Estadística Inferencial

Jackson M'coy Romero Plasencia

Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga

Departamento Académico de Matemática y Física

Ayacucho 2020

Ejercicio 1

La distribución de las notas del examen final de Mat. I resultó ser normal $N(\mu, \sigma^2)$, con cuartiles 1 y 3 iguales a 6.99 y 11.01 respectivamente.

a. Determine la media y la varianza de la distribución de las notas.

b. Halle el intervalo $[a, b]$ centrado en μ tal que $P(a \leq \overline{X} \leq b) = 0.9544$, donde $\overline{X}$ es la media de la muestra X_1, X_2, X_3, X_4 escogida de esa población

Ejercicio 2

Un proceso automático llena bolsas de café cuyo peso neto tiene una media de 250 gramos y un desviación estándar de 3 gramos. Para controlar el proceso, cada hora se pesan 36 bolsas escogidas al azar; si el peso neto medio está entre 249 y 251 gramos se continúa con el proceso aceptando que el peso neto medio es 250 gramos y en caso contrario, se detiene el proceso para reajustar la máquina.

a. ¿Cuál es la probabilidad de detener el proceso cuando el peso neto medio realmente es 250 ?

b. ¿Cuál es la probabilidad de aceptar que el peso neto promedio es 250 cuando realmente es de 248 gramos ?

Ejercicio 3

La duración en horas de una marca de tarjeta electrónica se distribuye exponencialmente con promedio de 1000 horas.

a. Halle el tamaño n de la muestra de manera que sea 0.9544 la probabilidad de que su media muestral esté entre 800 y 1200 horas.

b. Si se obtiene una muestra aleatoria de 100 de esas tarjetas calcular la proabilidad que la duración media de la muestra sea superior a 1100 horas.

Distribución Exponencial

$$f_X(x,\lambda) = f_X(x) = \frac{e^{-x/\lambda}}{\lambda} \quad x \geq 0$$

Hallando el $\mathbb{E}(X)$ y $\mathbb{V}(X)$. Para trabajar con integrales, definidas en $x \geq 0$, vamos a utilizar la funtión gamma

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y}\, dy = (\alpha-1)!$$

$$\mathbb{E}(X) = \int_0^\infty x \frac{e^{-x/\lambda}}{\lambda}\, dx = \int_0^\infty \left(\frac{x}{\lambda}\right) e^{-(x/\lambda)}\, dx$$

$$\mathbb{E}(X) = \int_0^\infty x \frac{e^{-x/\lambda}}{\lambda}\, dx = \lambda \int_0^\infty \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{2-1} e^{-(x/\lambda)}\, d(x/\lambda)$$

$$\mathbb{E}(X) = \lambda\Gamma(2) = \lambda(2-1)! = \lambda$$

$$\mathbb{E}(X^2) = \int_0^\infty x^2 \, \frac{e^{-x/\lambda}}{\lambda} \, dx = \int_0^\infty \left(\frac{x^2}{\lambda}\right) e^{-(x/\lambda)} \, dx$$

$$\mathbb{E}(X^2) = \int_0^\infty x \, \frac{e^{-x/\lambda}}{\lambda} \, dx = \lambda^2 \int_0^\infty \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{3-1} e^{-(x/\lambda)} \, d(x/\lambda)$$

$$\mathbb{E}(X^2) = \lambda^2 \Gamma(3) = \lambda(3-1)! = 2\lambda^2$$

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2 = 2\lambda^2 - \lambda^2 = \lambda^2$$

Solución

Ejercicio 1.

Ejercicio 2

a.

$$P(\overline{X} < 249|\mu = 250) = P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{249-250}{3/6}\right)$$

$$P(\overline{X} < 249|\mu = 250) = P(Z < -2) = 0.02275$$

Probabilidad de detener el proceso es:2(0.02275)= 0.04550026

b.

$$P(\overline{X} > 249|\mu = 248) = P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{249-248}{3/6}\right)$$

$$P(\overline{X} > 249|\mu = 248) = P(Z > 2) = P(Z < -2) = 0.02275$$

Probabilidad de detener el proceso es:0.02275