نام و نام خانوادگی : نوید نادری علی زاده - شماره ی دانشجویی : ۸۶۱۰۸۷۴۴ - رشته : مهندسی برق - گروه : ۱ - زیر گروه : ۲ - تاریخ انجام آزمایش : ۸۶/۱۲/۲۵ - ساعت : ۱۰:۱۵ -دستیار آموزشی : خانم فضل علی

آزمایش شماره ی ۲

عنوان آزمایش: اندازه گیری چگالی به روش ارشمیدس و اندازه گیری زمان عکس العمل شخص

هدف: اندازه گیری نیروی ارشمیدس و آشنایی با توزیع گاوسی و مفاهیم آماری و اندازه گیری های تجربی

وسایل مورد نیاز:

آزمایش اول :

۱-دو نیروسنج با دو دامنه ی ماکسیمم ۱ و ۲.۵ نیوتونی ۲ - پایه و گیره برای نگه داشتن نیروسنج ۳ - بشر ۵۰۰ میلی لیتری ۴ - جک برای بالا و پایین آوردن بشر آب

آزمایش دوم:

۱ – دستگاه اندازه گیری زمان واکنش

نظريه

• نیروی ارشمیدس، نیروی وارد از سوی مایع است بر جسمی که در آن فرو می رود و مقدار آن برابر وزن مایع جابجا شده توسط جسم است و جهت آن در خلاف جهت نیروی وزن. این نیرو به دلیل اختلاف فشار نقاط پایینی و بالایی جسم غوطه ور بوجود می آید که مقدار آن برابر $\Delta P = \rho gh$ است. اگر طرفین معادله ی فوق را در $\Delta P = \rho gh$ عنی سطح مقطع جسم ضرب کنیم، داریم:

$$\Delta PA = \rho g hA$$

$$\begin{cases} \Delta PA = B \\ hA = V \end{cases} \Rightarrow B = \rho g V$$

که در این معادله ، V برابر حجم جسم غوطه ور و ρ برابر چگالی مایع است.

از این معادله همچنین این نتیجه ی آشنا حاصل می شود که اگر چگالی جسم از چگالی مایع کمتر باشد، در آب فرو خواهد ماند و اگر بیشتر باشد، در آب فرو خواهد رفت.

• در طبیعت توزیع داده ها معمولا به صورت گاوسی است که نمودار گاوسی نموداری است کوهان مانند و نشان می دهد داده های آزمایش حول قله ی این نمودار که در میانگین داده هاست، پراکنده شده اند.

روند انجام آزمایش

قسمت اول، نیروی ارشمیدس:

ابتدا نیروسنج را روی پایه آویزان می کنیم و خطای صفر آنها را محاسبه می کنیم که برای نیروسنج اول ، برابر ۲۰۰۱ نیوتون و برای نیروسنج دوم ، برابر ۲۰۰۵ نیوتون است.در تمام محاسبات بعدی ، این خطاها را از مقادیر اندازه گیری شده کم می کنیم.سپس برای تک تک وزنه ها این مراحل را انجام می دهیم :

نخست با آویختن وزنه از نیروسنج ، وزن وزنه (T1) را می خوانیم.سپس بشر را در زیر وزنه قرار داده و جک را آنقدر بالا می آوریم که وزنه به تمامی داخل آب قرار گیرد.در این حالت ، عدد نیروسنج (T1/g) را می خوانیم.همانطور که می دانیم ، جرم وزنه ، برابر g) نیز برابر g) نیز برابر g است.از روی این مقادیر و روابط زیر ، می توان شیب خط نمودار جرم بر حسب نیروی ارشمیدسی و همچنین چگالی فلز را محاسبه کرد :

$$V = M / \rho_{\textit{metal}} \Rightarrow \begin{cases} T_1 - T_2 = B \\ B = \rho_{\textit{water}} \ gV \end{cases} \Rightarrow B = \rho_{\textit{water}} \ gM / \rho_{\textit{metal}}$$

$$M = \frac{\rho_{\textit{metal}}}{\rho_{\textit{water}} \ g} B$$

در این حالت شتاب گرانش زمین را ۹.۷۸ متر بر مجدور ثانیه و چگالی آب را ۱۰۰۳.۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب فرض می کنیم.

قسمت دوم، اندازه گیری زمان عکس العمل شخص:

دستگاه اندازه گیری زمان واکنش ، دو کلید start و stop دارد. یک نفر دکمه ی start را می زند و پس از مدتی نامشخص و تصادفی ، چراغ های دستگاه روشن می شوند.نفر دوم (شخص مورد آزمایش) به محض دیدن روشن شدن چراغ ها ، دکمه ی stop را باید فشار دهد.بدین طریق زمان واکنش شخص دوم بر حسب هزارم ثانیه توسط دستگاه نمایش داده می شود.

این آزمایش در ۴ مرحله ، ابتدا برای دست راست و چپ نفر اول و به همین ترتیب برای نفر دوم انجام می شود و در هر مرحله ، آزمایش ۶۰ بار تکرار می گردد.

جدول ۱

М	١	٢	٣	۴	۵	۶	γ	٨	٩	١٠
T, (N)	١٢.٠	۲۹.۰	٠.۶٣	۰.۸۵	1.1•	1.4.	۱.۷۵	7.7•	7.7۵	-
T _r (N)	٠.١۴	۸۲.۰	٠.۴١	۰.۵۴	۰.۶۵	۵۸.۰	1.7•	1.70	1.4.	-
$B = T_{v} - T_{r}(N)$	٠.٠٧	٠.١۵	٠.٢٢	۱۳.۰	۰.۴۵	۵۵.۰	۵۵. ۰	۰.۹۵	۵۸.۰	-

جدول ۲ - زمان واکنش اندازه گیری شده ی نفر اول (دست راست)

790	488	77.	774	۱۹۸	74.	7.4	191	198	7.7
197	۳۵۰	188	777	۲٠٩	774	754	۱۸۶	۱۷۵	٣١٠
١٨٣	717	199	۲٠٩	۱۷۹	۲۱۰	١٨٣	١٧٧	77.	۱۸۵
717	7.7	١٨٣	777	745	777	789	7.7	184	717
757	7775	7.4	717	٣٠٠	779	718	777	۲۳۵	777
704	757	747	708	۲۵۳	۲۵۹	۲۲۵	757	7779	4.4

نام آزمایشگر داده های جدول : نوید نادری علی زاده

جدول ۳ - زمان واکنش اندازه گیری شده ی نفر اول با دست دیگر (دست چپ)

471	777	7.4	۱۷۰	١٨١	779	۲۰۶	۱۸۵	18.	775
718	19.	178	714	77.	۲۰۶	7775	777	189	188
7.9	7.4	719	751	741	۱۷۰	۲۷۵	۲۸۳	775	198
74.	۲۳۵	777	۸۲۲	779	74.	744	754	۲9 ۶	744
751	۲۵۰	747	754	754	۲۱۸	74.	١٨٢	717	775
7.7	749	771	74.	۲۰۶	۳۰۰	۲۸۱	779	١٨٨	۲۰۵

نام آزمایشگر داده های جدول : نوید نادری علی زاده

جدول ۴ - زمان واکنش اندازه گیری شده ی نفر دوم (دست راست)

719	7.1	١٢٧	191	174	١٧٢	747	147	7.9	717
714	١٨١	18.	18.	471	۱۷۰	149	١٣٢	۱۵۸	778
474	191	١٣٠	٧٣	۱۲۵	181	174	١٣٣	17.	۱۵۲
۱۷۸	۲۱۰	7.7	۱۸۷	744	741	۲۰۰	١٨٣	۱۵۸۶	771
777	۱۹۵	۱۹۸	7.9	۱۸۵	749	704	187	751	۱۷۹
777	759	7.1	194	799	۲۲۵	777	749	7,74	۲۰۶

نام آزمایشگر داده های جدول : سجاد هادئی

جدول Δ – زمان واکنش اندازه گیری شده ی نفر دوم با دست دیگر (دست چپ)

۲۰۶	717	107	۱۸۰	۱۷۹	۲۸٠	۳۵۸	۱۵۰	7 - 1	۳۱۹
707	۱۸۸	7.7	۱۵۵	408	177	۱۵۹	174	717	١٧٢
777	۸۳	18.	۱۷۰	74.	۲۰۶	180	844	780	۱۷۰
717	701	۱۸۸	777	181	171	۱۷۰	774	191	741
797	777	۲۰۸	7.7	7.7	۲۲۸	١٧٢	739	۱۷۳	714
777	77.	779	7.7	181	197	۱۹۵	198	717	١٨٧

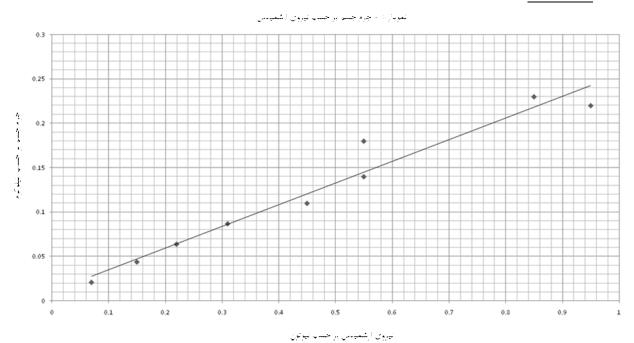
نام آزمایشگر داده های جدول : سجاد هادئی

در ۱۰ بازه به طول مساوی (۲۰)	جدول H۲ - فراوانی داده های جدول ۲	در ۱۰ بازه به طول مساوی (۱۶)	جدول H۳ - فراوانی داده های جدول ۳	
فراواني	بازه های زمانی	فراواني	بازه های زمانی	
۵	181-11.	۵	108-141	
1.	111-7	۴	177-177	
14	T • 1 – T T •	۵	111-7-4	
١٢	771-74.	1.	7.4-719	
۶	741-75.	١٣	77770	
۶	T81-TA+	٩	78-701	
٣	۲۸۱-۳۰۰	۵	TDT-78V	
۲	٣٠١-٣٢٠	۵	781-714	
•	WY 1 - WF •	١	7A4-799	
1	741-75.	۲	W· ·- TI &	
در ۱۰ بازه به طول مساوی (۲۱)	جدول H۴ - فراوانی داده های جدول ۴	ر ۱۰ بازه به طول مساوی (۲۴)	جدول H۵ - فراوانی داده های جدول ۵ در	
فراواني	بازه های زمانی	فراوانی	بازه های زمانی	
۶	171-141	1	171-188	
٨	147-157	٨	140-181	
٨	184-184	١٣	189-197	
11	114-7.4	18	198-718	
١٠	۲・ ۵−۲۲۵	٩	71V-7F•	
۴	779-749	٣	741-754	
۴	747-757	۴	780-711	
٣	781-711	١	717-927	
1	۲۸۹-۳ ۰ ۹	1	W1W_WW8	
•	,,,,,			

تذکر: در جدول H۲، عدد ۴۶۶، در جدول H۳، عدد ۴۲۱، در جدول H۴، اعداد ۴۸۱، ۷۳ و ۱۵۸۶ و در جدول H۵، اعداد ۴۵۶، ۸۳ و ۶۴۴ را در نظر نگرفتیم و نخواهیم گرفت.

خواسته ها ی آزمایش اول

خواسته ی ۱



است. $\frac{\sum (x_i - \overline{x})y_i}{\sum (x_i - \overline{x})^2}$ بدست می آید که برای این نمودار برابر $\frac{\sum (x_i - \overline{x})y_i}{\sum (x_i - \overline{x})^2}$ است. عرض از مبدا نیز از رابطه ی $\overline{y} - a\overline{x}$ بدست می آید که در این نمودار مقدار آن 0.01kg است.

خواسته ی ۲

می دانیم $G = \frac{\rho_{Metal}}{\rho_{Water}}$ بنابراین شیب خط برابر $\frac{\rho_{Metal}}{\rho_{Water}}$ است، و ما مقادیر چگالی آب و شتاب ثقل را می انیم، بنابراین:

$$\frac{\rho_{Metal}}{\rho_{Water}g} = 0.24$$

$$\Rightarrow \rho_{Metal} = 1003.50 \frac{kg}{m^3} \times 9.78 \frac{m}{s^2} \times 0.24 \frac{kg}{N} \approx 2.4 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

خواسته ی ۳

می دانیم رگرسیون عددی بین 1-e و 1 و معیاری است برای اینکه اعداد ما تا چه حد از خطی که از آنها می گذرانیم نزدیک هستند یا به عبارتی خط عبوری ما تا چه حد داده ها را توصیف می کند و اینکه خط عبوری معیار مناسبی برای توصیف داده های بدست آمده هست یا خیر. هرچه رگرسیون به 1 یا 1-i نزدیک تر باشد، خط عبوری برای توصیف داده ها مناسب تر است. در این حالت که رگرسیون 1 بدست آمده، یعنی داده ها تا حد نسبتا زیادی در نزدیکی خط عبوری ما قرار دارند و تا حد خوبی می توان آنها را با این خط تقریب زد.

خواسته ی ۴

می دانیم مقدار خطای شیب خط
$$\Delta a pprox \sqrt{rac{1}{\sum (x_i - \overline{x})^2}} rac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{N-2}$$
 است که در این حالت

است. از طرفی
$$0.02 \frac{kg}{N}$$

$$\rho_{\textit{Metal}} = \rho_{\textit{Water}} g a \Rightarrow \Delta(\rho_{\textit{Metal}}) = \rho_{\textit{Water}} g \Delta a = 1003.50 \frac{kg}{m^3} \times 9.78 \frac{m}{s^2} \times 0.02 \frac{kg}{N} \cong 1.96 \times 10^2 \frac{kg}{m^3}$$

مقدار خطای نسبی چگالی فلز هم از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$\frac{1.96 \times 10^2}{2.4 \times 10^3} \times 100\% \cong 8.17\%$$

خواسته ی ۵

می دانیم خطای عرض از مبدا
$$\sqrt{\left(\frac{1}{N} + \frac{\overline{x}^2}{\sum (x_i - \overline{x})^2}\right) \frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{N-2}}$$
 است که برای این داده ها مقدار

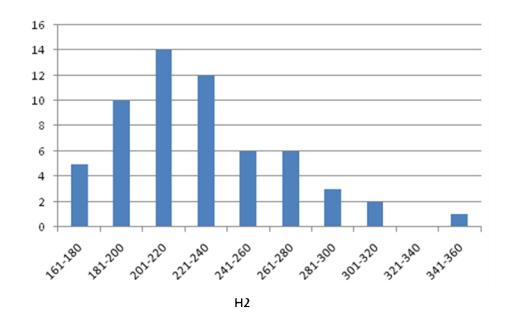
0.01kg است. از طرفی مقدار خود b از نمودار b از نمودار b است. از لحاظ تئوری عرض از مبدا باید صفر باشد و از محاسبات ما این طور بدست می آید که عرض از مبدا بین b تا b کیلوگرم است که با انتظارات تئوری هم خوانی دارد.

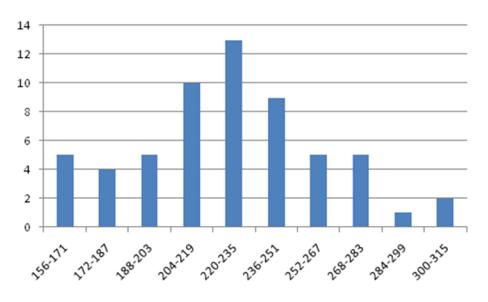
أست!
$$\frac{0.01}{0.01} = 100\%$$
 است! خطاى نسبى عرض از مبدا هم مساوى

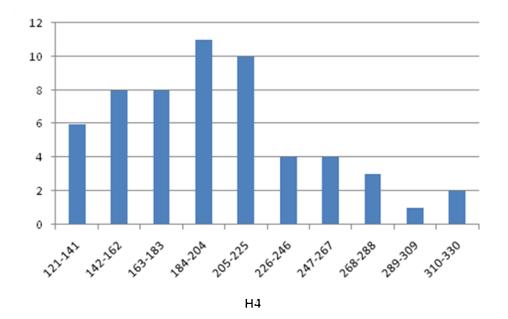
خواسته های آزمایش دوم

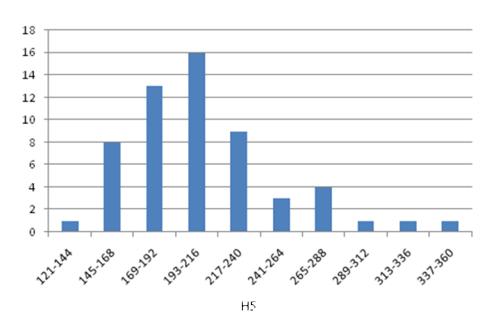
خواسته ی ۱

توزیع داده های مربوط به داده های جداول H۲ تا H۵ به ترتیب در نمودارهای زیر آورده شده است :









شکل کلی این نمودارها همان طور که انتظار می رفت، به صورت گاوسی است.

خواسته ی ۲

مقادیر خواسته شده در جدول ۶ آورده شده است:

میانگین	انحراف معيار	جدول
771	4 6	۲

جدول ۶ - انحراف معیار و میانگین داده های جداول ۲ تا ۵

میانگین	انحراف معيار	جدول
۸۲۲	٣٩.٣	٢
777	۸.۵۳	٣
7.1	۴۸.۱	۴
7.7	44.1	۵

داده های آماری در یک پدیده ی تصادفی، به صورت یک نمودار گاوسی پراکنده می شوند که قله ی این نمودار روی میانگین اعداد است. با دقت در اعداد بالا و با توجه به نمودارهای ۲ تا ۵، مشاهده می شود که قله ی نمودارها در حوالی میانگین هستند.

انحراف معیار ، معیاری است از پراکندگی داده ها.هر چه مقدارش بیشتر باشد ، نشان می دهد که پراکندگی اکثر داده ها حول میانگین بیشتر است و هر چه کمتر باشد ، نشان دهنده ی نزدیک بودن اکثر داده ها به میانگین است.می توان نشان داد حدود ٪۶۸ داده های در بازه ای حول میانگین و به شعاع انحراف معیار قرار داند. (حدود ٪۹۵ داده ها در بازه ای به همین مرکز و به شعاع دو برابر انحراف معیار هستند.)

با توجه به انحراف معیارهای بدست آمده از جداول فوق، می توان گفت داده های جدول ۴ خیلی پراکنده است (نمودار ۴ نیز این موضوع را نشان می دهد چون خیلی باز است) و بعد از آن به ترتیب جداول ۵ و ۲ و ۳ قرار دارند به صورتی که نمودارهای ۲ و ۳ نسبت به دو تای دیگر جمع تر هستند. (چون انحراف معیار آنها بسیار به هم نزدیک است، نمی توان از روی شکل تشخیص داد که کدام یک جمع ترند.)

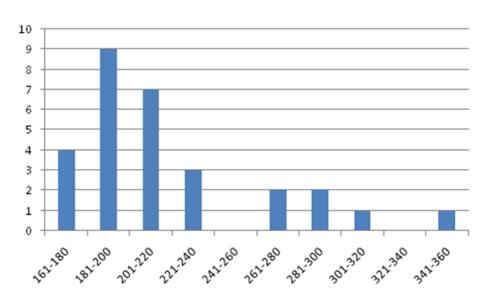
خواسته ی ۳

• جدول ۲

جدول ۷ – فراوانی داده های نیمه ی اول جدول ۲ در ۱۰ بازه به طول مساوی (۲۰)

بازه	فراواني
181 - 11.	۴
111 - 7	٩
7 - 1 - 77 -	٧
771 - 74.	٣
741 – 75.	•
751 - 71.	٢
71 - 7	٢
W·1 - WY·	١
771 - 74.	•
WF1 - WS.	١

انحراف معیار: ۴۵.۴ میانگین: ۲۱۹

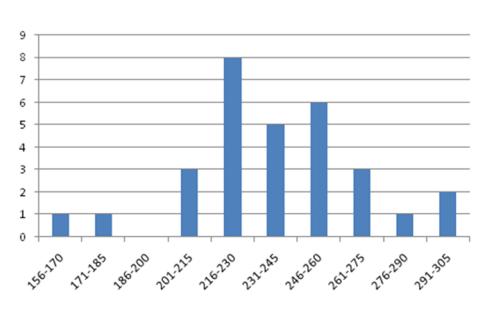


تمودار توزیع داده های تیمه ی اول حدول ۲

جدول ۸ – فراوانی داده های نیمه ی دوم جدول ۲ در ۱۰ بازه به طول مساوی (۱۵)

بازه	فراواني
108-14.	١
171-110	١
118-7	٠
7.1-710	٣
T18-TT•	٨
771-740	۵
T48-T8•	۶
781-770	٣
۲۷۶-۲۹ <i>۰</i>	١
791-80	٢

انحراف معیار: ۳۰.۷ میانگین: ۲۳۷

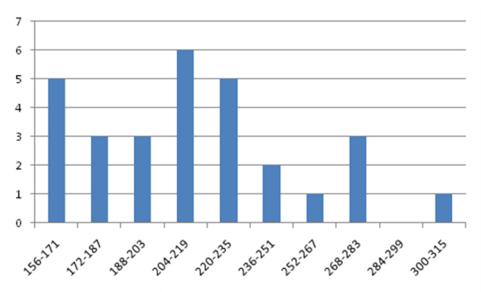


تمودار توزیع داده های نیمه ی دوم حدول ۲

جدول ۳
 جدول ۹ - فراوانی داده های نیمه ی اول جدول ۳ در ۱۰ بازه به طول مساوی (۱۶)

بازه	فراواني
108-141	۵
177-177	٣
111-7-4	٣
7.4-719	۶
۲۲۰-۲۳۵	۵
۲۳۶-۲۵۱	٢
787-787	١
۲ ۶۸-۲۸۳	٣
714-799	٠
۳۰۰-۳۱۵	١

انحراف معیار: ۳۹.۱ میانگین: ۲۱۵

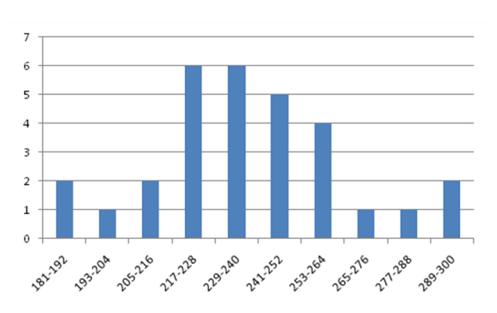


تمودار توزیع داده های نیمه ی اول حدول ۳

جدول ۱۰ – فراوانی داده های نیمه ی دوم جدول ۳ در ۱۰ بازه به طول مساوی (۱۲)

'-	
بازه	فراواني
111-197	٢
194-204	١
T·0-718	۲
717-777	۶
779-74.	۶
741-757	۵
78T-78F	۴
780-778	١
777-777	١
۲۸۹-۳۰۰	٢

انحراف معیار : ۲۸.۶ میانگین: ۲۳۹

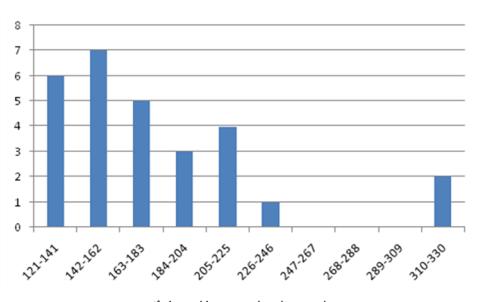


تمودار توزیع داده های نیمه ی دوم حدول ۳

• جدول ۴ جدول ۱۱ - فراوانی داده های نیمه ی اول جدول ۴ در ۱۰ بازه به طول مساوی (۲۱)

بازه	فراواني	
171-141	۶	
147-157	٧	
184-184	۵	
114-7.4	٣	
۲۰۵-۲۲۵	۴	
778-748	١	
747-757	•	
۲ ۶۸-۲۸۸	٠	
719-44	٠	
W1 • - WW •	٢	

انحراف معیار: ۵۱.۴ میانگین: ۱۸۱

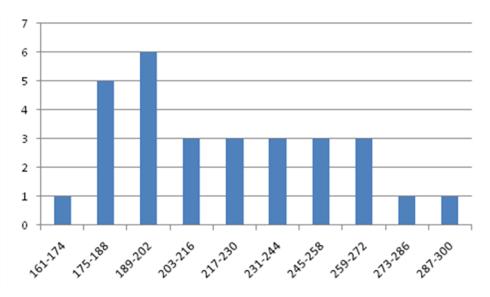


تمودار توزیع داده های نیمه ی اول حدول ۴

جدول ۱۲ – فراوانی داده های نیمه ی دوم جدول ۴ در ۱۰ بازه به طول مساوی (۱۴)

بازه	فراواني	
181-144	١	
170-111	۵	
119-707	۶	
7.4-718	٣	
71V-7T•	٣	
777-788	٣	
740-701	٣	
789-777	٣	
777-778	١	
۲۸۷-۳۰۰	١	

انحراف معیار: ۳۵.۴ میانگین: ۲۲۱

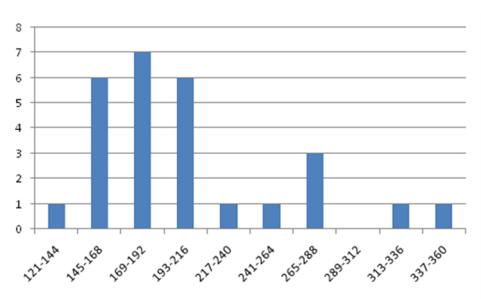


تمودار توزیع داده های نیمه ی دوم حدول ۴

جدول ۵
 جدول ۱۳ – فراوانی داده های نیمه ی اول جدول ۵ در ۱۰ بازه به طول مساوی (۲۴)

-, -, -		
بازه	فراواني	
171-144	١	
140-181	۶	
189-197	٧	
198-718	۶	
T1V-TF•	١	
741-754	١	
۲۶۵-۲۸ <i>۸</i>	٣	
717-977	٠	
W1W-WW9	١	
*** \- * *	١	

انحراف معیار: ۵۵.۶ میانگین: ۲۰۴

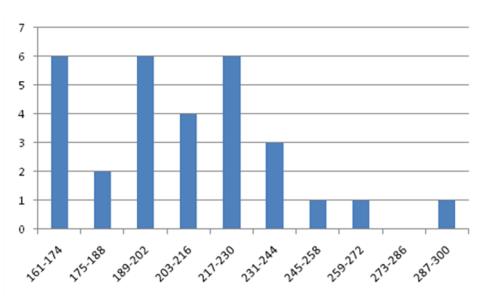


نمودار توزیع داده های نیمه ی اول حدول ۵

جدول ۱۴ – فراوانی داده های نیمه ی دوم جدول ۵ در ۱۰ بازه به طول مساوی (۱۴)

, 6, 1, 6	
بازه ها	فراواني
181-174	۶
۱۷۵-۱۸۸	٢
11-7-7	۶
7.4-718	۴
71V-TT•	۶
777-744	٣
۲۴۵–۲۵۸	١
709-777	١
۲۷۳-۲ <i>۸۶</i>	•
۲۸۷-۳۰۰	١

انحراف معیار : ۳۱.۱ میانگین: ۲۱۰



تمودار توزیع داده های تیمه ی دوم حدول ۵

مسلما مقادیر میانگین و انحراف معیار پیش و پس از دو دسته کردن تفاوت می کند. در جدول ۱۵ این مقادیر یکجا آورده شده است :

نحراف معیار و میانگین پیش و پس از دو دسته کردن	– مقادیر	جدول ۱۵
------------------------------------------------	----------	---------

انحراف معيار	میانگین		
٣٩.٣	۲۲۸	پیش از دو نیمه کردن	
40.4	719	نیمه ی ۱	جدول ۲
٣٠.٧	۲۳۷	نیمه ی ۲	
۸.۵۳	777	پیش از دو نیمه کردن	
٣٩.١	710	نیمه ی ۱	جدول ۳
۲۸.۶	٢٣٩	نیمه ی ۲	
۴۸.۱	۲۰۱	پیش از دو نیمه کردن	
۵۱.۴	1.1.1	نیمه ی ۱	جدول ۴
۳۵.۴	771	نیمه ی ۲	
44.1	7.7	پیش از دو نیمه کردن	
۵۵.۶	7.4	نیمه ی ۱	جدول ۵
٣١.١	71.	نیمه ی ۲	

در مورد هم میانگین و هم انحراف معیار، دیده می شود که یکی از نیمه ها میانگین (و انحراف معیار) بیشتری از کل دارد و یکی کمتر. این پدیده در مورد میانگین واضح است ولی در مورد انحراف معیار می توان آن را اینطور توضیح داد که وقتی یک مجموعه را به دو قسمت تقسیم می کنیم، یک قسمت پراکندگی کمتر و دیگری پراکندگی بیشتری نسبت به کل داده ها دارند تا وقتی کنار هم می آیند، پراکندگی یکی، منظم بودن دیگری را جبران کند.

دلیل تفاوت هم مشخص است، هیچ دو آزمایشی تقریبا پاسخ یکسانی به ما نمی دهند، به دلیل اینکه در دو نیمه، شرایط محیطی کمی متفاوت است، مثلا حواس شخص در یکی جمع تر است، بنابراین میانگین عکس العمل او کمتر است.

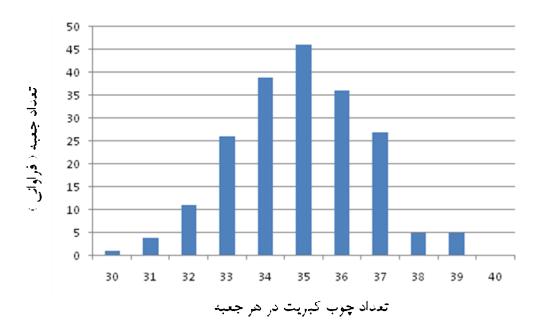
خواسته ی ۴

با توجه به داده ها، می بینیم که میانگین داده های دست راست برای نفر اول ، کمی بیشتر و برای نفر دوم ، کمی کم تر از دست چپ است (ولی این تفاوت چندان زیاد نیست) همچنین انحراف معیار داده های دست راست بیشتر است. بنابراین به طور کلی می توان گفت رفتار آماری دو دست با هم متفاوت هستند.

خواسته ی ۵

بله. میانگین آزمایشگر دوم کمتر از آزمایشگر اول است ولی انحراف معیار او بیشتر از آزمایشگر اول است. (پراکندگی داده های او بیشتر است.) به جرئت می توان گفت که هیچ دو شخصی در دنیا وجود ندارند که رفتار آماری یکسانی نشان دهند.

تمرين الف-



این توزیع شبیه توزیع گاوسی است.

<u>ب –</u>

$$avg = 34.9$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_{i}(x_{i} - \bar{x})^{2}}{\sum f_{i} - 1}} = 1.73$$

<u>-ج</u>

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 0.12$$

<u>-с</u>

باید میانگین به همراه خطای معیار میانگین را روی جعبه بنویسد. اما در اینجا خطای معیار میانگین از خطای شمارش ما که یک کبریت است (یا به عبارتی دقت اندازه گیری ما یک کبریت است) کمتر شده ± 1 بنابراین باید به جای خطای معیار میانگین دقت اندازه گیری را بنویسیم؛ یعنی ± 1 کارخانه باید بنویسد ± 1 .

د –

می دانیم حدود ۹۵ درصد داده ها در بازه ای به مرکز میانگین و شعاع انحراف معیار است، یعنی بین ۳۴ تا ۳۶.