Electromagnetics Dr.Rajayi Se

به نام خدا

ـ ادامه‌ی انرژی الکتریکی :

$$W_E = \frac{1}{2}\int_v \rho(\vec{R})\, v(\vec{R})\, dv \quad (1)$$

$$v(\vec{R}) = \int \frac{\rho(R')}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{R}-\vec{R}'|}\, dv'$$

$$\Rightarrow W_E = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_{R^3} |\vec{E}|^2 dv \quad (2)$$

* اگر مثلاً بار سطحی باشد v تبدیل به s می‌شود.

می‌خواهیم انرژی این کره را احساس کنیم.

Q, a

$$(1)\quad \frac{1}{2} v(\vec{R}) \int_s \rho(\vec{R})\, ds = \frac{1}{2} v Q = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$\Rightarrow$$

$$(2)\quad +\frac{\varepsilon_0}{2}\int_a^{\infty} |\vec{E}|^2 dv = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_a^{\infty}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\right)^2 \sin\theta\, R^2\, dR\, d\theta\, d\varphi =$$

برای عایق‌ها

$$W_E = \frac{1}{2}\int_v \rho_f(\vec{R})\, v(\vec{R})\, dv = \frac{1}{2}\int_{R^3} \vec{D}\cdot\vec{E}\, dv$$

$$\vec{D} = \varepsilon(R)\,\vec{E}(R)$$

! خوابم میاد! :(

Review

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_f$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0$$

فرم دیفرانسیلی

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = Q_f$$
$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

فرم انتگرالی

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$
$$E = -\nabla v$$
$$\nabla\cdot[\varepsilon\nabla v] = -\rho_f$$

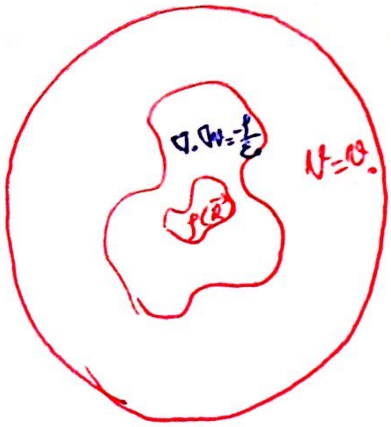
معادله‌ی پواسون

$$\nabla\cdot\nabla v = \frac{-\rho_f}{\varepsilon}$$

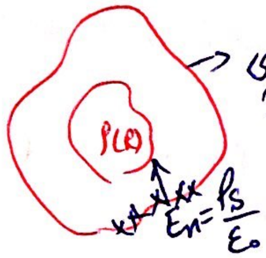
$$* \ \delta^3(\vec{R}) = \delta(x) * \delta(y) * \delta(z)$$

می خواهیم پواسون را حل کنیم.

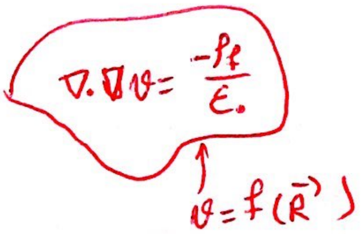
* می دانیم بارهای روی سطح رسانا برابر $\varepsilon_0 E_\perp$ می باشد.



$\Longrightarrow$



فرض کنید روی ناحیه پتانسیل داده شده یا میدان عمودی داده شده که به وسیله ی هر کدام از این دو مسأله سؤال حل می شود.



$$\nabla.\nabla v_1 = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$v_1 = f(\vec{R}), \vec{R} \in S$$

$$\nabla.\nabla v_2 = \frac{-\rho}{\varepsilon_0}$$

$$v_2 = f(\vec{R}), \vec{R} \in S$$

$$\phi = v_1 - v_2$$

$$\begin{cases} \nabla.\nabla \varphi = 0 \\ \varphi = 0, \vec{R} \in S \end{cases}$$

$$\int_v \varphi(\nabla\cdot\nabla\varphi)\,dv = 0$$

$$\int_v \nabla\cdot(\varphi\nabla\varphi)\,dv - \int_v \nabla\varphi\cdot\nabla\varphi\,dv = 0$$

صفر (اتحاد)

پس باید φ ثابت باشد و چون در مرز صفر است

پس همواره صفر است پس $v_1 = v_2$ و جواب v یکتاست.

حال فرض کنید به جای دادن پتانسیل در مرز مولفه‌ی عمود میدان داده شود. داریم:

$$\nabla\cdot\nabla\varphi = 0$$

$$\hat{a}_n\cdot\nabla\varphi = 0,\quad \vec{R}\in S$$

$$\int_v \nabla\cdot(\varphi\nabla\varphi)\,dv - \int_v \nabla\varphi\cdot\nabla\varphi\,dv = 0$$

صفر

$$\oint_S \varphi\,\nabla\varphi\cdot\hat{a}_n\,ds$$

در این حالت به این نتیجه می‌رسیم که φ ثابت است. ولی مانند حالت قبلی شرط $\varphi=0$ نداریم.

نکته ای که قابل بیان است این است که یکتایی برای میدان وجود دارد ولی برای پتانسیل اضافه یا کم شدن مقداری ثابت به همه‌ی نقاط تأثیر منفی‌ای در مدل ما نمی‌کند. (در محاسبه‌ی میدان ثابت حذف می‌شود.)