

① فرض کنید تابع $f(z) = u(x, y) + i v(x, y)$ در یک حوزه D کمپلی باشد. بیان کنید چرا

توابع $U(x, y) = e^{u(x, y)} \cos[v(x, y)]$ و $V(x, y) = e^{u(x, y)} \sin[v(x, y)]$ در D

همارز و چرا V یک توابع همارز U است. (بدون مشتق گیری می دانند؟ بکشد!)

② نشان دهید اگر تابع بیانی را با در سطح زیر توابع کمپلی (الف) $f(x+iy) = e^x$

(ب) $f'(z) = f(z)$ آنگاه تابع f (تابع بیانی) همان e^z حقیقی خواهد داشت:

$$f(z) = e^x \cos y + i e^x \sin y$$

③ نشان دهید $|\sin z| \geq |\sin x|$, $|\cos z| \geq |\cos x|$

④ همه ریشه های معادله $\cos z = 2$ را بیابید.

⑤ $\sin \bar{z}$, $\cos \bar{z}$ در کجا کمپلی اند؟

⑥ نشان دهید هرگاه $\operatorname{Re}\{z_1\} > 0$, $\operatorname{Re}\{z_2\} > 0 \Leftrightarrow \operatorname{Log} z_1 + \operatorname{Log} z_2 = \operatorname{Log} z_1 z_2$

⑦ همه ریشه های معادله (الف) $e^z = -3$ (ب) $\log z = \frac{\pi i}{2}$ را بیابید.

⑧ $(1+i)^i$ را حساب کنید. مقدار اصلی آن چقدر است؟

⑨ c یک عدد مختلط نامصفر است، چه محدودیتی روی c باید داشت تا همه مقادیر

$$|c^n|$$