

Estadística Inferencial

Jackson M'coy Romero Plasencia

Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga

Departamento Académico de Matemática y Física

Ayacucho 2020

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Distribuciones de Probabilidad

Introducción a la Inferencia Estadística

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Distribuciones de Probabilidad

Estadística Inferencial

Jackson M'coy
Romero Plasencia

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de
Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de
Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de
Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra
Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o
estimador

Distribuciones de Probabilidad en R

Estadística
Inferencial

Jackson M'coy
Romero Plasencia

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial
 $Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal
 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado
 $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor
 $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

El paquete stats de R (que se instala por defecto al instalar R, y se carga en memoria siempre que iniciamos sesión) implementa numerosas funciones para la realización de cálculos asociados a distintas distribuciones de probabilidad.

Para obtener una lista completa de las distribuciones disponibles en R puede utilizar el siguiente comando:
`help("Distributions")`

Argumentos en R

Para cada distribución hay cuatro comandos. Los comandos para cada distribución están precedidos de una letra para indicar la funcionalidad:

- ▶ d: devuelve la función de densidad de probabilidad
- ▶ p: devuelve la función de densidad acumulada
- ▶ q: devuelve la función de densidad acumulativa inversa (cuantiles)
- ▶ r: devuelve los números generados aleatoriamente

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Distribución Binomial $Bin(n, p)$

Estadística
Inferencial

Jackson M'coy
Romero Plasencia

Es una distribución de probabilidad discreta; su función de cuantía o de masa de probabilidad está dada por:

$$f_x(x, n, p) = f_x(x) = P(X = x) = \binom{n}{p} p^x (1-p)^{n-x} \quad x = \overline{0, n}$$

Donde:

- ▶ n : número de ensayos independientes
- ▶ p y q : probabilidad de éxitos y fracaso, $p+q=1$
- ▶ x : número de éxitos en n ensayos

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial
 $Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal
 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado
 $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor
 $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Suponga que hay doce preguntas de opción múltiple en un examen de matemáticas. Cada pregunta tiene cinco posibles respuestas, y sólo una de ellas es correcta. Encuentre la probabilidad de tener cuatro o menos respuestas correctas . $P(X \leq 4) = ?$

```
n=12
p=1/5
pbinom(4,size=n,prob=p)
```

```
## [1] 0.9274445
```

```
n=12
p=1/5
round(dbinom(0:4,size=n,prob=p),3)
```

```
## [1] 0.069 0.206 0.283 0.236 0.133
```

```
round(sum(dbinom(0:4,size=n,prob=p)),3)
```

```
## [1] 0.927
```

Estadística Inferencial

Jackson M'coy
Romero Plasencia

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Estadística
Inferencial

Jackson M'coy
Romero Plasencia

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial
 $Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal
 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado
 $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor
 $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

La función de cuantía o masa de probabilidad es:

$$f_x(x, \lambda) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

Donde:

- ▶ X : número de éxitos por unidades de tiempo, espacio, área, etc.
- ▶ λ número promedio de éxitos por unidades de tiempo, espacio, área, etc.

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Si hay doce coches cruzando un puente por minuto en promedio, encuentre la probabilidad de tener diecisiete o más coches cruzando el puente en un minuto en particular.

$$\begin{aligned} P(X \geq 17) &= 1 - P(X < 17) \\ &= 1 - P(X \leq 16) \\ &= 1 - P(16, 12) \\ &= 0.101291 \end{aligned}$$

```
l=12
1-ppois(16,lambda =1)
```

```
## [1] 0.101291
```

Distribución Normal $N(\mu, \sigma)$

La función de densidad de probabilidad de la distribución Normal es:

$$f_X(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Donde:

- ▶ μ es la media(mediana y moda)
- ▶ σ desviación estándar $\sigma > 0$
- ▶ El proceso para estandarizar la distribución Normal consiste en transformar la variable Normal $N(\mu, \sigma)$ $N(0, 1)$, es decir:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial
 $Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal
 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado
 $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor
 $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de junio sigue una distribución normal, con media 23° y desviación típica 5° . Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre 21° y 27° .

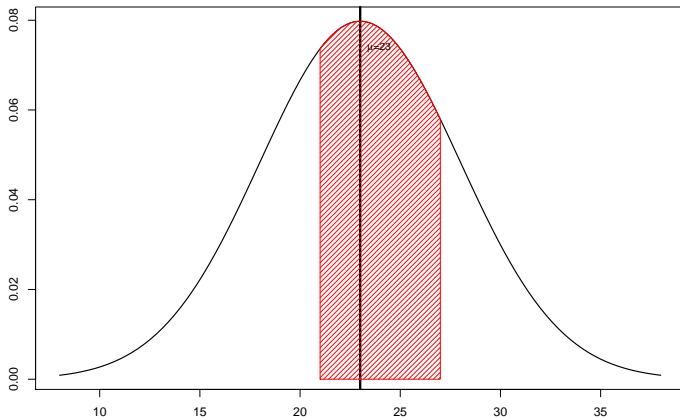
$$\begin{aligned}
 P(21 \leq X \leq 27) &= P\left(\frac{21 - 23}{5} \leq \frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{27 - 23}{5}\right) \\
 &= P\left(\frac{-2}{5} \leq Z \leq \frac{4}{5}\right) \\
 &= P(-0.4 \leq Z \leq 0.8) \\
 &= P(Z \leq 0.8) - P(Z \leq -0.4)
 \end{aligned}$$

```
pnorm(0.8)-pnorm(-0.4) # Dist. Normal Estándar
```

```
## [1] 0.4435663
```

```
pnorm(27,23,5)-pnorm(21,23,5) #Dist. Normal General
```

```
## [1] 0.4435663
```



Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Distribución Chi Cuadrado $\chi^2_{(n)}$

Teorema: Sean X_1, X_2, \dots, X_n variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas según la distribución normal.

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \rightarrow \chi^2_{(n)}$$

cuya función de densidad,

$$f_X(x, n) = \frac{\chi^{n/2-1} e^{-x/2}}{2^{n/2} \Gamma(n/2)}$$

$$E(X) = n$$

$$\text{Var}(X) = 2n$$

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$\text{Bin}(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t-Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Teorema: Sea Z y V variables aleatorias independientes distribuidas según la distribución normal estándar y chi cuadrado en v grados de libertad, respectivamente.

$$t = \frac{Z}{\sqrt{V/v}} \rightarrow t_{(v)}$$

cuya función de densidad,

$$f_T(t, v) = \frac{\Gamma(v+1)/2}{\sqrt{v\pi} \Gamma(v/2)} (1 + t^2/v)^{-(v+1)/2}$$

$$E(T) = 0$$

$$\text{Var}(T) = \frac{v}{v-2}$$

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$\text{Bin}(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Distribución F- Snedecor $F_{(m,n)}$

Teorema: Sea X y Y variables aleatorias independientes distribuidas según la distribución Chi cuadrado con m y n grados de libertad, respectivamente.

$$\frac{X/m}{Y/n} \longrightarrow F_{(m,n)}$$

$$E(F) = \frac{n}{n-2}$$

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m,n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de
Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de
Probabilidad Discretas

Distribución Binomial
 $Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de
Probabilidad Continua

Distribución Normal
 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado
 $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor
 $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra
Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o
estimador

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Una muestra aleatoria de tamaño n de una variable aleatorio X es un conjunto de n - variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n , tal que:

- ▶ Todas X_1, X_2, \dots, X_n $i = \overline{1, n}$ son independientes
- ▶ X_1, X_2, \dots, X_n tienen la misma distribución, es decir:

$$F_{X_i}(t) = F_X(t) \quad \forall i = \overline{1, n}$$

$$\longrightarrow f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i)$$

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Por ejemplo:

Sea X una variable aleatorio con distribución normal, se elije una m.a de tamaño 2.

$$X_1 : \quad E(X_1) = \mu \quad Var(X_1) = \sigma^2$$

$$X_2 : \quad E(X_2) = \mu \quad Var(X_2) = \sigma^2$$

Sea X una variable aleatorio con distribución binomial $Bin(10, 0.2)$, se elije una m.a de tamaño 2.

$$X_1 : \quad E(X_1) = 2 \quad Var(X_1) = 1.6$$

$$X_2 : \quad E(X_2) = 2 \quad Var(X_2) = 1.6$$

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de
Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de
Probabilidad Discretas

Distribución Binomial
 $Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de
Probabilidad Continua

Distribución Normal
 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado
 $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor
 $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra
Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o
estimador

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial
 $Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal
 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado
 $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor
 $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

La vida útil(en miles de horas) de una batería es una variable aleatoria X con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 - 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

En este caso, no hay información acerca de los parámetros poblacionales($E(X)$, $Var(X)$). Debemos realizar el cálculo de dichos parámetros y luego ver las características de la muestra aleatoria

Vamos a estimar los parámetros a partir de simulaciones con el método Monte Carlo.

Simulación de Monte Carlo para integrales

```
MC.simple.est <- function(g, a, b, n=1e5) {  
  xi <- runif(n,a,b)      # step 1  
  g.mean <- mean(g(xi))   # step 2  
  (b-a)*g.mean            # step 3  
}
```

Simulación de Monte Carlo Valor Esperado

```
mediap<- function(g, a, b, n=1e5) {  
  xi <- runif(n,a,b)      # step 1  
  g.mean <- mean(g(xi)*xi)# step 2  
  (b-a)*g.mean            # step 3  
}
```

Distribuciones de
ProbabilidadDistribuciones de
Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de
Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

 $Bin(n, p)$ Distribución Poisson $P(\lambda)$ Distribución de
Probabilidad Continua

Distribución Normal

 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

 $\chi^2_{(n)}$ Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

 $F_{(m, n)}$ Introducción a la
Inferencia
EstadísticaDefinición: Muestra
Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o
estimador

Simulación de Monte Carlo Varianza

```
varp<-function(g, a, b, n=1e5) {  
  xi <- runif(n,a,b)      # step 1  
  g.mean <- mean(g(xi)*xi^2)-  
    (mean(g(xi)*xi))^2    # step 2  
  (b-a)*g.mean}          # step 3
```

```
g <- function(x) 2-2*x  
MC.simple.est(g, 0, 1)
```

```
## [1] 0.9981907
```

```
mediap(g,0,1)
```

```
## [1] 0.3333036
```

```
varp(g,0,1)
```

```
## [1] 0.05581654
```

Estadística Inferencial

Jackson M'coy
Romero Plasencia

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$\text{Bin}(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra

Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Definición: Estadística o estimador

Se denomina estadística a cualquier función de las variables aleatorias que constituyen la muestra.

Una estadística es una variable aleatoria $Y = H(X_1, X_2, \dots, X_n)$, cuyo valor es un número real $y = H(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Algunas estadísticas importantes sus valores calculados a partir de la muestra aleatoria:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \text{ (Variable aleatoria)} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{ (valor)}$$

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ (con valor)} \quad s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial
 $Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal
 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado
 $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor
 $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial
 $Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal
 $N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado
 $\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor
 $F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \longrightarrow N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Distribuciones de Probabilidad

Distribuciones de Probabilidad en R

Argumentos en R

Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

$Bin(n, p)$

Distribución Poisson $P(\lambda)$

Distribución de Probabilidad Continua

Distribución Normal

$N(\mu, \sigma)$

Distribución Chi Cuadrado

$\chi^2_{(n)}$

Distribución t- Student $t_{(n)}$

Distribución F- Snedecor

$F_{(m, n)}$

Introducción a la Inferencia Estadística

Definición: Muestra Aleatoria

Por ejemplo:

Definición: Estadística o estimador

$$P(|X - \mu| \leq 2\sigma) = 0.9544$$

$$P(|X - \mu| \leq \sigma) = 0.68$$

$$P(|X - \mu| \leq 3\sigma) = 0.9973$$