

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی: علی وکیلان	شماره دانشجویی: 86109268	رشته: مهندسی برق
گروه: زیر گروه: C	تاریخ انجام آزمایش: 11 اسفند 1386	ساعت: 13:30
دستیار آموزشی:		

آزمایش شماره: 2

عنوان آزمایش: اندازه گیری چگالی به روش ارشمیدس و اندازه گیری زمان عکس العمل شخص

هدف: اندازه گیری نیروی ارشمیدس و آشنایی با توزیع گاوسی

وسایل مورد نیاز: 1- نیروسنج با دو دامنه ی ماکسیمم 1 و 2/5 نیوتونی 2 - پایه و گیره برای نگه داشتن نیروسنج 3 - بشر 500 میلی لیتری 4 - جک برای بالا و پایین آوردن بشر آب

نظریه

نیروی ارشمیدس، نیرویی است که از طرف یک مایع به جسم غوطه ور در آن وارد می شود و مقدار آن برابر وزن مایع با حجمی معادل جسم است و جهت آن در خلاف جهت نیروی وزن.

این نیرو ناشی از اختلاف فشار نقاط پایینی و بالایی جسم غوطه ور در مایع است که مقدار آن برابر $\Delta P = \rho g h$ است. اگر طرفین معادله ی فوق را در A یعنی سطح مقطع جسم ضرب کنیم، داریم:

$$\Delta P A = \rho g h A \quad \begin{cases} \Delta P A = B \\ h A = V \end{cases} \Rightarrow B = \rho g V$$

بنا بر این داریم که اگر چگالی جسم از چگالی مایع کمتر باشد، روی سطح آب غوطه ور خواهد ماند و اگر بیشتر باشد، در آب فرو خواهد رفت.

در طبیعت توزیع داده ها معمولا به صورت گاوسی است که نمودار گاوسی نموداری است زنگوله مانند و نشان می دهد داده های آزمایش حول قله ی این نمودار که در میانگین داده هاست، پراکنده شده اند.

روند انجام آزمایش

قسمت اول، نیروی ارشمیدس:

وزنه را از نیروسنج آویزان می کنیم و مقداری که نشان می دهد یادداشت می کنیم، سپس آن را کاملاً وارد بشری که درون آن آب است می کنیم و مجدداً عددی که نیروسنج نشان می دهد را اندازه می گیریم. و نیروی ارشمیدس را محاسبه می کنیم.
از طرفی داریم:

$$V = M / \rho_{metal} \Rightarrow \begin{cases} T_1 - T_2 = B \\ B = \rho_{water} g V \end{cases} \Rightarrow B = \rho_{water} g M / \rho_{metal}$$
$$M = \frac{\rho_{metal}}{\rho_{water} g} B$$

بنابراین اگر نمودار جرم جسم را برحسب نیروی ارشمیدسی رسم کنیم، به کمک شیب آن می توانیم چگالی جسم را بدست آوریم. در این حالت شتاب گرانش زمین را 9.78 متر بر مجذور ثانیه و چگالی آب را 1003.50 کیلوگرم بر متر مکعب فرض می کنیم.

قسمت دوم، اندازه گیری زمان عکس العمل شخص

دستگاهی که به وسیله ی آن زمان عکس العمل را اندازه می گیریم، دو حالت دارد، در حالت اول، بعد از فشار دادن دکمه ی start بعد از مدتی تصادفی، چراغ دستگاه روشن می شود و شخص باید بعد از دیدن روشن شدن چراغ، کلید stop را فشار دهد. در این حالت دستگاه فاصله ی زمانی بین روشن شدن چراغ و فشار دادن کلید را نشان می دهد.
در حالت دوم، کلید start را یک نفر فشار می دهد و به محض فشار دادن این کلید، چراغ دستگاه روشن می شود و آزمایشگر بعد از گذشت زمانی پس از روشن شدن چراغ (که دستگاه گزارش می کند) کلید stop را فشار می دهد. (که البته ما تنها آزمایش را در حالت اول دستگاه بررسی کردیم)
در چهار نوبت، زمان عکس العمل نفر اول گروه با دست راست، دست چپ، و همچنین نفر دوم با دست راست و دست چپ را هرکدام 60 بار اندازه می گیریم.

جداول

جدول 1

M	1	2	3	4	5	6	7	8	9
T_1 (N)	0.21	0.43	0.63	0.85	1.1	1.4	1.75	2.2	2.25
جرم وزنه (kg)	0.021	0.044	0.064	0.087	0.11	0.14	0.18	0.22	0.23
T_2 (N)	0.14	0.28	0.41	0.54	0.65	0.85	1.2	1.25	1.4
$B = T_1 - T_2$ (N)	0.07	0.15	0.22	0.31	0.45	0.55	0.55	0.95	0.85

جدول 2 - زمان واکنش اندازه گیری شده ی نفر اول دست راست

295	466	230	274	198	240	204	191	196	202
192	350	166	223	209	284	263	186	175	310
183	217	199	209	179	210	183	177	220	185
217	207	183	228	246	233	236	207	164	217
267	236	204	217	300	226	216	277	235	227
254	267	247	256	253	259	225	262	236	304

آزمایشگر داده ها: علی وکیلان

جدول 3 - زمان واکنش اندازه گیری شده ی نفر اول با دست دیگر

421	232	204	170	181	226	206	185	160	226
216	190	176	314	220	206	236	277	169	163
209	203	219	261	241	170	275	283	226	196
240	235	222	228	229	230	244	263	296	244
261	250	247	263	263	218	230	182	217	226
202	249	271	240	206	300	281	226	188	205

آزمایشگر داده ها: علی وکیلان

جدول 4 - زمان واکنش اندازه گیری شده ی نفر دوم دست راست

219	201	127	191	174	172	242	142	209	212
214	181	160	160	481	170	149	132	158	326
324	191	130	73	125	161	174	133	130	157
178	210	202	187	244	241	200	183	1586	221
222	195	198	209	185	249	254	162	261	179
238	269	201	194	299	225	272	249	284	206

آزمایشگر: علی موسوی

جدول 5 - زمان واکنش اندازه گیری شده ی نفر دوم با دست دیگر

206	213	152	180	179	280	358	150	201	319
253	188	202	155	456	122	159	174	213	172
273	83	160	170	230	206	165	644	265	170
213	251	188	223	168	171	170	234	198	241
298	272	208	207	202	228	172	239	173	214
223	220	226	202	168	197	195	196	217	187

آزمایشگر: علی موسوی

جدول H2 - توزیع داده های جدول 2

تعداد	بازه
3	155 - 175
9	176 - 195
11	196 - 215
14	216 - 235
8	236 - 225
7	256 - 275
3	276 - 295
3	296 - 315
0	316 - 335
1	336 - 355

جدول H3 - توزیع داده های جدول 3

تعداد	بازه
5	159 - 174
6	175 - 190
8	191 - 206
7	207 - 222
12	223 - 238
8	239 - 254
5	255 - 270
5	271 - 286
3	287 - 302
1	303 - 318

جدول H4 - توزیع داده های جدول 4

بازه	فراوانی
125 - 145	7
146 - 165	7
166 - 185	9
186 - 205	10
206 - 225	10
226 - 245	4
246 - 265	4
266 - 285	3
286 - 305	1
306 - 325	1

جدول H5 - توزیع داده های جدول 5

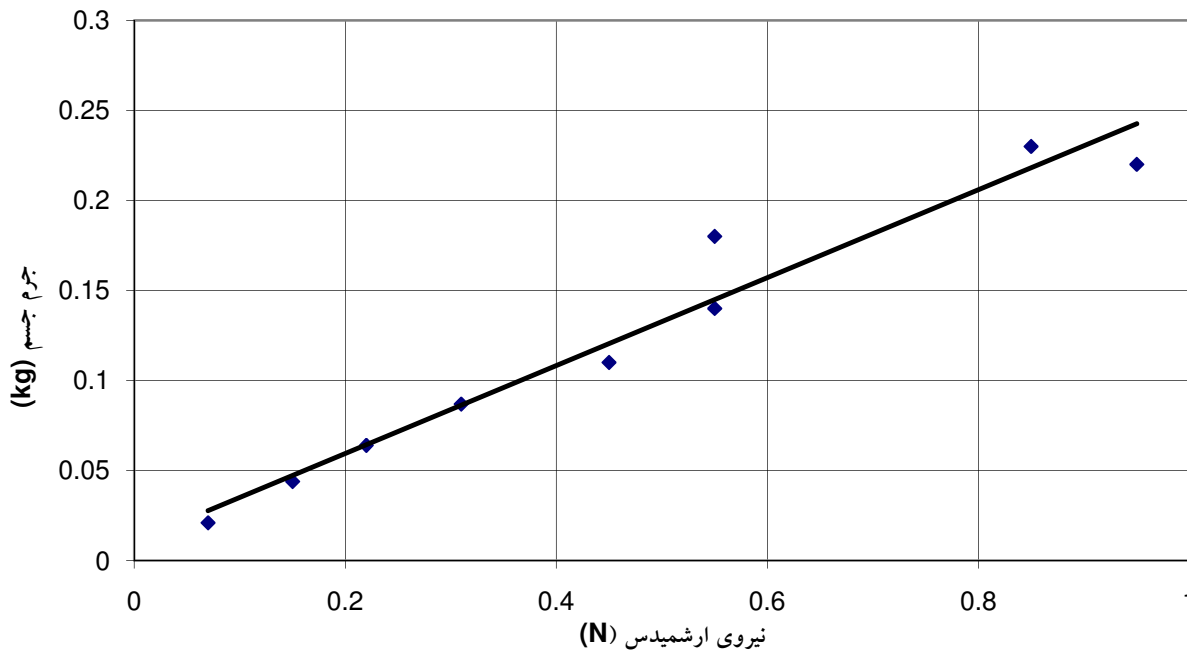
بازه	تعداد
120 - 144	1
145 - 168	8
169 - 192	13
193 - 216	16
217 - 240	9
241 - 264	3
265 - 288	4
289 - 312	1
313 - 336	1
337 - 360	1

خواسته ها ی قسمت اول

خواسته ی 1

نمودار 1، جرم بر حسب نیروی ارشمیدسی را نشان می دهد. جرم در این نمودار از مقادیر موجود در جدول 1
 $(m_i = \frac{T_{1_i}}{g})$ بدست می آید.

نمودار ۱ - M بر حسب F در آزمایش نیروی ارشمیدس



شیب بهترین خط گذرنده که برابر با $\frac{\sum (x_i - \bar{x})y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$ است برای این نمودار $0.24 \frac{kg}{N}$ است. عرض از مبدا نیز از رابطه ی $\bar{y} - a\bar{x}$ بدست می آید که در این نمودار آن $0.01kg$ است.

خواسته ی 2

بنابراین شیب خط نمودار فوق $M = \frac{\rho_{Metal}}{g \cdot \rho_{Water}} F$ است، و از آنجا که مقادیر g و ρ_{Water} مشخص است داریم که :

$$\frac{\rho_{Metal}}{\rho_{Water} g} = 0.24$$

$$\Rightarrow \rho_{Metal} = 1003.50 \frac{kg}{m^3} \times 9.78 \frac{m}{s^2} \times 0.24 \frac{kg}{N} = 2.3 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

خواسته ی 3

ضریب رگرسیون از رابطه ی $r = \frac{\sum x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}}{n \sigma_x \sigma_y}$ بدست می آید که برای داده های این آزمایش برابر 0.95 است. طبق تعریف ضریب رگرسیون عددی در $[-1, 1]$ و معیاری است برای خطی بودن تابع. هرچقدر رگرسیون به 1 یا -1 نزدیک تر باشد، نشان از دقت تقریب خطی دارد. در این حالت که رگرسیون 0.95 بدست آمده، یعنی داده ها را می توان با این خط تقریب زد.

خواسته ی 4

می دانیم مقدار خطای شیب خط $\Delta a \approx \sqrt{\frac{1}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{N - 2}}$ است که در این حالت $0.02 \frac{kg}{N}$ است. از طرفی می دانیم:

$$\rho_{Metal} = \rho_{Water} g a \Rightarrow \Delta(\rho_{Metal}) = \rho_{Water} g \Delta a = 1003.50 \frac{kg}{m^3} \times 9.78 \frac{m}{s^2} \times 0.02 \frac{kg}{N} = 2 \times 10^2 \frac{kg}{m^3}$$

مقدار خطای نسبی چگالی فلز هم از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$\frac{2 \times 10^2}{2.5 \times 10^3} = 8\%$$

خواسته ی 5

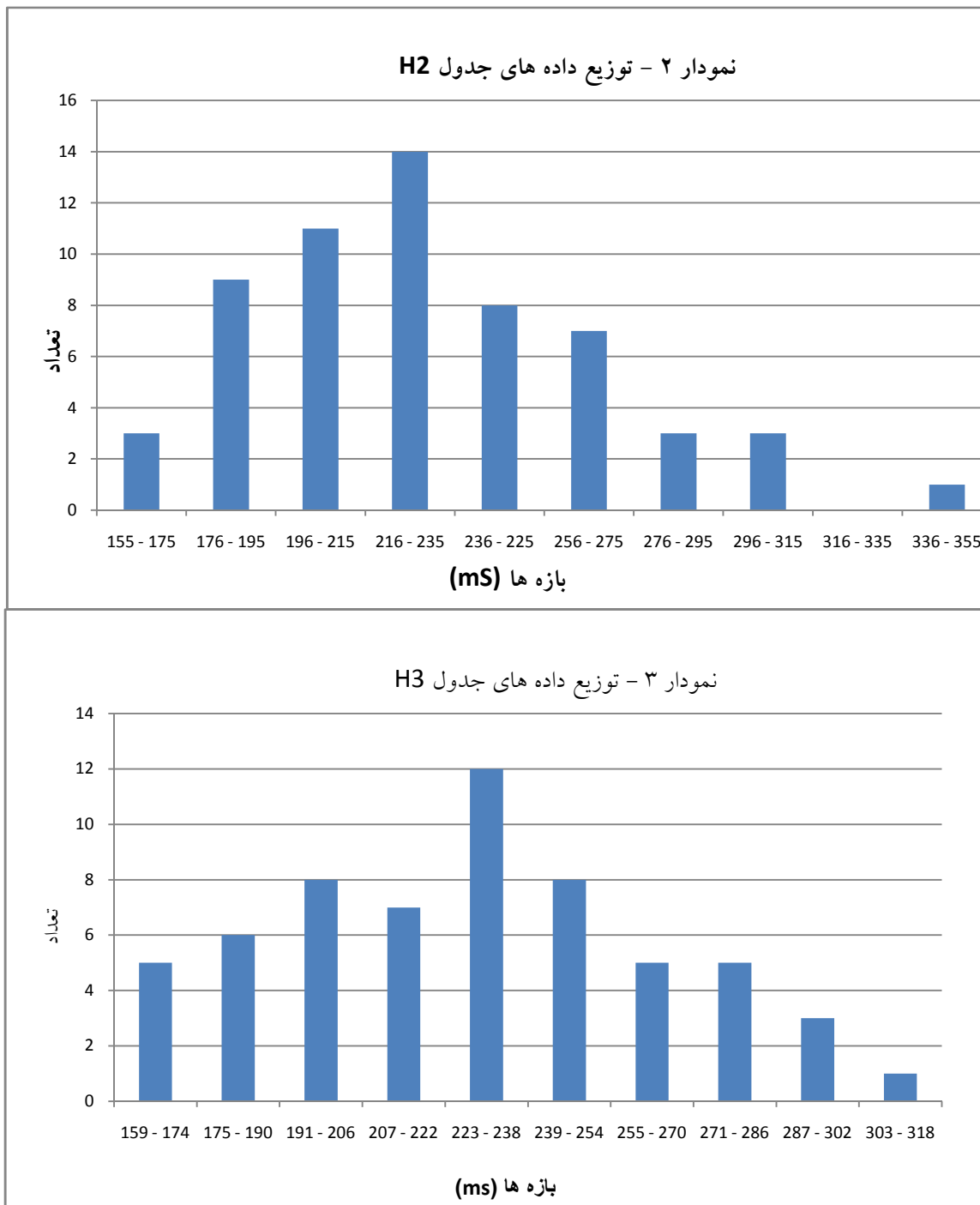
می دانیم خطای عرض از مبدا $\sqrt{\left(\frac{1}{N} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) \frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{N - 2}}$ است که برای این داده ها $0.01kg$ است. از طرفی مقدار خود b $0.01kg$ است. از لحاظ تئوری عرض از مبدا باید صفر باشد و ما داریم عرض از مبدا بین 0 تا 0.02 کیلوگرم است که همان گونه است که انتظار داشتیم.

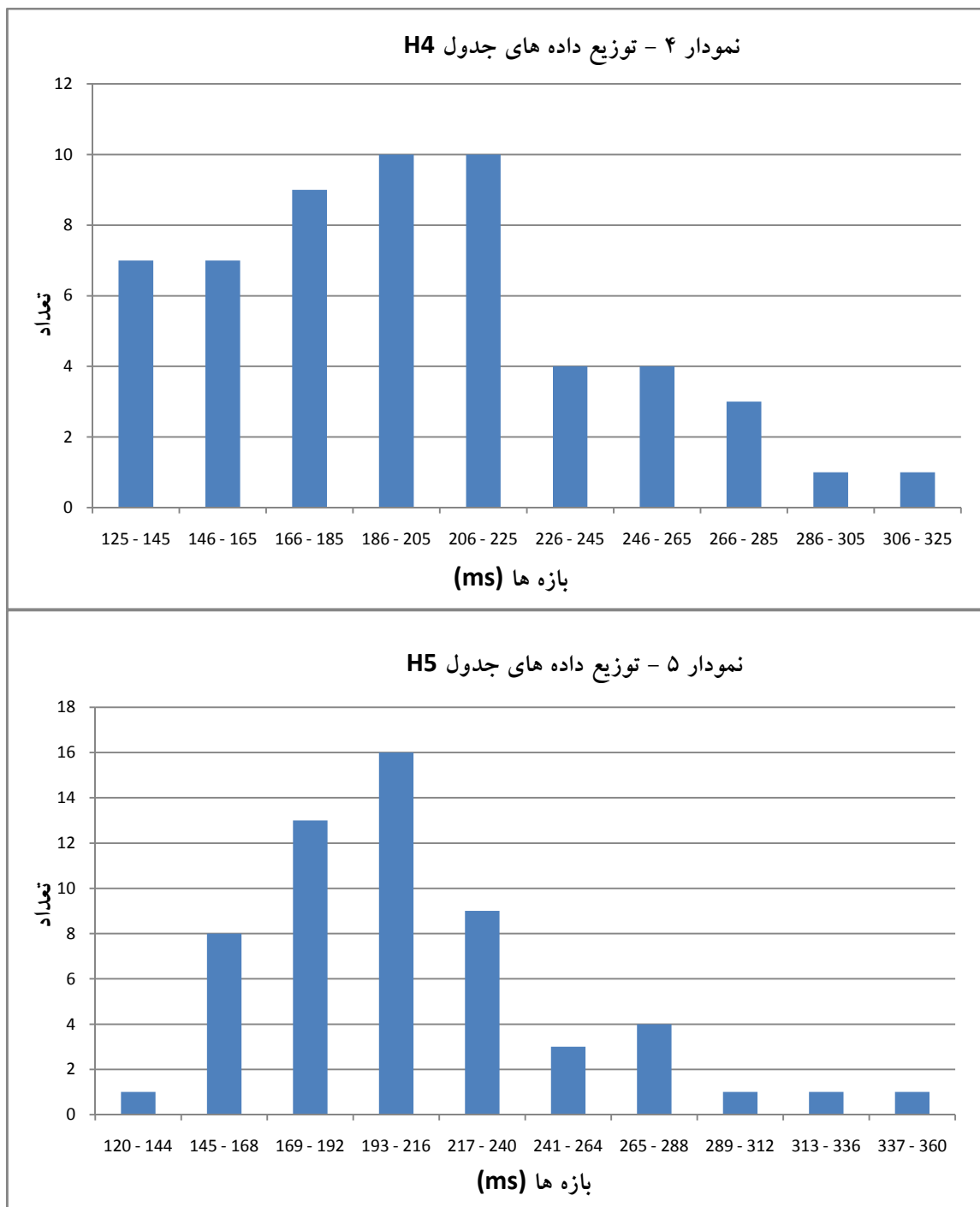
خطای نسبی عرض از مبدا هم برابر $\frac{0.01}{0.01} = 100\%$ است.

خواسته های قسمت دوم

خواسته ی 1

توزیع داده های مربوط به داده های جداول H2 تا H5 به ترتیب در نمودارهای 2 تا 5 آورده شده است:





شکل کلی این نمودارها همان طور که انتظار می رفت، گاوسی است.

خواسته ی 2

مقادیر خواسته شده در جدول 6 آورده شده است:

جدول 6 - انحراف معیار و میانگین داده های جداول 2 تا 5

جدول	انحراف معیار استاندارد	میانگین
2	49.6	232
3	43.5	230
4	189	227
5	79.4	217

داده های آماری در یک پدیده ی تصادفی، به صورت یک نمودار گاوسی پراکنده می شوند که قله ی این نمودر روی میانگین اعداد است. با دقت در اعداد بالا و با توجه به نمودارهای 2 تا 5، مشاهده می شود که قله ی نمودارها در حوالی میانگین هستند.

انحراف معیار استاندارد، معیاری است از پراکندگی داده ها، به طوری که هرچه بیشتر باشد، داده ها حول میانگین پراکنده تر هستند (نمودار باز تر است) حدود 68% داده های در بازه ای حول میانگین و به شعاع انحراف معیار قرار داند. (حدود 95% داده ها در بازه ای به همین مرکز و به شعاع دو برابر انحراف معیار هستند).

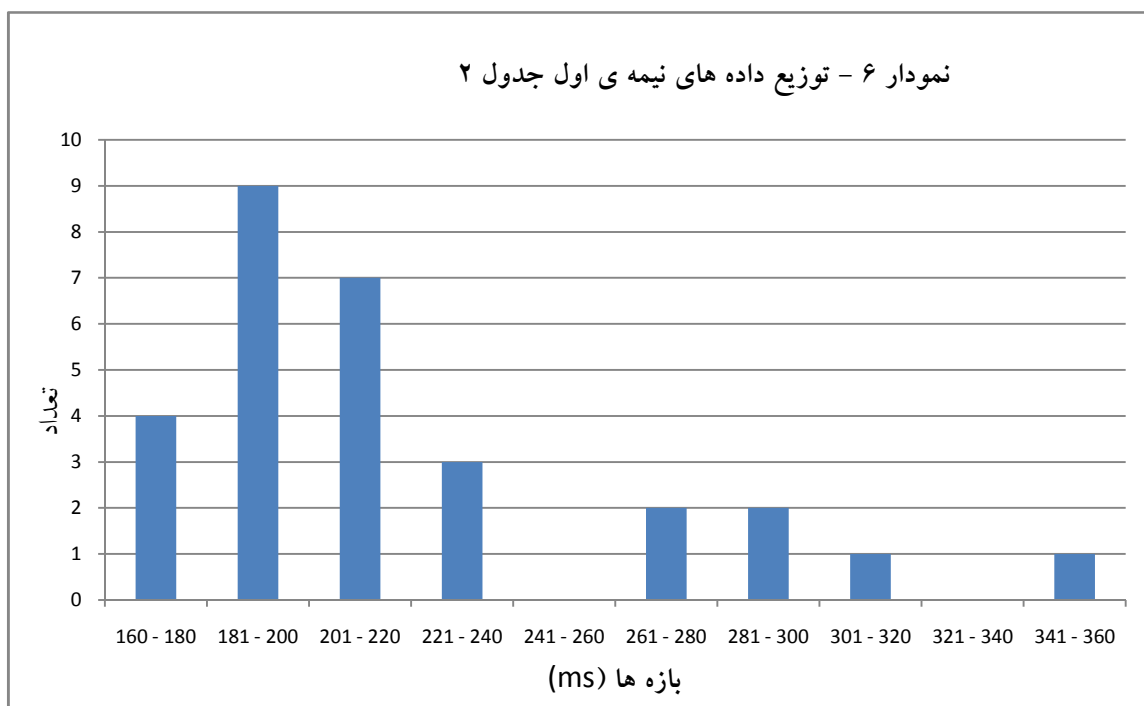
با توجه به انحراف معیارهای بدست آمده از جداول فوق، می توان گفت داده های 4 خیلی پراکنده است (نمودار 4 نیز این موضوع را نشان می دهد) و بعد از آن به ترتیب جداول 5 و 2 و 3 قرار دارند به صورتی که نمودارهای 2 و 3 نسبت به دو تای دیگر جمع تر هستند. (چون انحراف معیار آنها بسیار به هم نزدیک است، نمی توان از روی شکل تشخیص داد که کدام یک جمع ترند.) که پراکنده بودن داده ها در جدول 4 ناشی از خطای آزمایشگر است، زیرا همان طور که از داده ها بر می آید دقت بیش از حد متعارف آزمایشگر (برای دیدن) موجب کمرنگ شدن جنبه ی تصادفی آزمایش گشته است.

جدول 7 - توزیع داده های نیمه ی اول جدول 2

بازه	فراوانی
160 - 180	4
181 - 200	9
201 - 220	7
221 - 240	3
241 - 260	0
261 - 280	2
281 - 300	2
301 - 320	1
321 - 340	0
341 - 360	1

انحراف معیار میانگین: 63

میانگین: 227

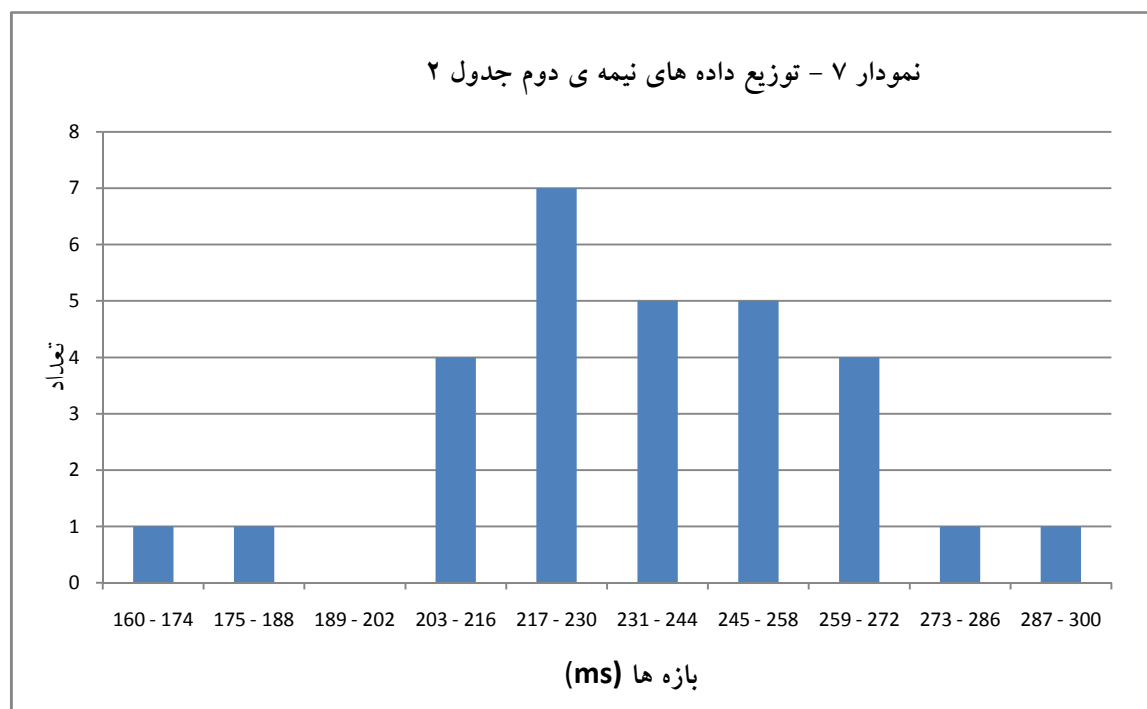


جدول 8 - توزیع داده های نیمه ی دوم جدول 2

بازه	فراوانی
160 - 174	1
175 - 188	1
189 - 202	0
203 - 216	4
217 - 230	7
231 - 244	5
245 - 258	5
259 - 272	4
273 - 286	1
287 - 300	1

انحراف معیار: 31

میانگین: 237



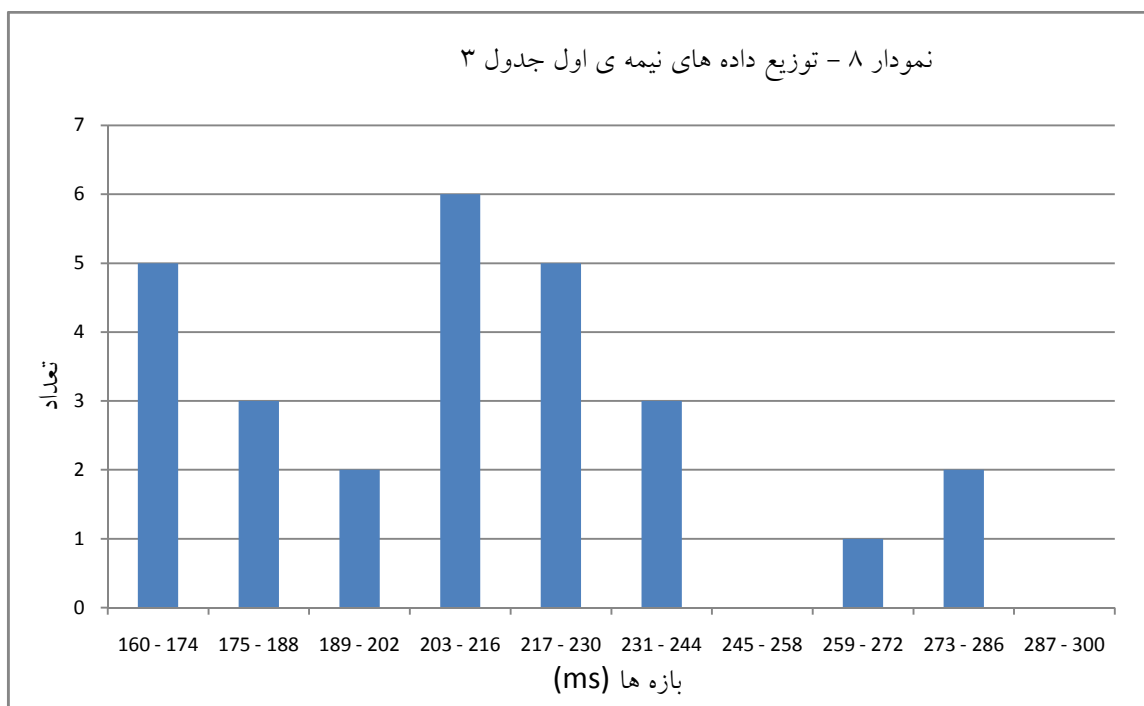
• جدول 3

جدول 9 - توزیع داده های نیمه ی اول جدول 3

بازه	فراوانی
160 - 174	5
175 - 188	3
189 - 202	2
203 - 216	6
217 - 230	5
231 - 244	3
245 - 258	0
259 - 272	1
273 - 286	2
287 - 300	0

انحراف معیار: 54

میانگین: 222

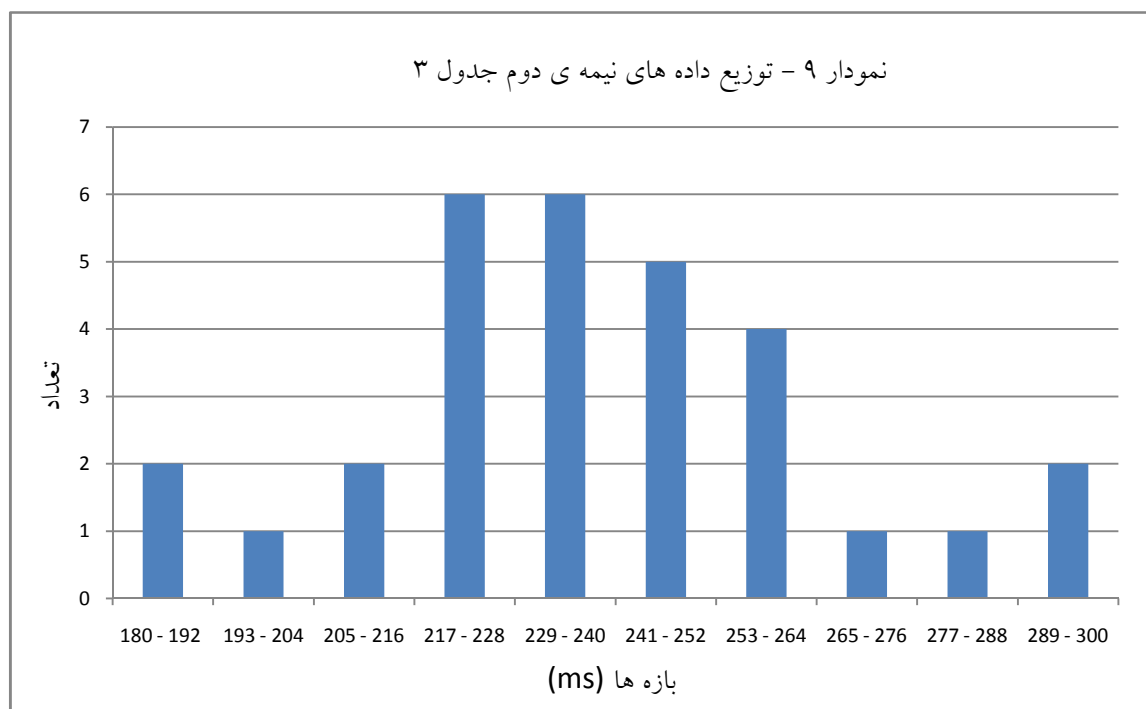


جدول 10 - توزیع داده های نیمه ی دوم جدول 3

بازه	فراوانی
180 - 192	2
193 - 204	1
205 - 216	2
217 - 228	6
229 - 240	6
241 - 252	5
253 - 264	4
265 - 276	1
277 - 288	1
289 - 300	2

انحراف معیار: 29

میانگین: 239



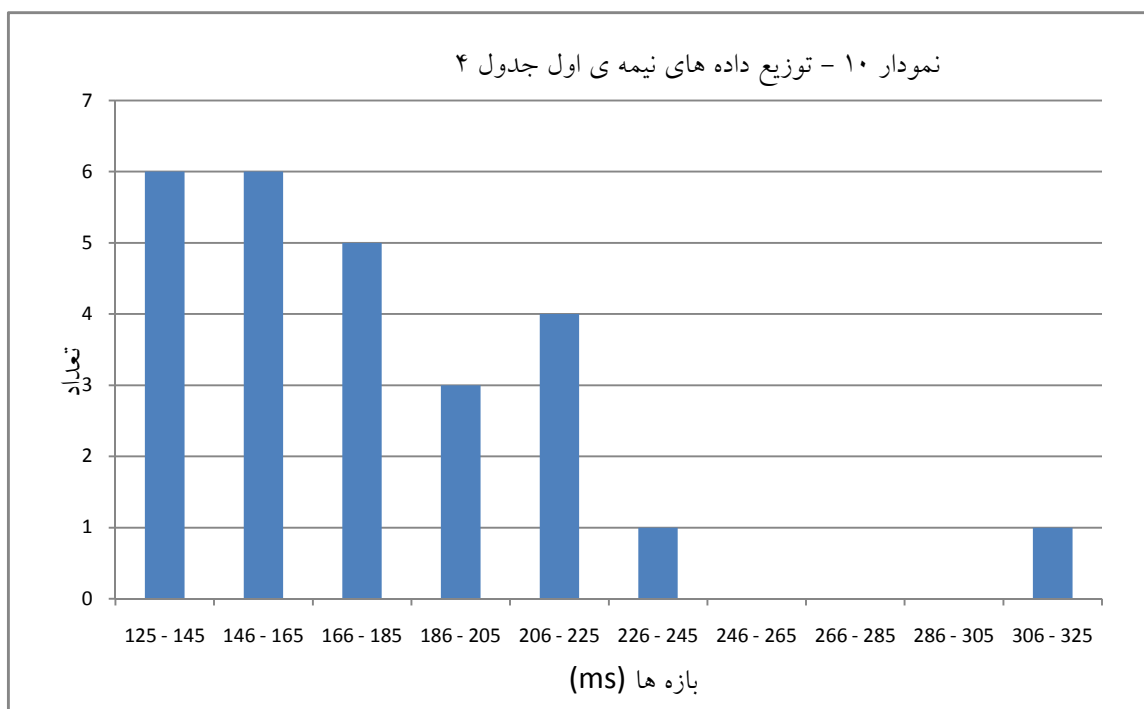
• جدول 4

جدول 11 - توزیع داده های نیمه ی اول جدول 4

بازه	فراوانی
125 - 145	6
146 - 165	6
166 - 185	5
186 - 205	3
206 - 225	4
226 - 245	1
246 - 265	0
266 - 285	0
286 - 305	0
306 - 325	1

انحراف معیار: 77

میانگین: 187

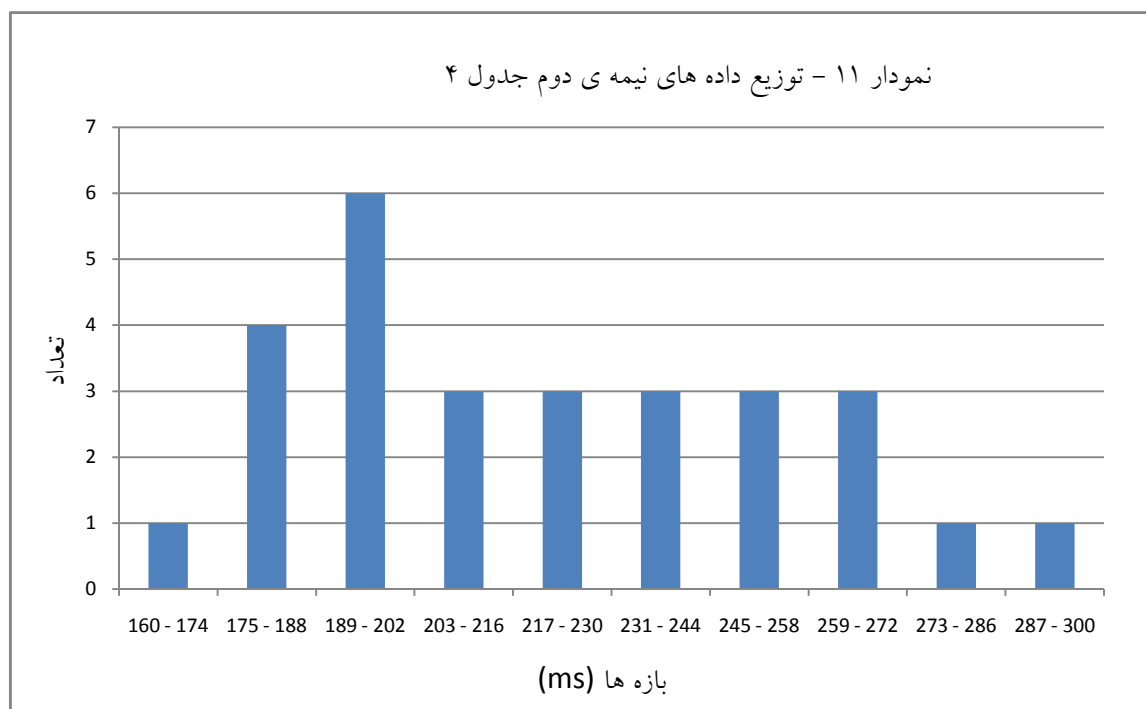


جدول 12 - توزیع داده های نیمه ی دوم جدول 4

بازه	فراوانی
160 - 174	1
175 - 188	4
189 - 202	6
203 - 216	3
217 - 230	3
231 - 244	3
245 - 258	3
259 - 272	3
273 - 286	1
287 - 300	1

انحراف معیار: 252

میانگین: 267



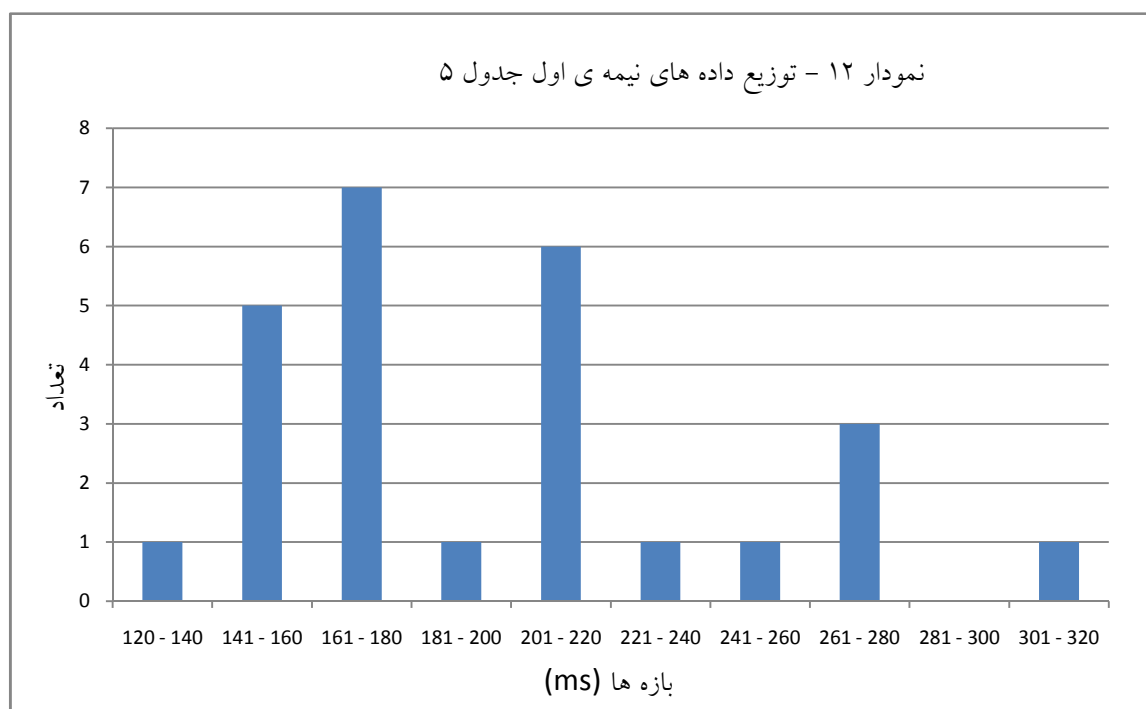
• جدول 5

جدول 13 - توزیع داده های نیمه ی اول جدول 5

بازه	فراوانی
120 - 140	1
141 - 160	5
161 - 180	7
181 - 200	1
201 - 220	6
221 - 240	1
241 - 260	1
261 - 280	3
281 - 300	0
301 - 320	1

انحراف معیار: 108

میانگین: 223

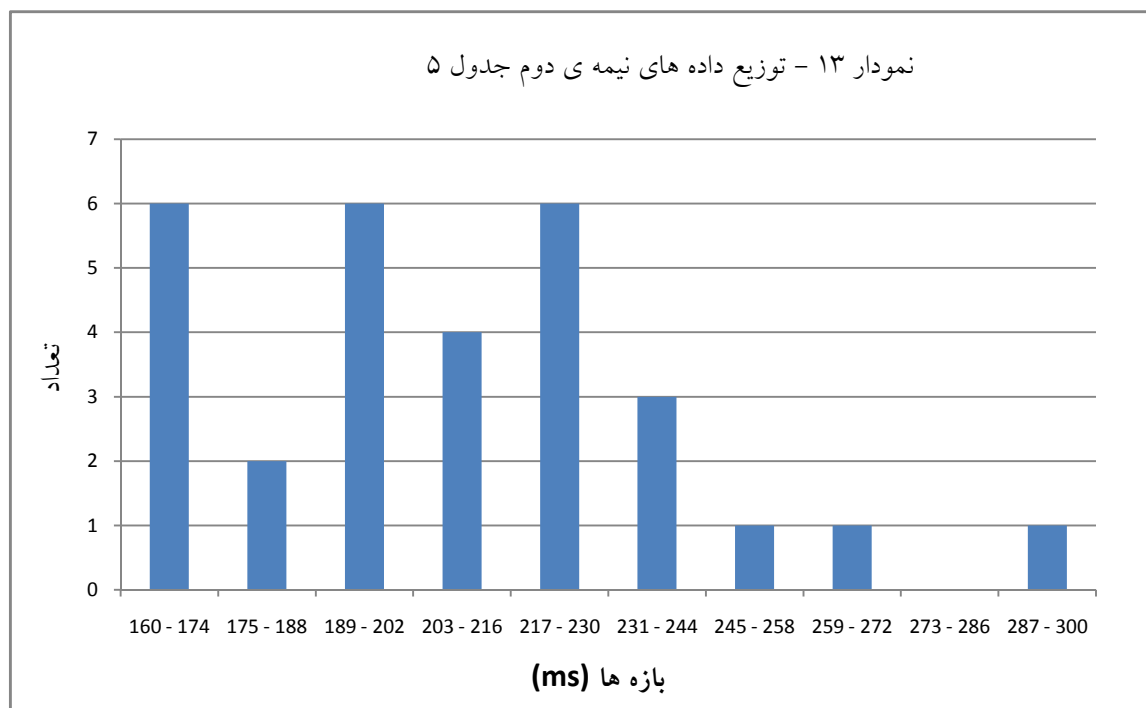


جدول 14 - توزیع داده های نیمه ی دوم جدول 5

بازه ها	فراوانی
160 - 174	6
175 - 188	2
189 - 202	6
203 - 216	4
217 - 230	6
231 - 244	3
245 - 258	1
259 - 272	1
273 - 286	0
287 - 300	1

انحراف معیار: 31

میانگین: 210



مقادیر میانگین و انحراف معیار پیش و پس از دو دسته کردن تفاوت می کند. در جدول 15 این مقادیر یکجا آورده شده است.

جدول 15 - مقادیر انحراف معیار و میانگین پیش و پس از دو دسته کردن

انحراف معیار	میانگین		
49.6	232	پیش از دو نیمه کردن	جدول 2
63	227	نیمه ی 1	
31	237	نیمه ی 2	
43.5	230	پیش از دو نیمه کردن	جدول 3
54	222	نیمه ی 1	
29	239	نیمه ی 2	
189	227	پیش از دو نیمه کردن	جدول 4
77	187	نیمه ی 1	
252	267	نیمه ی 2	
79.4	217	پیش از دو نیمه کردن	جدول 5
108	223	نیمه ی 1	
31	210	نیمه ی 2	

همان طور که دیده می شود هم در مورد میانگین و هم انحراف معیار، یکی از نیمه ها میانگین (و انحراف معیار) بیشتری از کل دارد و یکی کمتر. که البته در مورد میانگین علت آن بدیهی است ولی در مورد انحراف معیار می توان آن را اینطور توضیح داد که وقتی یک مجموعه را به دو قسمت تقسیم می کنیم، یک قسمت پراکندگی کمتر و دیگری پراکندگی بیشتری نسبت به کل داده ها دارند تا وقتی کنار هم می آیند، پراکندگی یکی، منظم بودن دیگری را تعدیل کند. (که مسلماً این دلیل در حالت کلی اشتباه است ولی در مورد پدیده های تصادفی تعبیر شهودی مناسبی است).
دلیل تفاوت هم مشخص است، هیچ دو آزمایشی تقریباً پاسخ یکسانی به ما نمی دهند، به دلیل اینکه در دو نیمه، شرایط محیطی کمی متفاوت است، مثلاً دقت آزمایشگر در یکی بیشتر است، بنابراین میانگین عکس العمل او کمتر است.

همان طور که در اکثر جداول (به جز جدول 4) دیده می شود نیمه ای که میانگین کمتری دارد، انحراف معیار بیشتری دارد! یعنی داده های آن پراکنده تر است. این پدیده را می توان اینطور توجیه کرد که کم بودن میانگین نشانگر این است که زمان عکس العمل شخص کم بوده است. یعنی در زمان کمتری می تواند پس از دیدن چراغ، شاسی را فشار دهد. از طرفی داشتن سرعت بالا دشوارتر است (حفظ سرعت)، بنابراین شخص در موارد کمتری می تواند نزدیک میانگین

زمانی کم خود باشد و یا به عبارتی پراکندگی داده ها و انحراف معیار افزایش می یابد. (البته می دانیم که 1 واحد اختلاف در میانگین کمتر خطای بیشتری را نسبت به زمانی که میانگین بالاست در پی دارد)

خواسته ی 4

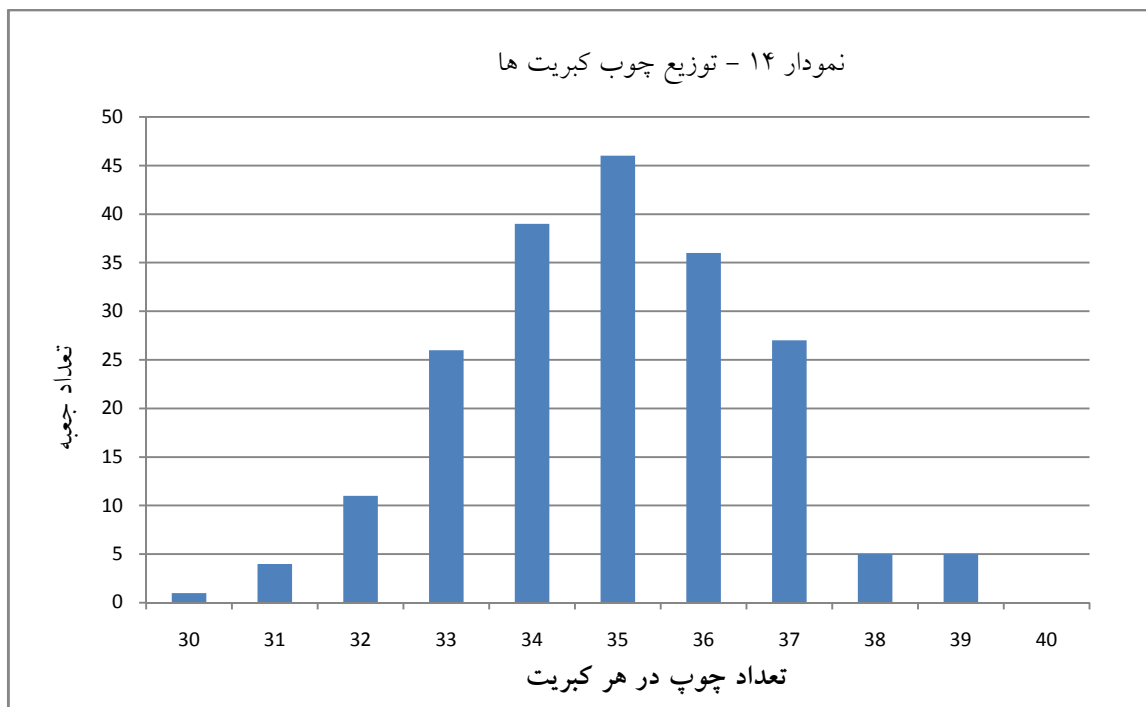
با توجه به داده ها، میانگین داده های دست راست کمی بیشتر از دست چپ است (البته چندان زیاد نیست) همچنین انحراف معیار داده های دست راست بیشتر است. بنابراین در کل رفتار آماری دو دست با هم متفاوت هستند.

خواسته ی 5

بله. میانگین آزمایشگر دوم کمتر از آزمایشگر اول است ولی انحراف معیار او بیشتر است.

تمرین

الف -



این توزیع شبیه توزیع گاوسی در پدیده های تصادفی است.

ب -

$$avg = 35$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i - 1}} = 1.7$$

ج-

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 0.1$$

ه-

باید میانگین به همراه خطای معیار میانگین را روی جعبه بنویسد. اما در اینجا خطای معیار میانگین از واحد شمارش که یک کبریت است (یا به عبارتی دقت اندازه گیری ما یک کبریت است) کمتر است و در این مواقع باید به جای خطای معیار میانگین دقت اندازه گیری را بنویسیم؛ بنابراین کارخانه باید بنویسد 35 ± 1

د-

در پدیده های تصادفی حدود 95 درصد داده ها در بازه ای به مرکز میانگین و شعاع انحراف معیار است، یعنی بین 34 تا 36