

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی: پیام دلگشا	شماره دانشجویی: ۸۶۱۰۳۶۷۳	رشته: مهندسی برق
گروه: ۲۹	زیر گروه: A	تاریخ انجام آزمایش: ۱ آذر ۱۳۸۶
دستیار آموزشی: خانم علیپور		ساعت: ۸ صبح

آزمایش شماره: ۷

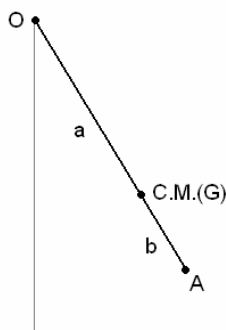
عنوان آزمایش: آونگ کاتر

هدف: اندازه گیری شتاب ثقل زمین به کمک آونگ کاتر

وسایل مورد نیاز: آونگ کاتر، زمان سنج، متر یا خط کش

## نظریه:

یک آونگ مرکب، جسمی صلب است که حول یک محور ثابت تحت اثر نیروی جاذبه ی زمین نوسان می کند. (شکل ۱)



شکل ۱ - آونگ مرکب

دوره ی تناوب نوسان این آونگ حول محوری که از O می گذرد و موازی سطح زمین است (و آن را OZ می نامیم)، از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mga}}$$

که در آن I لختی دورانی آونگ نسبت به محور OZ، M جرم آونگ و a فاصله ی مرکز جرم آونگ از محور دوران است. پس اگر بار دیگر آونگ را حول تکیه گاه A قرار دهیم و آن را به نوسان درآوریم، دوره ی تناوب آن از رابطه ی

$$2\pi \sqrt{\frac{I'}{Mgb}}$$

موازی روابط زیر را برای این دو لختی دورانی داریم:

$$I = Ma^2 + I_G$$

$$I' = Mb^2 + I_G$$

که با تفریق آن دو از هر داریم:

$$I - I' = M(a - b)(a + b)$$

از طرفی اگر دو دوره ی تناوب با هم برابر باشند، خواهیم داشت:

$$2\pi \sqrt{\frac{I}{Mga}} = 2\pi \sqrt{\frac{I'}{Mgb}}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{a} = \frac{I'}{b} \Rightarrow I = \frac{a}{b} I'$$

و از جاگذاری در  $I - I' = M(a - b)(a + b)$  داریم:

$$I' \left( \frac{a}{b} - 1 \right) = M(a - b)(a + b)$$

$$\Rightarrow I' = bM(a + b)$$

و از جاگذاری در رابطه ی  $2\pi \sqrt{\frac{I'}{Mgb}}$  خواهیم داشت  $T = 2\pi \sqrt{\frac{a+b}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  که در آن l طول آونگ است.

## روند انجام آزمایش:

همان طور که در بخش نظریه دیدیم، اگر بتوانیم کاری کنیم که دوره ی تناوب حول محور OZ و AZ یکسان شود، می توان دوره ی تناوب را از رابطه ی  $T = 2\pi\sqrt{\frac{a+b}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  بدست آورد. چیزی که در این رابطه جالب است، این است که ما می توانیم T و l را حساب کنیم و تنها مجهول ما g است. پس کافی است کاری کنیم که این دو دوره ی تناوب یکسان شوند.

برای این کار از آونگی مشابه شکل ۲ استفاده می کنیم:



شکل ۲- شمای کلی آونگ کاتر مورد آزمایش

این آونگ از دو جرم غیر یکسان C و D تشکیل شده که می توان فاصله ب آنها را تا دو تیغه ی E و F تغییر داد. برای رعایت تقارن ما در طور آزمایش فاصله ی این دو جرم تا تیغه های E و F را مساوی قرار می دهیم. این میله می تواند حول دو تیغه ی E و F که روی یک تکیه گاه گذاشته می شود (همان محورهای OZ و AZ) نوسان کند. شایان ذکر است برای یکسان سازی شرایط، شکل دو جرم C و D یکسان است تا اثر نیروی مقاومت هوا بر روی هردوی آنها یکسان باشد.

در این آزمایش برای فاصله ی جرم ها از تیغه های متناظرشان چهار مقدار ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ سانتیمتر را قرار می دهیم و با اندازه گیری زمان ۱۰۰ نوسان، دوره ی تناوب نوسان آنها را بدست می آوریم. ابتدای کار ملاحظه می کنیم که دوره ی تناوب حول F بیشتر است و در انتها دوره ی تناوب حول E بیشتر است، پس جایی در این بین دو دوره ی تناوب یکی شده است؛ یعنی همان طولی که ما می خواهیم. برای بدست آوردن این طول، نمودار دوره ی تناوب بر حسب فاصله ی دو مهره از تیغه ها را رسم می کنیم و دو نمودار را با هم تلاقی می دهیم تا طول مورد نظر پیدا شود.

در قسمت دوم آزمایش، فاصله ی جرم ها از تیغه ها را برابر مقدار بدست آمده قرار می دهیم و دوره ی تناوب حول دو تیغه را برای این طول اندازه می گیریم. (که انتظار داریم تقریباً با هم برابر باشند). پس از اندازه گیری طول آونگ (فاصله

ی دو تیغه) میانگین دو دوره ی تناوب را در رابطه ی  $T = 2\pi\sqrt{\frac{a+b}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  قرار می دهیم و g را بدست

می آوریم.

## جدول ها:

جدول ۱ - ایجاد شرط آونگ دو طرفه

$X$ فاصله ی دو مهره از تیغه ها ( $cm$ )	10	20	30	40
زمان ۱۰۰ نوسان حول $E$ ( $s$ )	189.69	187.16	185.81	186.9
دوره ی تناوب نوسانات حول $E$ ( $s$ )	1.9	1.87	1.86	1.87
زمان ۱۰۰ نوسان حول $F$ ( $s$ )	193.04	186.6	182.84	181.53
دوره ی تناوب نوسانات حول $F$ ( $s$ )	1.93	1.9	1.83	1.82

$$X_N (cm) = 20$$

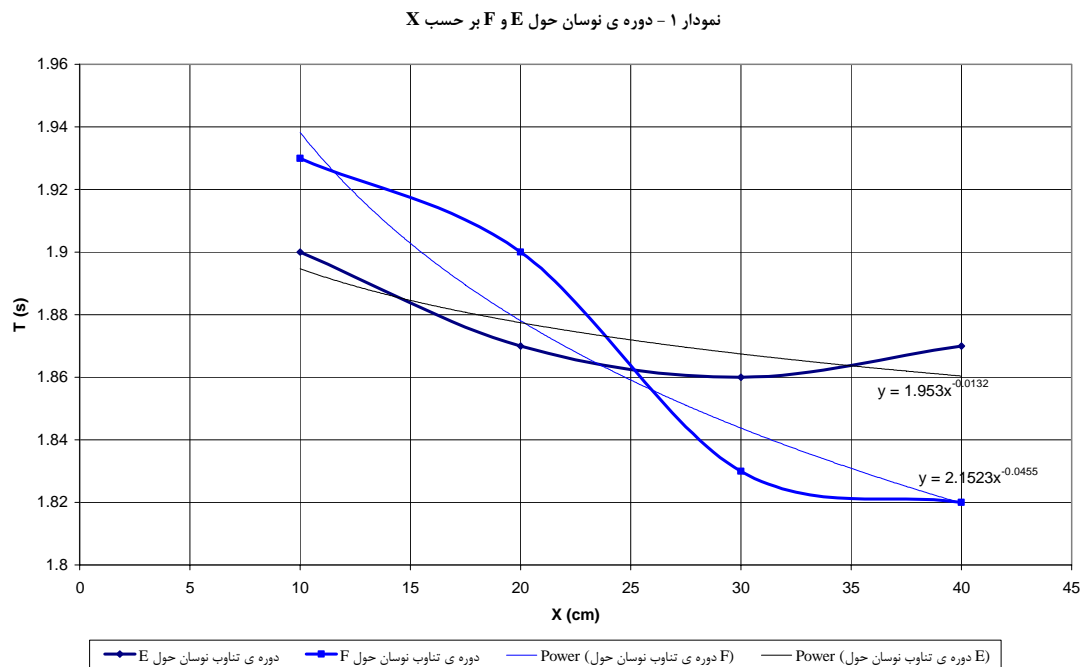
جدول ۲ - آونگ دو طرفه

$l$ فاصله ی دو تیغه ی $E$ و $F$ ( $cm$ )	88
زمان ۱۰۰ نوسان حول تیغه ی $E$ ( $s$ )	186.72
دوره ی تناوب نوسان حول $E$ ( $s$ )	1.87
زمان ۱۰۰ نوسان حول تیغه ی $F$ ( $s$ )	183.31
دوره ی تناوب نوسان حول $F$ ( $s$ )	1.83
دوره ی تناوب میانگین $T_m$ ( $s$ )	1.85

## خواسته ها:

### خواسته ی ۱

ابتدا نمودار دوره ی تناوب های مختلف حول E و F را می کشیم و محل برخورد آنها را بدست می آوریم:



همان طور که دیده می شود، برای افزایش دقت دو منحنی توانی از داده ها عبور داده شده است که معادلات آنها نوشته شده است. برای پیدا کردن نقطه ی برخورد کافی است این دو منحنی را با هم برخورد دهیم.

$$1.953x^{-0.0132} = 2.1523x^{-0.0455}$$

$$\Rightarrow x^{0.0323} = 1.102 \Rightarrow x = 20$$

$$T = y = 1.953x^{-0.0132} = 1.88$$

$T_m$  بدست آمده در آزمایش برابر 1.85s بود که با تقریباً با مقدار بدست آمده در اینجا (1.88s) برابر است.

### خواسته ی ۲

برای بدست آوردن شتاب ثقل، از رابطه ی دوره ی تناوب آونگ ساده  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  استفاده می کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times 88}{(1.85)^2} = 1.0 \times 10^3 \frac{cm}{(sec)^2}$$

پس درصد خطای نسبی از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$E_{rel} = \frac{1.0 \times 10^3 - 978}{1.0 \times 10^3} = 0.022 = 2.2\%$$

## سوالات:

با استفاده از رابطه ی دوره ی تناوب و دقت اندازه گیری های طول و زمان، درصد خطای نسبی در اندازه گیری شتاب ثقل زمین را محاسبه کنید. درصد خطای نسبی محاسبه شده در خواسته ی ۲ با این مقدار چه رابطه ای دارد؟

با توجه به رابطه ی  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$  و اینکه داریم:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\Rightarrow (\Delta y)^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^2$$

پس در محاسبه ی  $g$  داریم:

$$(\Delta g)^2 = \left( \frac{4\pi^2}{T^2} \Delta l \right)^2 + \left( \frac{-8\pi^2 l}{T^3} \Delta T \right)^2$$

و با توجه به دقت اندازه گیری ها داریم  $\Delta l = 1\text{cm}$  و  $\Delta T = 0.01\text{s}$  پس:

$$(\Delta g)^2 = \left( \frac{4 \times 3.14^2}{1.85^2} \times 1 \right)^2 + \left( \frac{8 \times 3.14^2 \times 88}{1.85^3} \times 0.01 \right)^2 = 133 + 120 = 153$$

$$\Rightarrow \Delta g = 12.4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

و:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{12.4}{1.0 \times 10^3} = 0.01 = 1\%$$

که تقریبا برابر درصد خطای نسبی است که در خواسته ی ۲ محاسبه شد. (به دلیل وجود خطاهای دیگر مانند دقیقا یکسان نبودن شکل دو وزنه، مقاومت هوا، لغزیدن وزنه ها، اتلاف اندکی انرژی به خاطر تغییر شکل تیغه ها و ... مقدار خطای نسبی محاسبه شده در خواسته ی ۲ از این مقدار بیشتر است.)