Electromagnetics Se9 Dr.Rajayi

* در حالت قبل q' کل بار بارها در جدار داخلی و خارجی است

در کره ی گاوسی خارج کره

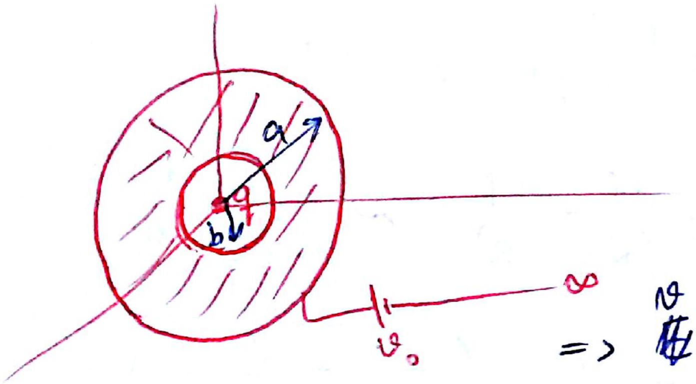
$$E_a = \frac{q+q'}{4\pi\epsilon_0 R^2} \Rightarrow \int_a^\infty -E_a \cdot dl = \frac{q+q'}{4\pi\epsilon_0 a} = V_0$$

پتانسیل روی سطح کره

⇐ بار روی پوسته ی خارجی :

$$4\pi\epsilon_0 V_0 - q = -q + Ans \Rightarrow ANS = 4\pi\epsilon_0 V_0 \rightarrow$$ بار روی پوسته خارجی

بار پوسته داخلی



← در خارج از کره ← چون باری نداریم :

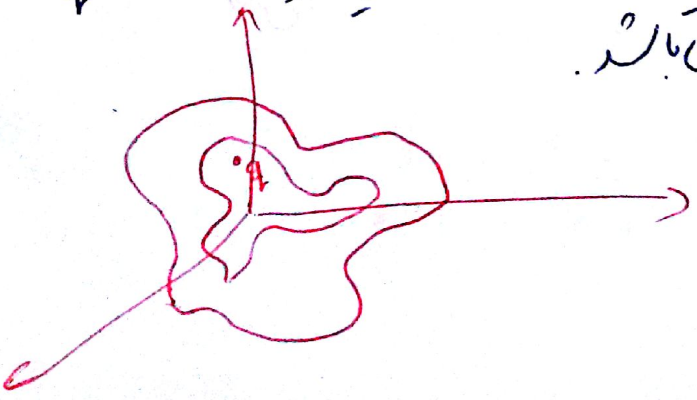
$$\nabla \cdot \nabla V = 0 \Rightarrow \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2 \frac{\partial}{\partial R} V\right) = 0$$

$$\Rightarrow V_R = \frac{A}{R} + B \xrightarrow{\text{روی کره}} V_0 = \frac{A}{a} \Rightarrow \boxed{A = aV_0}$$

$$\Rightarrow V_R = \frac{aV_0}{R} \Rightarrow \boxed{E_R = \frac{aV_0}{R^2}} \Rightarrow \boxed{\rho_s = \frac{V_0}{a}}$$

سؤال:

برای فرمهای مختلف (غیر کروی) ثابت کنید توزیع بار از نگاه خارجی با تغییر جایگاه بار نقطه ای q از مرکز به جایگاهی غیر متقارن باز هم متقارن می باشد.

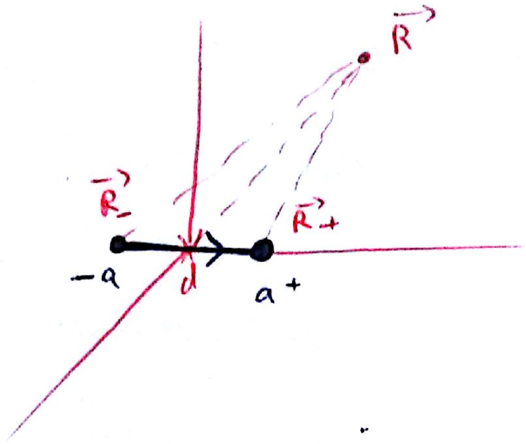


* (احتمالاً متن سؤال را اشتباه و بعضاً غلط نوشتم !!!)

* طبق رابطه‌ی قانون گاوس اگر بار داخل یک سطح کلش صفر باشد درصورتی میدان برابر صفر است که با تقارن باشد چون اگر تقارن نباشد E از انتگرال خارج نمی‌شود.

طبق شکل اتم‌های نارسانا:

⊕ ← برای ساده‌تر شدن تحلیل‌ها این نوع مدل را به مدل $\underset{-q \qquad q}{\overset{d}{\bullet\!-\!-\!-\!\bullet}}$ تبدیل می‌کنیم.



$$\begin{cases} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0(|\vec{R}-\frac{1}{2}\vec{d}|)} - \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0(|\vec{R}+\frac{1}{2}\vec{d}|)} = V(\vec{R}) \\ |\vec{R}-\frac{1}{2}\vec{d}| = \sqrt{R^2+\frac{1}{4}d^2-\vec{d}\cdot\vec{R}} = \end{cases}$$

$$R\sqrt{1+\cancel{\frac{d^2}{4R^2}}-\frac{\vec{d}\cdot\vec{R}}{R^2}} \sim R\left(1-\frac{\vec{d}\cdot\vec{R}}{R^2}\right)$$

پس از تقر

$$\Rightarrow V(\vec{R}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R}+\frac{\vec{d}\cdot\vec{R}}{2R^3}\right) - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R}-\frac{\vec{d}\cdot\vec{R}}{2R^3}\right)$$

$$\boxed{V(\vec{R}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\vec{d}\cdot\vec{R}}{R^3}\right) \overset{\vec{P}=q\vec{d}}{=} \frac{\vec{P}\cdot\vec{R}}{4\pi\varepsilon_0 R^3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V(\vec{R}) = \frac{\vec{P}\cdot\vec{R}}{4\pi\varepsilon_0 R^3}}$$

مثال: فرض کنید دوقطبی روی محور z و مرکزش روی مبدا باشد.

داریم: $\vec{P} = P\hat{a}_z \Rightarrow V(\vec{R}) = \dfrac{P\,\hat{a}_z\cdot\vec{R}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \boxed{\dfrac{P\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}}$

← برای جامعه‌ی میدان داریم:

$$\boxed{-\nabla v = -\frac{\partial v}{\partial R}\hat{R} + \frac{-1}{R}\frac{\partial v}{\partial \theta}\hat{\theta} = \frac{P \times 2\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\hat{R} + \frac{P\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\hat{\theta} = E(R,\theta)}$$

* رابطه‌ی فوق تنها برای فواصل دور از دوقطبی صدق می‌کند. مثلاً در فاصله‌ی بین دو بار دوقطبی رابطه صادق نیست.

اگر دوقطبی در نقطه‌ی R_0 باشد:

$$v(\vec{R}) = \frac{\vec{P}\cdot(\vec{R}-\vec{R}_0)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{R}-\vec{R}_0|^3}$$