

برازش داده

فرض کنید  $(x_i, y_i)$ ،  $i = 1, \dots, N$  را از تقاطع دو خطی به هم پیوسته به طوری که ممکن است  $x$  و  $y$  متنوع

است ولی  $y$  با تغییر یک آزمایش همراه با خطا است

فرض کنید می خواهیم خطی را از میان این نقاط عبور دهیم به صورتی که نزدیکترین فاصله را داشته باشد

راستش باشد

$$Y = a + bx$$

$a$  و  $b$  را طوری تعیین کنیم که خطی حاصل که به شکل زیر تعریف می شود بیشترین شود

$$E_1 = \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \quad E_2 = \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|$$

تعریف  $\hat{y}_i$   $\rightarrow$  جدول

$$E_\infty = \max_{1 \leq i \leq N} |y_i - \hat{y}_i|$$

هدف:  $a$  و  $b$  طوری تعیین شوند که بیشترین مربعات را داشته باشیم

$$E_2 = E \quad E(a, b) = \sum_{i=1}^N (y_i - (a + bx_i))^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0 \rightarrow -2 \sum_{i=1}^N (y_i - (a + bx_i)) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = 0 \rightarrow -2 \sum_{i=1}^N w_i (y_i - (a + b x_i)) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0 \rightarrow \left( \sum_{i=1}^N 1 \right) a + \left( \sum_{i=1}^N w_i \right) b = \sum_{i=1}^N y_i$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = 0 \rightarrow \left( \sum_{i=1}^N w_i \right) a + \left( \sum_{i=1}^N w_i^2 \right) b = \sum_{i=1}^N w_i y_i$$

مثال: خط فیت بهترین مکان برای ایستگاه را برای داده های جدول زیر بیابید.

w	1	2	3	4
y	1	1/5	1/50	2

w <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	w <sub>i</sub> <sup>2</sup>	w <sub>i</sub> y <sub>i</sub>
1	1	1	1
2	1/5	4	2
3	1/50	9	0.20
4	2	16	8

$$\sum_{i=1}^4$$

$$\leftarrow 10 \quad 4.20 \quad 30 \quad 14.20$$

$$\begin{cases} 4a + 10b = 14.20 \\ 10a + 30b = 14.20 \end{cases}$$

$$a = 0.70 \quad b = 0.320$$



برای داده‌ها استعاره ازجهت جمله‌ای

فرض کنید نقاط  $(x_i, y_i)$  داده شده در این صورت می‌خواهیم چند جمله‌ای  
 $i=1, \dots, N$   
 $P(x)$  از درجه  $m$  حداقل  $m$  را طوری در میان نقاط عبور دهیم که کمترین فاصله را با

نقاط جدول داشته باشیم.

مجموعه  $P(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_m x^m \rightarrow a_0, \dots, a_m$

$$\min E_r(a_0, \dots, a_m)$$

$$a_0, \dots, a_m \in \mathbb{R}$$

$$E(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^N |y_i - P(x_i)|^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_k} = 0 \quad k=0, 1, 2, \dots, m \rightarrow \sum_{i=1}^N x_i^k (a_0 + a_1 x_i + \dots + a_m x_i^m - y_i) = 0$$

$$k=0, 1, \dots, m$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N 1 & \sum_{i=1}^N x_i & \sum_{i=1}^N x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^m \\ \sum_{i=1}^N x_i & \sum_{i=1}^N x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^N x_i^m & \sum_{i=1}^N x_i^{m+1} & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^{2m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N y_i \\ \sum_{i=1}^N x_i y_i \\ \sum_{i=1}^N x_i^2 y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^N x_i^m y_i \end{pmatrix}$$

DATE

SUBJECT:

مثال: ختجلیان رجه ۲ ای راتعین کنه که داده کی جدول زیر را برارن کنه.

$x$	۱	۳	۴	۵	۶	۷	۲۹
$y$	۲	۷	۸	۱۰	۱۱	۱۱	۴۹
$x_i \cdot y_i$	۲	۲۱	۳۲	۵۰	۶۶	۷۷	۲۴۸
$x_i^2$	۱	۹	۱۶	۲۵	۳۶	۴۹	۱۳۹
$x_i^2 \cdot y_i$	۲	۳۹	۱۲۸	۲۵۰	۳۹۶	۵۲۹	۱۳۷۸
$x_i^3$	۱	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶	۳۴۳	۲۴۰۱
$x_i^4$	۱	۸۱	۲۵۶	۶۲۵	۱۲۹۶	۲۴۰۱	۴۹۱۰

$$\begin{bmatrix} 9 & 29 & 139 \\ 29 & 139 & 779 \\ 139 & 779 & 499 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 \\ 248 \\ 1378 \end{pmatrix}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} \frac{9}{9} & \frac{29}{9} & \frac{139}{9} & \frac{49}{9} \\ 29 & 139 & 779 & 248 \\ 139 & 779 & 499 & 1378 \end{array} \right] \xrightarrow{\text{row 1} \times 9} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{29}{9} & \frac{139}{9} & \frac{49}{9} \\ 0 & 100 & 770 & 205 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{29}{9} & \frac{139}{9} & \frac{49}{9} \\ 0 & \frac{49}{9} & \frac{54}{9} & \frac{54}{9} \\ 0 & \frac{21}{9} & \frac{99}{9} & \frac{24}{9} \end{array} \right]$$

(۴۲)



برای نمایش

کامپی دانه  $\{(x_i, y_i)\}$  به عنوان است که  $x_i$  و  $y_i$  رابطه‌ی نمایشی با هم دارند.  
 $i = 1, \dots, N$

$$Y = \ln y \quad y = ce^{ax} \rightarrow \ln y = \ln c + ax$$

$$b = \ln c \quad \text{تغییر متغیر} \rightarrow Y = b + ax$$

مثال) آبی به صورت نمایشی برای داده‌های زیر بیاید.

$x$	1	3	4	6	9	10
$y$	4	3/5	2/9	2/5	1/5	2
$Y = \ln y$	1/39	1/25	1/4	0.192	1/1	0.49

$\rightarrow Y = b + ax$

$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i y_i$
1			
3			
4			
6			
9			
9			
10			
$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$
4	2/32	368	34/32

$$4a + 368b = 34/32$$

$$368a + 368b = 34/32$$

$$\rightarrow a = 1/32 \quad y = ce^{ax}$$

$$b = -0.40$$



$$b = \ln c \rightarrow c = e^b = e^{-0.40}$$

تقریبی جدول

1.9, 1.2, 1.5, 0.3, 2

3.3, 4.9, 2.1, 2.5, 1.1