Ejercicios de R

Curso: Introducción a la Estadística y Probabilidades CM-274

Lecturas Importantes

1. Notas sobre RStudio y paquetes importantes de R de Paul Hiemstra.
   `http://stcorp.nl/R_course/`.
2. Artículo sobre el ciclo de desarrollo de ciencia de datos de Vincent Granville.
   `http://www.datasciencecentral.com/profiles/blogs/life-cycle-of-data-science-projects`.

Preguntas

1. Escribe los programas correspondientes a los siguientes problemas
   (a) Un palillo se rompe al azar en 3 piezas. Escribe una función en R que, basada en simulación, calcula y devuelve la probabilidad de que las piezas puedan formar un triángulo.
   (b) Usa la función `curve` para mostrar el gráfico $f(x) = e^{-x^2}/(1+x^2)$ en el intervalo $0 \leq x \leq 10$. Entonces usa la función `integrate` para calcular el valor de la integral
   $$\int_0^\infty \frac{e^{-x^2}}{1+x^2} dx.$$
   (c) Escribe una función llamada `norma` que calcula la norma Euclidea de un vector númerico. La norma Euclidea de un vector $x = (x_1, \ldots, x_n)$ es
   $$\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}.$$
   Usa operaciones vectorizadas para calcular la suma. Prueba esta función sobre los vectores $(0,0,0,1)$ y $(2,5,2,4)$ para verificar que el resultado de la función es correcto.
   (d) Construye una matriz con 10 filas y 2 columnas conteniendo datos aleatorios normalmente estandarizados

```
> x <- matrix(rnorm(20), 10, 2)
```

   Esta es una muestra aleatoria de 10 observaciones desde la distribución normal bivariada. Usa la función `apply` y la función `norma` del ejercicio anterior para calcular la norma Euclidea para esas 10 observaciones.

2. Desarrolla los siguientes problemas
   (a) El código produce un `gráfico de dispersión`

```
> plot.new()
> plot.window(range(pressure$temperature),
+             range(pressure$pressure))
> box()
```

```
> axis(1)
> axis(2)
> points(pressure$temperature, pressure$pressure)
> mtext("temperatura", side=1, line=3)
> mtext("presion", side=2, line=3)
> mtext("Presion de vapor \ncomo una funcion de la Temperatura ",
+       side=3, line=1, font=2)
```

- Describe completamente lo que cada llamada a la función en el código anterior hace,eso incluye una explicación del significado de cada argumento en las llamadas a funciones. Tu respuesta debe incluir una explicación de las diferentes regiones y sistemas de coordenadas creado por este código.
- Describe cómo podría producir el mismo gráfico usando `viewports, layouts, units` en el sistema gráfico **grid**. Esta descripción debe incluir una mención de las funciones de `grid` que se requieren y lo que estas funciones hacen.

(b) Usa la función `curve` para mostrar el gráfico de la función densidad **gamma** con parámetros 1 de forma y 1 de proporción. Usa ahora la función `curve` con el atributo `add = TRUE` para mostrar el gráfico de la densidad de la distribución Gamma, con paramétros de forma k y de proporción 1 para $2, 3$, todos en la misma ventana.

(c) Esta pregunta, es acerca de `vectorización` y `reciclaje` en R.

- Define por medio de una función que es `vectorización` en R.
- Define por medio de una función que obedece la reglas de `recycling` en R.
- Considera la función h definida por

$$h(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Escribe una función en R, llamada `hypot`, con argumentos x e y que implementa una versión de h que es vectorizada y que cumple las reglas del `recycling`.

(d) Los datos de `iris` corresponden a las medidas en centímetros de las variables `length, width` de los sépalos y `length , width` de los pétalos respectivamente de 50 flores cada una de tres especies de iris. Hay cuatro variables numéricas correspondientes al sépalo y pétalo y un factor `Species`. Muestra una tabla de medias para `Species` (donde las medias se deben calcularse por separado para cada una de las tres `Species`).

3. Resuelve y escribe programa de R de

(a) Sea X el número de "tres " obtenidos en 10 lanzamientos de un dado. Entonces X tiene una distribución Binomial $(n = 10, 1/6)$. Calcula una tabla de probabilidades para $x = 0, 1, \ldots, 10$ por dos métodos

- Usando la fórmula para la densidad de probabilidad

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

y la aritmética vectorizada en R. Usa una secuencia para los valores de x y la función `choose` para calcular los coeficientes binomial $\binom{n}{k}$.
- Usa la función `dbinom` de R, para comparar ambos métodos.

(b) Sea X el número de "tres " obtenidos en 10 lanzamientos de un dado. Entonces X tiene una distribución Binomial $(n = 10, 1/6)$. Calcula una tabla de probabilidades binomiales acumulativas (cdf) para $x = 0, 1, \ldots, 10$ por dos métodos

- Usando la función `cumsum` y el resultado anterior.
- Usando la función `pbinom`. Halla el valor de $\mathbb{P}(X > 5)$.

(c) Usa la función `curve` para mostrar el gráfico de la densidad de $\chi^2(1)$. La función densidad de una distribución `chi-cuadrado` es `dchisq`.

(d) Supongamos que lanzamos un par de dados 1000 veces.

- Se puede simular 1000 lanzamientos de un dado utilizando la función de R `sample(6, 1000, replace = TRUE)`. Utilizando esta función dos veces, almacena 1000 lanzamientos simulados del primer dado en la variable `dado1` y 1000 lanzamientos simulados del segundo dado en la variable `dado2`.
- Para cada par de lanzamientos, calcular la suma de los lanzamientos, y almacena la suma en la variable `suma-dado`.
- Utilice la función `table` para tabular los valores de la suma de lanzamientos. Calcula las proporciones para cada valor de la suma y compara esas proporciones con las probabilidades exactas de la suma de dos lanzamientos de dados.

4. Analiza y resuelve los siguientes problemas

(a) La función `rpois` genera observaciones aleatorias desde una distribución de Poisson. Usa esta función para simular valores grandes $(n = 1000, 10000)$ para una distribución de Poisson con parámetro $\lambda = 0.61$. Encuentra la distribución de frecuencia, media, varianza para la muestra.

(b) Explica y corrige los siguientes códigos.

```
> x=seq(0,10,by=.025)
> f1 <- function(x) f(x-1)
> f2 <- function(x) f(x/2)/2
> f3 <- function(x) 2*x*f(x^2)
> f4 <- function(x) f(1/x)/x^2
> f5 <- function(x) f(exp(x))*exp(x)
> f6 <- function(x) f(log(x))/x
> plot(x,f(x), ylim=c(0, 1.3), xlim=c(0, 10), main="Densidades Teoricas",
+      lwd=2, type="l", xlab="x", ylab="")
> lines(x,f1(x), lty=2, lwd=2)
> lines(x,f2(x), lty=3, lwd=2)
> lines(x,f3(x), lty=4, lwd=2)
> lines(x,f4(x), lty=1, col="grey", lwd=2)
> lines(x,f5(x), lty=2, col="grey", lwd=2)
> lines(x,f6(x), lty=3, col="grey", lwd=2)
> legend("topright", lty=1:4, col=c(rep("black", 4), rep("grey", 3)),
+        leg=c("X","X+1","2X", "sqrt(X)", "1/X", "log(X)", "exp(X)"))
```

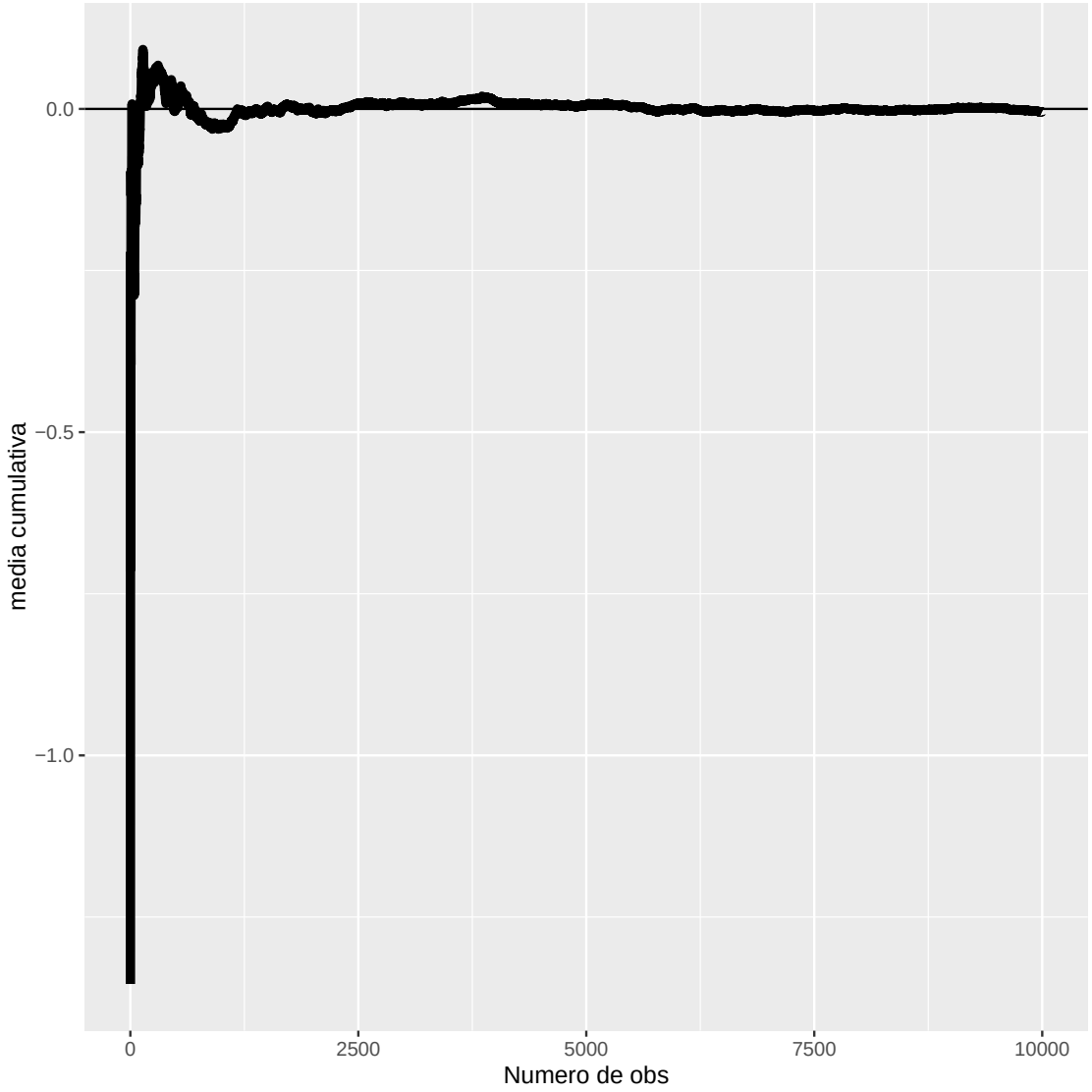
y

```
> set.seed(123)
> x <- rgamma(100, 2)
> x1 <- x+1
> x2 <- 2*x
> x3 <- sqrt(x)
> x4 <- 1/x
> x5 <- log(x)
> x6 <- exp(x)
> plot(density(x), ylim=c(0, 1), xlim=c(0, 10), main="Densidades Empiricas",
+ lwd=2, xlab="x", ylab="f_X(x)")
> lines(density(x1), lty=2, lwd=2)
> lines(density(x2), lty=3, lwd=2)
> lines(density(x3), lty=4, lwd=2)
> lines(density(x4), lty=1, col="grey", lwd=2)
> lines(density(x5), lty=2, col="grey", lwd=2)
> lines(density(x6), lty=3, col="grey", lwd=2)
```

(c) La función `qnorm` retorna los percentiles (cuantiles) de una distribución normal. Usa la función `qnorm` para encontrar los cuartiles de la distribución normal estándar.

(d) Explica el siguiente código acerca de la `Ley de los grandes números` y la librería `ggplot2`.

```
> n <- 10000
> media <- cumsum(rnorm(n))/(1:n)
> g <- ggplot(data.frame(x = 1:n, y = media), aes(x = x, y = y))
> g <- g + geom_hline(yintercept = 0) + geom_line(size = 2)
> g <- g + labs(x = "Numero de obs", y = "media cumulativa")
> g
```



5.
   - El conjunto de datos `Orange` es almacenado como un data frame con 3 variables. Indica esas variables.
   - Calcula el promedio de años de los árboles en el conjunto de datos `Orange` usando `mean`.
   - Calcula la mayor circunferencia de los árboles en el conjunto de datos `Orange`.

6. Escribe operaciones en R, para generar cada uno de los siguientes vectores
   - El vector conteniendo los valores $1, -2, 3, -4, \ldots, 99, -100$.
   - El vector conteniendo los primeros 100 valores del factorial.
   - El vector conteniendo las primeras 100 potencias de 2.

7.
   - El conjunto de datos `exec.pay` del paquete `UsingR` es disponible desde la línea de comandos después de cargar el paquete `UsingR`. Carga el paquete y inspecciona el conjunto de datos. Encuentra el mayor valor.
   - Para este conjunto de datos, aplica las funciones `mean`, `min` y `max`. ¿Cuáles son los valores encontrados?.
   - La función `mean` tiene un argumento adicional `trim`. Cuando se da una proporción específica de los datos recorta los datos ordenados antes de que la media es tomada. Compara la diferencia entre `mean(exec.pay)` y `mean(exec.pay, trim = 0.10)`.

8. Los siguientes son una muestra de observaciones sobre la radiación solar entrante en un invernadero:

   11.1 10.6 6.3 8.8 10.7 11.2 8.9 12.2

   (a) Asigna los datos a un objeto `solar.radiacion`.

   (b) Encontrar la media, mediana y la varianza de las observaciones obtenidas sobre la radiación solar.

   (c) Agregar 10 a cada observación de `solar.radiacion` y asigna el resultado a `sr10`. Encontrar la media, la mediana y la varianza de `sr10`. Cuál de las estadística cambia y por cuanto?.

   (d) Multiplica cada observación por -2 y asigna el valor a `srm2`. Encontrar la media, la mediana y la varianza de `srm2`. Como las estadísticas cambian?.

9. Considera el conjunto de datos `islands` y prueba el siguiente código

```
> islands
> hist(log(islands,10), breaks="Scott", axes=FALSE, xlab="area",
+ main="Histograma de Areas de Islas")
> axis(1, at=1:5, labels=10^(1:5))
> axis(2)
> box()
```

   (a) Explica que está ocurriendo en cada paso del código de anterior.

10. La función `dim()` devuelve las dimensiones (un vector que tiene el número de filas entonces el número de columnas) de matrices y data frames. Utilice esta función para encontrar el número de filas de los data frames de `tinting`, `possum` y `possumsites` del paquete `DAAG`.

11. La distancia al centro es calculada como $(|x_1 - \overline{x}| + \cdots + |x_n - \overline{x}|)/n$, donde $\overline{x}$ es la media del vector de datos. Calcula este valor para el conjunto de datos `rivers` usando la función `sum` para agregar los valores y `abs` para encontrar el valor absoluto.

12. El conjunto de datos *iris* contiene las medidas de la longitud y el ancho (en cm) de pétalos y sépalos de tres especies: `1: Setosa, 2: versicolor y 3: Virginica`.

    - Considera el objeto *iris*. ¿ Como está estructurado?. ¿ Cuantas observaciones(lineas) contiene?. ¿ Cuantas variables (columnas) contiene?.
    - Para tener una visión general del conjunto de valores, utiliza la función `summary()` del conjunto de dato. ¿Qué información sobre el conjunto de datos proporciona?.
    - Para la variable `Sepal.Length` verifica los resultados dados, usando las funciones `min()`, `max()`, `mean()`, `median()`, `quantile()`. Si es necesario usa la ayuda de `?quantile`.

13.
    - Escribe código en R que utiliza la función `seq ()` para generar un vector que contiene una secuencia numérica a partir de $0,05$ a $0,2$ en pasos de $0,05$ y asigna el resultado a un objeto llamado `pReg`.
    - Escribe código en R para la siguiente expresión matemática:

$$(1 - pReg)^{40}$$

- Anote en palabras lo que el resultado del siguiente código en R, muestra (explica que tipo de estructura de datos es creada, que representa cada valor en la estructura)

```
> nJuegos <-seq(20, 40, 5)
> outer(pReg, nJuegos, function(p,n){
+   (1 -p)^n
+   })
```

14. El modelo de `Regresión Lineal Simple` se ajusta a una respuesta y_i mediante una función lineal de una variable predictor x_i.

$$\widehat{y_i} = a + bx_i \text{ para } (i = 1, \ldots, n).$$

Por lo general, los `mínimos cuadrados` son utilizados para estimar los parámetros desconocidos a y b, pero a veces se utiliza la `menor desviación absoluta`. Esto requiere la elección de a y b a fin de minimizar

$$Q(a, b) = \sum_{i=1}^{n} |y_i - \widehat{y_i}|.$$

- Implementa una función que calcule $Q(a, b)$. Debes definir una función de un solo argumento el cúal es un vector cuyos primer elemento es a y el segundo elemento b.
- Explica como usa R la función `optim` para obtener el mejor ajuste de valores de a y b.

15. Trabajar con nombres de archivo en R es fácil, pero requiere el uso adecuado de los separadores de archivos, que varían dependiendo del sistema operativo. Por ejemplo, suponga que tiene el directorio y el nombre de un archivo y desea obtener el archivo completo:

```
> f <- system.file("DESCRIPTION", package="UsingR")
> dname <- dirname(f)
> fname <- basename(f)
```

Para combinar `dname` y `fname` en una ruta completa, usamos `paste` con el argumento `sep` siendo `.Platform$file.sep`. Cuál es el resultado?.

16. Pon a prueba las reglas de coerción mediante la predicción de la salida de los siguientes ejemplos de la función `c()`

```
> c(1, FALSE)
> c("a", 1)
> c(list(1), "a")
> c(TRUE, 1L)
```

17.
- ¿Qué atributos posee un data frame?.
- ¿Se puede tener un data frame con 0 filas?, ¿Qué hay si se tiene 0 columnas?.
- Explica el siguiente código

```
> df <- data.frame(x = 1:3)
> df$y <- list(1:2, 1:3, 1:4)
> df
```

18.
- ¿ Qué ocurre a un factor cuando se modifica sus niveles?

```
> f1 <- factor(letters)
> levels(f1) <- rev(levels(f1))
```

- ¿Qué hace el siguiente código?. ¿ Como difiere $f2$ y $f3$ de $f1$?

```
> f2 <- rev(factor(letters))
> f3 <- factor(letters, levels = rev(letters))
```

19. ¿Como describirias los tres objetos?. ¿ Por qué son diferentes de $1:5$?

```
> x1 <- array(1:5, c(1, 1, 5))
> x2 <- array(1:5, c(1, 5, 1))
> x3 <- array(1:5, c(5, 1, 1))
```

20. Esta pregunta es acerca de `vectorización (vectorization)` y `reciclado (recycling)`

    - Define que significa que una función R pueda ser vectorizada o que cumple la `vectorization`. Justifica con ejemplos en R.
    - Define que significa que una función obedezca la regla de reciclaje. Justifica con ejemplos en R.

21. Supongamos que x es un vector numérico. **Explica en detalle**, como las siguientes expresiones son evaluadas y que valores toman

```
> sum(!is.na(x))
> c(x,x[-(1:length(x))])
> x[length(x) + 1]/length(x)
> sum(x > mean(x))
```

22. La función

```
> f <-function(x,y){
+   if(y > 0)
+     y *sin(x)
+   else
+     x*sin(y)
+ }
```

    no soporta el **reciclado**. Explica como puedes modificar la función para que si pueda soportarlo.