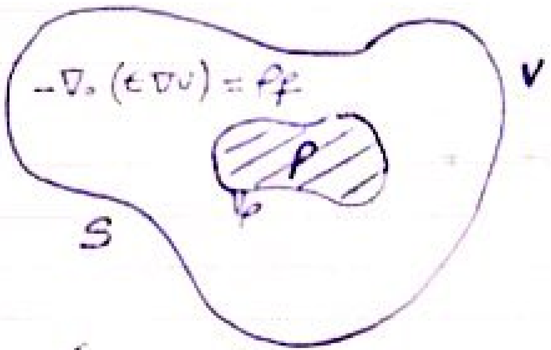


$$\nabla\cdot(\nabla V) = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \nabla^2(V) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$V = f(\vec{R}) \;, \vec{R} \in S$

$$V(\vec{R}) = \int_{V_p} \frac{\rho(\vec{R}')}{4\pi\epsilon|\vec{R}-\vec{R}'|}\, dv'$$ → در این مسئله شرایط مرزی نداریم

این جواب از معادله دیفرانسیل [illegible] $\nabla^2(V)$

ما با شروط به شرایط مرزی صدق نمی‌کند

شرایط مرزی را در نظر داریم.

$V_0(\vec{R})$

$$V_i(\vec{R}) = \int_{V_{P_i}} \frac{\rho_i(R)\, dv'}{4\pi\epsilon_0|R-R'|}$$

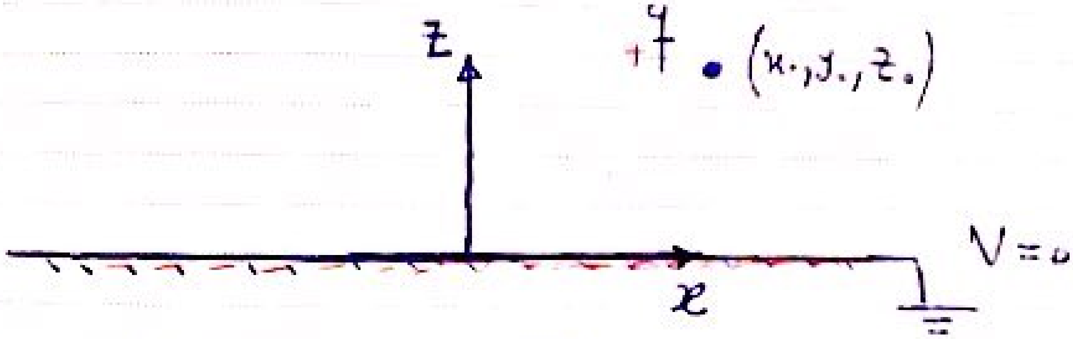
$$V = V_0(\vec R) + V_i(\vec R')$$

$$-\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon} + \frac{\rho_i}{\epsilon}$$

$$-\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon} + \cancel{\frac{\rho_i}{\epsilon}} \leftarrow \vec R \in V$$

لذا توانستیم برای مسئله در $\vec R \in V$ جواب دلخواه $V_0(\vec R)+V_i(\vec R')$ که در معادله پواسون صدق می‌کند کافی است شرایط مرزی را ارضا شود.

مثال:



$$-\nabla^2 V = \frac{q\,\delta(\vec R - \vec R_0)}{\epsilon}$$

در این مسئله شرط مرزی را باید لحاظ کنیم صفر بودن پتانسیل در صفحه xy

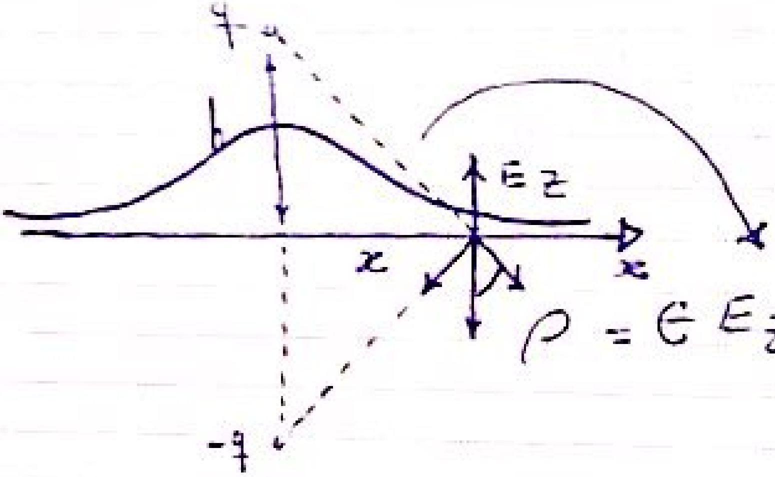
$-q \bullet R_i$

اول فرض می‌کنیم که شرط مرزی وجود ندارد و بار فرضی در محیط خارج از مسئله (ناحیه حل) قرار دهیم کافی است

یک جوری این توزیع بارها را تنظیم کنیم که شرایط مرزی ارضا شود در این صورت جواب مسئله را پیدا کرده‌ایم.

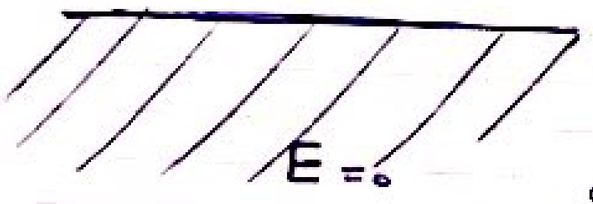
$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\vec R - \vec R_0|} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\vec R - \vec R_i|}$$

اگر در این مسئله ی چگالی سطحی بار روی هادی را بخواهند اول میدان الکتریکی در راستای عمود بر هادی را حساب می‌کنیم سپس از رابطه‌ی $E_n = \frac{\rho}{\epsilon}$ چگالی سطحی بار را حساب می‌کنیم

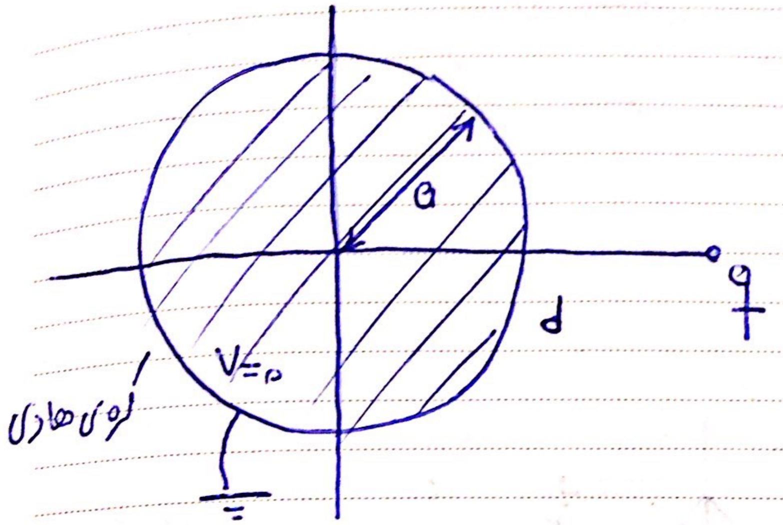


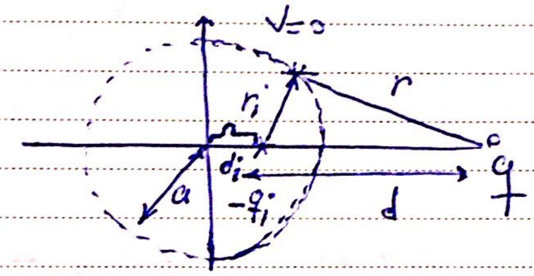
$$\rho = \epsilon E_z = -\frac{2qh}{4\pi (x^2+h^2)^{3/2}}$$

$$\rho(x,y) = \epsilon E_z = -\frac{2qh}{4\pi (x^2+y^2+h^2)^{3/2}}$$

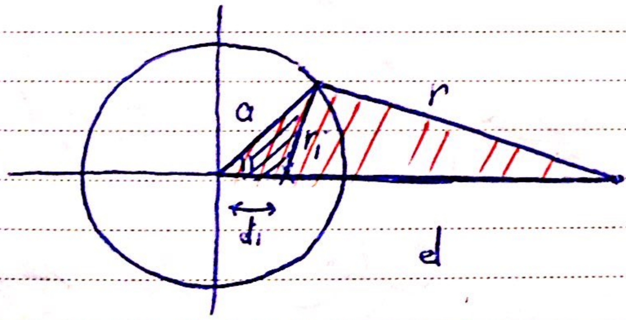


اگر $\int \rho(x,y)\,dx\,dy$ را حساب کنیم جواب $-q$ را می‌دهد روی کل صفحه هادی





$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}$$



$$\frac{r_1}{r} = \frac{q_1}{q} = \frac{a}{d}$$

$$\frac{r_1}{r} = \frac{a}{d} = \frac{d_1}{a}$$

$$\frac{d_1}{a} = \frac{a}{d} \qquad d_1 = \frac{a^2}{d}$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R} - \vec{R}_0|} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R} - \vec{R}_1|}$$

حال می خواهیم بار القا شده روی کره را

شب ظلمت و بیابان به کجا توان رسیدن

مگر آن که شمع رویت به رهم چراغ دارد

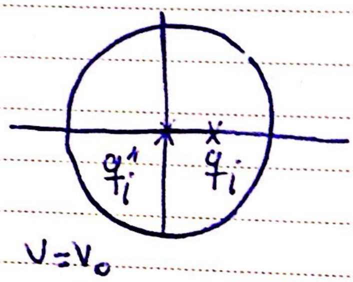
در واقعیت این پتانسیل ناشی از بارهای سطحی روی کره ی هادی

$$-\frac{q_i(\vec{R}-\vec{R}_i)}{4\pi\epsilon|R-R_i|^3}$$

از آنجا که سطح گوسی در میدان حاصل همان با میدان حاصل از q_i است پس انتگرال برحسب حساب می‌شود

$$E_{\text{ناشی از}} = \frac{-q_i(R-\vec{R}_i)}{4\pi\epsilon_0|R-R_i|^3} \qquad \oint_S E\cdot ds$$

مثال:



دو بار تصویر