

بسمه تعالی  
تمرین سری اول آمار و احتمال مهندسی

۱ تا ۸ - مسائل فصل دوم کتاب شماره‌های 3,7,10,12,14,15,16,19

۹ - مسأله روز تولد:

الف - در یک کلاس  $n$  نفره ( $2 \leq n \leq 365$ ) احتمال اینکه لااقل دو نفر روز تولدشان یکسان باشد چیست؟  
ب - این احتمال را برای ۵۰ و ۲۳ و  $n=10$  حساب کنید.

۱۰ - واقعه‌های  $A$  و  $B$  را به شرط  $C$  مستقل گویند هرگاه:

$$P(AB/C) = P(A/C) P(B/C)$$

که در این صورت اگر  $P(A) \neq 0$  و  $P(B) \neq 0$  داریم:

$$P(B/AC) = P(B/C), P(A/BC) = P(A/C)$$

یک شرکت بیمه اعتقاد دارد که مردم را به دو دسته با احتیاط و بی احتیاط می‌توان تقسیم کرد. احتمال تصادف افراد با احتیاط در یک سال  $0/2$  و احتمال تصادف افراد بی احتیاط در یک سال  $0/4$  است و ۳۰ درصد از افراد جامعه بی احتیاط هستند. احتمال شرطی اینکه یک فرد تازه بیمه شده در دومین سال قرارداد، تصادفی داشته باشد به شرط اینکه در سال اول تصادف داشته باشد را بدست آورید.  
روشن است که واقعه داشتن تصادف در سال اول و واقعه داشتن تصادف در سال دوم را می‌توان به شرط با احتیاط بودن (و نیز به شرط بی احتیاط بودن) مستقل در نظر گرفت.

۱۱ - مسأله تطابق:

الف -  $n$  نامه (برای  $n$  نفر) تایپ شده و آدرس این  $n$  نفر روی  $n$  پاکت نامه نیز تایپ شده است. اگر بطور کاملاً تصادفی نامه‌ها را داخل پاکت نامه‌ها بگذاریم احتمال این که لااقل یک نامه در پاکت نامه درست قرار گرفته باشد چیست؟  
ب - این احتمال را برای  $n=7$  و  $n \rightarrow \infty$  حساب کنید.

مسائل اختیاری

۱۲ - مسأله 2.8 کتاب

۱۳ - نشان دهید اگر وقایع  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقل باشند:

الف -  $A$  از  $BC$  مستقل است

ب -  $A$  از  $B+C$  مستقل است.

۱۴ - ثابت کنید:

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1} \quad k \geq 0$$

$$\binom{-n}{k} = (-1)^k \binom{n+k-1}{k} \quad n > 0, k \geq 0$$

۱۵ - با اعمال قضیه دو جمله‌ای به  $(a+b)^{p+q} = (a+b)^p (a+b)^q$  ثابت کنید:

$$\binom{p+q}{r} = \sum_{j=0}^r \binom{p}{j} \binom{q}{r-j} \quad r \leq p, q$$

۱۶ - با استفاده از استقراء ریاضی ثابت کنید برای هر  $n \geq 1$  داریم:

$$\sum_{j=0}^{n-1} \binom{k+j}{j} = \binom{n+k}{k+1}, \quad k \geq 0$$

۱۷ - در مسأله تطابق احتمال اینکه دقیقاً  $k$  نامه در پاکت صحیح قرار بگیرد چقدر است؟

۱۸ - یک سیستم مخابراتی از  $n$  آنتن مشابه تشکیل شده است که بطور خطی کنار یکدیگر قرار گرفته و به هم متصلند.  $m$  تا از این  $n$  آنتن معیوب می‌باشند و آنتنها بطور کاملاً تصادفی چیده شده‌اند.

الف - اگر این سیستم تا زمانی که هیچ دو آنتن متوالی معیوب نباشد قادر به کار (دریافت سیگنالها) باشد، احتمال فعال بودن سیستم چقدر است؟

ب - اگر سیستم فقط وقتی کار می‌کند که بین دو آنتن معیوب لااقل دو آنتن سالم قرار گرفته باشند، احتمال فعال بودن سیستم چقدر خواهد بود؟