

Se3 Dr. Rajayi

الکتر و مقادیر

روی کمان نیم دایره ای مثال قبلی $V = r \sin \phi$

مثال ۳

$$\int_C V d\vec{l} \text{ چقدر است؟}$$

$$d\vec{l} = \hat{\phi} r d\phi$$

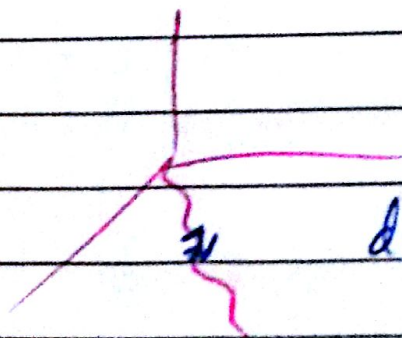
$$\int_0^\pi r^2 \sin \phi \hat{\phi} d\phi = \cancel{\text{XXXXXXXX}}$$

$$\int_0^\pi r^2 \sin \phi (-\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}) d\phi =$$

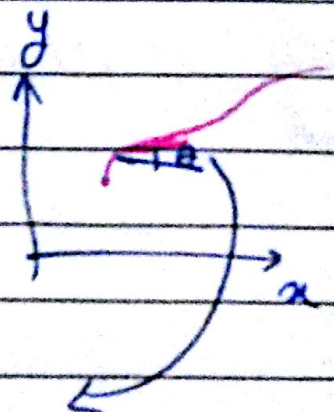
$$\int_0^\pi (-r^2 \sin^2 \phi \hat{x} + r^2 \sin \phi \cos \phi \hat{y}) d\phi =$$

$$-\frac{\pi r^2}{4} \hat{x} = \boxed{-\frac{\pi a^2}{4} \hat{x}}$$

$d\vec{l}$ را بر حسب بی نهایت بردارهای یکانی مثال



بر حسب dx $dl \rightarrow dx$



$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} \Rightarrow dl = \frac{dx}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}$$

کمال سوال: (برای این تابع)

$$\vec{F} = r \hat{a}_\phi$$

$$d\vec{l} = r \hat{\phi} d\phi$$

$$\int_0^{2\pi} r^2 d\phi = 2\pi r^2$$

فردی داخلی
یک عدد

انتگرال گیری روی سطح:

① $\int_S \vec{F} \cdot d\vec{s} \rightarrow$ فردی یک عدد

② $\int_S \vec{F} \cdot d\vec{s} \rightarrow$ اندازه $d\vec{s}$ مساحت
المان سطح
فردی یک بردار

جهت $d\vec{s}$ برداری عمود بر سطح

①: انتگرال تقصیر بردار \vec{F} روی بردار المان سطح

تعیین نمودار سطح و حجم:

$$V(x, y, z) \rightarrow V(x + \Delta x, y, z)$$

$$V(x + \Delta x, y, z) - V(x, y, z) = \Delta x \frac{\partial V}{\partial x}$$

$$V(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) - V(x, y, z) =$$

$$\Delta x \frac{\partial V}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial V}{\partial y} + \Delta z \frac{\partial V}{\partial z} \quad *$$

می توان عبارت * را به صورت ضرب داخلی دوبار نوشت:

$$(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \Delta V = \vec{\Delta l} \cdot \vec{\nabla V}$$

گرادیان (در نقطه‌ای مرکز کرده مثلا)

$$= |\nabla V| \hat{a}_n \cdot \hat{a}_l \Delta l$$

در صورتی که $\Delta V = 0$ است

$$\frac{\Delta V}{\Delta l} = |\nabla V| \hat{a}_n \cdot \hat{a}_l$$

که \hat{a}_n و \hat{a}_l عمود باشند

اگر در یک سطح تغییرات تابع عددی روی آن ثابت باشد چت
گرادیان بر آن سطح عمود است

حال برای محاسبه دقت با فریب نزدیک داریم:

$$\Delta u_1, \Delta u_2, \Delta u_3 \rightarrow * \Delta u_1 \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} + \Delta u_2 \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} + \Delta u_3 \frac{\partial \varphi}{\partial u_3}$$

$$d\vec{\varphi} = h_1 \Delta u_1 + h_2 \Delta u_2 + h_3 \Delta u_3$$

چون بردار $\vec{\varphi}$ در فضای فریب به $*$ برهم گزینان را به صورت

زیر تعریف می کنیم

$$\vec{\nabla} \varphi = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \hat{a}_1 + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \hat{a}_2 + \frac{1}{h_3} \frac{\partial \varphi}{\partial u_3} \hat{a}_3$$