×2 que se completa por fila con los valores $4.3, 3.1, 8.2, 8.2, 3.2, 0.9, 1.6$ y 6.5, en ese orden.
   (b) Confirma que las dimensiones de la matriz de (a) son 3×2 si se elimina una fila.
   (c) Sobrescribe la segunda columna de la matriz de (a) con esa misma columna ordenada de menor a mayor.
   (d) ¿Qué devuelve R si se elimina la cuarta fila y la primera columna de (c)?. Utiliza `matrix` para asegurar que el resultado sea una matriz de una sola columna, en lugar de un vector.
   (e) Guarde los cuatro elementos inferiores de (c) como una nueva matriz 2×2.
   (f) Sobrescribe en este orden los elementos de (c) en las posiciones $(4, 2), (1, 2), (4, 1)$ y $(1, 1)$ con $\frac{1}{2}$ de los dos valores de la diagonal de (e).

4. Calcula lo siguiente:

$$\frac{2}{7}\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\\ 7 & 6\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}10 & 20\\ 30 & 40\\ 50 & 60\end{bmatrix}$$

5. Almacena estas dos matrices:

$$A = \begin{bmatrix}1\\ 2\\ 7\end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix}3\\ 4\\ 8\end{bmatrix}$$

¿ Cuál de las siguientes multiplicaciones son posibles?. Para los que son, calcula el resultado

- $A \cdot B$
- $A^T \cdot B$
- $B^T \cdot (A \cdot A^T)$
- $[(B \cdot B^T) + (A \cdot A^T) - 100I_3]^{-1}$

6. La función `diag` tiene varios usos, uno de los cuales es tomar un vector como entrada y crea una matriz cuadrada con ese vector en la diagonal. Crea una matriz 21×21 con la secuencia de 10 a 0 y a 11 (es decir, $11, 10, \ldots, 1, 0, 1, \ldots, 11$).

7. Para

$$A = \begin{bmatrix}2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 5 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{bmatrix}$$

Comprueba que $A^{-1} \cdot A - I_4$ proporciona una matriz 4×4 de ceros.

8. Usa las funciones `matrix()`, `seq()` y `rep()` para construir la matrices de Henkel 5×5.

$$M = \begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6\\ 3 & 4 & 4 & 6 & 7\\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8\\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9\end{bmatrix}$$

Convierte el código en una función que puede ser usado para construir matrices de dimensión $n \times n$. Usa esa función para mostrar las salida de Matrices de Henkel de orden 10×10 y 12×12.

9. La matriz de Hilbert $n \times n$ tiene a los elementos (i, j) dados por $1/(i + j - 1)$.

   - Escribe una función que muestra una matriz de Hilbert $n \times n$ como salida para entero positivo n.
   - ¿ Son todas las matrices de Hilbert invertibles?.
   - Usa `solve()` y `qr.solve()` para calcular la inversa de las matrices Hilbert, por ejemplo, cuando $n = 10$.

10. - Genere una matriz tridimensional con dimensiones $4 \times 3 \times 2$ que contengan los números del 1 al 24.
    - Extraiga la última porción `(a[,, 2])` del array y guárdela como una matriz M.

- Genera una nueva matriz de dimensiones $4 \times 3 \times 3$ que es idéntica a la matriz anterior, pero añade la matriz M como la tercera entrada en la tercera dimensión.

11. Crea una matriz aleatoria entera 6×10 escogidos entre $1, 2, \ldots, 10$, ejecutando las siguientes línes de código

```
> set.seed(75)
> aMat <- matrix( sample(10, size=60, replace=T), nr=6)
```

   (a) Encuentra el número de entradas en cada fila que son mayores que 4.

   (b) ¿Qué filas contienen exactamente dos ocurrencias del número siete?

   (c) Encuentra aquellos pares de columnas cuyo total (sobre ambas columnas) es mayor que 75. La respuesta debería ser una matriz con dos columnas; así, por ejemplo, la fila $(1, 2)$ en la matriz de salida significa que la suma de las columnas 1 y 2 en la matriz original es mayor que 75. Se permite repetir una columna; por ejemplo, la matriz de salida final podría contener las filas $(1, 2), (2, 1)$ y $(2, 2)$.

   ¿Qué sucede si no se permiten repeticiones? Entonces, sólo se permitiría $(1, 2)$ de $(1, 2), (2, 1)$ y $(2, 2)$?.