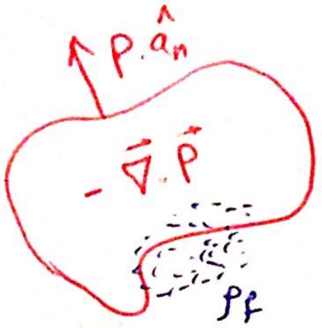
بنام خدا

Electromagnetics Se 11 Dr. Rajayi

یادآوری



فرمولهای ماده‌ی عایق

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{-\vec{\nabla} \cdot \vec{P} + \rho_f}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$* \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_f$$

$$\nabla \times E = 0$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

* فرض می‌کنیم رابطه‌ی $\vec{E}$ و $\vec{P}$ خطی باشد.
* همچنین فرض می‌کنیم ضریب نسبت $\vec{E}$ و $\vec{P}$ یک ماتریس قطری با مقدار ثابت است (مانند یک اسکالر).

$$\Rightarrow \vec{P}_{(\vec{R})} = \varepsilon_0 X_{e(\vec{R})} \vec{E}$$

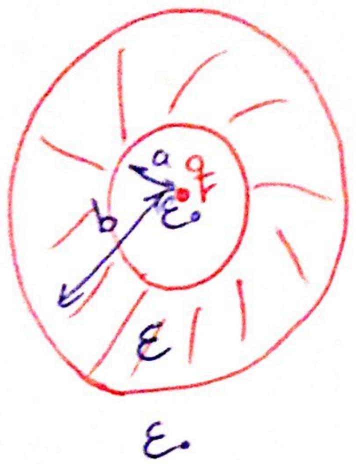
$$\Rightarrow \vec{D}_{(\vec{R})} = \underbrace{\varepsilon_0 \left[1 + X_e(\vec{R})\right]}_{\varepsilon(\vec{R})} \vec{E}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D}_{(\vec{R})} = \varepsilon_{(\vec{R})} \vec{E}_{(\vec{R})}} \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot (\varepsilon \vec{E}) = \rho_f}$$

حامل بارهای آزاد

مثال: دو بار نقطه‌ای به پوسته‌ی عایقی قرار داده شده است. میدان‌ها را در همه‌ی نقاط محاسبه کنید.

← می‌خواهیم از رابطه‌ی * برای حل استفاده کنیم.



$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = Q_f$$

$$\vec{D}_{(R)} = \frac{q}{4\pi R^2} \qquad R<a$$

$$D_{(R)} = \frac{q}{4\pi R^2} \qquad a<R<b$$

$$D_{(R)} = \frac{q}{4\pi R^2} \qquad R>b$$

! :-o

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{ll} E_{(R)} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} & R<a \\ E_{(R)} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon R^2} & a<R<b \\ E_{(R)} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} & b<R \end{array}} \Rightarrow$$

جهش داریم!

می‌دانیم $\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0 E = (\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E}$

$\Rightarrow R=a$ چگالی بار سطحی در $= \dfrac{-(\varepsilon-\varepsilon_0)\,q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

$R=b$ 〃 〃 〃 〃 $= \dfrac{(\varepsilon-\varepsilon_0)\,q}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$

$* \ \vec{P}\cdot\hat{a}_n = \sigma$

⇐ کل بار روی عایق برابر صفر است.

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{P} = \rho_{\text{ج}} = \text{صفر}}$$

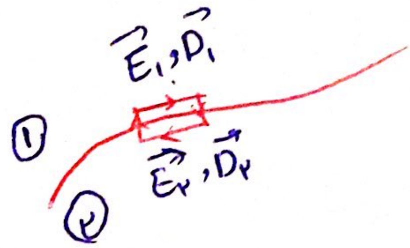
* درصورتی که ε تابعی از R باشد:

۱) $\vec{D}$ و درنتیجه میدانها از همان روابط قبلی بدست می آید تنها تفاوت این است که به جای ε باید $\varepsilon(\vec{R})$ بنویسیم.

۲) بار حجمی که به صورت $\vec{\nabla}\cdot\vec{P}$ نوشته می شود دیگر صفر نخواهد بود.

پیدا کردن شرایط مرزی:

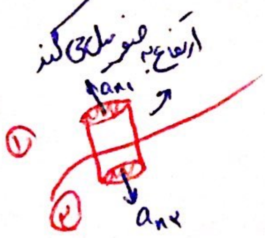
$$\begin{cases} \oint_S \vec{D}\cdot\hat{a}_n\,ds = Q_f \\ \oint_C \vec{E}\cdot\vec{dl} = 0 \end{cases}$$



استفاده از قانون دوم

$$\int_1 \vec{E}_1\cdot\underset{a_l}{\hat{a}_{1l}}\,dl + \int_2 \vec{E}_2\cdot\underset{-\hat{a}_l}{\hat{a}_{2l}}\,dl = 0 \Rightarrow \int_1 \vec{E}_1\,\hat{a}_l\,dl - \int_2 \vec{E}_2\,\hat{a}_l\,dl = 0$$

استفاده از قانون اول



$$\oint \vec{D}_1\,\hat{a}_{n1}\,ds + \oint \vec{D}_2\,\hat{a}_{n2}\,ds$$ تقریبی

$$\Rightarrow \simeq (\vec{D}_1\cdot\underset{a_n}{\hat{a}_{n1}})\Delta s + (\vec{D}_2\cdot\underset{-a_n}{\hat{a}_{n2}})\Delta s = \rho_{fs}\,\Delta s$$

ρ_{fs} ← بار آزاد سطحی

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D}_1\cdot\hat{a}_n - \vec{D}_2\,\hat{a}_n = \rho_{fs}}$$