

سوال (۱) الف) پاسخ حالت دائمی یک سیستم به ورودی $x(t) = 5\sin(12t)$ به صورت زیر است:

$$y(t) = 25 \sin\left(12t - \frac{\pi}{4}\right) + 2.5 \sin\left(24t - \frac{\pi}{2}\right)$$

آیا سیستم LTI است؟ چرا؟

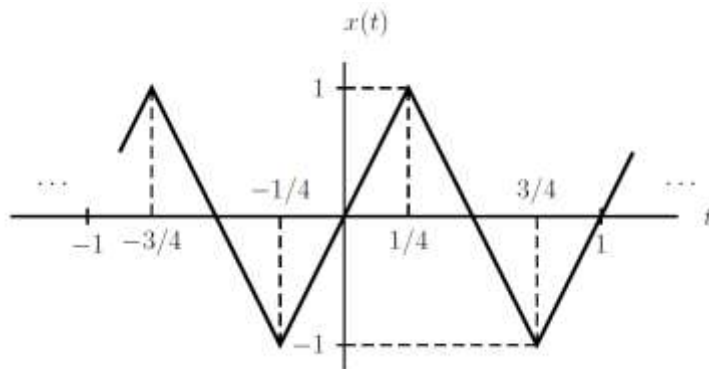
ب) آیا پاسخ یک سیستم LTI به ورودی $x(t) = \text{Sinc}(t)$ می تواند $y(t) = \text{Sinc}^2(t)$ باشد؟ توضیح دهید.

سوال (۲) اطلاعات زیر درباره ی سیگنال حقیقی پیوسته و متناوب با دوره ی تناوب 6، $x(t)$ با ضرایب سری فوریه a_k مفروض است:

- a) $a_k = 0$ for $k = 0$ and $k > 2$
- b) $x(t) = -x(t - 3)$
- c) $\frac{1}{6} \int_{-3}^3 |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2}$
- d) a_1 یک عدد حقیقی مثبت است.

سیگنال $x(t) = A\cos(Bt + C)$ را بیابید.

سوال (۳) برای سیگنال $x(t)$ داده شده



الف) ضرایب سری فوریه را بیابید.

ب) اگر $x(t)$ بعنوان ورودی به سیستمی با معادله دیفرانسیل زیر داده شود و ضرایب سری فوریه سیگنال خروجی $y(t)$ را b_k بنامیم مقدار b_3 و b_{-3} را بیابید.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4\pi \frac{dy}{dt} + 4\pi^2 y(t) = 4\pi^2 x(t)$$

سوال (۴) اگر ضرایب سیگنال پیوسته و متناوب $x(t)$ با دوره ی تناوب T برابر با a_k باشد و داشته باشیم که،

$$\int_T^{2T} x(t) dt = 2$$

ضرایب سری فوریه ی سیگنال متناوب $g(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ را بیابید.

سوال (۵) سیگنال پیوسته و متناوب $x(t)$ را در نظر بگیرید:

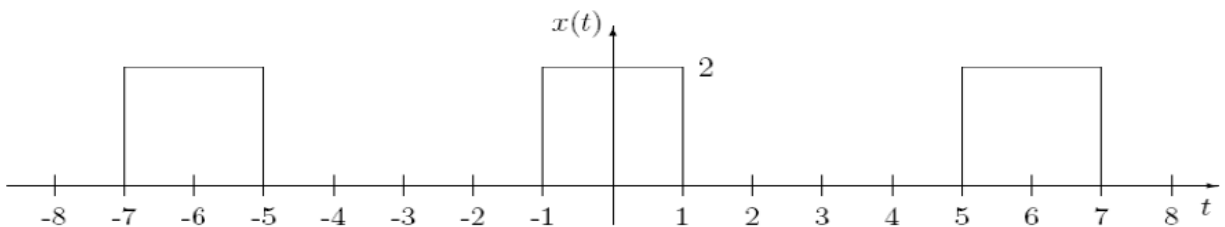
$$x(t) = \begin{cases} \sqrt{1 - (1 - t)^2}, & 0 \leq t \leq 2 \\ 0, & 2 < t < 4 \end{cases}$$

الف) ضرایب سری فوریه این سیگنال می تواند به صورت $a_k = b_k e^{j\alpha k}$ نمایش داده شوند، که برای تمام k ها حقیقی است. مقادیر ممکن α را بیابید.

ب) مقدار $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{\frac{j\pi}{2}k}$ را بیابید.

ج) یک مقدار مناسب برای μ طوری بیابید که برای تمام مقادیر k داشته باشیم: $|a_k| \leq \mu < \infty$ (با ذکر دلیل مناسب)

سوال (۶) سیگنال متناوب $x(t)$ به صورت زیر داده شده است :



همچنین یک سیستم را در نظر بگیرید که اطلاعات زیر را راجع به آن می دانیم :

(۱) پاسخ فرکانسی سیستم، $H(jw)$ ، برای $|w| > \pi$ صفر است.

(۲) پاسخ سیستم به سیگنال ورودی $1 + \cos \frac{2\pi}{3}(t - 5)$ برابر 4 است.

(۳) پاسخ سیستم به سیگنال ورودی $\cos \frac{\pi t}{3}$ برابر $\pi \cos \frac{\pi t}{3}$ است.

خروجی سیستم $y(t)$ را به ازای ورودی $x(t)$ بدست آورید.