اگر تب — تمرین های حل شده کتاب — تمرین های فصل (فوش؟) از نیمی بگیریم

• ساختن جزوه‌های خلاصه‌ها — نمش که جبران

• روش ماتریسی

- لاپلاس
- فرکانس طبیعی
- قضایای شبکه
- شبکه‌های دوقطبی

$$F(s) \triangleq \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

$$\mathcal{L}[c_1f_1+c_2f_2] = c_1\mathcal{L}(f_1) + c_2\mathcal{L}(f_2)$$

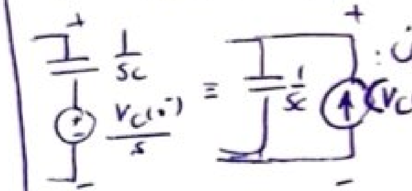
$$\mathcal{L}[f^{(n)}(t)] = s^n\mathcal{L}(f(t)) - s^{n-1}f(0^-) - s^{n-2}f'(0^-) - \dots - f^{(n-1)}(0^-)$$

$$\mathcal{L}\left[\int_{0^-}^{t} f(t')dt'\right] = \frac{1}{s}\mathcal{L}(f(t))$$

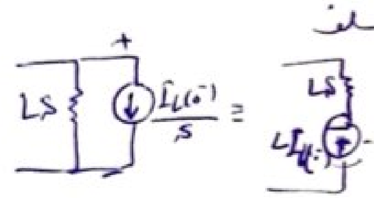
تابع	تبدیل لاپلاس
$\delta(t)$	1
$\delta^{(n)}$	$s^n \quad (n=1,2,\dots)$
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
ke^{at}	$\frac{k}{s-a}$
kt^n	$\frac{kn!}{s^{n+1}}$
kte^{at}	$\frac{k}{(s-a)^2}$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2+a^2}$

$$L(t^nf(t)) = (-1)^n F^{(n)}(s)$$

خازن:



سلف:



تابع متناوب : $F(s) = \frac{\mathcal{L}(f(t))}{1-e^{-Ts}}$ $\quad T$: دوره تناوب

$e^{-at}\cos\beta t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\beta^2}$
$e^{-at}\sin\beta t$	$\frac{\beta}{(s+a)^2+\beta^2}$
$ae^{-at}\cos\beta t + \frac{b-a\alpha}{\beta}e^{-at}\sin\beta t$	$\frac{as+b}{(s+a)^2+\beta^2}$
$2\lvert k\rvert e^{-at}\cos(\beta t+\angle k)$	$\frac{k}{s+a-j\beta} + \frac{\bar{k}}{s+a+j\beta}$

$\mathcal{L}(h(t)) = H(s)$ ← تبدیل لاپلاس پاسخ ضربه همان تابع شبکه است.

$$v(t) = \int_{0^-}^{t^+} h(t-\tau)e(\tau)d\tau$$

پاسخ ضربه — ورودی

$$v(t) = h(t) * e(t)$$
$$V(s) = h(s) \times e(s)$$

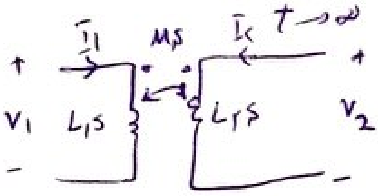
قضیه مقدار اولیه :

$$f(0^+) = \lim_{t\to 0^+} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$$

قضیه مقدار نهایی :

$$f(\infty) = \lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

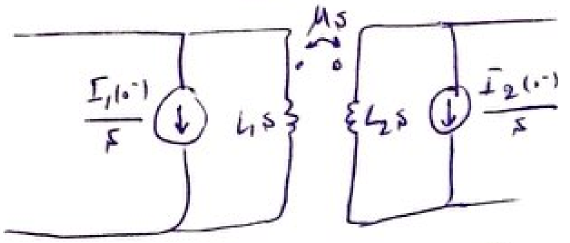
سلف تزویج شده

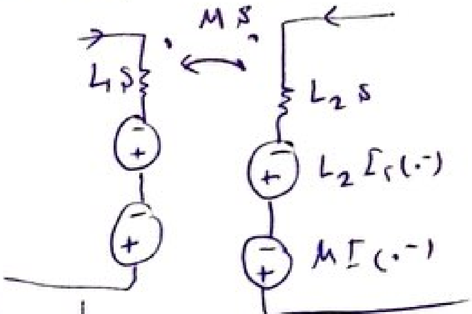


$$V_1 = L_1 s I_1 + M s I_2$$

$$V_2 = M s I_1 + L_2 s I_2$$

سلف تزویج با شرایط اولیه غیرصفر





$$V_1 = L_1 s\left(I_1 - \frac{I_1(0^-)}{s}\right) + M s\left(I_2 - \frac{I_2(0^-)}{s}\right)$$

$$V_2 = M s\left(I_1 - \frac{I_1(0^-)}{s}\right) + L_2 s\left(I_2 - \frac{I_2(0^-)}{s}\right)$$

$$V_1 = L_1 s I_1 + M s I_2 - L_1 I_1(0^-) - M I_2(0^-)$$

$$V_2 = M s I_1 + L_2 s I_2 - M I_1(0^-) - L_2 I_2(0^-)$$

$$\underset{\text{تابع شبکه}}{H(s)} = \frac{L[\text{پاسخ حالت صفر}]}{L[\text{تابع ورودی}]}$$

فرکانس طبیعی : • پیدا کردن معادله مشخصه ← ریشه‌ها فرکانس طبیعی متغیر شبکه

• ریشه‌های مخرج

فرکانس طبیعی مدار : غیرصفرها : ریشه‌های دترمینان ماتریس امپدانس و ادمیتانس

$$\det[Z(s)] = 0 \ , \ \det[Y(s)] = 0 \ , \ \det(sI - A) = 0$$

درجه مدار : ~~تعداد سلف‌ها و خازن‌ها~~ تعداد سلف و خازن‌ها — تعداد حلقه‌های خازنی — تعداد کات‌ست‌های سلفی

تعداد خازن‌ها و سلف‌های غیرمستقل

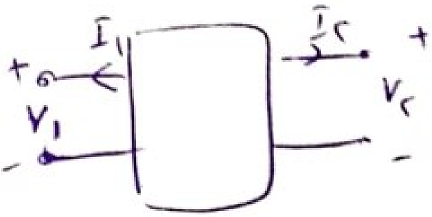
• فرکانس‌های صفر : • حلقه سلفی + • کات‌ست خازنی

• اگر تمام قطب‌های مدار در سمت چپ محور $j\omega$ باشند مدار پایدار است.

• روی محور $j\omega$ باشند ← نوسان‌ساز سالم

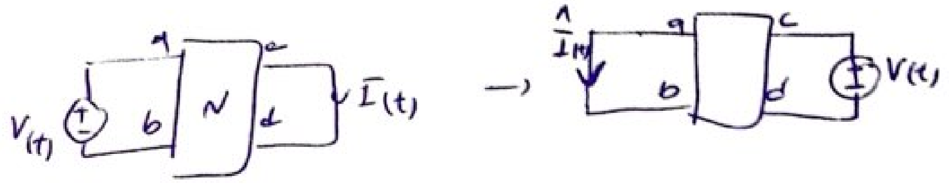
قضیه تلگان : $\sum_{k=1}^{M} V_k I_k = 0$

- $\sum V_k I_k = \sum \hat{V}_k I_k$
- $\sum \hat{V}_k I_k = \sum V_k \hat{I}_k$

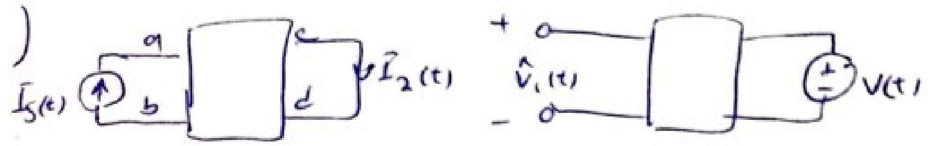


در حالت دائمی سینوسی : $\sum \frac{1}{2} V_k \bar{I}_k = 0$

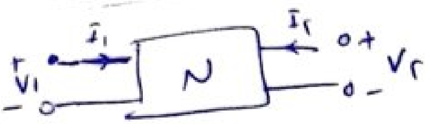
قضیه هم‌پاسخی :

I)  $I(t) = \hat{I}(t)$

II)  $\hat{V}_1(t) = V_2(t)$

III)  $I_2(t) = \hat{V}_1(t)$

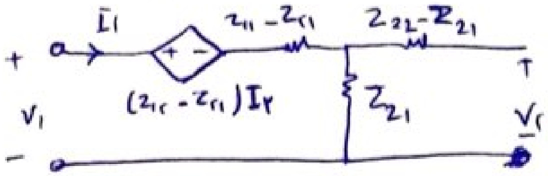
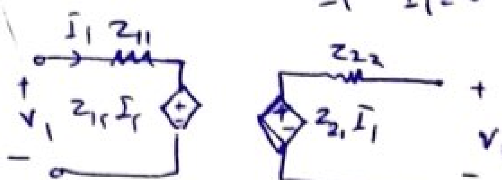
دوقطبی :

امپدانس : 

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

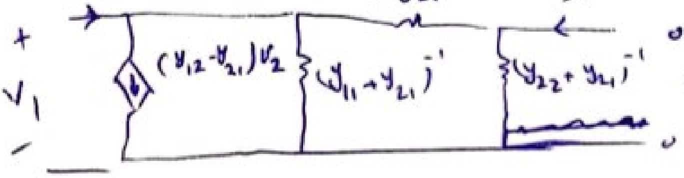
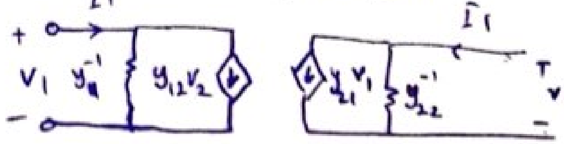
$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0} \qquad Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}\Big|_{I_1=0}$$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0} \qquad Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}\Big|_{I_1=0}$$

 $\equiv$ 

اگر $Z_{12} = Z_{21}$ ← دوقطبی متقابل ← مدار معادل T

ادمیتانس : $y_{12} = y_{21}$ ← مدار معادل π

 $\equiv$ 

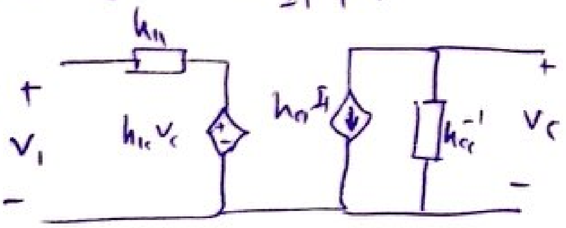
پارامترهای هایبرید :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{V_2=0} \qquad h_{12} = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_1=0}$$

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1}\Big|_{V_2=0} \qquad h_{22} = \frac{I_2}{V_2}\Big|_{I_1=0}$$

اگر $h_{12} = -h_{21}$ $\rightarrow$



نوع دوم

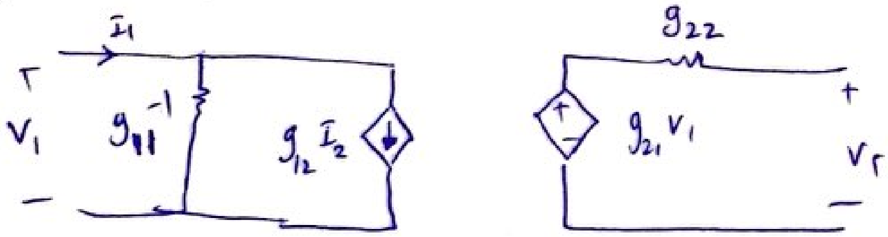
هایبرید نوع دوم :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$[G] = [H]^{-1}$$

$$g_{11} = \frac{I_1}{V_1}\Big|_{I_2=0} \qquad g_{21} = \frac{V_2}{V_1}\Big|_{I_2=0}$$

$$g_{12} = \frac{I_1}{I_2}\Big|_{V_1=0} \qquad g_{22} = \frac{V_2}{I_2}\Big|_{V_1=0}$$



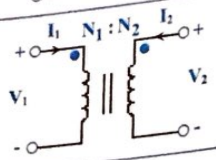
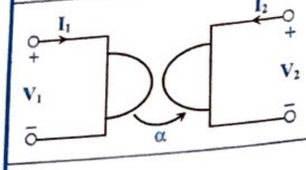
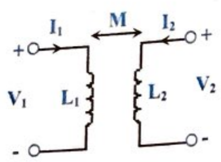
پارامترهای انتقال :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$t_{11} = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} \qquad t_{12} = \frac{V_1}{-I_2}\Big|_{V_2=0}$$

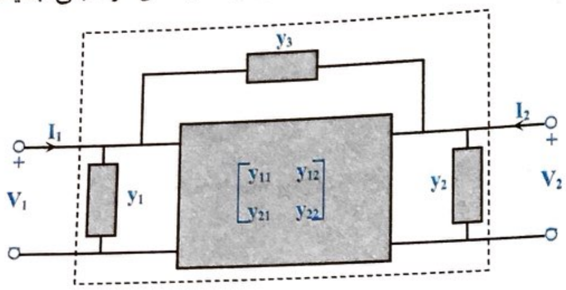
$$t_{21} = \frac{I_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} \qquad t_{22} = \frac{I_1}{-I_2}\Big|_{V_2=0}$$

بیار

				
	$Z=\begin{bmatrix}\text{ندارد}\end{bmatrix}$	$Y=\begin{bmatrix}\text{ندارد}\end{bmatrix}$	$T=\begin{bmatrix}\cdots & \cdots \\ 0 & \frac{N_2}{N_1}\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}\cdots & \cdots \\ -\frac{N_1}{N_2} & 0\end{bmatrix}$
	$Z=\begin{bmatrix}0 & \alpha \\ -\alpha & 0\end{bmatrix}$	$Y=\begin{bmatrix}0 & -\frac{1}{\alpha} \\ \frac{1}{\alpha} & 0\end{bmatrix}$	$T=\begin{bmatrix}0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0\end{bmatrix}$	$H=\begin{bmatrix}\text{ندارد}\end{bmatrix}$
	$Z=\begin{bmatrix}L_1S & \pm MS \\ \pm MS & L_2S\end{bmatrix}$		$Y=\frac{1}{L_1L_2S^2-M^2S^2}\begin{bmatrix}L_2S & \mp MS \\ \mp MS & L_1S\end{bmatrix}$	
	$Z=\begin{bmatrix}jX_{L_1} & \pm jX_M \\ \pm jX_M & jX_{L_2}\end{bmatrix}$		$Y=\frac{1}{-X_{L_1}X_{L_2}+X_M^2}\begin{bmatrix}jX_{L_2} & \mp jX_M \\ \mp jX_M & jX_{L_1}\end{bmatrix}$	

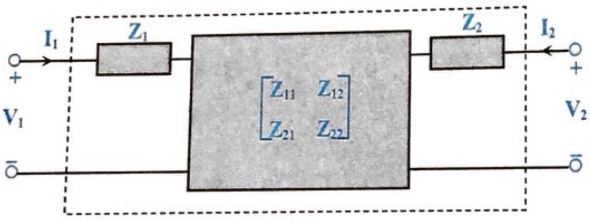
اتصال دوقطبی‌ها

حالت اول: اگر ماتریس ادمیتانس یک دوقطبی به صورت $\begin{bmatrix}y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22}\end{bmatrix}$ باشد، آنگاه با اتصال عناصر به این دوقطبی ماتریس ادمیتـانس دوقطبـی جدیـد (دوقطبی داخل نقطه‌چین) به صورت زیر خواهد بود:



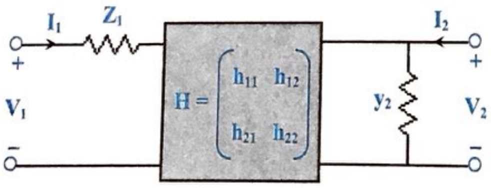
$$Y_{\text{جدید}}=\begin{bmatrix}y_{11}+y_1+y_3 & y_{12}-y_3 \\ y_{21}-y_3 & y_{22}+y_2+y_3\end{bmatrix}$$

حالت دوم: اگر ماتریس امپدانس یک دوقطبی به صورت $\begin{bmatrix}z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22}\end{bmatrix}$ باشد، آنگاه با اتـصال سـری عناصر بـه آن، مـاتریس امپـدانس دوقطبـی جدیـد (دوقطبی داخل نقطه‌چین) به صورت زیر بیان می‌شود:



$$Z_{\text{جدید}}=\begin{bmatrix}Z_1+Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22}+Z_2\end{bmatrix}$$

حالت سوم: در صورتی که امپدانس Z_1 و ادمیتانس y_2 در ورودی و خروجی یک شبکه هایبرید اضافه شود، ماتریس H جدید به صورت زیر تعریف می‌شود:

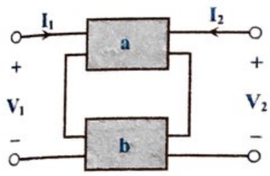


$$H_{\text{جدید}}=\begin{bmatrix}h_{11}+Z_1 & h_{12} \\ h_{21} & h_{22}+y_2\end{bmatrix}$$

در استفاده از فرمول‌های ذکر شده در بالا، باید به واحد نوشته شده در کنار المان‌های اطراف شبکه دقت شود، زیرا در برخی مـوارد انـدازه امپـدانس المـان داده شده است، در صورتی که باید اندازه ادمیتانس آنها در فرمول‌ها وارد شود.

گسترش دوقطبی‌ها

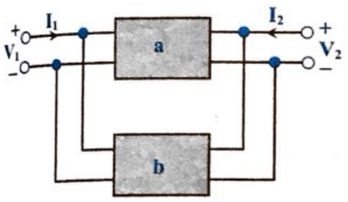
۱ـ سری کردن دوقطبی‌ها



اگر دو شبکه b و a به صورت روبرو با هم سری شوند، ماتریس امپدانس آنها بـا یکـدیگر جمـع شده و ماتریس امپدانس نهایی را تشکیل می‌دهند.

$$[Z_T]=[Z_a]+[Z_b]$$

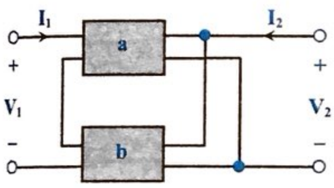
۲ـ موازی کردن دوقطبی‌ها



اگر دو شبکه به صورت روبرو با هم موازی شوند، ماتریس ادمیتانس آنها با یکدیگر جمع شـده و ماتریس ادمیتانس نهایی را تشکیل می‌دهند.

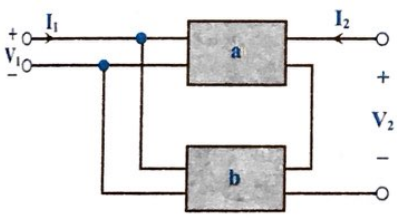
$$[Y_T]=[Y_a]+[Y_b]$$

۳ـ سری و موازی کردن دوقطبی‌ها



حالت اول: اگر ترمینال‌های یک دوقطبی در ورودی سری و در خروجی موازی شود، رابطه زیر برقرار است:

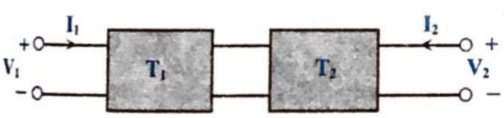
$$[H_T]=[H_a]+[H_b]$$



حالت دوم: اگر ترمینال‌های یک دوقطبی در خروجی سری و در ورودی موازی شود، رابطه زیر برقرار است:

$$[G_T]=[G_a]+[G_b]$$

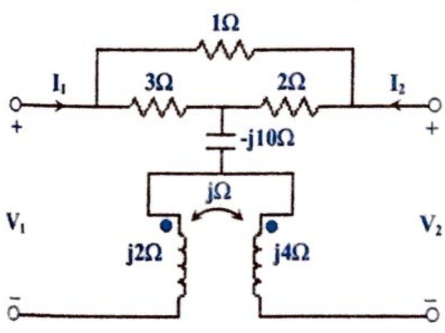
۴ـ متوالی کردن دوقطبی‌ها



در صورتی که دو شبکه به صورت متوالی به هم متصل شوند، رابطه زیر برقرار است:

$$[T_T]=[T_1].[T_2]$$

مثال۴۸: برای مدار زیر ماتریس امپدانس Z کدام است؟



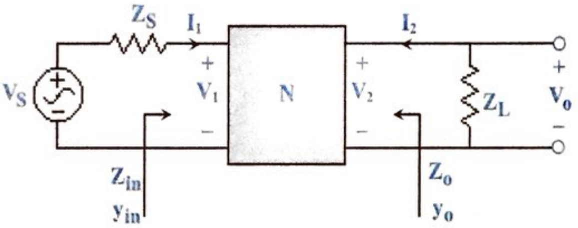
$$Z=\begin{bmatrix}-j۸+۱ & ۱-j۹\\ -۱+j۹ & ۱/۳-j۴\end{bmatrix}$$

$$Z=\begin{bmatrix}j۸+۱/۵ & j۹-۱\\ j۹-۱ & ۱/۳۳-j۱۰\end{bmatrix}$$

۳) $$Z=\begin{bmatrix}-j۸+۱/۵ & -j۹+۱\\ +۱-j۹ & ۱/۳۳-j۶\end{bmatrix}$$

۴) $$Z=\begin{bmatrix}-j۸-۱/۵ & -j۹-۱\\ \end{bmatrix}$$

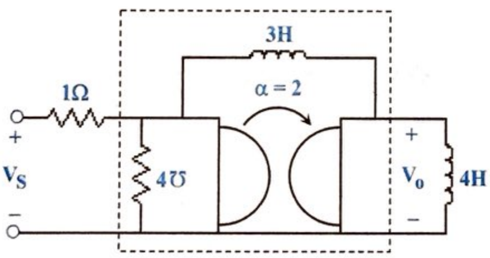
امپدانس‌های خروجی و ورودی و بهره ولتاژ در دوقطبی‌ها



در صورتی‌که برای شبکه N پارامترهای Z و Y و T و H وجود داشته باشد، می‌توان امپدانس ورودی و خروجی و بهره ولتاژ $\frac{V_o}{V_S}$ را از فرمول‌های جدول زیر محاسبه کرد:

بهره ولتاژ $(\frac{V_o}{V_S})$	امپدانس یا ادمیتانس خروجی	امپدانس یا ادمیتانس ورودی	ماتریس موجود
$\frac{Z_{۲۱}.Z_L}{(Z_{۲۲}+Z_L)(Z_{۱۱}+Z_S)-(Z_{۱۲}Z_{۲۱})}$	$Z_o=Z_{۲۲}-\frac{Z_{۲۱}Z_{۱۲}}{Z_{۱۱}+Z_S}$	$Z_{in}=Z_{۱۱}-\frac{Z_{۱۲}.Z_{۲۱}}{Z_{۲۲}+Z_L}$	$Z=\begin{bmatrix}Z_{۱۱} & Z_{۱۲}\\ Z_{۲۱} & Z_{۲۲}\end{bmatrix}$
$\frac{-y_{۲۱}.Z_S^{-۱}}{(y_{۲۲}+Z_L^{-۱})(y_{۱۱}+Z_S^{-۱})-y_{۱۲}y_{۲۱}}$	$y_o=y_{۲۲}-\frac{y_{۱۲}y_{۲۱}}{y_{۱۱}+\frac{۱}{Z_S}}$	$y_{in}=y_{۱۱}-\frac{y_{۱۲}y_{۲۱}}{y_{۲۲}+\frac{۱}{Z_L}}$	$y=\begin{bmatrix}y_{۱۱} & y_{۱۲}\\ y_{۲۱} & y_{۲۲}\end{bmatrix}$
$\frac{-h_{۲۱}}{(h_{۲۲}+Z_L^{-۱})(h_{۱۱}+Z_S)-h_{۱۲}h_{۲۱}}$	$y_o=h_{۲۲}-\frac{h_{۱۲}h_{۲۱}}{h_{۱۱}+Z_S}$	$Z_{in}=h_{۱۱}-\frac{h_{۱۲}h_{۲۱}}{h_{۲۲}+Z_L^{-۱}}$	$H=\begin{bmatrix}h_{۱۱} & h_{۱۲}\\ h_{۲۱} & h_{۲۲}\end{bmatrix}$
$\frac{Z_L}{(A+CZ_S)Z_L+B+DZ_S}$	$Z_o=\frac{DZ_S+B}{CZ_S+A}$	$Z_{in}=\frac{AZ_L+B}{CZ_L+D}$	$T=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}$

مثال ۵۳: در مدار زیر مقدار تابع شبکه $\frac{V_o}{V_S}$، در حالت $S=۱$ کدام است؟



۱) $-۰/۰۶$
۲) $-۰/۰۵$
۳) $-۰/۰۴$
۴) $-۰/۰۳$

پاسخ: گزینه «۲» برای بدست آوردن تابع شبکه، ابتدا می‌توان ماتریس y مدار مشخص شده به‌صورت خطچین را محاسبه کرد. با توجه به موازی بودن ژیراتور با المان‌های اطراف آن، ماتریس Y_T به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Y\,(\text{ژیراتور})=\begin{bmatrix}۰ & \frac{-۱}{\alpha}\\ \frac{۱}{\alpha} & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & \frac{-۱}{۲}\\ \frac{۱}{۲} & ۰\end{bmatrix}\Rightarrow Y_T=\begin{bmatrix}۰+۴+(۳S)^{-۱} & \frac{-۱}{۲}-(۳S)^{-۱}\\ \frac{۱}{۲}-(۳S)^{-۱} & ۰+(۳S)^{-۱}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴+\frac{۱}{۳S} & \frac{-۱}{۲}-\frac{۱}{۳S}\\ \frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳S} & \frac{۱}{۳S}\end{bmatrix}$$

با توجه به روابط پارامترهای ادمیتانس داریم:

$$\frac{V_o}{V_S}=\frac{-y_{۲۱}Z_S^{-۱}}{(y_{۲۲}+Z_L^{-۱})(y_{۱۱}+Z_S^{-۱})-y_{۱۲}y_{۲۱}}\Rightarrow\frac{V_o}{V_S}=\frac{-(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳S})(۱)}{(\frac{۱}{۳S}+\frac{۱}{۴S})(۴+\frac{۱}{۳S}+۱)-(\frac{-۱}{۲}-\frac{۱}{۳S})(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳S})}$$

... عدد یک قرار دهیم، داریم:

$$\frac{V_o}{V_S}=-۰/۰۵۱۲\simeq-۰/۰۵$$

... مقدار امپدانس ورودی Z_{in} بر حسب اهم کدام گزینه است؟