۱ـ۸ـ تشریح مسائل

۱ـ۱ـ گاز کاملی با گرمای ویژه فشار ثابت معین $C_P = ۱/۰۹\ kJ/(kg.K)$، یک فرایند انبساطی را در یک ماشین جریان پایا طی می‌کند. آهنگ جرمی جریان برابر $۴۵\ kg/hr$ است. ماشین با آب خنک می‌شود که آهنگ جرمی آن $۴/۵\ kg/hr$ است. در ضمن این فرایند، دمای گاز از $۹۰^\circ C$ به $۳۷^\circ C$ می رسد و دمای آب از $۲۱^\circ C$ تا $۳۷^\circ C$ افزایش می یابد. با صرفنظر کردن از تغییرات انرژی‌های جنبشی و پتانسیل، مقدار قدرت گاز را در طی فرایند بر حسب kW به دست آورد. (برای آب $C_P = ۴/۱۸\ kJ/(kg.K)$).

حل:

قانون اول برای سیستم باز :

$$\dot{Q} + \dot{m}_i(h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i) = \dot{W} + \dot{m}_e(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e)$$

طبق فرض مسئله :

$$\dot{Q} + \dot{m}_i(h_i) = \dot{W} + \dot{m}_e(h_e) \Rightarrow \dot{Q} + \dot{m}_i C_P T_i = \dot{W} + \dot{m}_e C_P T_e$$

$$\dot{Q} = (\dot{m} C_p \Delta T)_{water} = \frac{4.5}{3600} \times 4.18 \times 16 = 0.084(\frac{kJ}{s}) = 0.084(kW)$$

$$\Rightarrow -0.084 + \frac{45}{3600} \times 1.09 \times (90 + 273.15) = \dot{W} + \frac{45}{3600} \times 1.09 \times (37 + 273.15)$$

$$\Rightarrow \dot{W} = 0.64(kW)$$

۱ـ۲ـ مخزن عایق‌بندی نشده‌ای به حجم $۰/۳ m^۳$ محتوی هوا در دمای $۶۰^\circ C$ و در فشار $۰/۷ MPa$ است. یک موتور الکتریکی به قدرت $۵۰ W$ پروانه ای را در داخل آن می‌چرخاند. دمای هوا بعد از گذشت $۱h$ به $۳۷^\circ C$ کاهش می‌یابد. آهنگ انتقال گرما را برحسب kW به دست آورید.

حل:

$$PV = mRT \Rightarrow m = \frac{PV}{RT} \qquad R_{air} = 0.287(\frac{kJ}{kg.K})$$

$$m = \frac{0.7 \times 10^3 \times 0.3}{0.287 \times (60 + 273.15)} = 2.2(kg)$$

$$50(w) \times 3600(s) = 18 \times 10^4 (J)$$

$$C_{v\,air} = 0.717(\frac{kJ}{kg.K})$$

$$Q - W = \Delta U \Rightarrow Q - (-18 \times 10^4) = 2.2 \times 0.717 \times 10^3 \times (60 - 37)$$

مقدار گرمای منتقل شده در یک ساعت $\Rightarrow Q = -1.44 \times 10^5 (J)$

آهنگ انتقال گرما $\Rightarrow \dot{Q} = 0.04(kW)$

۱ـ۳ـ جرم مولکولی گازی برابر ۳۰ و گرمای ویژه فشار ثابت آن برابر ۱/۵ $kJ/(kg.K)$ است. دمای آن در ضمن یک فرایند تراکمی بدون جریان پلی‌تروپ از ۳۷$^\circ C$ به ۹۵$^\circ C$ افزایش می‌یابد. نمای پلی‌تروپ برابر ۱/۳ است. مقدار کار و انتقال گرما را برحسب کیلوژول بر کیلوگرم پیدا کنید.

حل:

با استفاده از رابطه (۱ـ۶):

$$W = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1-n}$$

$$R = \frac{\overline{R}}{M} = 0.2771(\frac{kJ}{kg.K}) \Rightarrow W = \frac{0.2771(95-37)}{1-1.3} = -59.11(\frac{kJ}{kg})$$

$$Q = C_v\left(\frac{k-n}{1-n}\right)(T_2 - T_1)$$

$$C_v = C_p - R = 1.22(\frac{kJ}{kg.K})$$

$$k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{1.5}{1.22} = 1.23$$

$$\Rightarrow Q = 1.22 \times (\frac{1.23 - 1.3}{1 - 1.3}) \times (95 - 37) = 16.51(\frac{kJ}{kg})$$

۱ـ۴ـ هوای خالص با آهنگ جرمی $450\ kg/hr$ و دمای $1100\,^{\circ}C$ وارد توربین گازی می‌شود و آن را در دمای $540\,^{\circ}C$ ترک می‌کند. مقدار قدرت را با استفاده از گرمای ویژه متغیر برای هوا پیدا کنید، و خطای ناشی از به کارگیری گرمای ویژه ثابت را که برابر با مقدار آن در دماهای پایین اختیار شده است به دست آورید.

حل:

$$\dot{W}_T = \dot{m}\int_1^2 C_p dT = \dot{m}\int_{813.15}^{1373.15}(0.917 + 25.77\times10^{-5}\times T - 39.75\times10^{-9}\times T^2)dT$$

$$\Rightarrow \dot{W}_T = \frac{450}{3600}\left[0.917\,T + \frac{25.77\times10^{-5}}{2}T^2 - \frac{39.75\times10^{-9}T^3}{3}\right]_{813.15}^{1373.15}$$

$$\Rightarrow \dot{W}_T = 80.51(kW)$$

با فرض اینکه گرمای ویژه ثابت و برابر $1.005\ kJ/(kg.K)$ باشد:

$$\dot{W}_T = \dot{m}\,C_p(T_1 - T_2) = \frac{450}{3600}\times1.005\times(1100-540) = 70.35(kW)$$

$$\text{خطای بدست آمده} = \frac{80.51-70.35}{80.51}\times100 = 12.62\%$$

۱ـ۵ـ میانگین گرماهای ویژه هوا برحسب کیلوژول بر کیلوگرم برکلوین را در فاصله دمایی $1100\,^{\circ}C$ و $540\,^{\circ}C$ محاسبه کنید.

حل:

$$\overline{C}p = \frac{\int_{813.15}^{1373.15} C_p dT}{1373.15 - 813.15}$$

$$\Rightarrow \overline{C}p = \frac{\int_{813.15}^{1373.15}(0.917 + 25.77\times10^{-5}\times T - 39.75\times10^{-9}\times T^2)dT}{1373.15 - 813.15}$$

$$= 1.15(\frac{kJ}{kg.K})$$

۱ـ۶ـ مخزن صلبی به حجم $۲/۸m^۳$ محتوی بخار در فشار $۳۵MPa$ و دمای $۵۴۰^\circ C$ است. جرم آن را برحسب کیلوگرم با استفاده از (الف) داده‌های جدول بخار و (ب) نمودار تراکم پذیری، به دست آورید.

حل:

الف)

$$\begin{cases} P = 35(MPa) \\ T = 540(^\circ C) \end{cases} \Rightarrow v = 0.008085(\frac{m^3}{kg})$$

$$V = mv \Rightarrow m = \frac{2.8}{0.008085} = 346.32(kg)$$

ب) برای بخار:

$$\begin{cases} R = 0.458(\frac{kJ}{kg.K}) \\ T_c = 647.3(K) \Rightarrow T_r = \frac{T}{T_c} = 1.256 \\ P_c = 22.12(MPa) \Rightarrow P_r = \frac{P}{P_c} = 1.583 \end{cases}$$

از شکل ۱ـ۸ نتیجه می‌شود: $Z = 0.75 \Leftarrow$ $\quad m = \frac{PV}{ZRT} = 350.86(kg)$

۱ـ۷ـ مخزن صلبی به حجم $۱۰m^۳$ محتوی بخار در فشار $۳MPa$ و دمای $۴۰۰^\circ C$ است. مخزن برای خنک شدن به حال خود گذاشته می‌شود تا اینکه فشار آن به $۰/۵MPa$ می‌رسد. (الف) حالت نهایی بخار را پیدا کنید و (ب) انتقال گرما را برحسب کیلوژول به دست آورید.

حل:

الف)

$$\begin{cases} P_1 = 3(MPa) \\ T_1 = 400(^\circ C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 0.09936(\frac{m^3}{kg}) \\ u_1 = 2933(\frac{kJ}{kg}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2 = 0.5(MPa) \\ v_1 = v_2 = 0.09936(\frac{m^3}{kg}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 1145(\frac{kJ}{kg}) \\ T_2 = 151.9(^\circ C) \end{cases}$$

ب)

$$Q - W = \Delta U \ , V = mv \Rightarrow m = \frac{10}{0.09936} = 100.64(kg)$$

مخزن صلب $W = 0 \Rightarrow Q = \Delta U = m(u_2 - u_1) = 100.64(1145 - 2933)$

$$\Rightarrow Q = -179944.32(kJ)$$

۱ــ۸ــ مخزن صلبی به حجم $۰/۳m^۳$ محتوی هوا در فشار MPa ۰/۱ و دمای $۵۴۰\,^\circ C$ است. به مخزن گرما داده می‌شود تا دمای هوا به $۱۱۰۰\,^\circ C$ برسد. با متغیر فرض کردن گرماهای ویژه، (الف) مقدار گرمای داده شده را برحسب kJ و (ب) فشار نهایی را برحسب kPa به دست آورید.

حل:

الف)

$$Q - W = \Delta U, P_1V = mRT_1 \Rightarrow m = \frac{P_1V}{RT_1} = 0.1285(kg)$$

مخزن صلب $W = 0 \Rightarrow Q = \Delta U = m(u_2 - u_1) = m\overline{C}_v(T_2 - T_1)$

$$\overline{C}p = \frac{\int_{813.15}^{1373.15} C_p dT}{1373.15 - 813.15} = 1.15(\frac{kJ}{kg.K})$$

$$\overline{C}p - R = \overline{C}_v = 0.863(\frac{kJ}{kg.K})$$

$$\Rightarrow Q = 0.1285 \times 0.863(1100 - 540) = 62.101(kJ)$$

ب)

$$P_2 = \frac{mRT_2}{\forall} = \frac{0.1285 \times 0.287 \times 1373.15}{0.3} = 168.8(KPa)$$

۱ـ۹ـ سیلندر پیستون دار عایق بندی شده‌ای محتوی بخار آب در فشار $۳MPa$ و دمای $۴۰۰^{\circ}C$ است. بخار تا فشار $۰/۵MPa$ و حجم $۰/۵۵m^۳$ منبسط می‌شود. مقدار کار را برحسب کیلوژول به دست آورید.

حل:

با فرض اینکه بخار در حالت دوم اشباع باشد.

$$\begin{cases} P_1 = 3(MPa) \\ T_1 = 400(^{\circ}C) \end{cases} \Rightarrow u_1 = 2933(\frac{kJ}{kg})$$

$$\begin{cases} P_2 = 0.5(MPa) \\ \text{بخار اشباع} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 2561(\frac{kJ}{kg}) \\ v_2 = 0.3749(\frac{m^3}{kg}) \end{cases}$$

$$V_2 = mv_2 = \frac{0.55}{0.3749} = 1.467(kg)$$

قانون اول برای سیستم بسته :

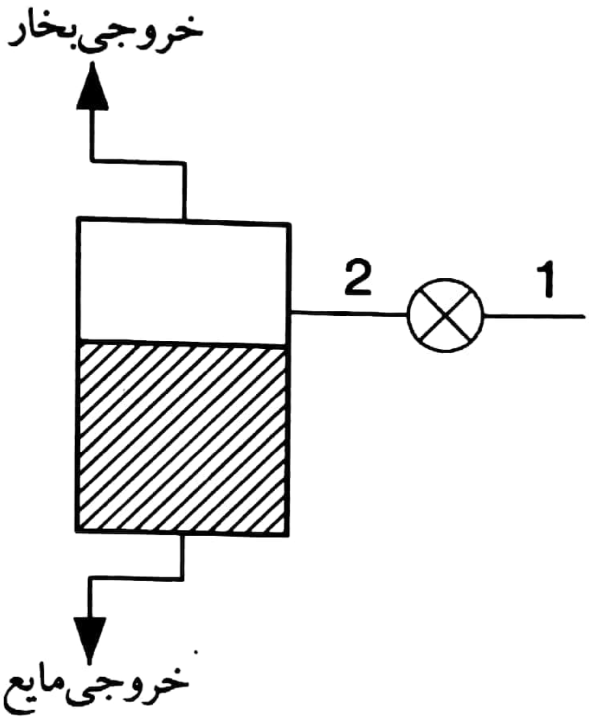
$$Q - W = \Delta U$$

$$\text{سیلندر پیستون عایق بندی شده} \Rightarrow Q = 0 \quad \Rightarrow W = -\Delta U$$

$$\Rightarrow W = -m(u_2 - u_1) = -1.467(2561 - 2933) = 545.724(kJ)$$

۱ـ۱۰ـ مایع آمونیاک با آهنگ $۴/۵\,kg/h$ در دمای $۳۰^{\circ}C$ و فشار $۱/۷MPa$ ضمن یک فرایند خفانشی وارد مخزن موقت با فشار $۱/۲MPa$ می‌شود. سپس بخار آمونیاک از بالای مخزن و مایع آمونیاک از ته مخزن خارج می‌شود. دمای آمونیاک را در این جریان‌ها برحسب سانتی گراد به دست آورید. آهنگ جرمی و حجمی هر دو جریان را به ترتیب برحسب کیلوگرم بر ثانیه و مترمکعب بر ثانیه پیدا کنید.

حل:



$$\begin{cases} P_1 = 1.7(MPa) \\ T_1 = 30(^\circ C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 322.42(\frac{kJ}{kg}) \\ v_1 = 0.001678(\frac{m^3}{kg}) \end{cases}$$

$$h_1 = h_f\Big|_{T=30(^\circ C)} = 322.42(\frac{kJ}{kg})$$

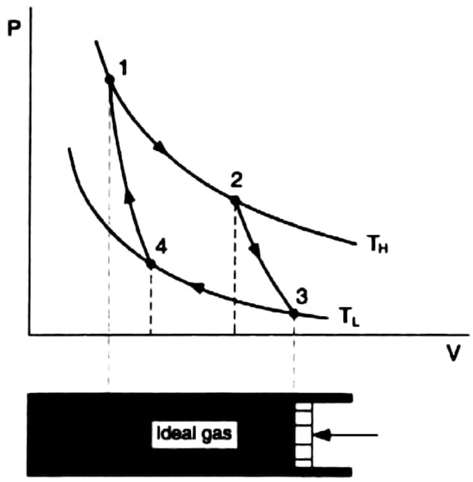
$$\left.\begin{array}{l} \text{خفانش} \Rightarrow h_1 = h_2 = 322.42(\frac{kJ}{kg}) \\ P_2 = 1.2(MPa) \Rightarrow h_f = 326.8(\frac{kJ}{kg}) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

h_2 از h_f در فشار ۱/۲ مگاپاسکال کمتر شد $(x<0)$ که این یک تناقض است. بنابراین آمونیاک به حالت مایع متراکم باقی می‌ماند و تمام آهنگ جرمی همان آهنگ جرمی مایع آمونیاک است.

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{m}_f = 4.5(\frac{kg}{h}) = 0.00125(\frac{kg}{s}) \\ \dot{\forall}_f = \dot{m}_f \times v_1 = 2.0975 \times 10^{-6}(\frac{m^3}{s}) \end{cases}$$

۱ــ۱۱ــ عبارت مربوط به بازده چرخه کارنو [رابطه (۱ـ۲۶)] را، با استفاده از رابطه مناسب کار گازها به دست آورید.

حل:



در هر فرآیند، رفتار گاز از معادله حالت گاز ایده آل پیروی می کند.

$Pv = RT$

و تغییر انرژی داخلی از معادله زیر پیروی می کند.

$du = C_{v_0} dT$

با فرض عدم تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل طبق قانون اول برای جرم واحد،

$\delta q = du + \delta w$

با جایگذاری عبارت‌های قبل در این معادله، برای هریک از چهار فرآیند نتیجه می‌شود: $\delta q = C_{v_0} dT + \frac{RT}{v} dv$. شکل دو فرآیند تک دمای نشان داده شده، در شکل بالا معلوم است. فرآیند۱ـ۲ فرآیند انبساط در T_H است و لذا $v_2 > v_1$، به طور مشابه، فرآیند ۳ـ۴ فرآیند تراکم در دمای کمتر (T_L) است و $v_3 > v_4$. فرآیند آدیاباتیک ۲ـ۳ فرآیند

انبساط از T_H تا T_L با افزایش حجم مخصوص و فرآیند آدیاباتیک ۴ـ۱ فرآیند تراکم از T_L تا T_H با کاهش حجم مخصوص، است. مساحت زیر منحنی هر فرآیند کار مربوط به آن فرآیند را نشان می‌دهد.

حال، از معادله $\delta q = C_{v_0} dT + \frac{RT}{v} dv$ برای هریک از چهار فرآیند تشکیل‌دهنده چرخه کارنو انتگرال گرفته می‌شود. برای فرآیند تک دمای ۱ـ۲ که فرآیند دریافت گرماست نتیجه می‌شود:

$$q_H = 1q2 = 0 + RT_H Ln\frac{v_2}{v_1} \qquad (*)$$

برای فرآیند انبساط آدیاباتیک ۲ـ۳:

$$0 = \int_{T_H}^{T_L} \frac{Cv_0}{T} dT + RLn\frac{v_3}{v_2} \qquad (**)$$

برای فرآیند تک دمای ۳ـ۴، که فرآیند دفع گرماست:

$$q_L = -3q4 = +RT_L Ln\frac{v_4}{v_3} \qquad (***)$$

برای فرآیند تراکم آدیاباتیک ۴ـ۱:

$$0 = \int_{T_L}^{T_H} \frac{Cv_0}{T} dT + RLn\frac{v_1}{v_4} \qquad (****)$$

از معادله‌های $(**)$ و $(****)$ رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\int_{T_L}^{T_H} \frac{Cv_0}{T} dT = RLn\frac{v_3}{v_2} = -RLn\frac{v_1}{v_4}$$

لذا،

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{v_4}{v_1} \Rightarrow \frac{v_3}{v_4} = \frac{v_2}{v_1}$$

از معادله‌های $(*)$ و $(***)$ و با جایگذاری معادله $(****)$

$$\frac{q_H}{q_L} = \frac{RT_H Ln\frac{v_2}{v_1}}{RT_L Ln\frac{v_3}{v_4}} = \frac{T_H}{T_L}$$

$$\eta_T = \frac{q_H - q_L}{q_H} = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = \frac{T_H - T_L}{T_H}$$

۱ـ۱۲ـ مخترعی ادعا می‌کند که موتوری ساخته است که به صورت چرخه‌ای کار می‌کند و مقدار $1000kJ$ گرما را در $500^\circ C$ دریافت می‌کند و مقدار $350kJ$ گرما را در $50^\circ C$ پس می‌دهد، و به این ترتیب کار تولید می‌کند. آیا ادعای این شخص درست است؟ چرا؟

حل:

بازده چرخه :

$$\eta_T = \frac{q_H - q_L}{q_H} = \frac{1000 - 350}{1000} = 0.65$$

بازده کارنو :

$$\eta_T = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{50 + 273.15}{500 + 273.15} = 0.582$$

ادعای شخص نادرست است زیرا بازده کارنو کمتر از بازده چرخه است که این امکان‌پذیر نیست.

۱ـ۱۳ـ چرخه کارنو در نمودار T-s به شکل مستطیل است. چرخه دیگری را در نظر بگیرید که بر روی نمودار P-v به صورت مستطیل است. این چرخه را بر روی هر دو نمودار T-s و P-v نشان دهید و گوشه‌ها را به طور متناظر نامگذاری کنید و کلیه فرایندهای موجود در آن را نام ببرید.

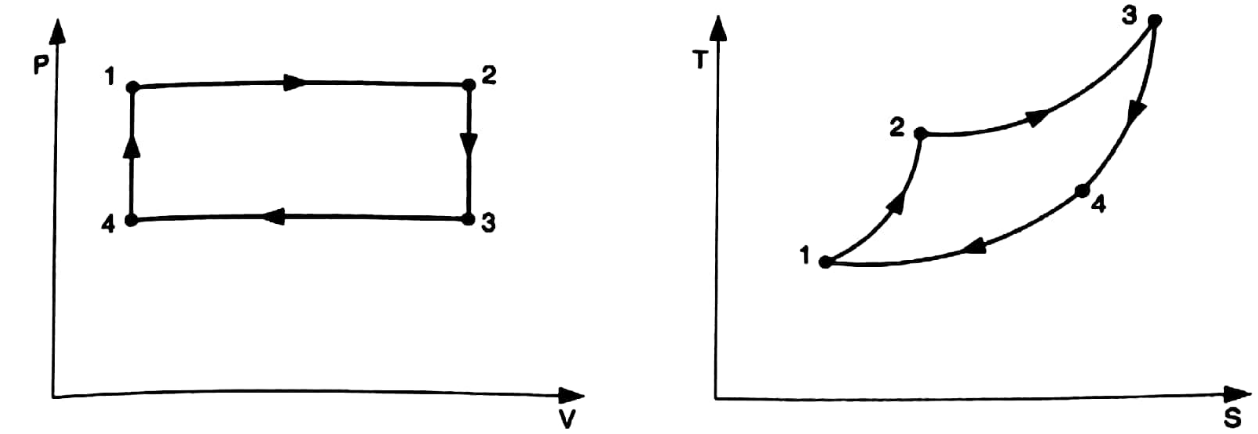
حل:

۱ـ۲ ← فرآیند فشار ثابت

۲ـ۳ ← فرآیند حجم ثابت

۳ـ۴ ← فرآیند فشار ثابت

۴ـ۱ ← فرآیند حجم ثابت



۱ـ۱۴ـ بازده چرخه مذکور در مسئله ۱ـ۱۳ را برحسب دماهای بالا و پایین T_H و T_L، و گرماهای ویژه ثابت C_p و C_v گاز کارکن، برای موارد (الف) افزایش دماهای یکسان و (ب) جذب گرمای یکسان در حجم و فشار ثابت، به دست آورید. آیا این چرخه یک چرخه خوب است؟ چرا؟

حل:

الف)

$$T_H - T_2 = T_2 - T_L \Rightarrow T_2 = \frac{T_H + T_L}{2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_H + T_L}{2T_L}$$ ۱ـ۲: فرآیند حجم ثابت ←

$$\frac{P_3}{P_4} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_H}{T_4}$$ ۳ـ۴: فرآیند حجم ثابت ←

$$P_2 = P_3, P_1 = P_4$$ فرآیندهای ۲ـ۳ و۴ـ۱فشار ثابت ←

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_4} \Rightarrow T_4 = \frac{2T_L T_H}{T_H + T_L}$$

$$q_H = C_v(T_2 - T_1) + C_p(T_3 - T_2) = C_v\left(\frac{T_H + T_L}{2} - T_L\right) + C_p\left(T_H - \frac{T_H + T_L}{2}\right)$$

$$q_L = C_v(T_3 - T_4) + C_p(T_4 - T_1) = C_v\left(T_H - \frac{2T_L T_H}{T_H + T_L}\right) + C_p\left(\frac{2T_H T_L}{T_H + T_L} - T_L\right)$$

افزایش دمای یکسان: $\eta_{th} = 1 - \frac{q_L}{q_H} = \frac{(C_p - C_v)(T_H - T_L)}{(C_p + C_v)(T_H + T_L)}$

ب)

$$C_p(T_H - T_2) = C_v(T_2 - T_L) \Rightarrow T_2 = \frac{C_pT_H + C_vT_L}{C_p + C_v}$$

$$\Rightarrow T_4 = \frac{T_HT_L(C_p + C_v)}{C_pT_H + C_vT_L} \Rightarrow \text{افزایش گرمای یکسان}: \eta_{th} = \frac{(C_p - C_v)(T_H - T_L)}{2(C_pT_H + C_vT_L)}$$

بازده چرخه کارنو با همان T_H, T_L برابر است با :

$$\text{کارنو}: \eta_{th} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = \frac{T_H - T_L}{T_H}$$

$$\text{درحالت الف}: \eta_{th} = \frac{(C_p - C_v)}{(C_p + C_v)} \times \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L}, 0 < \frac{C_p - C_v}{C_p + C_v} < 1, \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L} < \frac{T_H - T_L}{T_H}$$

$$\Rightarrow \eta_{th}(\text{افزایش دمای یکسان}) \ \eta_{th} < (\text{کارنو}) \Rightarrow$$

$$\text{درحالت ب}: \frac{C_p - C_v}{2(C_p \times T_H + C_v \times T_L)} < \frac{1}{T_H} \Rightarrow \eta_{th}(\text{افزایش گرمای یکسان}) \ \eta_{th} < (\text{کارنو})$$

بنابراین این، چرخه خوبی نیست زیرا بازده آن از بازده چرخه کارنو همواره کوچکتر است.

۱ـ۱۵ـ با استفاده از عبارت تغییر آنتروپی گازها در فرایند پلی تروپ $\left[S_2 - S_1 = C_vLn\left(\frac{P_2}{P_1}\right) + C_pLn\left(\frac{v_2}{v_1}\right)\right]$ عبارت مشابهی بر حسب تغییرات (الف) فشار و دما و (ب) دما و حجم، به دست آورید.

حل:

$$S_2 - S_1 = C_vLn\left(\frac{P_2}{P_1}\right) + C_pLn\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

الف)

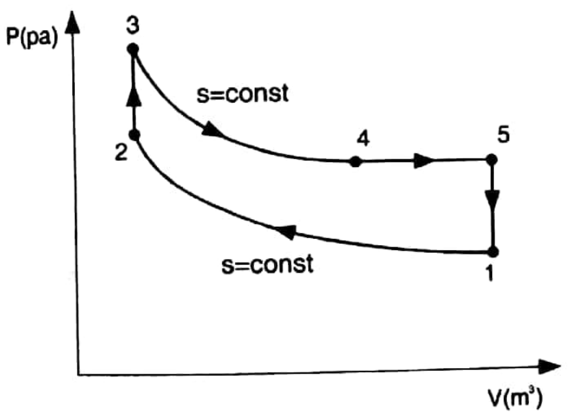
$$\text{فرایند پلی تروپ} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{n-1}} \Rightarrow S_2 - S_1 = C_vLn\left(\frac{P_2}{P_1}\right) + \frac{C_p}{n-1}Ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$$

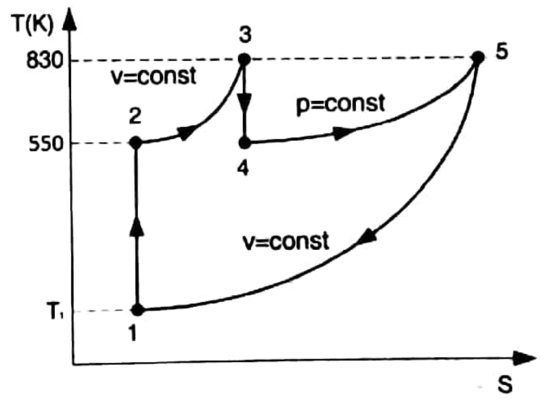
ب)

$$\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}} \Rightarrow S_2-S_1=\frac{n(C_v)}{n-1}Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)+C_pLn\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

۱ـ۱۶ـ چرخه بازگشت‌پذیری، شامل تراکم آنتروپی ثابت از دمای اولیه T_1 تا ۵۵۰K، فرایند حجم ثابت از ۵۵۰K تا ۸۳۰K، انبساط بی دررو بازگشت پذیر تا ۵۵۰K، انبساط فشار ثابت از ۵۵۰K تا ۸۳۰K و فرایند حجم ثابت تا دمای اولیه است. چرخه را بر روی نمودارهای T-s و P-v نمایش دهید و دمای اولیه را در صورتی که شاره کارکن گازی با k=۱/۴ باشد، حساب کنید.

حل:





$$1\xrightarrow[S=cte]{}2\Rightarrow\frac{550}{T_1}=\left(\frac{\forall_1}{\forall_2}\right)^{k-1}=\left(\frac{\forall_1}{\forall_2}\right)^{0.4} \qquad (I)$$

$$4\xrightarrow[P=cte]{}5\Rightarrow\frac{\forall_5}{\forall_4}=\frac{830}{550}\Rightarrow\forall_4=\frac{55}{83}\forall_5 \qquad (II)$$

$$3\xrightarrow[S=cte]{}4\Rightarrow\left(\frac{\forall_4}{\forall_3}\right)^{0.4}=\left(\frac{\forall_4}{\forall_3}\right)^{k-1}=\frac{830}{550} \qquad (III)$$

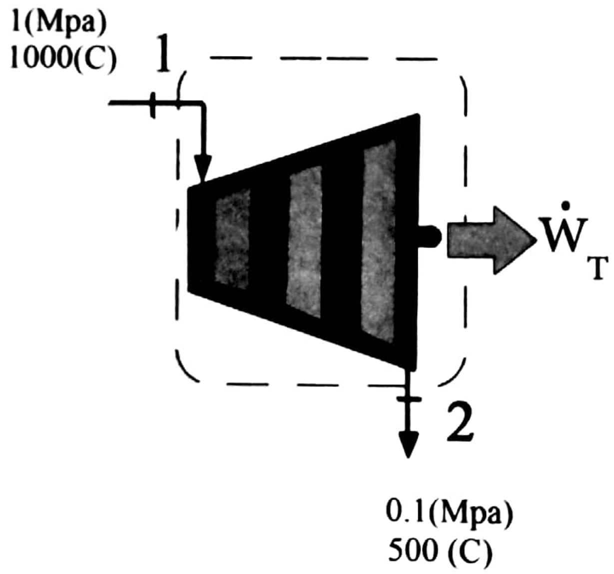
$$(II),(III)\left(\frac{\forall_4}{\forall_5}\times\frac{\forall_5}{\forall_3}\right)^{0.4}=\frac{83}{55}\Rightarrow\left(\frac{\forall_5}{\forall_3}\right)^{0.4}=1.8$$

$$\left.\begin{array}{l} 5 \xrightarrow[\forall=cte]{} 1 \\ 2 \xrightarrow[\forall=cte]{} 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\frac{\forall_1}{\forall_2}\right)^{0.4} = 1.8 \qquad (IV)$$

$$(I),(IV) \Rightarrow 1.8 = \frac{550}{T_1} \Rightarrow T_1 = 305.56(K)$$

۱ـ۱۷ـ هوا در یک توربین عایق بندی شده از فشار $1MPa$ و دمای $1000^{\circ}C$ تا فشار $0/1MPa$ و دمای $500^{\circ}C$ منبسط می‌شود. (الف) بازده پلی تروپ توربین، (ب) تغییر آنتروپی برحسب کیلوژول برکیلوگرم بر کلوین و (ج) کار برحسب کیلوژول بر کیلوگرم، و (د) نمای پلی تروپ n را حساب کنید. گرمای ویژه را $1/005\, kJ/(kg.K)$ در نظر بگیرید.

حل:



الف)

$$\eta_T = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}}$$

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} \Rightarrow T_{2S} = 659.42(K) \quad \Rightarrow T_{2s} = 386.27(^{\circ}C) \quad \Rightarrow \eta_T = 0.815 \text{ or } 81.5\%$$

ب)

$$\underset{1-2}{\Delta S} = C_p Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - RLn\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 1.005Ln\left(\frac{773.15}{1273.15}\right) - 0.287Ln(0.1)$$

$$= 0.16\left(\frac{kJ}{kg.K}\right)$$

ج)

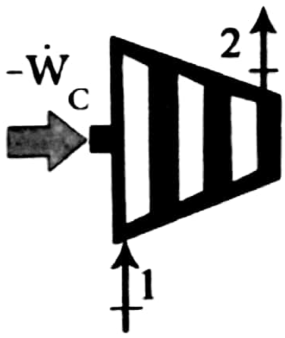
$$W_T = h_1 - h_2 = C_p(T_1 - T_2) = 1.005(1000 - 500) = 502.5\left(\frac{kJ}{kg}\right)$$

د)

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow \left(\frac{773.15}{1273.15}\right) = (0.1)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow n = 1.277$$

۱ـ۱۸ـ هلیم را از فشار MPa ۰/۱ و دمای $C°$ ۴ تا فشار MPa ۰/۴ متراکم می‌کنیم. بازده پلی تروپ کمپرسور برابر ۰/۷ است. (الف) دمای خروجی هلیم برحسب سانتی گراد، (ب) کار انجام گرفته بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم و (ج) تغییر آنتروپی برحسب $(kJ/kg.K)$ چقدر است؟

حل:



الف)

$$C_{p_{He}} = 5.196\left(\frac{kJ}{kg.K}\right) \qquad k = 1.667 \Rightarrow \frac{k-1}{k} = 0.4001$$

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow \begin{cases} T_{2s} = 482.61(K) \\ T_{2s} = 209.46(^\circ C) \end{cases}$$

$$\eta_C = \frac{\dot{W}_s}{\dot{W}_a} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{209.46 - 4}{T_2 - 4} = 0.7 \qquad \Rightarrow T_2 = 297.51(^\circ C)$$

ب)

$$W_C = C_p(T_2 - T_1) = 5.196(297.51 - 4) = 1525.08\left(\frac{kJ}{kg}\right)$$

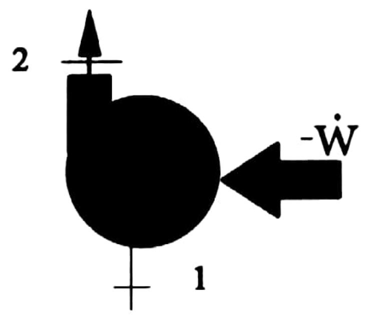
ج)

$$S_2 - S_1 = C_p Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - RLn\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \qquad R_{He} = 2.0771\left(\frac{kJ}{kg.K}\right)$$

$$\Rightarrow S_2 - S_1 = 5.196 Ln\left(\frac{570.66}{277.15}\right) - 2.0771 Ln\left(\frac{0.4}{0.1}\right) = 0.873\left(\frac{kJ}{kg.K}\right)$$

۱ـ۱۹ـ مقدار kg/h ۱۰۰۰ آب از دمای $^\circ C$ ۶۰ و فشار MPa۰/۱ تا فشار MPa۱۰ پمپ می‌شود. بازده پمپ برابر ۰/۶۵ است. قدرت پمپ را برحسب کیلووات حساب کنید.

حل:



$$\begin{cases} T_1 = 60(^\circ C) \\ P_1 = 0.1(Mpa) \end{cases} \Rightarrow v_1 = 0.001017\left(\frac{m^3}{kg}\right)$$

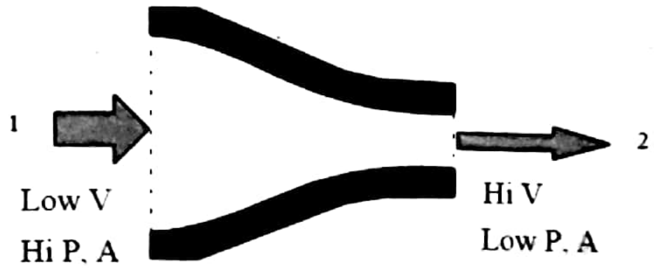
$$W_{ps} = v_1(P_2 - P_1) = 0.001017(10 - 0.1) \times 10^3 = 10.07\left(\frac{kJ}{kg}\right)$$

$$W_{pa} = \frac{W_{ps}}{0.65} = 15.49\left(\frac{kJ}{kg}\right)$$

$$\dot{W}_{pa} = \dot{m} W_{pa} = \frac{1000}{3600} \times 15.49 = 4.303(kW)$$

۱ـ۲۰ـ بخار اشباع فرئون ـ۱۲ با فشار $1/5MPa$ در شیپوره‌ای تا فشار $0/5MPa$ منبسط می‌شود. بازده شیپوره برابر ۰/۹۵ و مساحت مقطع خروجی آن برابر $1/5cm^2$ است. آهنگ جرمی جریان را برحسب کیلوگرم برثانیه پیدا کنید.

حل:



برای شاره تراکم ناپذیر: $V_{s2} = \sqrt{2v(p_1 - p_2)}$

$$\begin{cases} P_1 = 1.5(MPa) \\ \text{بخـــار اشباع} \end{cases} \Rightarrow v_1 = v_2 = 0.01134\left(\frac{m^3}{kg}\right)$$

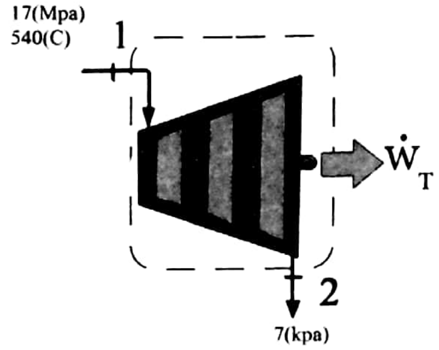
$$\Rightarrow V_{s2} = \sqrt{2 \times 0.01134(1.5 - 0.5) \times 10^6} = 150.6\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\eta_{nozzel} = \frac{V_2^2}{V_{s2}^2} \Rightarrow V_2 = 146.79\left(\frac{m}{s}\right) \qquad \rho = \frac{1}{v} = 88.183\left(\frac{kg}{m^3}\right)$$

$$\dot{m} = \rho AV = 88.183 \times (1.5 \times 10^{-4}) \times 146.79 = 1.94\left(\frac{kg}{s}\right)$$

۱ـ۲۱ـ در توربینی، بخار آب با آهنگ $4/5 \times 10^6\ kg/h$ از فشار $17MPa$ و دمای $540^\circ C$ تا فشار $7kPa$ منبسط می‌شود. بازده بی دررو و مکانیکی توربین به ترتیب برابر ۰/۹۰ و ۰/۹۵ است. این توربین، ژنراتوری را با بازده ۰/۹۶ راه اندازی می‌کند. قدرت خروجی ژنراتور را برحسب مگاوات حساب کنید.

حل:



$$\begin{cases} P_1 = 17(MPa) \\ T_1 = 540(^\circ C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 3399\left(\dfrac{kJ}{kg}\right) \\ S_1 = 6.407\left(\dfrac{kJ}{kg.K}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2 = 7(kPa) \\ S_1 = S_2 = 6.407\left(\dfrac{kJ}{kg.K}\right) \end{cases} \Rightarrow h_{2s} = 1989\left(\dfrac{kJ}{kg}\right)$$

$$\dot{W}_s = \dot{m}(h_1 - h_{2s}) = \frac{4.5\times 10^6}{3600}\times(3399-1989) \quad \Rightarrow \dot{W}_s = 1762.5(MW)$$

$$\dot{W}_a = \eta_J\,\eta_M\,\eta_T \dot{W}_s = 0.96\times 0.95\times 0.9\times 1762.5 = 1446.66(MW)$$