







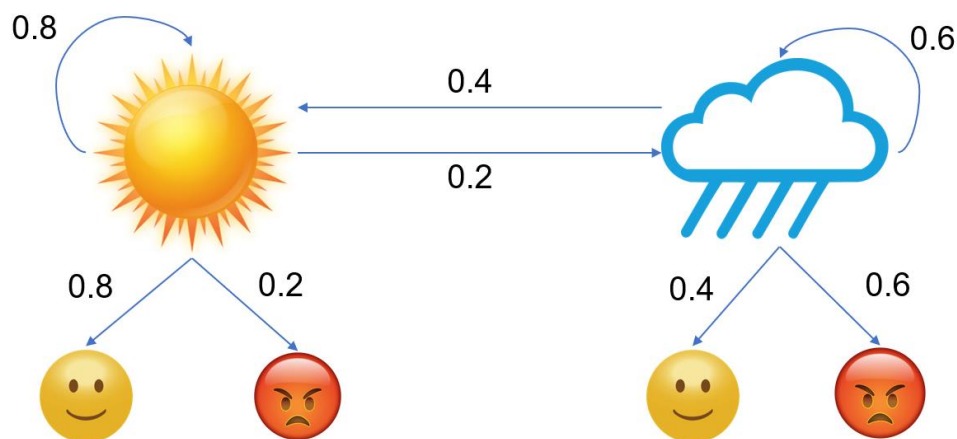
Penjabaran Question : If for three days Bob is happy, grumpy, happy, what was the weather?

Kasus 2 : Bagaimana jika diketahui Observed data from the past sebagai berikut :

Monday	Tuesday	Wednesday	Thursday	Friday	Saturday
					

Menggunakan HMM via Viterbi Algoritme

Pada kasus sebelumnya kita sudah memiliki diagram transisi sebagai berikut :



Dengan demikian kita dapat Menyusun matrik transisi dan matrik emisi sebagai berikut :

1. Matrik transisi (matriks yang menyatakan probabilitas perpindahan antara status tersembunyi dari satu keadaan ke keadaan lainnya). Notasi untuk matrik transisi ditulis dengan A

	Sunny (S)	Rainy (R)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

2. Matrik emisi (matriks yang menyatakan probabilitas dari observasi yang mungkin terjadi pada setiap status tersembunyi). Notasi untuk matrik emisi biasanya ditulis dengan B

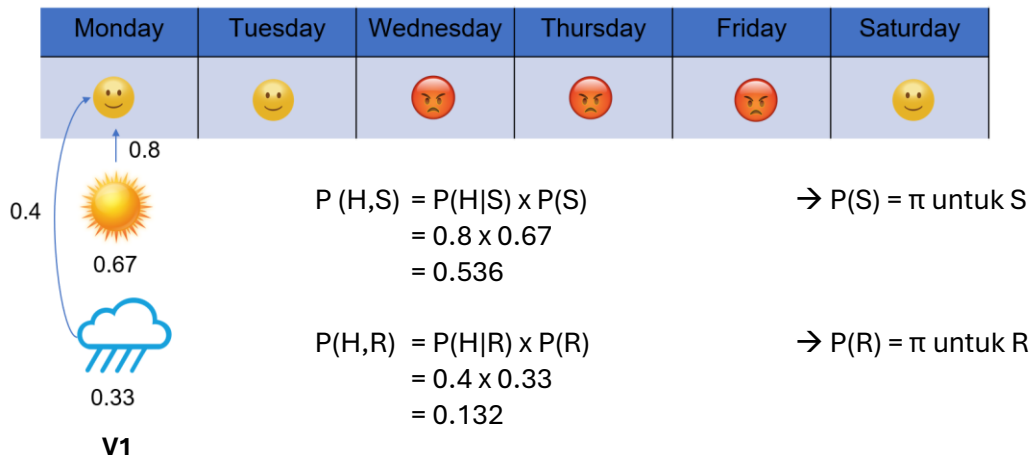
	Happy (H)	Grumpy (G)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

3. Diketahui, nilai phi (π) sebagai berikut :

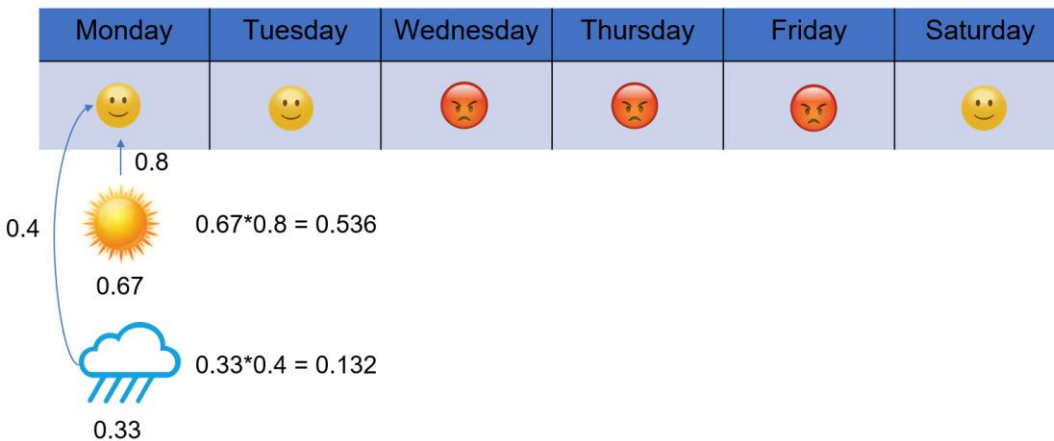
Sunny (S)	0.67
Rainy (R)	0.33

Langkah berikutnya, kita hitung nilai likelihood untuk setiap state tersembunyi

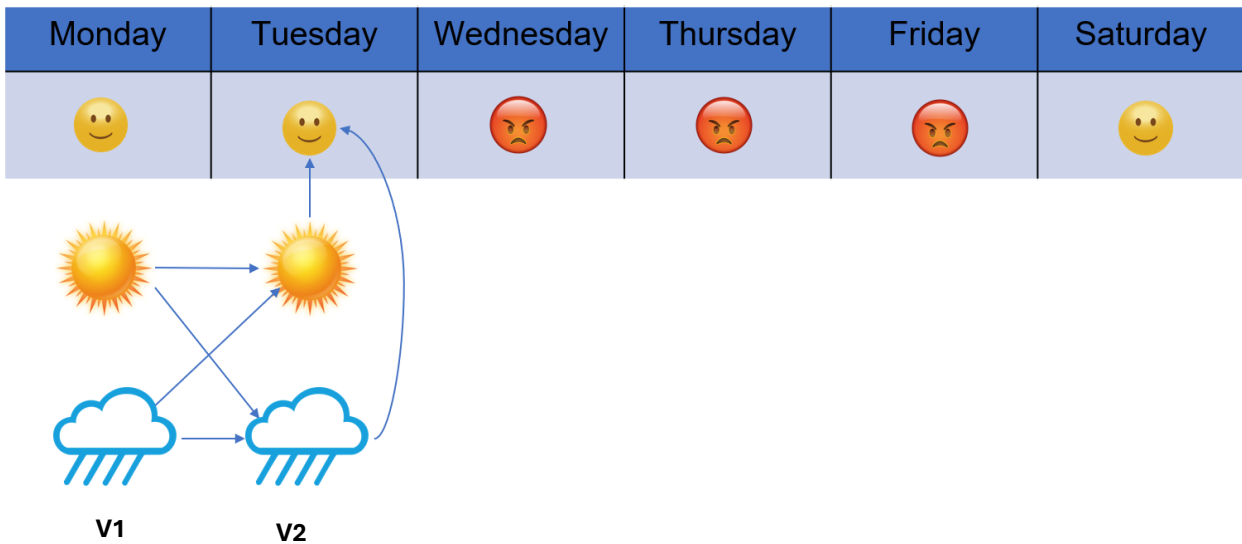
1. Likelihood pada saat t1 : Happy untuk mencari nilai V1









Sehingga kita memiliki likelihood untuk $t=1$ sebagai berikut :

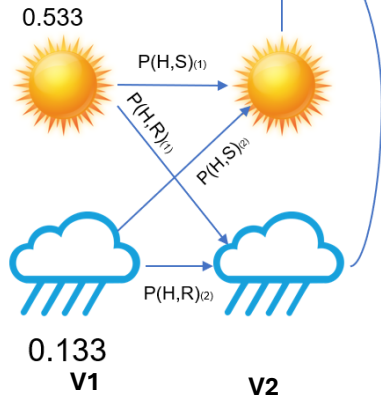


2. Likelihood pada saat $t = 2$ berdasarkan $t=1$ untuk mencari nilai $V2$



Isikan nilai-nilai yang tersedia ke dalam diagram, sehingga diperoleh diagram baru dengan nilai sebagai berikut :

Monday	Tuesday	Wednesday	Thursday	Friday	Saturday
					



$$P(H,S)_{(1)} = P(H|S) \times P(S|S)$$

$$P(H,R)_{(1)} = P(H|R) \times P(R|S)$$

$$P(H,S)_{(2)} = P(H|S) \times P(S|R)$$

$$P(H,R)_{(2)} = P(H|R) \times P(R|R)$$

Gunakan Matrik transisi dan matrik emisi untuk mengisi nilai-nilainya

Matrik Transisi :

	Sunny (S)	Rainy (R)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

Matrik Emisi :

	Happy (H)	Grumpy (G)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

$$\begin{aligned} P(H,S)_{(1)} &= P(H|S) \times P(S|S) \\ &= 0.8 \times 0.8 = 0.64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(H,R)_{(1)} &= P(H|R) \times P(R|S) \\ &= 0.4 \times 0.2 = 0.08 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(H,S)_{(2)} &= P(H|S) \times P(S|R) \\ &= 0.8 \times 0.4 = 0.32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(H,R)_{(2)} &= P(H|R) \times P(R|R) \\ &= 0.4 \times 0.6 = 0.24 \end{aligned}$$

Selanjutnya hitung nilai V2 untuk S dan R sebagai berikut :

- V2 untuk Sunny (S)**

$$\begin{aligned} V2_{(1)} &= P(H,S)_{(1)} \times P(H,S) \\ &= 0.64 \times 0.533 = 0.34112 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V2_{(2)} &= P(H,S)_{(2)} \times P(H,R) \\ &= 0.32 \times 0.133 = 0.04256 \end{aligned}$$

- V2 untuk Rainy (R)**

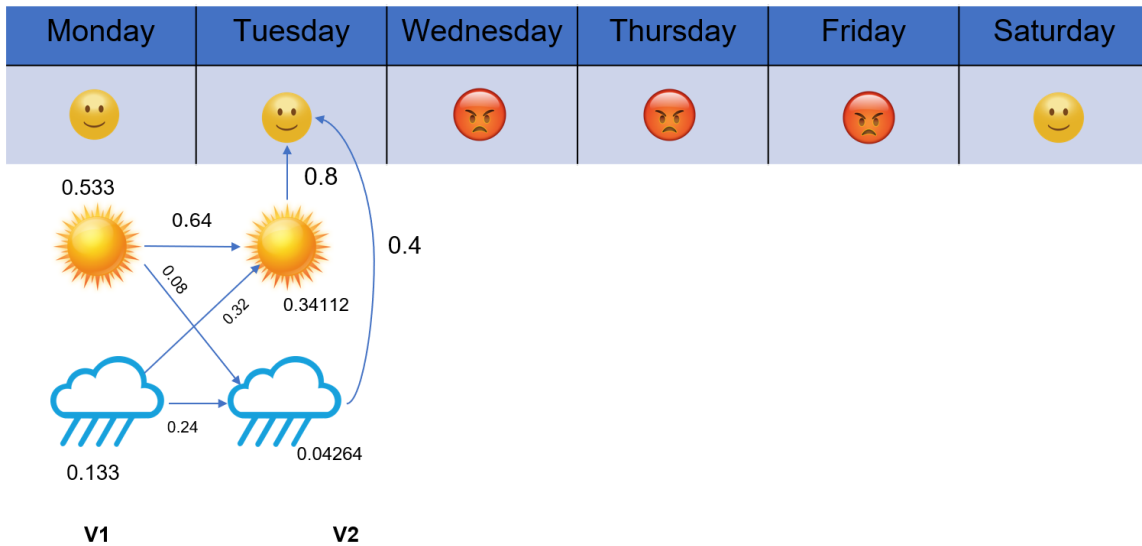
$$\begin{aligned} V2_{(1)} &= P(H,R)_{(1)} \times P(H,S) \\ &= 0.08 \times 0.533 = 0.04264 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V2_{(2)} &= P(H,R)_{(2)} \times P(H,R) \\ &= 0.24 \times 0.133 = 0.03192 \end{aligned}$$

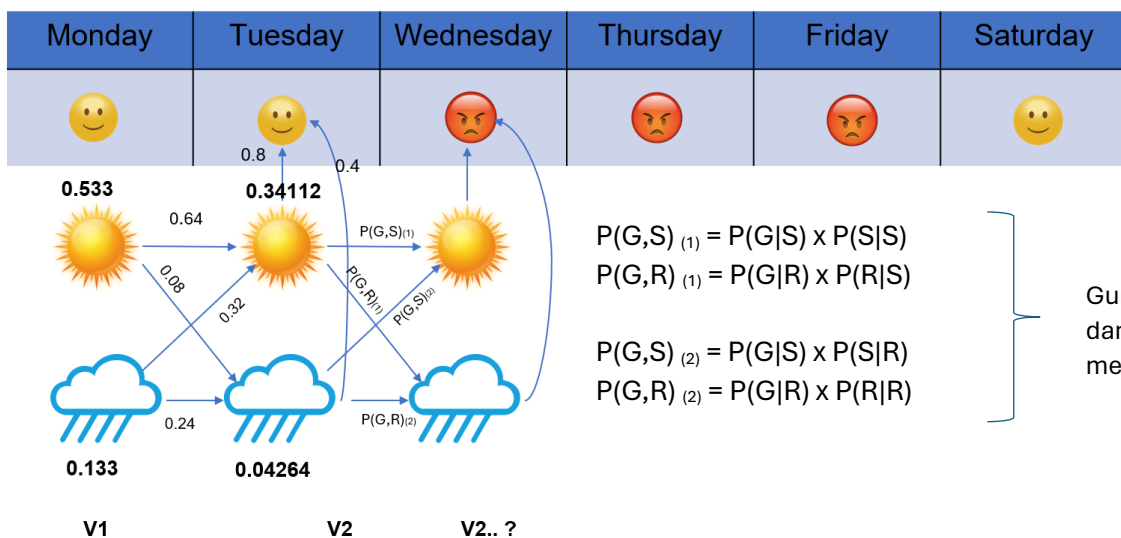
Hitung nilai maksimum untuk V2 (S) dan V2 (R) sebagai berikut :

$$V2(S) = \max [0.34112 ; 0.04256] = 0.34112$$

$$V2(R) = \max [0.04264 ; 0.03192] = 0.04264$$



3. Hitung Likelihood pada saat $t = 3$ berdasarkan $t = 2$ untuk mencari nilai $V3$



$$P(G,S)_{(1)} = P(G|S) \times P(S|S)$$

$$P(G,R)_{(1)} = P(G|R) \times P(R|S)$$

$$P(G,S)_{(2)} = P(G|S) \times P(S|R)$$

$$P(G,R)_{(2)} = P(G|R) \times P(R|R)$$

Gunakan Matrik transisi dan matrik emisi untuk mengisi nilai-nilainya

$$P(G,S)_{(1)} = P(G|S) \times P(S|S)$$

$$= 0.2 \times 0.8 = 0.16$$

$$P(G,R)_{(1)} = P(G|R) \times P(R|S)$$

$$= 0.6 \times 0.2 = 0.12$$

$$P(G,S)_{(2)} = P(G|S) \times P(S|R)$$

$$= 0.2 \times 0.4 = 0.08$$

$$P(G,R)_{(2)} = P(G|R) \times P(R|R)$$

$$= 0.6 \times 0.6 = 0.36$$

Matrik Transisi :

	Sunny (S)	Rainy (R)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

Matrik Emisi :

	Happy (H)	Grumpy (G)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

Selanjutnya hitung nilai $V3$ untuk S dan R sebagai berikut :

- V3 untuk Sunny (S)**

$$V3_{(1)} = P(G,S)_{(1)} \times P(H,S)_{(t-1)}$$

$$= 0.16 \times 0.34112 = 0.05457$$

$$V3_{(2)} = P(G,S)_{(2)} \times P(H,R)_{(t-1)}$$

$$= 0.08 \times 0.04264 = 0.0034$$

- V3 untuk Rainy (R)**

$$V3_{(1)} = P(G,R)_{(1)} \times P(H,S)_{(t-1)}$$

$$= 0.12 \times 0.34112 = 0.0409$$

Diketahui (berdasarkan perhitungan $t=2$) :

$$P(H,S)_{(t-1)} = 0.34112$$

$$P(H,R)_{(t-1)} = 0.04264$$

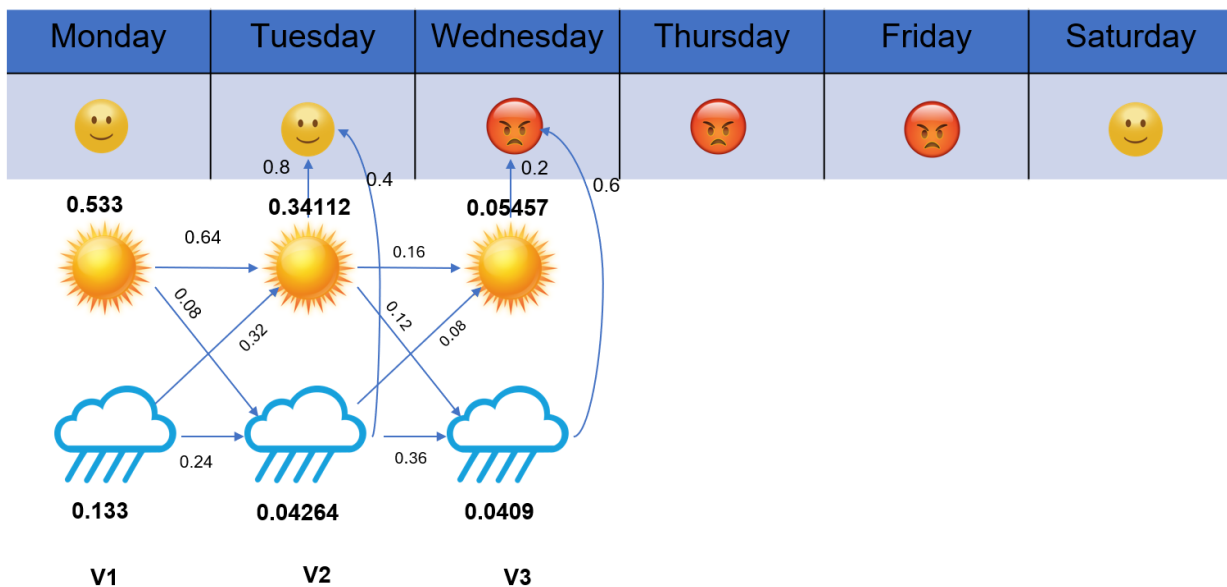
$$V3_{(2)} = P(G,R)_{(2)} \times P(H,R)_{(t-1)}$$

$$= 0.36 \times 0.04264 = 0.01535$$

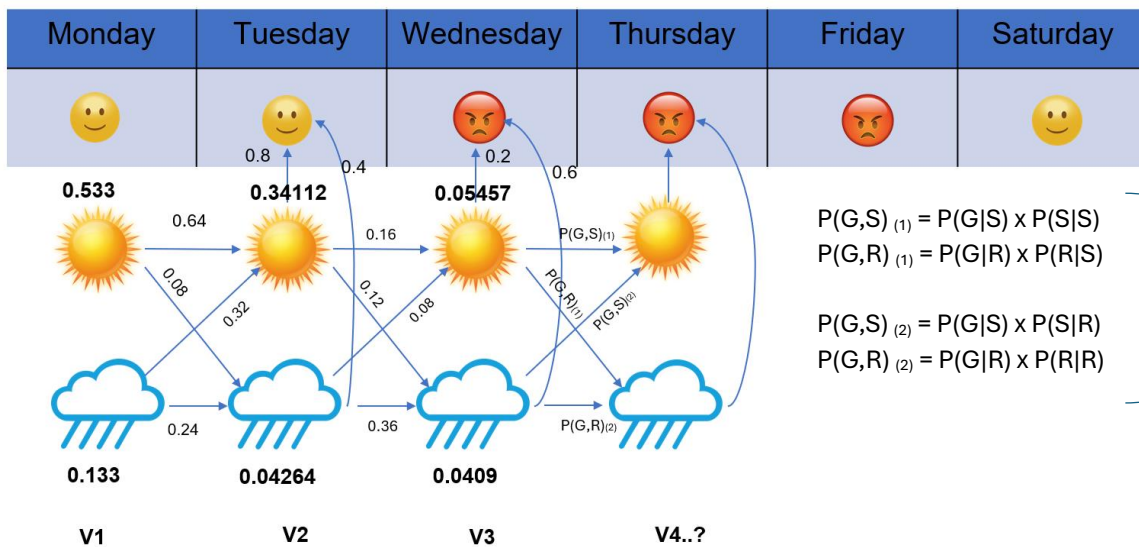
Hitung nilai maksimum untuk V2 (S) dan V2 (R) sebagai berikut :

$$V3 (S) = \max [0.05457; 0.0034] = 0.05457$$

$$V3 (R) = \max [0.0409; 0.01535] = 0.0409$$



4. Hitung Likelihood pada saat $t = 4$ berdasarkan $t = 3$ untuk mencari nilai V4



$$P(G,S)_{(1)} = P(G|S) \times P(S|S)$$

$$P(G,R)_{(1)} = P(G|R) \times P(R|S)$$

$$P(G,S)_{(2)} = P(G|S) \times P(S|R)$$

$$P(G,R)_{(2)} = P(G|R) \times P(R|R)$$

Gunakan Matrik transisi dan matrik emisi untuk mengisi nilai-nilainya

$$P(G,S)_{(1)} = P(G|S) \times P(S|S)$$

$$= 0.2 \times 0.8 = 0.16$$

$$P(G,R)_{(1)} = P(G|R) \times P(R|S)$$

$$= 0.6 \times 0.2 = 0.12$$

$$P(G,S)_{(2)} = P(G|S) \times P(S|R)$$

$$= 0.2 \times 0.4 = 0.08$$

$$P(G,R)_{(2)} = P(G|R) \times P(R|R)$$

$$= 0.6 \times 0.6 = 0.36$$

Matrik Transisi :

	Sunny (S)	Rainy (R)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

Matrik Emisi :

	Happy (H)	Grumpy (G)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

Diketahui (berdasarkan perhitungan $t=3$) :

$$P(G,S)_{(t-1)} = 0.05457$$

$$P(G,R)_{(t-1)} = 0.0409$$

Selanjutnya hitung nilai V4 untuk S dan R sebagai berikut :

- **V4 untuk Sunny (S)**

$$V4_{(1)} = P(G,S)_{(1)} \times P(G,S)_{(t-1)}$$

$$= 0.16 \times 0.05457 = 0.00873$$

$$V4_{(2)} = P(G,S)_{(2)} \times P(G,R)_{(t-1)}$$

$$= 0.08 \times 0.0409 = 0.00327$$

• **V4 untuk Rainy (R)**

$$V4_{(1)} = P(G,R)_{(1)} \times P(G,S)_{(t-1)}$$

$$= 0.12 \times 0.05457 = 0.00654$$

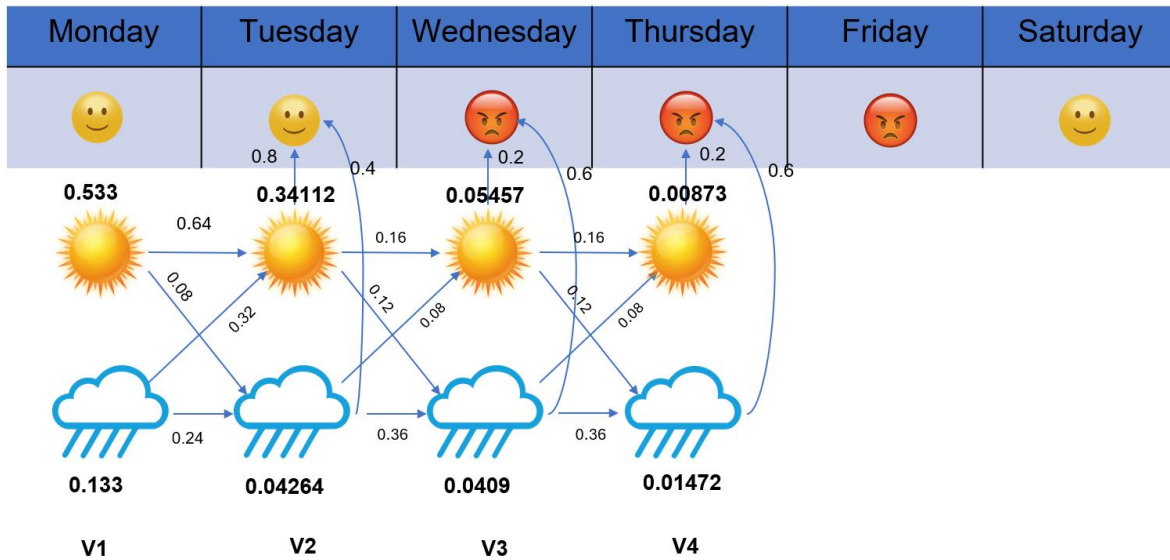
$$V4_{(2)} = P(G,R)_{(2)} \times P(G,R)_{(t-1)}$$

$$= 0.36 \times 0.0409 = 0.01472$$

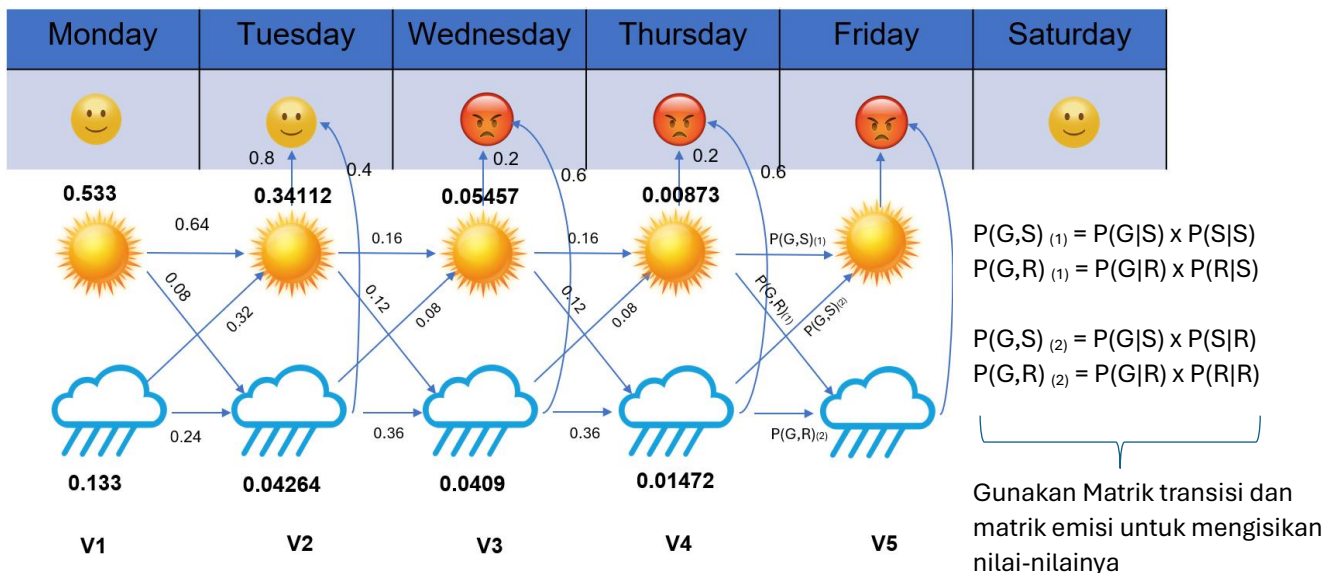
Hitung nilai maksimum untuk V4 (S) dan V4 (R) sebagai berikut :

$$V4 (S) = \max [0.00873; 0.00327] = 0.00873$$

$$V4 (R) = \max [0.00654; 0.01472] = 0.01472$$



5. Hitung Likelihood pada saat t = 5 berdasarkan t = 4 untuk mencari nilai V5



$$P(G,S)_{(1)} = P(G|S) \times P(S|S)$$

$$= 0.2 \times 0.8 = 0.16$$

$$P(G,R)_{(1)} = P(G|R) \times P(R|S)$$

$$= 0.6 \times 0.2 = 0.12$$

Matrik Transisi :

	Sunny (S)	Rainy (R)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

Matrik Emisi :

	Happy (H)	Grumpy (G)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

$$P(G,S)_{(2)} = P(G|S) \times P(S|R)$$

$$= 0.2 \times 0.4 = 0.08$$

$$P(G,R)_{(2)} = P(G|R) \times P(R|R)$$

$$= 0.6 \times 0.6 = 0.36$$

Diketahui (berdasarkan perhitungan $t=4$) :

$$P(G,S)_{(t-1)} = \mathbf{0.00873}$$

$$P(G,R)_{(t-1)} = \mathbf{0.01472}$$

Selanjutnya hitung nilai V5 untuk S dan R sebagai berikut :

- V5 untuk Sunny (S)**

$$V5_{(1)} = P(G,S)_{(1)} \times P(G,S)_{(t-1)}$$

$$= 0.16 \times 0.00873 = 0.00139$$

$$V5_{(2)} = P(G,S)_{(2)} \times P(G,R)_{(t-1)}$$

$$= 0.08 \times 0.01472 = 0.00117$$

- V5 untuk Rainy (R)**

$$V5_{(1)} = P(G,R)_{(1)} \times P(G,S)_{(t-1)}$$

$$= 0.12 \times 0.00873 = 0.001047$$

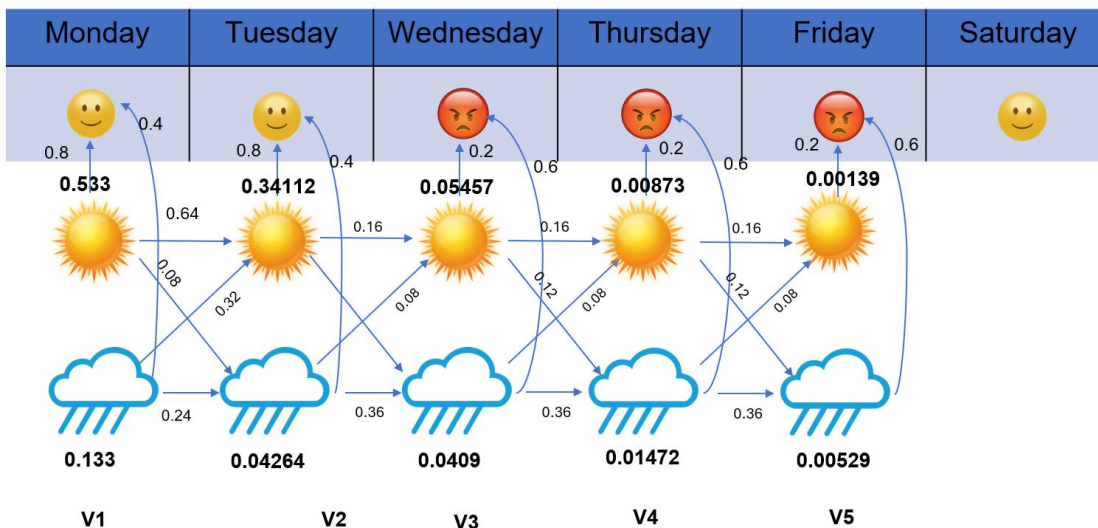
$$V5_{(2)} = P(G,R)_{(2)} \times P(G,R)_{(t-1)}$$

$$= 0.36 \times 0.01472 = 0.00529$$

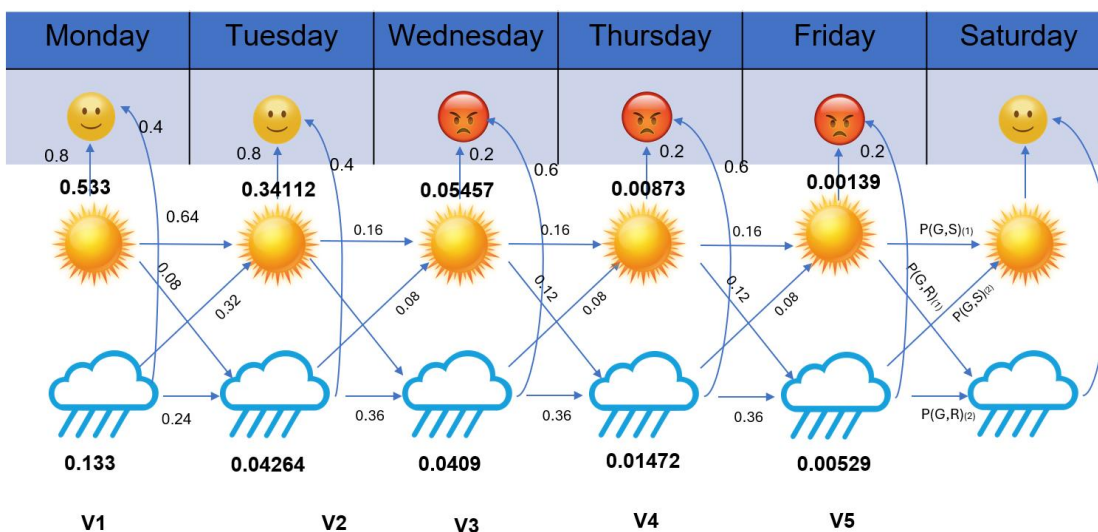
Hitung nilai maksimum untuk V5 (S) dan V5 (R) sebagai berikut :

$$V5(S) = \max [0.00139; 0.00117] = \mathbf{0.00139}$$

$$V5(R) = \max [0.001047; 0.00529] = \mathbf{0.00529}$$



6. Hitung Likelihood pada saat $t = 6$ berdasarkan $t = 5$ untuk mencari nilai V6



$$P(G,S)_{(1)} = P(G|S) \times P(S|S)$$

$$P(G,R)_{(1)} = P(G|R) \times P(R|S)$$

$$P(G,S)_{(2)} = P(G|S) \times P(S|R)$$

$$P(G,R)_{(2)} = P(G|R) \times P(R|R)$$

Gunakan Matrik transisi dan matrik emisi untuk mengisi nilai-nilainya

$$P(H,S)_{(1)} = P(H|S) \times P(S|S) \\ = 0.8 \times 0.8 = 0.64$$

$$P(H,R)_{(1)} = P(H|R) \times P(R|S) \\ = 0.4 \times 0.2 = 0.08$$

$$P(H,S)_{(2)} = P(H|S) \times P(S|R) \\ = 0.8 \times 0.4 = 0.32$$

$$P(H,R)_{(2)} = P(H|R) \times P(R|R) \\ = 0.4 \times 0.6 = 0.24$$

Matrik Transisi :

	Sunny (S)	Rainy (R)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

Matrik Emisi :

	Happy (H)	Grumpy (G)
Sunny (S)	0.8	0.2
Rainy (R)	0.4	0.6

Selanjutnya hitung nilai V6 untuk S dan R sebagai berikut :

- V6 untuk Sunny (S)**

$$V6_{(1)} = P(H,S)_{(1)} \times P(G,S)_{(t-1)} \\ = 0.64 \times 0.00139 = 0.000889$$

$$V6_{(2)} = P(H,S)_{(2)} \times P(G,R)_{(t-1)} \\ = 0.32 \times 0.00529 = 0.00169$$

- V6 untuk Rainy (R)**

$$V6_{(1)} = P(H,R)_{(1)} \times P(G,S)_{(t-1)} \\ = 0.08 \times 0.00139 = 0.0001112$$

$$V6_{(2)} = P(H,R)_{(2)} \times P(G,R)_{(t-1)} \\ = 0.24 \times 0.00529 = 0.001269$$

Diketahui (berdasarkan perhitungan t=5) :

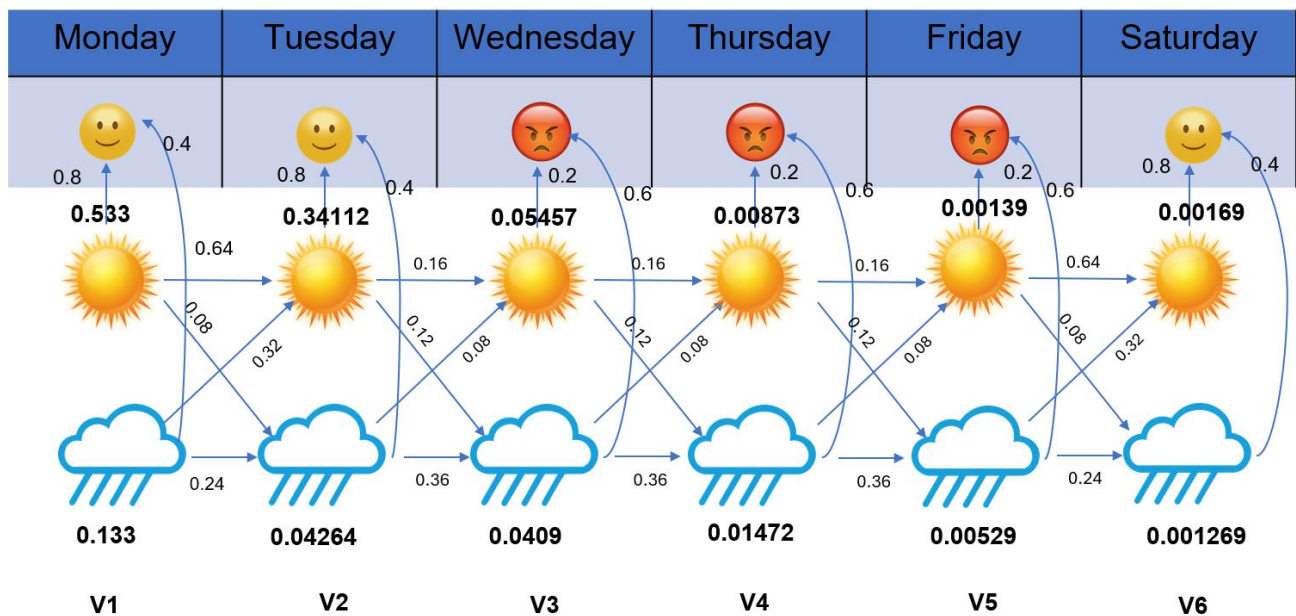
$$P(G,S)_{(t-1)} = \mathbf{0.00139}$$

$$P(G,R)_{(t-1)} = \mathbf{0.00529}$$

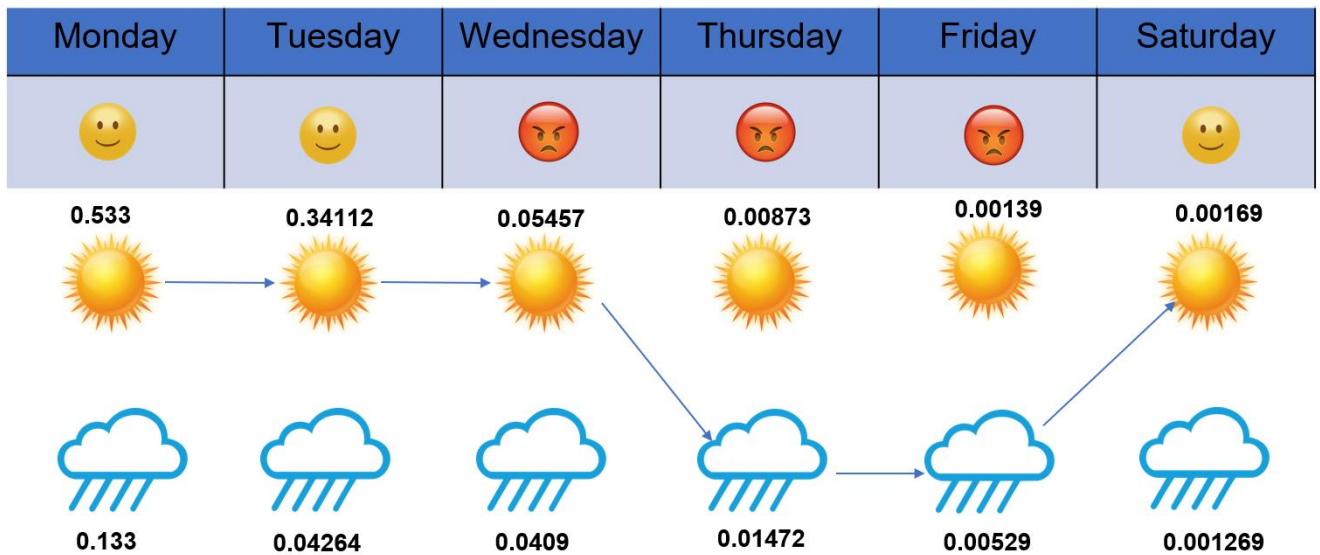
Hitung nilai maksimum untuk V6 (S) dan V6 (R) sebagai berikut :

$$V6(S) = \max [0.000889; \mathbf{0.00169}] = \mathbf{0.00169}$$

$$V6(R) = \max [0.0001112; \mathbf{0.001269}] = \mathbf{0.001269}$$



7. Dengan demikian kita memiliki informasi nilai setiap cuaca (sebagai hidden state) berdasarkan masing-masing suasana hati tiap hari (observed state) secara lengkap sebagai berikut :



8. Untuk menentukan kondisi cuaca yang tepat berdasarkan informasi susanan hati, ambil nilai cuaca dengan probabilitas tertinggi untuk setiap observed state. Dengan demikian kita memiliki urutan cuaca **Sunny** (0.533) → Sunny (0.34112) → Sunny (0.05457) → Rainy (0.01472) → Sunny (0.00139) → Sunny (0.00169).