Lecturas Importantes

1. Fundamentos de programación de R, de Vincent Zoonekynd
   `http://zoonek2.free.fr/UNIX/48_R/02.html`.

Preguntas

1. (a) Escribe una función, para calcular la siguiente integral:

$$f : x \to \frac{H(x)}{\int_x^\infty H(t)dt} \quad \text{donde} \quad H(t) = 1 - \Phi_{\mu,\sigma}(t) = \int_t^\infty \phi_{\mu,\sigma}(t)dt,$$

donde $\phi_{\mu,\sigma}$ es la función densidad de la distribución $N(\mu, \sigma^2)$.

(b) Calcula las probabilidades binomiales, usando una función recursiva. Sea $X \sim \text{binomial}(n, p)$ y sea $f(x, k, p) = \mathbb{P}(X = x) = \binom{k}{x} p^x (1-p)^{k-x}$, para $0 \leq x \leq k$ y $0 \leq p \leq 1$. Es fácil mostrar que:

$$\begin{aligned} f(0, k, p) &= (1-p)^k; \\ f(x, k, p) &= \frac{(k-x+1)p}{x(1-p)} f(x-1, k, p) \ \text{ para } x \geq 1. \end{aligned}$$

Usa, este resultado para escribir una función recursiva `binom.pmf(x, k, p)`, que retorna $f(x, k, p)$. Puedes verificar que esta función trabaja, comparando, los resultados con la función `dbinom(x, k, p)`.

(c) La función `runif(n)` simula n variables aleatorias idénticamente distribuidas a `Uniforme(0,1)`. Así $1 +$ `runif(n)`^{2}, simula n copias idénticamente distribuidas de $Y = 1 + X^2$. Estima y dibuja el pdf de Y usando una muestra aleatoria simulada. Experimenta con el ancho de los intervalos para obtener un gráfico de buen aspecto: debe ser razonablemente detallada, pero también razonablemente suave. ¿Qué tamaño debe tener su muestra para obtener una aproximación decente?.

2. (a) Considere el siguiente escenario:

Pedro es un estudiante de universidad y todos sus amigos creen que el es valiente y que muchas de las chicas lo encuentran atractivo. Pedro hace poco ha ganado las regionales del ICPC y por ello su confianza es alta; en una fiesta encuentra a una chica que considera atractiva y le pregunta si quiere bailar con el. Ella parece ser más inteligente que Pedro y le dice:

Hay M hombres y W mujeres en esta fiesta además de nosotros. Tienes C caramelos en tu mano y los distribuirás aleatoriamente entre la gente (solo si es posible). Ahora si le pides a los hombres de esta fiesta sus caramelos, llamemos a esta cantidad CC y si CC se puede distribuir exacta e igualmente en 2 grupos, bailaré contigo.

Pedro quiere saber la probabilidad de poder bailar con la chica. Determina un algoritmo para resolver el problema conociendo los valores de M, W, C. Por ejemplo si $M = 1 \quad W = 2 \quad C = 2$, entonces la respuesta es 0.5555556.

(b) En Rusia, por el dia de la Bandera, el dueño de una tienda decidió decorar la ventada de su tienda con franjas de colores blanco, azul y rojo. El quiere cumplir con dos consignas:

- No se pueden colocar franjas del mismo color de forma adyacente.

- Una franja de color azul siempre se debe colocar entre una blanca y una roja o entre una roja y una blanca (Ejemplo: BAR - RAB).

Determina un algoritmo para expresar la cantidad de formas en las que el dueño puede decorar su tienda conociendo sólo la cantidad de franjas que caben en la ventana (N). $N \geq 1$. Por ejemplo si $N = 3$, entonces tu respuesta es 4 ya que se pueden formar 4 banderas; BRB, RAB, BAR, RBR.

3. (a) Escribe un programa para leer, cada uno de los archivos `edad.txt` y `dientes.txt` y luego escribe una lista amalgamada del archivo `edad_dientes.txt`, de la siguiente forma:

```
ID  Edad  Num_dientes
1   18     28
2   19     27
3   17     32
.   .      .
.   .      .
.   .      .
```

   (b) La función `order(x)` retorna una permutación de `1:length(x)`, con los orden de los elementos de x. Por ejemplo:

```
> x <- c(1.1, 0.7, 0.8, 1.4)
> (y <- order(x))

[1] 2 3 1 4
```

```
> x[y]

[1] 0.7 0.8 1.1 1.4
```

   Usando `order`, modifica tu programa del ejercicio anterior para que el archivo de salida sea ordenado por su segunda columna.

   (c) ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de un enfoque muy flexible (versus un enfoque menos flexible) para la regresión o la clasificación? Bajo qué circunstancias, podría preferirse un enfoque más flexible a un enfoque menos flexible?.

   (d) Describe las diferencias entre un enfoque de aprendizaje estadístico paramétrico y otro no paramétrico. ¿Cuáles son las ventajas de un enfoque paramétrico para la regresión o clasificación (en oposición a un enfoque no paramétrico)?. ¿Cuáles son sus desventajas?.

4. (a) Ejecuta este código en tu mente y predice como será la salida. A continuación, ejecute el código en R y compruebe sus predicciones.

```
> ggplot(data = mpg, mapping = aes(x = displ, y = hwy, color = drv)) +
+   geom_point() +
+   geom_smooth(se = FALSE)
```

   (b) ¿Qué hace `show.legend = FALSE`?. ¿Qué sucede si lo retiras?. ¿ Qué hace el argumento `se` a `geom_smooth()`?.

   (c) ¿Cuál es el geometría predeterminada asociada con `stat_summary()`?.

   (d) ¿Qué hace `geom_col()`?. ¿ Cómo es de diferente de `geom_bar`?.

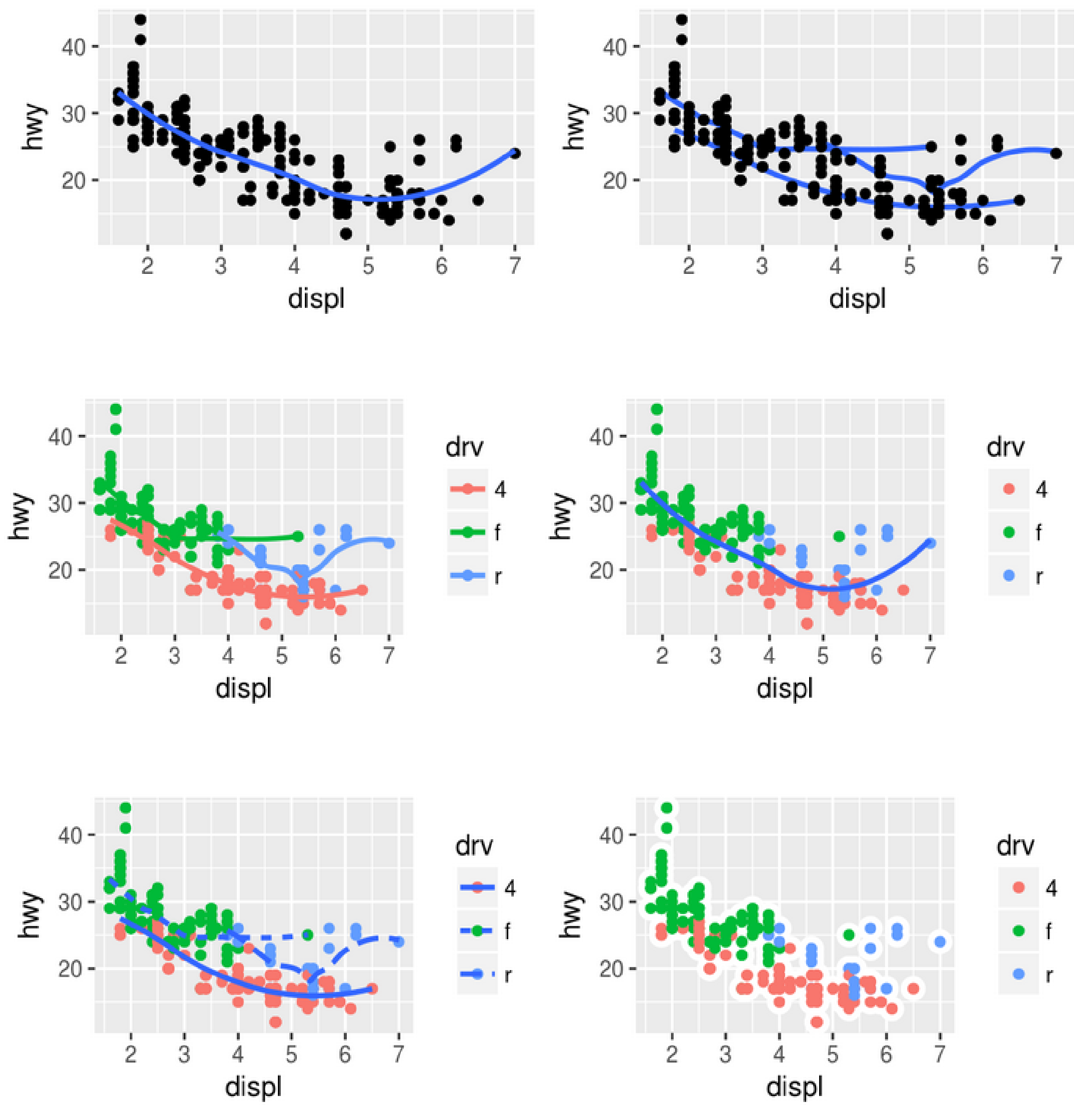
   (e) ¿Qué variables calcula `stat_smooth()`?. ¿ Qué parámetros controlan su comportamiento?.

   (f) ¿ Los siguientes gráficos son diferentes?. Explica tus respuesta.

```
> ggplot(data = mpg, mapping = aes(x = displ, y = hwy)) +
+   geom_point() +
+   geom_smooth()
>
```

```
> ggplot() +
+   geom_point(data = mpg, mapping = aes(x = displ, y = hwy)) +
+   geom_smooth(data = mpg, mapping = aes(x = displ, y = hwy))
```

(g) Escribe el código de R, para generar los siguientes gráficos:



5. Responde y escribe código fuente si el ejercicio lo amerita, a las siguientes preguntas:

   (a) Los datos de `iris` corresponden a las medidas en centímetros de las variables `length, width sepal` y `length , width petal` es decir ancho y altura de los pétalos y sépalos respectivamente, de 50 flores cada una de tres especies de iris. Hay cuatro variables numéricas correspondientes al sépalo y pétalo y un factor `Species`. Muestra una tabla de medias para `Species` (donde las medias se deben calcularse por separado para cada una de las tres `Species`).

   (b) The National Institute of Standards and Technology tiene una página web que lista los primeros 500 dígitos del numero irracional π. Podemos leer esos dígitos en R, por medio del script:

```
> pidigits =
+ read.table("http://www.itl.nist.gov/div898/strd/univ/data/PiDigits.dat",
+ skip=60)
```

   Usa la función `table` para construir una tabla de frecuencias de los dígitos del 1 al 9.

   (c) La función `dim()` devuelve las dimensiones (un vector que tiene el número de filas entonces el número de columnas) de matrices y data frames. Utilice esta función para encontrar el número de filas de los data frames de `tinting, possum` y `possumsites` del paquete `DAAG`.

   (d) Supongamos que se está interesado en mostrar 3 miembros de la familia de curvas beta, donde la densidad con parámetros a y b, denotados por `Beta(a, b)` es dado por

$$f(y) = \frac{1}{B(a,b)} y^{a-1}(1-y)^{b-1}, \quad 0 < y < 1.$$

   Se puede dibujar un sola densidad beta, con paramétros $a = 5$ y $b = 2$, usando la función `curve`:

```
> curve(dbeta(x, 5, 2), from=0, to=1)
```

   - Usa tres aplicaciones de la función `curve` para mostrar las densidades `Beta(2, 6)`, `Beta(4, 4)` y `Beta(6, 2)` en un sólo gráfico.
   - Usa el siguiente comando de R, para colocar un título al gráfico de las ecuaciones de densidad beta

```
> title(expression(f(y)==frac(1,B(a,b))*y^{a-1}*(1-y)^{b-1}))
```

   - Usa la función `text`, para etiquetar cada una de las curvas betas con sus correspondientes valores de los paramétros a y b.
   - Redibuja el gráfico usando diferentes colores o tipos de líneas para las tres curvas de densidad.

   (e) ¿ Qué es lo hace esta función estadística?. ¿ Qué mejoras crees que se deberia hacer?.

```
> bc <- function(lambda) {
+   if (lambda == 0) {
+     function(x) log(x)
+   } else {
+     function(x) (x ^ lambda - 1) / lambda
+   }
+ }
```

   (f) Crea una función que crea funciones que calculan el `i-ésimo momento central` de un vector numérico. Puedes verificar, usando el siguiente código:

```
> m1 <- moment(1)
> m2 <- moment(2)
>
> x <- runif(100)
> stopifnot(all.equal(m1(x), 0))
> stopifnot(all.equal(m2(x), var(x) * 99 / 100))
```

(g) La idea de la integración numérica es simple: encontrar el área bajo una curva, aproximando esa curva por simples componentes. Dos aproximaciones se implementan a continuación:

```
> puntomedio <- function(f, a, b) {
+   (b - a) * f((a + b) / 2)
+ }
>
> trapecio <- function(f, a, b) {
+   (b - a) / 2 * (f(a) + f(b))
+ }
```

Para hacer más precisos estas aproximaciones, dividiremos el rango en pedazos más pequeños e integraremos cada pieza usando una de las reglas simples. Esto se llama integración compuesta. Implementaremos dos nuevas funciones, a partir de esta definición:

```
> puntomedio_compuesto <- function(f, a, b, n = 10) {
+   puntos<- seq(a, b, length = n + 1)
+   h <- (b - a) / n

+   area <- 0
+   for (i in seq_len(n)) {
+     area <- area + h * f((puntos[i] + puntos[i + 1]) / 2)
+   }
+   area
+ }
>
> trapecio_compuesto <- function(f, a, b, n = 10) {
+   puntos <- seq(a, b, length = n + 1)
+   h <- (b - a) / n

+   area <- 0
+   for (i in seq_len(n)) {
+     area <- area + h / 2 * (f(puntos[i]) + f(puntos[i + 1]))
+   }
+   area
+ }
```

Te darás cuenta de que hay una gran cantidad de duplicación entre `puntomedio_compuesto()` y `trapecio_compuesto()`. Aparte de la regla interna utilizada para integrar en un rango, son básicamente los mismos. A partir de estas funciones específicas puede extraer una función de integración compuesta más general:

```
> compuesto<- function(f, a, b, n = 10, rule) {
+   puntos <- seq(a, b, length = n + 1)

+   area <- 0
+   for (i in seq_len(n)) {
+     area <- area + rule(f, puntos[i], puntos[i + 1])
+   }

+   area
+ }
> composite(sin, 0, pi, n = 10, rule = puntomedio)
> composite(sin, 0, pi, n = 10, rule = trapecio)
```

Esta función toma dos funciones como argumentos: la función a integrar y la regla de integración. Ahora podemos agregar reglas aún mejores para integrar rangos más pequeños:

```
> simpson <- function(f, a, b) {
+   (b - a) / 6 * (f(a) + 4 * f((a + b) / 2) + f(b))
+ }
>
> boole <- function(f, a, b) {
+   pos <- function(i) a + i * (b - a) / 4
+   fi <- function(i) f(pos(i))

+   (b - a) / 90 *
+     (7 * fi(0) + 32 * fi(1) + 12 * fi(2) + 32 * fi(3) + 7 * fi(4))
+ }
>
> composicion(sin, 0, pi, n = 10, rule = simpson)
> composite(sin, 0, pi, n = 10, rule = boole)
```

Resulta que las reglas del punto medio, trapecio, Simpson y Boole son ejemplos de una familia más general llamada reglas de Newton-Cotes. (Son polinomios de creciente complejidad.) Podemos usar esta estructura común para escribir una función que puede generar cualquier regla general de Newton-Cotes:

```
> newton_cotes <- function(coef, open = FALSE) {
+   n <- length(coef) + open

+   function(f, a, b) {
+     pos <- function(i) a + i * (b - a) / n
+     points <- pos(seq.int(0, length(coef) - 1))

+     (b - a) / sum(coef) * sum(f(puntos) * coef)
+   }
+ }
>
> boole <- newton_cotes(c(7, 32, 12, 32, 7))
> milne <- newton_cotes(c(2, -1, 2), open = TRUE)
> compuesto(sin, 0, pi, n = 10, rule = milne)
```

En lugar de crear funciones individuales (por ejemplo, `puntomedio()`, `trapecio()`, `simpson()`, etc.), podríamos almacenarlas en una lista. Si se hace así, ¿cómo cambiaría el código?. ¿Puedes crear la lista de funciones de una lista de coeficientes para las fórmulas de Newton-Cotes?.

(h) ¿ Por qué, las dos siguientes invocaciones de `lapply()` son equivalentes?

```
> trims <- c(0, 0.1, 0.2, 0.5)
> x <- rcauchy(100)
>
> lapply(trims, function(trim) mean(x, trim = trim))
> lapply(trims, mean, x = x)
```