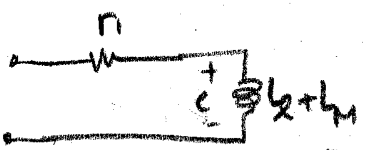
به خاطر کاهش مقاومت سیم پیچ اولیه r_1 ، شکل کلی φ و $\frac{d\varphi}{dt}$ کاهش یافته به صورت سینوسی شده است

به صورت یک موج سینوسی در می‌آید

در واقع به ازای i_m بزرگ، افت روی امپدانس اولیه r_1 ← emf تولیدی ↓ ← شار

هسته محدود می‌شود

از R_c صرف نظر می‌شود



$$v_1 = v_{m1}\sin(\omega t+\theta) = N_1\frac{d\varphi_t}{dt} + r_1 i_\varphi$$

$$i_\varphi \simeq i_m \quad \text{چون } i_c \text{ کم}$$

اگر شار هسته تمام پیچه‌ها را در برگیرد ⟸ اندوکتانس سیم پیچ اولیه $L_1 = N_1\frac{\varphi_t}{i_\varphi}$

L_1 ثابت نیست و به نقطه کار روی B-H بستگی دارد ولی برای سادگی فرض کنیم

$$i_\varphi = \frac{N_1\varphi_t}{L_1}$$

$$\Rightarrow v_{m1}\sin(\omega t+\theta) = N_1\frac{d\varphi_t}{dt} + \frac{N_1 r_1}{L_1}\varphi_t$$

$$\frac{d\varphi_t}{dt} + \frac{r_1}{L_1}\varphi_t = \frac{v_{m1}}{N_1}\sin(\omega t+\theta)$$

جواب عمومی :

$$\frac{d\varphi_t}{dt} + \frac{r_1}{L_1}\varphi_t = 0 \rightarrow \left(p+\frac{r_1}{L_1}\right)\varphi_t = 0$$

$$\varphi_{t,\text{عمومی}} = C\, e^{-\frac{r_1}{L_1}t}$$

جواب خصوصی

$$\varphi_t = A\sin(\omega t+\varphi)$$

$$v_{m1}\sin(\omega t+\theta) = N_1\cdot A\cdot\omega\cos(\omega t+\varphi) + \frac{N_1 r_1}{L_1}A\sin(\omega t+\varphi)$$

$$v_{m1}\sin(\omega t+\theta) = \sqrt{N_1^2A^2\omega^2 + \frac{N_1^2 r_1^2}{L_1^2}A^2}\,\sin\left(\omega t+\varphi+tg^{-1}\frac{N_1 A\omega}{\frac{N_1 r_1}{L_1}A}\right)$$

$$v_{m_1} = N_1 A \sqrt{\omega^2 + \frac{r_1^2}{L_1^2}}$$

$$\rightarrow A = \frac{v_{m1}}{N_1 \sqrt{\omega^2 + \left(\frac{r_1}{L_1}\right)^2}}$$

$$\omega t + \theta = \omega t + \varphi + tg^{-1} \frac{N_1 A \omega L_1}{N_1 r_1 A}$$

$$\varphi = \theta - tg^{-1} \frac{\omega L_1}{r_1}$$

$\Rightarrow$ جواب خصوصی

$$\frac{v_{m_1}}{N_1 \sqrt{\omega^2 + \left(\frac{r_1}{L_1}\right)^2}} \sin\left(\omega t + \theta - tg^{-1} \frac{\omega L_1}{r_1}\right)$$

$r_1 \ll L_1$

بنابراین جواب معادله :

$$\varphi_t = c\, e^{\frac{-r_1}{L_1} t} + \frac{v_{m1}}{N_1 \sqrt{\quad}} \sin\left(\omega t + \theta - \underbrace{\tan^{-1} \frac{\omega L_1}{r_1}}_{\simeq \pi/2}\right)$$

مقدار ثابت c از شرایط اولیه : در لحظه‌ی شلیک $\pm \varphi_r$ است :

$t = 0$

$$\pm \varphi_r = C + \frac{v_{m1}}{N_1 \quad \omega} \sin\left(\quad \theta - \underbrace{\tan^{-1} \frac{\omega L_1}{r_1}}_{\simeq \pi/2}\right)$$

$$c = \pm \varphi_r + \cos\theta \times \underbrace{\frac{v_m}{N_1 \omega}}_{\varphi_{max}}$$

مرحله

$$\Rightarrow \varphi_t = (\varphi_{max} \cos\theta \pm \varphi_r) e^{-\frac{r_1}{L_1} t} \rightarrow \varphi_m \cos(\omega t + \theta)$$

$\Rightarrow$ if v_{max} ... کلید زنی $\Rightarrow \theta = \pi/2$, $\varphi_r = 0$

$$v_1 = v_m \sin(\omega t + \pi/2) = v_{m_1} \cos\omega t$$

$$\varphi_t = (\varphi_m \cos\pi/2 \mp 0) e^{-r_1/L_1 t} - \varphi_m \cos(\omega t + \pi/2)$$

$$= \varphi_m \sin\omega t$$

کلید زنی در حوالی π $\theta = 0$ $\varphi_r > 0$ $v_1 = v_{m_1} \sin\omega t$

$$\varphi_t = (\varphi_m + \varphi_r) e^{-r_1/L_1 t} - \varphi_m \cos(\omega t)$$

$\omega t = \pi$ ...

$$\varphi_t = (\varphi_m + \varphi_r) e^{-\frac{r_1}{L_1}\frac{\pi}{\omega}} - \varphi_m \cos\pi$$

"معمولا" $L_1\omega \gg \pi r_1 \Rightarrow e^{-\frac{r_1}{L_1}\frac{\pi}{\omega}} \longrightarrow 1$

$$\varphi_t = 2\varphi_M + \varphi_r$$