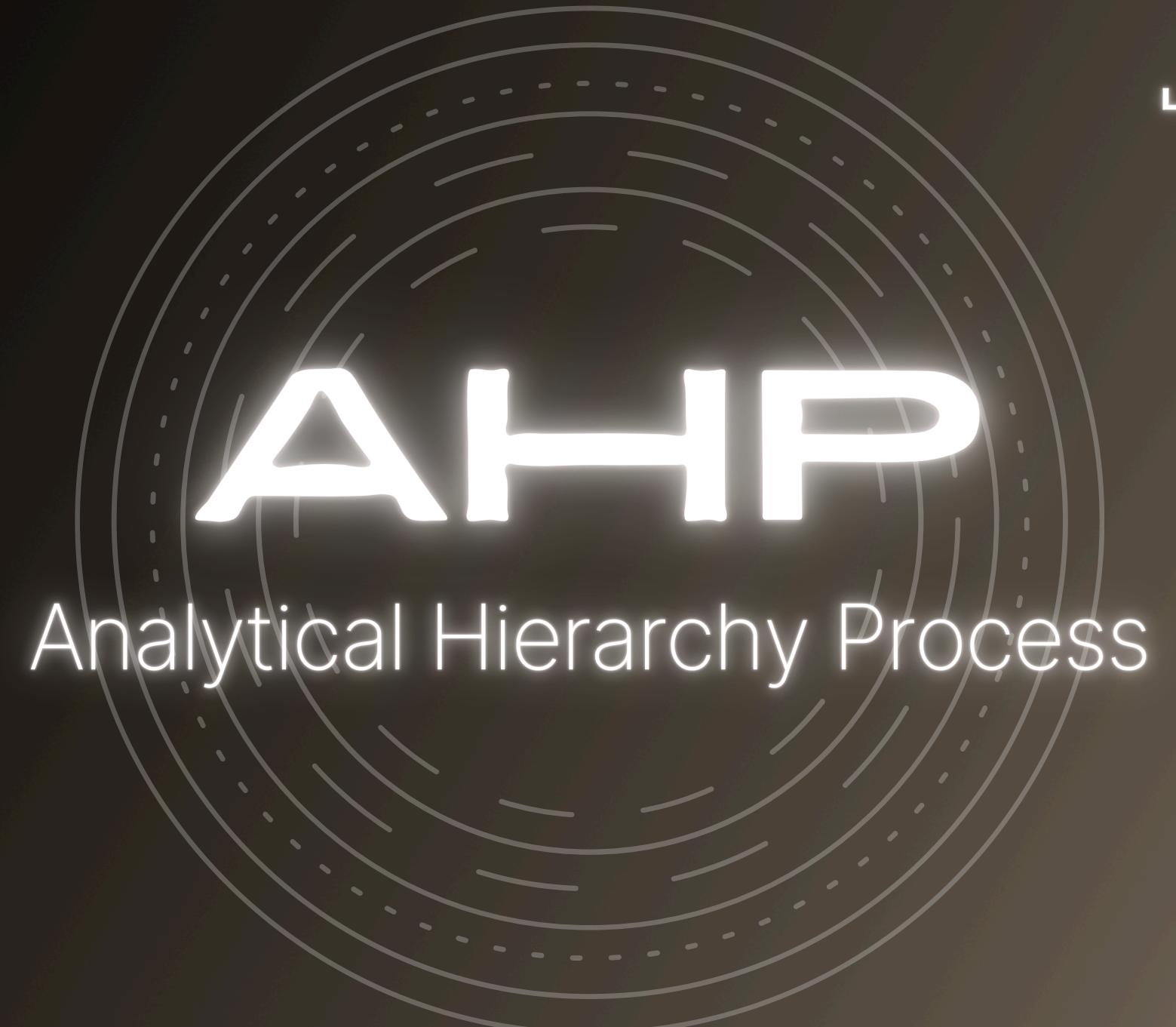




JACKSON LAWRENCE  
00000070612

LOUIS GABRIEL HERNANDES  
00000070250



# AHP

Analytical Hierarchy Process

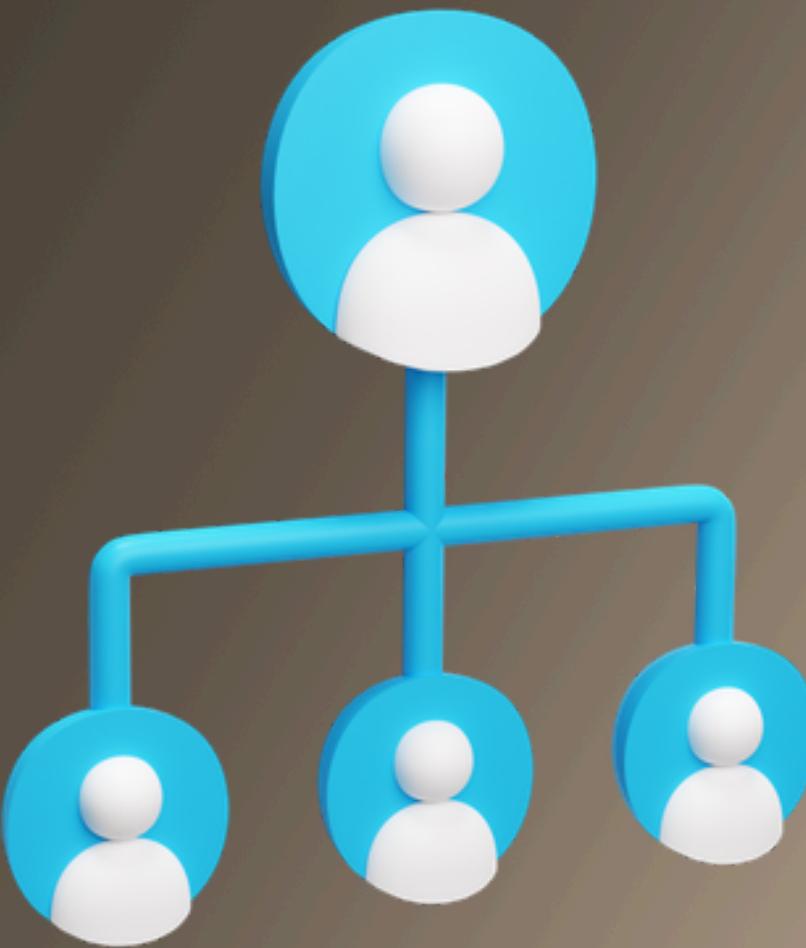
OSCAR JIRO HARLISON  
00000072786

IGNATIUS STEVEN  
00000070642



## DEFINITION

- **AHP** (Analytical Hierarchy Process) adalah sebuah teknik yang didesain untuk menyelesaikan masalah-masalah Multi-Criteria Decision-Making (MCDM) kompleks
- AHP bekerja dengan **memecah dan mengorganisasikan masalah menjadi suatu hierarki kriteria dan alternatif**, sehingga menjadi lebih mudah untuk menganalisis hubungan kompleks antara kriteria dengan alternatif (Srebrenkoska et al., 2023)
- Dikembangkan oleh Thomas L. Saaty di tahun 1970-an, seorang profesor di University of Pittsburgh



## WHY USE AHP?

- **Cocok ketika penilaian subjektif individu penting** dalam proses pembuatan keputusan
- **Simpel dan mudah digunakan** (Huang & Chen, 2023)
- **Fleksibel dalam menangani kriteria** karena dapat diadaptasi untuk menginkorporasi interdependensi antar kriteria serta integrasi data kualitatif dan kuantitatif, sehingga lebih serbaguna dalam banyak bidang (Huang & Chen, 2023; França et al., 2020)

## HOWEVER...

- **Dapat mengandung banyak subjektivitas** karena sangat bergantung kepada opini pakar untuk perbandingan pasangan (Munier & Hontoria, 2021)
- **Skalabilitas dan kompleksitas yang merepotkan** karena jumlah perbandingan bertumbuh secara eksponensial serta struktur hierarki yang makin rumit seiring bertambahnya kriteria atau alternatif (Liu, 2023)
- **Masalah konsistensi dalam penilaian** (Song & Kang, 2016)

## RECENT APPLICATIONS

- Optimasi metode pertambangan (Lian, 2023)
- Evaluasi dan pemilihan sistem produksi (Srebrenkoska et al., 2023)
- Manajemen energi dan lingkungan (Samanaseh et al., 2023)
- Pengambilan keputusan di bidang kesehatan (Krenický et al., 2022)

## HOW IT WORKS

- Awalnya, definisikan masalah keputusan dan tujuan dari masalah tersebut
- Buat struktur hierarki, membagi masalah menjadi level-level: goal, kriteria, subkriteria, dan alternatif
- Buat matriks perbandingan berpasangan untuk setiap kriteria dan hitung kepentingan relatifnya
- Hitung bobot kriteria dengan normalisasi matriks
- Hitung Consistency Ratio (CR) untuk memvalidasi hasil penilaian
- Agregasikan bobot kriteria dan alternatif untuk mendapatkan ranking final

## OVERALL CONCEPT

DEFINISIKAN GOAL DARI MASALAH

BUAT STRUKTUR HIERARKI  
GOAL, KRITERIA, ALTERNATIF

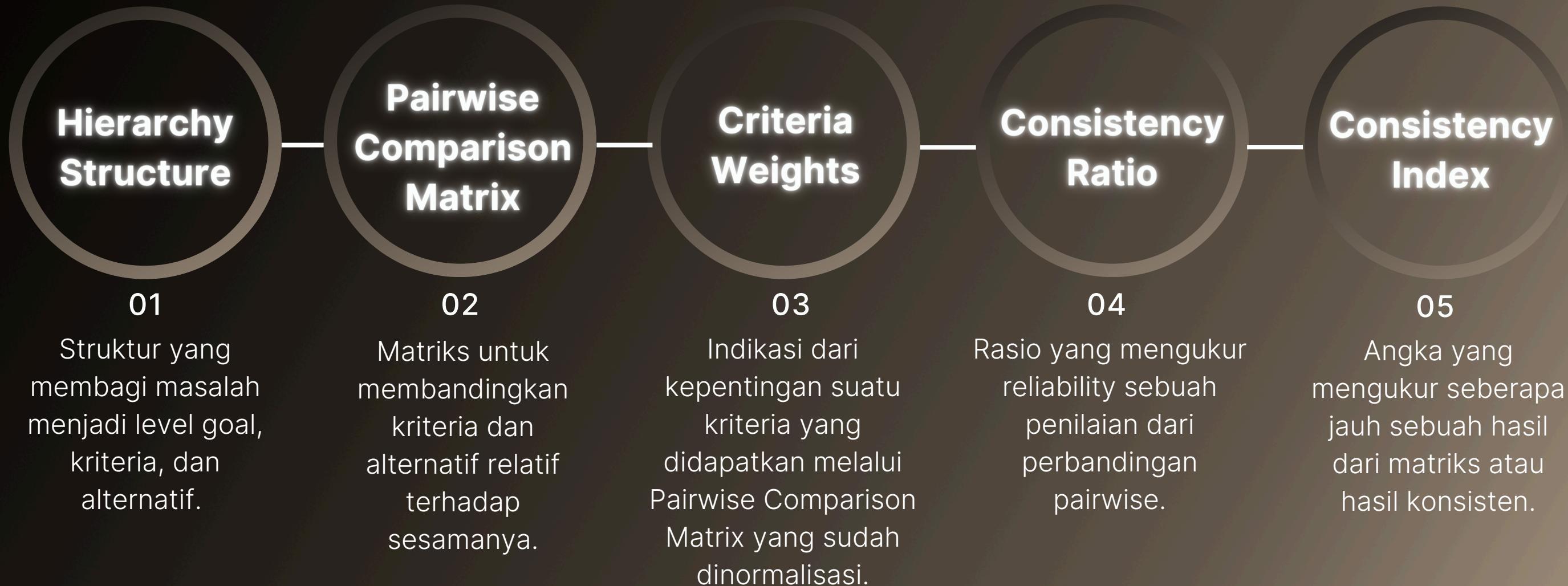
BUAT PAIRWISE COMPARISON MATRIX  
UNTUK SETIAP KRITERIA

NORMALISASI DAN HITUNG BOBOT KRITERIA

HITUNG CONSISTENCY RATIO (CR)  
UNTUK MEMASTIKAN KONSISTENSI

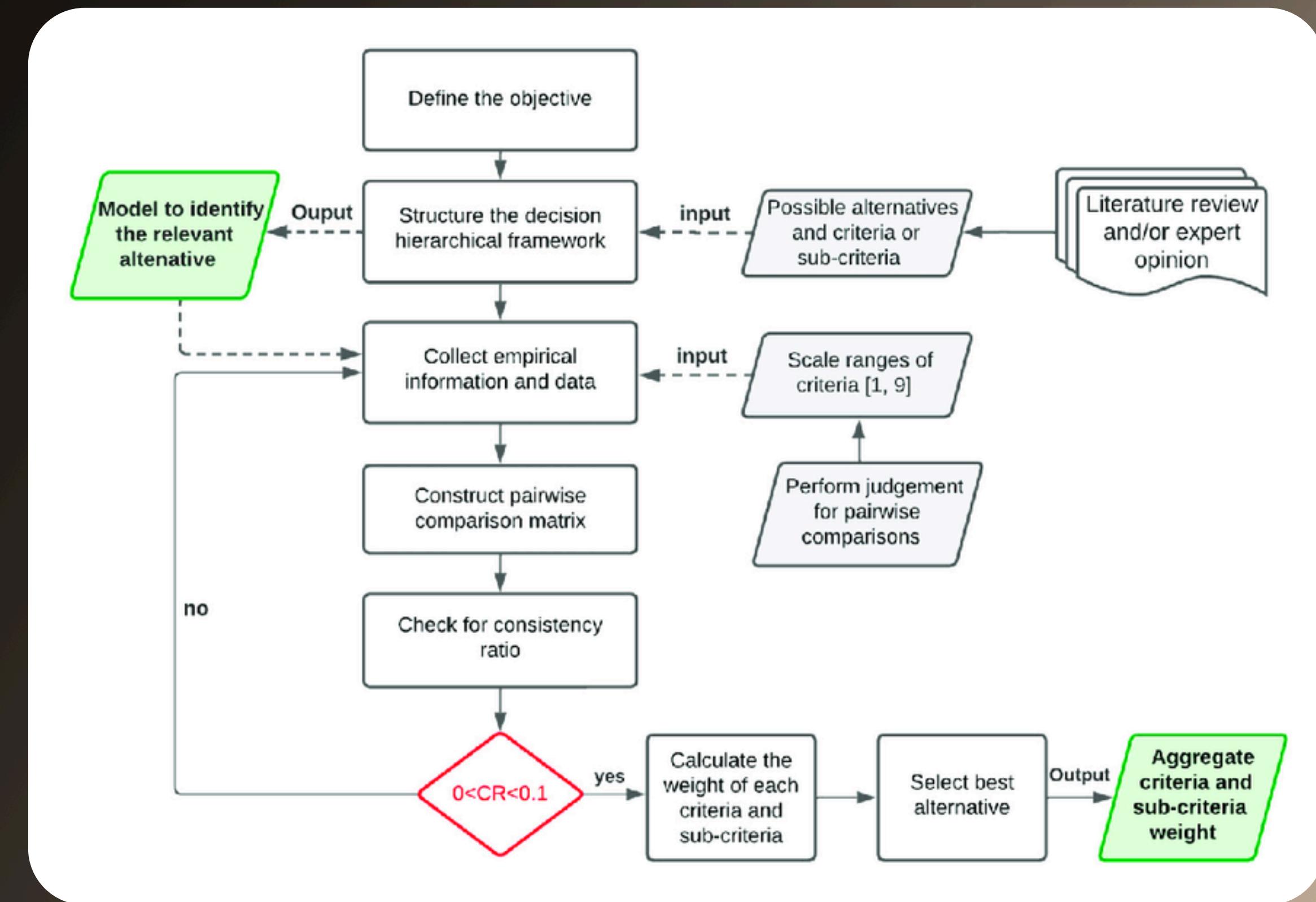
OUTPUT RANKING ALTERNATIF DENGAN  
AGREGASI BOBOT KRITERIA DAN ALTERNATIF

# KEY COMPONENTS





# AHP FLOWCHART





# PYTHON CODE

```

import numpy as np

def create_pairwise_comparison_matrix(criteria, comparisons):
    n = len(criteria)
    matrix = np.ones((n, n))

    for (i, j), value in comparisons.items():
        matrix[i][j] = value
        matrix[j][i] = 1 / value

    return matrix

def normalize_matrix(matrix):
    col_sum = matrix.sum(axis=0)
    normalized_matrix = matrix / col_sum
    return normalized_matrix

def calculate_weights(normalized_matrix):
    weights = normalized_matrix.mean(axis=1)
    return weights

def calculate_consistency_ratio(matrix, weights):
    n = matrix.shape[0]
    lambda_max = np.dot(matrix.sum(axis=1), weights)
    ci = (lambda_max - n) / (n - 1)
    ri_table = {1: 0.0, 2: 0.0, 3: 0.58, 4: 0.9, 5: 1.12, 6: 1.24, 7: 1.32, 8: 1.41, 9: 1.45}

    ri = ri_table.get(n, 1.45) # Default value for n > 9
    cr = ci / ri if ri != 0 else 0
    return cr

```

```

def ahp_algorithm(criteria, comparisons):
    pairwise_matrix = create_pairwise_comparison_matrix(criteria, comparisons)
    normalized_matrix = normalize_matrix(pairwise_matrix)
    weights = calculate_weights(normalized_matrix)

    cr = calculate_consistency_ratio(pairwise_matrix, weights)

    if cr < 0.1:
        print("Consistency Ratio (CR):", cr)
        print("Weights of criteria:", weights)
        print("The judgments are consistent.")
    else:
        print("Consistency Ratio (CR):", cr)
        print("The judgments are not consistent. Please revise the pairwise comparisons.")

    return weights

# Example criteria and comparisons
criteria = ["Criterion 1", "Criterion 2", "Criterion 3"]
comparisons = {
    (0, 1): 3, # Criterion 1 is 3 times more important than Criterion 2
    (0, 2): 5, # Criterion 1 is 5 times more important than Criterion 3
    (1, 2): 2, # Criterion 2 is 2 times more important than Criterion 3
}
weights = ahp_algorithm(criteria, comparisons)

```

<https://github.com/Louis-Gabriel-Hernandes/AHP>



## NORMALIZED MATRIX / EIGEN VALUE

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

## RELATIVE IMPORTANCE (RI)

Relative Importance	Penjelasan	Definitions
1	Sama pentingnya dibanding dengan yang lain	Equal Importance
3	Sedikit lebih penting dibanding dengan yang lain	Moderate Importance
5	Cukup penting dibanding dengan yang lain	Strong Importance
7	Sangat penting dibanding dengan yang lain	Very Strong Importance
9	Ekstrim penting dibanding dengan yang lain	Extreme Importance
2, 4, 6, 8	Nilai diantara 2 penilaian yang berdekatan	Intermediate Values
1 / n	Jika elemen I memiliki salah satu angka di atas dibandingkan dengan elemen J, maka J memiliki nilai kebalikan (1/n) ketika dibanding dengan I	Values for Inverse Comparison

\*Digunakan ketika saat menentukan pair-wise comparison matrix

## CRITERIA WEIGHTS

\*Row Arithmetic Mean

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n}$$

\*Bisa juga  
memakai  
geometric mean,  
bedanya jumlah  
diganti jadi kali

## COLUMN SUMS

$$c_i = \sum_{j=1}^n r_{ij}$$

## CHECK CONSISTENCY

$$\lambda_{max} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i \times \bar{x}_i}{n}$$

## CONSISTENCY INDEX (C.I.)

$$C.I. = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

## CONSISTENCY RATIO (C.R.)

$$C.R. = \frac{C.I.}{R.I.}$$

## NORMALIZED ALTERNATIVE MATRIX

For Cost Criteria :

$$\text{Normalized Value} = \frac{\min(\text{value})}{\text{current value}}$$

## RANDOM CONSISTENCY INDEX (R.I.)

Matrix Size	Random Consistency Index (R.I.)
1	0.00
2	0.00
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24
7	1.32
8	1.41
9	1.45
10	1.49

For Benefit Criteria :

$$\text{Normalized Value} = \frac{\text{current value}}{\max(\text{value})}$$

# CASE STUDY : BUYING A PHONE

Diketahui perbandingan setiap HP adalah sebagai berikut.

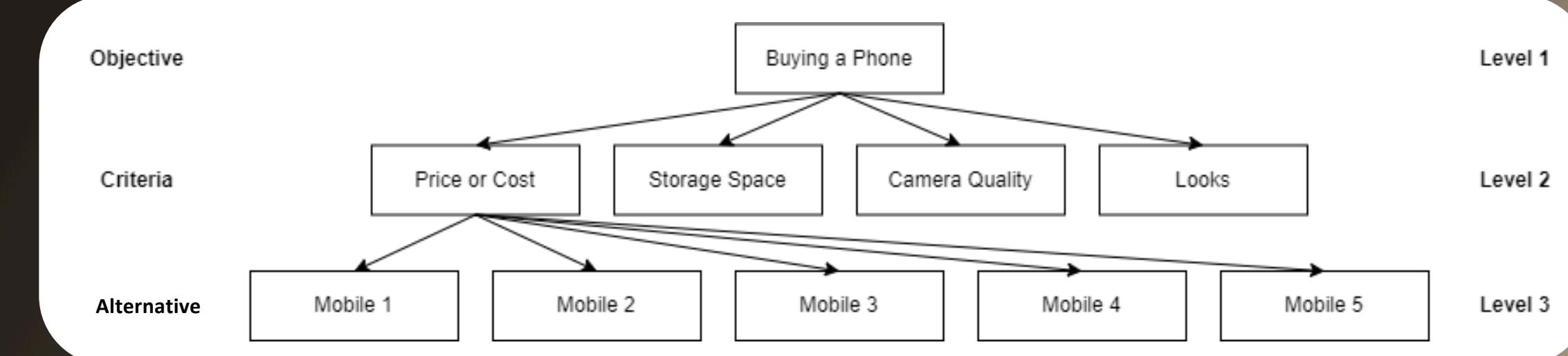
Attribute / Criteria	Price or Cost	Storage Space	Camera	Looks
Mobile 1	250 \$	16 GB	12 MP	5
Mobile 2	200 \$	16 GB	8 MP	3
Mobile 3	300 \$	32 GB	16 MP	4
Mobile 4	275 \$	32 GB	8 MP	4
Mobile 5	225 \$	16 GB	16 MP	2

Biasanya di setiap studi kasus ada langsung diberitahu matriks perbandingan.

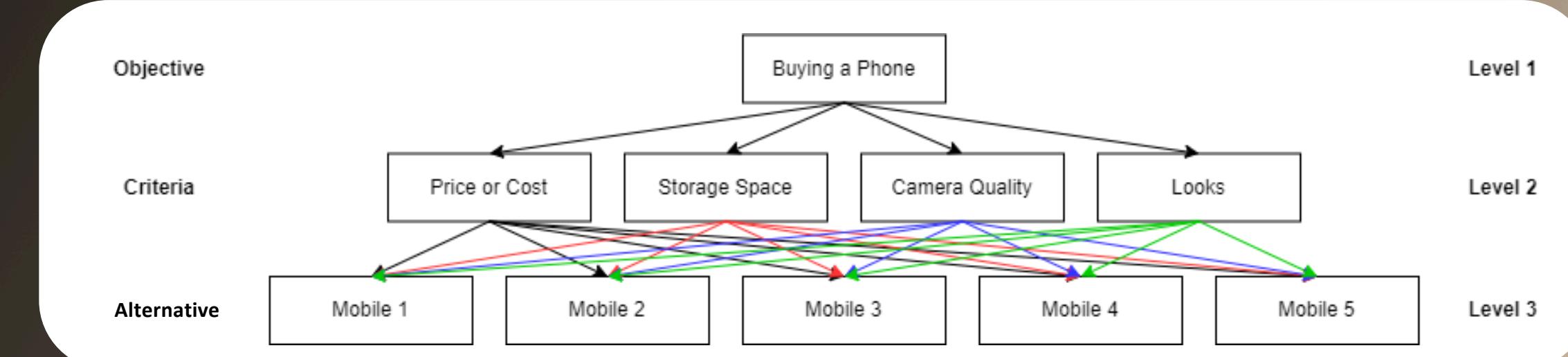
Jika tidak diberitahu, maka caranya adalah dengan menggunakan tabel scale of relative importance yang penilaiannya dilakukan secara subjektif.

Contohnya ada di slide selanjutnya.

Otomatis, secara hierarki akan memberikan gambaran berikut.



Secara lengkap, maka gambarannya adalah sebagai berikut.





## CASE STUDY : BUYING A PHONE

Penentuan matriks perbandingan :

1. Price or Cost is of a strong importance than Storage Space, maka :

$$\text{Storage space} = x \text{ value}$$

$$\text{Price or Cost} = 5x \text{ value}$$

Attribute / Criteria	Price or Cost	Storage Space	Camera	Looks
Price or Cost		$5x / x = 5$		
Storage Space	$x / 5x = 1/5$			
Camera				
Looks				

2. Price or Cost is of moderate to strong importance than Camera, maka :

$$\text{Camera} = x \text{ value}$$

$$\text{Price or Cost} = 4x \text{ value}$$

3. Camera is of equal to moderate importance than Storage Space, maka :

$$\text{Camera} = 2x \text{ value}$$

$$\text{Storage Space} = x \text{ value}$$

4. Price or Cost is of very strong importance than Looks, maka :

$$\text{Looks} = x \text{ value}$$

$$\text{Price or Cost} = 7x \text{ value}$$

5. Storage Space is of moderate importance than Looks, maka :

$$\text{Looks} = x \text{ value}$$

$$\text{Storage Space} = 3x \text{ value}$$

6. Camera is of moderate importance than Looks, maka :

$$\text{Looks} = x \text{ value}$$

$$\text{Camera} = 3x \text{ value}$$

Secara lengkap, maka terbentuk matriks perbandingan sebagai berikut.

Attribute / Criteria	Price or Cost	Storage Space	Camera	Looks
Price or Cost	1	5	4	7
Storage Space	0.2	1	0.5	3
Camera	0.25	2	1	3
Looks	0.14	0.33	0.33	1
Sum	1.59	8.33	5.83	14

Normalisasikan matriksnya dengan membagi jumlah tiap kriteria, mendapatkan nilai eigen.

$$r_{11} = 1 / 1.59 = 0.6289$$

$$r_{12} = 0.2 / 1.59 = 0.1258$$

Attribute / Criteria	Price or Cost	Storage Space	Camera	Looks
Price or Cost	0.6289	0.6002	0.6861	0.5
Storage Space	0.1258	0.12	0.0858	0.2143
Camera	0.1572	0.2401	0.1715	0.2143
Looks	0.0898	0.04	0.0572	0.0646

Hitung criteria weights / arithmetic mean dari setiap row.

$$\bar{x}_1 = (0.6289+0.6002+0.6861+0.5)/4 \\ = 0.6038$$

Attribute / Criteria	Criteria Weights
Price or Cost	0.6038
Storage Space	0.1365
Camera	0.1958
Looks	0.0646

## CASE STUDY : BUYING A PHONE

Menghitung jumlah tiap kolom dari matriks ternormalisasi :

Attribute / Criteria	Column Sums
Price or Cost	1.0017
Storage Space	1.0003
Camera	1.0006
Looks	0.9932

Check Consistency :

$$\begin{aligned}\lambda_{\max} &= ((1.0017 * 0.6038) + \\ &(1.0003 * 0.1365) + \\ &(1.0006 * 0.1958) + \\ &(0.9932 * 0.0629)) / 4 \\ &= 1.00085\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C.I. &= (1.00085 - 1) / (4 - 1) \\ &= -0.333\end{aligned}$$

$$C.R. = -0.333 / 0.9 = -0.369$$

Karena C.I. negatif, mengindikasikan perfect consistency

Karena C.R. negatif, mengindikasikan konsisten

R.I. = 0.9 karena n = 4 (Lihat tabel Random Consistency Index)

Notes :

- Jika  $CI/CR \leq 0.1$ , maka konsistensi hierarki diterima
- Jika  $CI/CR > 0.1$ , maka penilaian data judgement harus diperbaiki

Notes :

- Jika  $CR \leq 0.1$ , maka matriks dikatakan konsisten
- Jika  $CR > 0.1$ , maka matriks dikatakan tidak konsisten
- Konsisten adalah kesetaraan nilai bobot yang diberikan antar kriteria-kriteria

Karena konsisten, maka criteria weights digunakan untuk memilih alternatif. Contoh ini memakai alternatif yang ada di tabel perbandingan tiap HP.

Normalisasikan tabelnya ke dalam bentuk matrix, dengan syarat :

- Untuk kriteria benefit (Isi kualitas lebih tinggi lebih baik seperti Storage, Camera, Looks)
- Untuk kriteria cost (Isi kualitas lebih rendah lebih baik seperti Price or Cost)

Attribute / Criteria	Price or Cost	Storage Space	Camera	Looks
Mobile 1	0.8	0.5	0.75	1
Mobile 2	1	0.5	0.5	0.6
Mobile 3	0.67	1	1	0.8
Mobile 4	0.73	1	0.5	0.8
Mobile 5	0.89	0.5	1	0.4

Criteria Weights	0.6038	0.1365	0.1958	0.065

$$\begin{aligned}Mobile 1 &= (0.8 * 0.6038) + (0.5 * 0.1365) + (0.75 * 0.1958) + \\ &(1.0 * 0.0646) = 0.7627\end{aligned}$$

Alternatives	Final Scores	Rank
Mobile 1	0.7627	4
Mobile 2	0.8087	2
Mobile 3	0.7885	3
Mobile 4	0.7269	5
Mobile 5	0.8273	1

Kalikan matriks dengan tiap weights untuk mendapatkan ranking pemilihan HP.

∴ Maka, dalam permasalahan ini pilihan terbaik untuk membeli HP adalah jenis HP Mobile 5



DEVELOPER - LOUIS GABRIEL HERNANDES



Ignatius Steven

**Links:**

- [https://en.wikipedia.org/wiki/Analytic\\_hierarchy\\_process](https://en.wikipedia.org/wiki/Analytic_hierarchy_process)
- <https://www.spicelogic.com/docs/ahpsoftware/intro/ahp-calculation-methods-396>

**Paper:**

- <https://www.doi.org/10.37394/232025.2023.5.15>
- <https://www.doi.org/10.3390/a17010001>
- <https://www.doi.org/10.5380/RF.V50I3.65146>
- [https://www.doi.org/10.1007/978-3-030-60392-2\\_5](https://www.doi.org/10.1007/978-3-030-60392-2_5)
- <https://www.doi.org/10.54097/fbem.v9i3.9578>
- <https://www.doi.org/10.1155/2016/8963214>
- <https://www.doi.org/10.1117/12.3011631>
- <https://www.doi.org/10.1088/1755-1315/1143/1/012022>
- <https://www.doi.org/10.2478/mspe-2022-0039>
- <https://doi.org/10.3390/math10081206>

**Video:**

- <https://youtu.be/dC4B-0rMPLA?si=k-FBGbwyLhES4HSi>
- <https://youtu.be/J4T70o8gjlk?si=Pnstd7YOP6aaCs4Z>
- <https://youtu.be/18GWVtVAAzs?si=Tr2PO5CZ4Ik1EFBu>
- <https://youtu.be/LTyM8ONus-8?si=39vifYpJdwmvCcJX>
- <https://youtu.be/RLvDgwQZBoQ?si=K7CF5obUA5bH1dJK>
- <https://youtu.be/K3maOypAd4A?si=foNAav7v4KHbn5Ub>

**Rangkuman Penjelasan :**<https://youtu.be/Oo4wlQI9Tts>

**<https://youtu.be/Oo4wlQI9Tts>**