بسمه تعالی

# تمرین سری هفتم آمار و احتمال مهندسی

۱ ـ مسأله 5.14 کتاب

۲ ـ ۱۰ ـ مسائل فصل ششم کتاب شماره‌های 1,3,8,9,10,13,14,16,17

۱۱ ـ فرض کنید $X=S+N$ که S و N متغیرهای تصادفی مستقلند. N نویز گوسی با متوسط صفر و واریانس ۱ است. S با احتمال یکسان مقادیر ۱ یا ۱ ـ را اختیار می‌کند. تخمین بهینه (به مفهوم حداقل مربعات ls) برای S وقتی که $X=x$ رؤیت شود را بدست آورید.

**مسائل اختیاری**

۱۲ ـ مسأله 6.11 کتاب

۱۳ ـ مطلوبست $F_X(x/X=a)$ و $f_X(x/X=a)$ و $E(X/X=a)$ و $Var(X/X=a)$

۱۴ ـ متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت بین 0 و A می‌باشد $(A>0)$ ولی حد بالایی (A) خود تصادفی و دارای توزیع لوگ نرمال است.

$$f_A(a) = \frac{1}{a\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-(\ln a-\mu)^2/2\sigma^2}\, u(a)$$

$f_X(x)$ را بدست آورید.

۱۵ ـ پارادوکس بُرل ـ کولموگروف

اگر X و Y مستقل و هر دو دارای توزیع نمایی با پارامتر $\lambda=1$ باشند:

الف ـ اگر تعریف کنیم $Z=\frac{Y-1}{X}$ ، $f_X(x/Z=0)$ و $f_X(x/Y=1)$ را حساب کنید.

ب ـبرای همان X و Y اگر تعریف کنیم $W=\frac{Y}{X}$ و $Z=Y-X$ ، $f_X(x/Z=0)$ و $f_X(x/W=1)$ را حساب کنید.

ج ـ چه توجیهی برای این پارادوکس دارید.

۱۶ ـ الف ـ نشان دهید در تخمین Y بر اساس مشاهدهٔ X

$$mmse = E(\sigma^2_{Y/X}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma^2_{Y/x}\quad f_X(x)\, dx$$

ب ـ اگر X و Y مشترکاً نرمال باشند، mmse چقدر خواهد بود؟ $\sigma^2_{\hat{Y}_{ls}}$ چقدر خواهد بود؟