

# ادامه فصل پنجم: ماشینهای القای

## موتور القای

❖ فرکانس الکتریکی رتور

$$f_{re} = \frac{P \times n}{120}$$

سرعت رتور نسبت به میدان گردان استاتور

$$f_{re} = \frac{P \times (n_s - n_m)}{120} = \frac{P \times (sn_s)}{120}$$

$$f_{re} = sf_{se}$$

## موتور القای

❖ فرکانس الکتریکی رتور

$$f_{re} = sf_{se}$$

❖ با جاگذاری رابطه لغزش:

$$f_{re} = \frac{n_{sync} - n_m}{n_{sync}} f_{se} \quad , \quad n_{sync} = \frac{120f_{se}}{P}$$

$$f_{re} = \frac{n_{sync} - n_m}{\frac{120f_{se}}{P}} f_{se} \Rightarrow f_{re} = \frac{P}{120} (n_{sync} - n_m)$$

## Example:

A 3-phase, 460 V, 100 hp, 60 Hz, four-pole induction machine delivers rated output power at a slip of 0.05. Determine the:

- (a) Synchronous speed and motor speed.
- (b) Speed of the rotating air gap field.
- (c) Frequency of the rotor circuit.
- (d) Slip rpm.
- (e) Speed of the rotor field relative to the
  - (i) rotor structure.
  - (ii) Stator structure.
  - (iii) Stator rotating field.

**Solution:**

$$n_s = \frac{120f}{p} = \frac{120 * 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$n = (1 - s)n_s = (1 - 0.05) * 1800 = 1710 \text{ rpm}$$

**(b) 1800 (same as synchronous speed)**

$$(c) f_2 - sf_1 = 0.05 \times 60 = 3 \text{ Hz.}$$

$$(d) \text{ slip rpm} = s n_s = 0.05 * 1800 = 90 \text{ rpm}$$

$$(e) (i) 90 \text{ rpm} \quad (ii) 1800 \text{ rpm} \quad (iii) 0 \text{ rpm}$$

## Example

**A 208-V, 10hp, four pole, 60 Hz, Y-connected induction motor has a full-load slip of 5 percent**

- 1. What is the synchronous speed of this motor?**
- 2. What is the rotor speed of this motor at rated load?**
- 3. What is the rotor frequency of this motor at rated load?**
- 4. What is the shaft torque of this motor at rated load?**

# Solution

$$1. \quad n_{sync} = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120(60)}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$2. \quad \begin{aligned} n_m &= (1 - s)n_s \\ &= (1 - 0.05) \times 1800 = 1710 \text{ rpm} \end{aligned}$$

$$3. \quad f_r = s f_e = 0.05 \times 60 = 3 \text{ Hz}$$

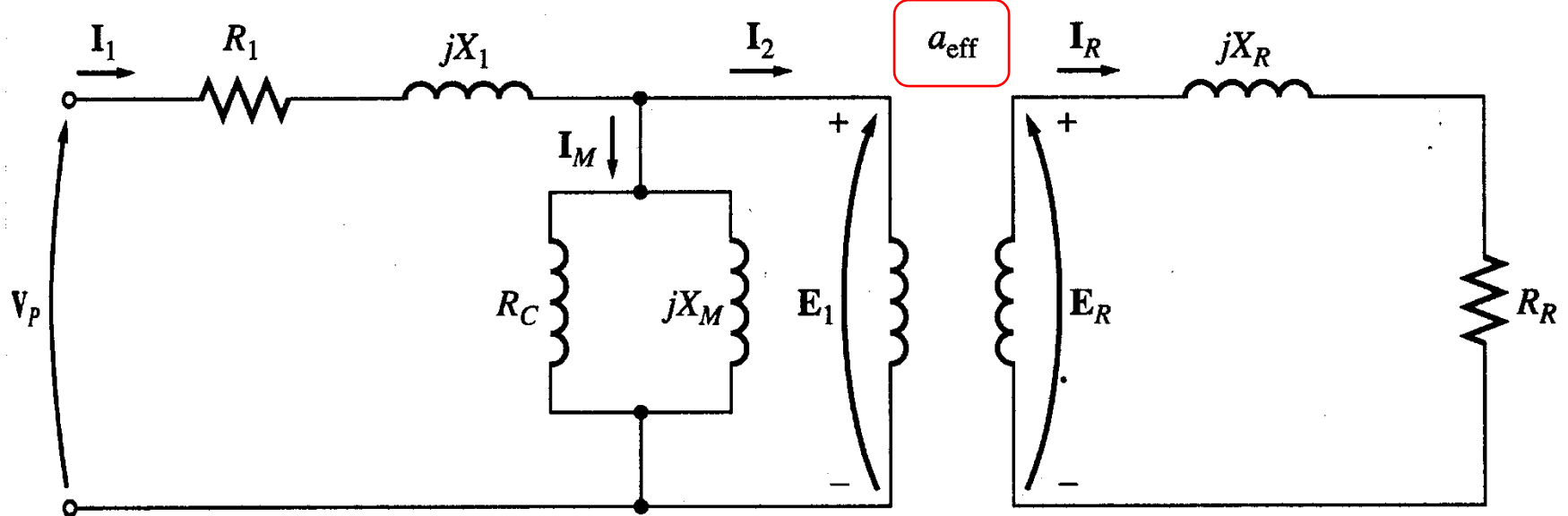
$$4. \quad \begin{aligned} \tau_{load} &= \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{P_{out}}{2\pi \frac{n_m}{60}} \\ &= \frac{10 \text{ hp} \times 746 \text{ watt / hp}}{1710 \times 2\pi \times (1/60)} = 41.7 \text{ N.m} \end{aligned}$$

# موتور القایی

## ❖ مدار معادل موتور القایی

❖ اساس کار موتور القایی بر اساس القای ولتاژ از استاتور (اولیه) روی رتور (ثانویه) است که اساس کار ترانسفورماتور است. یعنی موتور القایی شبیه ترانسفورماتور است با این تفاوت که سیم پیچی ثانویه آن می تواند حرکت کند.

❖ بنابراین در حالت سکون مدار معادل آن باید شبیه ترانسفورماتور باشد:



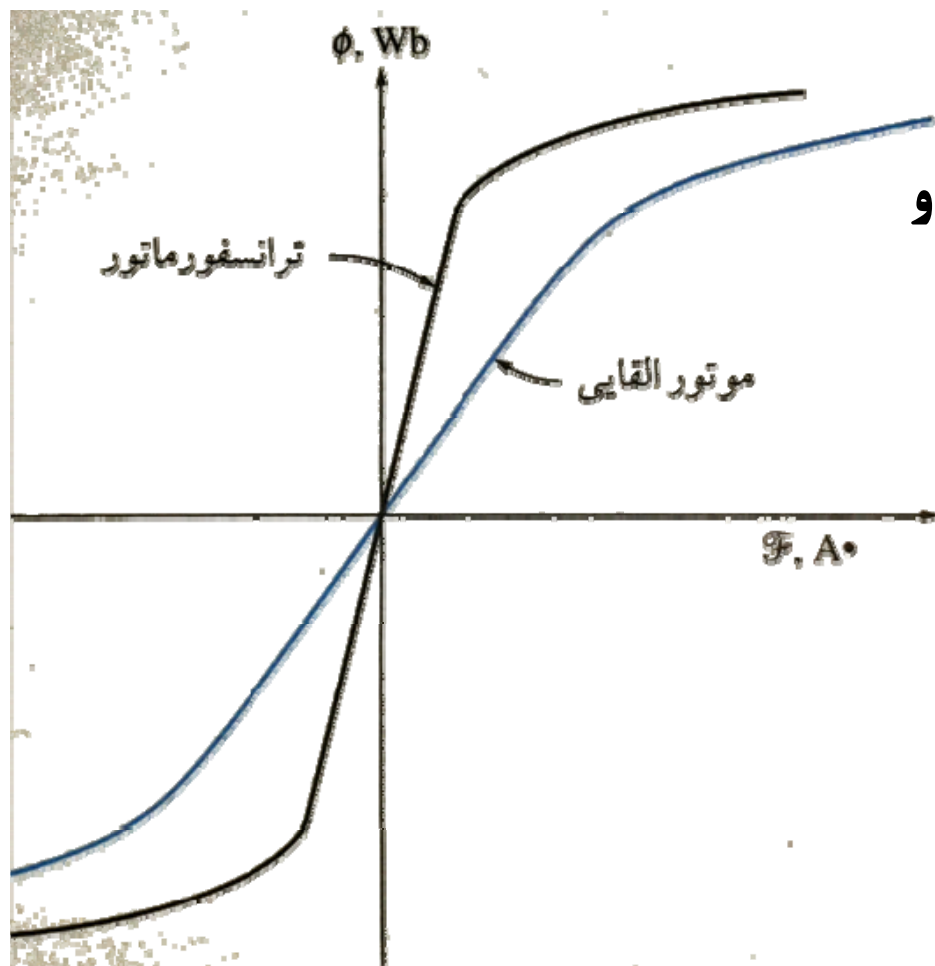
❖ مثل ترانسفورماتور شار در ماشین با انتگرال ولتاژ اعمال شده  $E_1$  متناسب است.



# موتور القایی

## ❖ مدار معادل موتور القایی

## ❖ منحنی مغناطیس شونگی موتور القایی و ترانسفورماتور



به دلیل وجود فاصله هوایی،  
رلاکتانس مسیر شار به شدت  
افزایش می یابد و تزویج بین  
سیم پیچ های اولیه و ثانویه  
کاهش می یابد

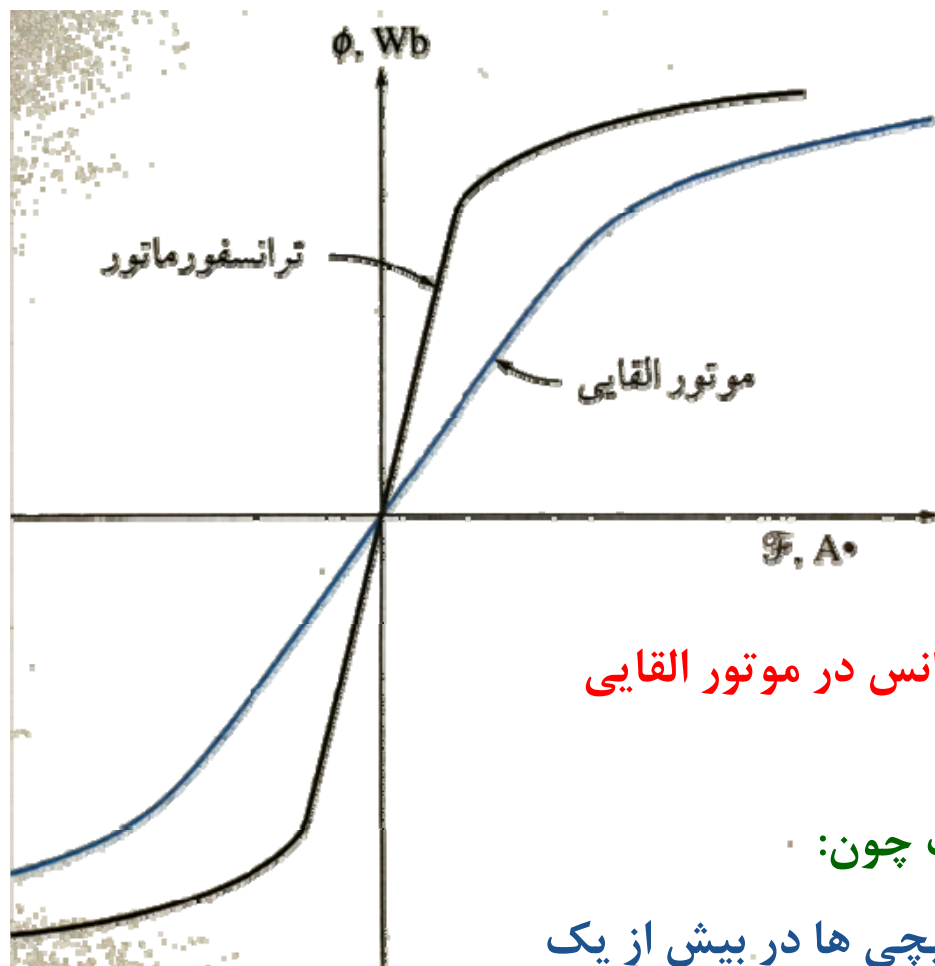
❖ رلاکتانس زیاد تولیدی به وسیله فاصله هوایی به معنی جریان مغناطیس سازی بیشتر به ازای شار مشخص است.

❖ راکتانس مغناطیس کننده  $X_M$  در موتور القایی خیلی کمتر از ترانسفورماتور معمولی است.

# موتور القایی

❖ مدار معادل موتور القایی

❖ مقایسه موتور القایی و ترانسفورماتور



$X_M$  در موتور کوچکتر از ترانس است. چون رلوکتانس در موتور القایی بزرگتر از ترانس است.

\*  $X_1$  (شار نشتی) در موتور بیشتر از ترانس است چون:

۱- وجود فاصله هوایی در موتور ۲- توزیع سیم پیچی ها در بیش از یک شیار که باعث می شود سیم ها تمام شار را نتوانند در بر بگیرند

# موتور القایی

## ❖ مدار معادل موتور القایی

مدل رتور:

❖ هر چقدر سرعت نسبی بین میدان مغناطیسی استاتور و رتور زیادتر شود؛ ولتاژ و فرکانس رتور بیشتر خواهد بود:

❖ وقتی **رتور ساکن** است (حالت رتور قفل شده یا بلوکه شده): بزرگترین ولتاژ و فرکانس در رتور القا می شود.

❖ وقتی **رتور هم سرعت با میدان گردان استاتور** است: کوچکترین ولتاژ و فرکانس (صفر) در مدار رتور القا می شود زیرا سرعت نسبی صفر است.

❖ در هر سرعتی بین این دو حد، ولتاژ و فرکانس مستقیماً متناسب با لغزش رتور است.

# موتور القایی

## ❖ مدار معادل موتور القایی

مدل رتور:

❖ با فرض ولتاژ القایی در حالت رتور قفل برابر  $E_{RO}$ ، اندازه ولتاژ القایی در هر لغزشی برابر است با:

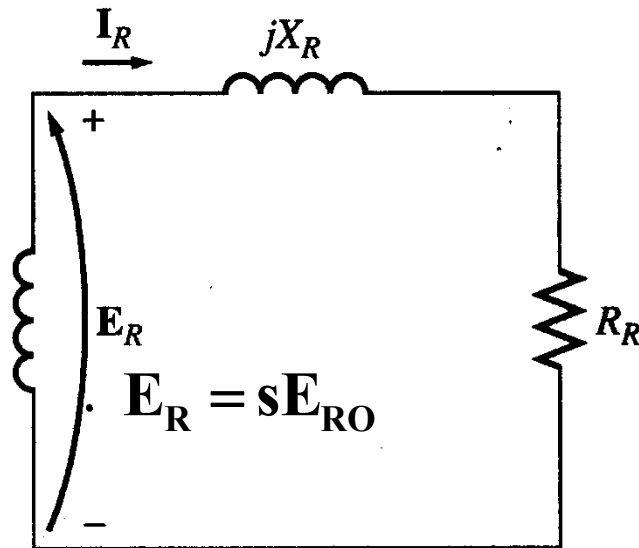
$$E_R = sE_{RO}$$

❖ و فرکانس ولتاژ القایی در هر لغزشی:

$$f_r = sf_s = sf_e$$

# موتور القایی

## ❖ مدار معادل موتور القایی



مدل رتور:

❖ ولتاژ رتور، به مدار رتور که هم مقاومت و هم راکتانس دارد اعمال می شود:

❖  $R_R$ : بجز اثر پوسته ای مستقل از فرکانس است.

$$X_R = \omega_r L_R = 2\pi f_r L_R$$

❖  $X_R$  متناسب با فرکانس است:

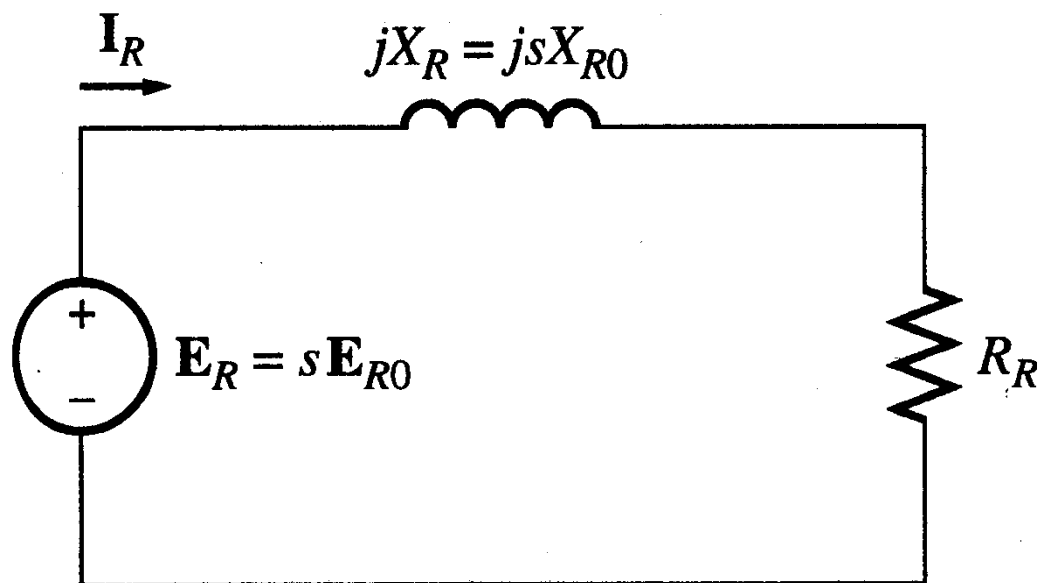
$$X_R = 2\pi s f_s L_R = s X_{R0}$$

راکتانس رتور در حالت رتور قفل شده

# موتور القایی

❖ مدار معادل موتور القایی

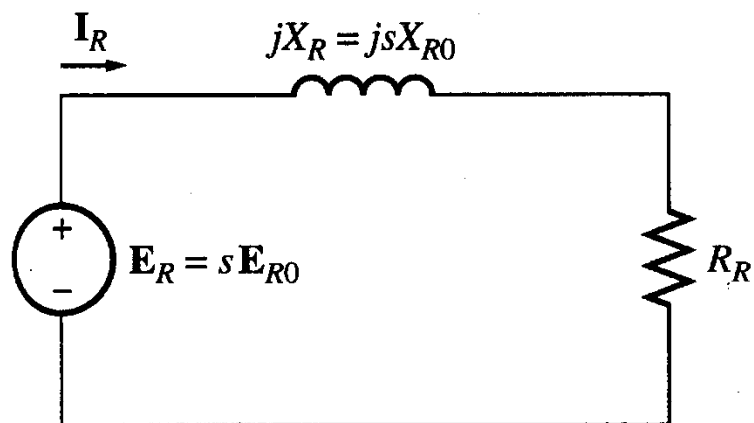
❖ به این ترتیب مدار معادل رتور به صورت زیر رسم می شود:



# موتور القایی

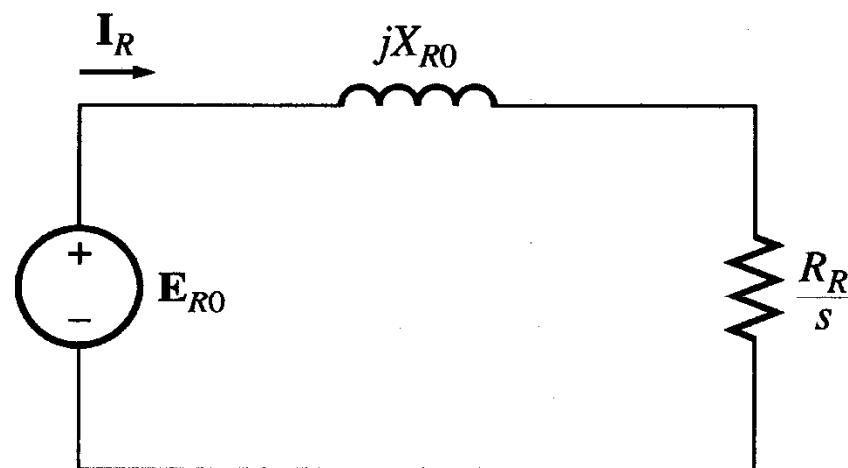
❖ مدار معادل موتور القایی

❖ جریان جاری در رتور:



$$I_R = \frac{E_R}{R_R + jX_R} = \frac{sE_{R0}}{R_R + jsX_{R0}}$$

$$I_R = \frac{E_{R0}}{\underbrace{\frac{R_R}{s} + jX_{R0}}_{Z_{Req}}}$$

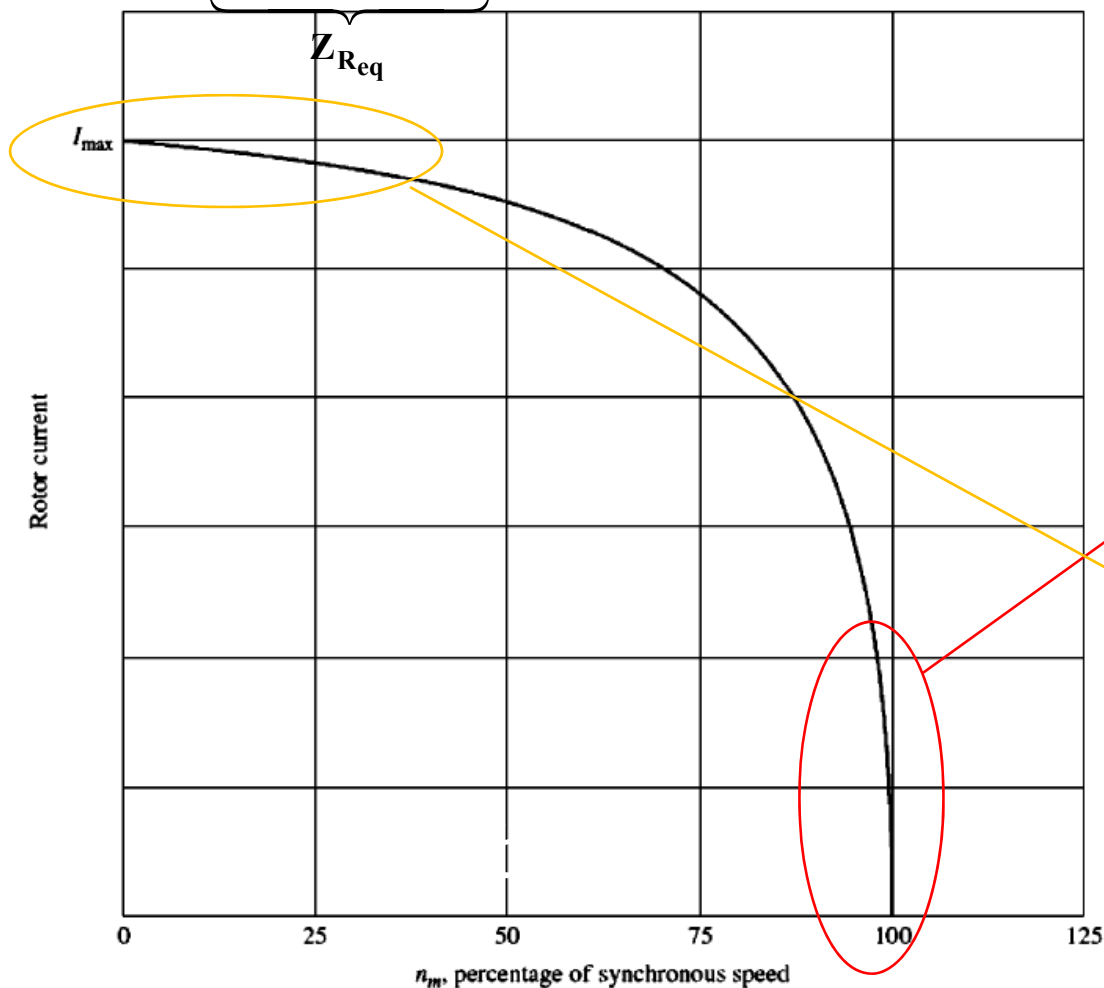


# موتور القایی

$$I_R = \frac{E_{R0}}{\underbrace{\frac{R_R}{s} + jX_{R0}}_{Z_{Req}}}$$

❖ مدار معادل موتور القایی

❖ جریان جاری در رتور:



در لغزش کم: مقاومت رتور  
تاثیر بیشتری دارد و جریان  
رتور به صورت خطی با  
لغزش تغییر می کند

$$\frac{R_R}{s} \gg X_{R0}$$

در لغزش زیاد: راکتانس رتور  
تاثیر بیشتری دارد و جریان رتور  
به سمت مقدار ثابتی میل می کند

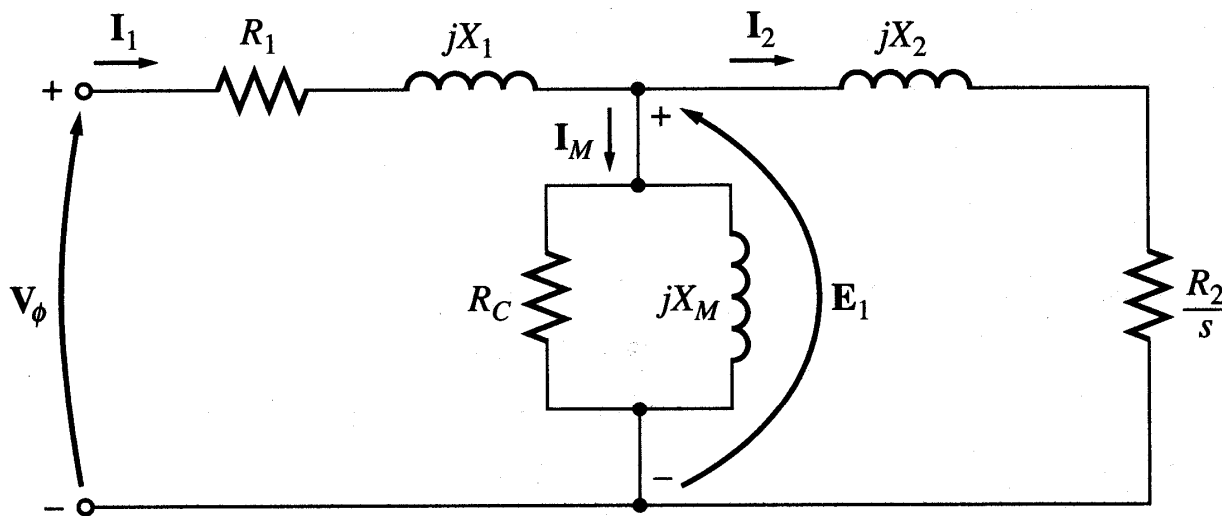
$$\frac{R_R}{s} \ll X_{R0}$$



# موتور القایی

## ❖ مدار معادل موتور القایی

❖ حالا که اثر تغییر سرعت را روی مدار معادل رتور دیدیم، می توانیم مدار معادل کامل موتور القایی را رسم کنیم:



$$X_2 = a_{eff}^2 X_{R0}$$

$$R_2 = a_{eff}^2 R_R$$

$$I_2 = \frac{I_R}{a_{eff}}$$

$$E_1 = a_{eff} E_{R0}$$

$$a_{eff} = \frac{N_S}{N_R}$$

# موتور القایی

❖ تلفات توان در موتور القایی

❖ تلفات مسی:

✓ تلفات مسی در استاتور:  $P_{SCL} = I_1^2 R_1$

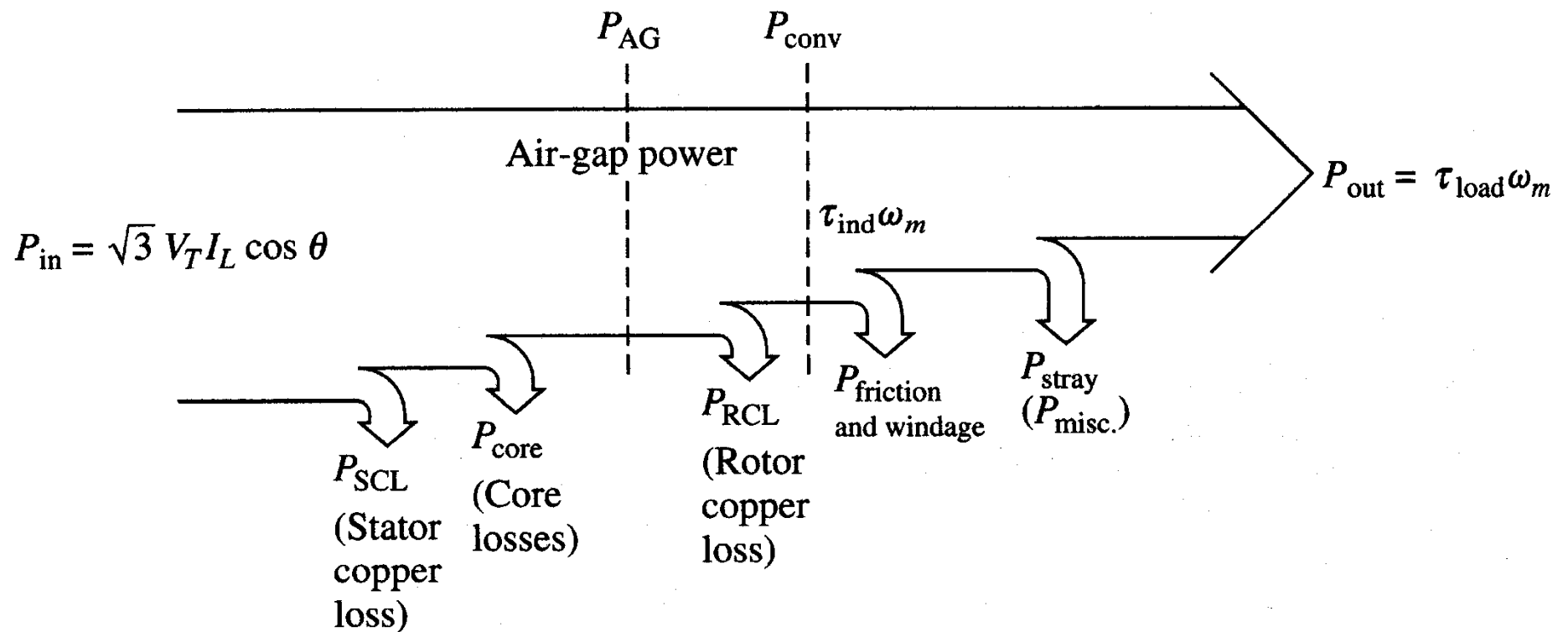
✓ تلفات مسی در رتور:  $P_{RCL} = I_2^2 R_2$

❖ تلفات هسته  $P_{core}$

❖ تلفات مکانیکی ناشی از اصطکاک و بادخوری

# موتور القایی

## ❖ تلفات توان در موتور القایی



چرا تلفات هسته را در سمت استاتور در نظر گرفتیم؟

# موتور القایی

## ❖ تلفات توان در موتور القایی

### ❖ تلفات هسته $P_{core}$

❖ بخشی در سمت استاتور و بخشی در سمت رتور است. چون موتور القایی در سرعتی نزدیک به سرعت سنکرون کار می کند فرکانس رتور تقریباً صفر است و در نتیجه تلفات هسته رتور بسیار ناچیز است:

$$P_{Core} = P_h + P_e = K_h B_{max}^n f + K_e B_{max}^2 f^2$$

$$f_r = s f_s$$

$$s \approx 0 \Rightarrow f_r \approx 0 \Rightarrow P_{Core,R} \approx 0$$

## موتور القایی

### ❖ تلفات توان در موتور القایی

❖ با افزایش سرعت موتور القایی:

✓ تلفات اصطکاک، بادخوری و متفرقه بیشتر می شود.

✓ تلفات هسته کمتر می شود

❖ این سه دسته تلفات گاهی تلفات چرخشی نامیده می شود.

❖ معمولا تلفات چرخشی با تغییر سرعت ثابت در نظر گرفته می شود زیرا اجزای این تلفات با تغییر سرعت، در جهت های مخالف هم تغییر می کنند.

## موتور القایی

### ❖ تلفات توان در موتور القایی

❖ با افزایش سرعت موتور القایی:

✓ تلفات اصطکاک، بادخوری و متفرقه بیشتر می شود.

✓ تلفات هسته کمتر می شود

❖ این سه دسته تلفات گاهی تلفات چرخشی نامیده می شود.

❖ معمولا تلفات چرخشی با تغییر سرعت ثابت در نظر گرفته می شود زیرا اجزای این تلفات با تغییر سرعت، در جهت های مخالف هم تغییر می کنند.

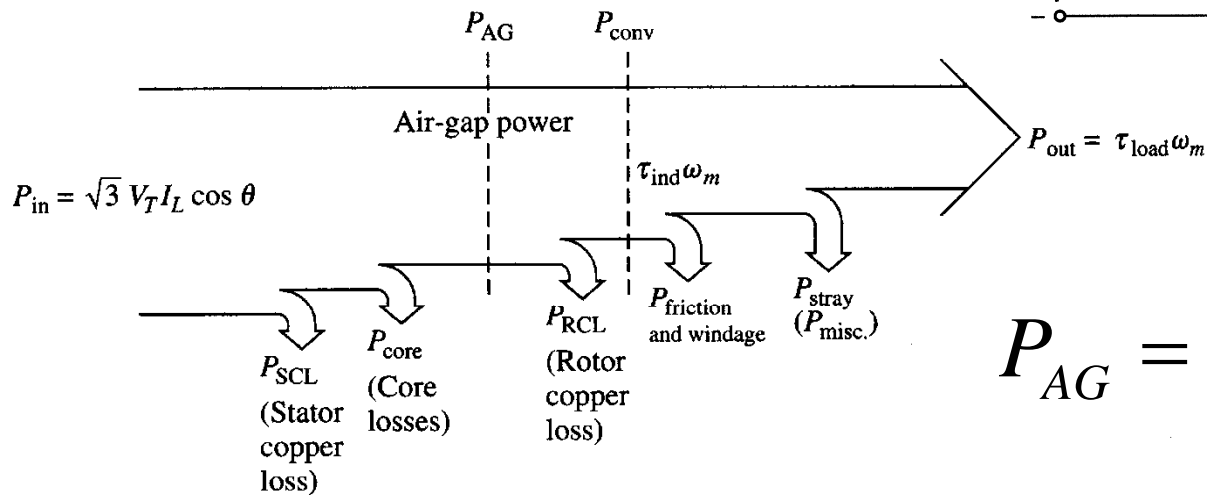
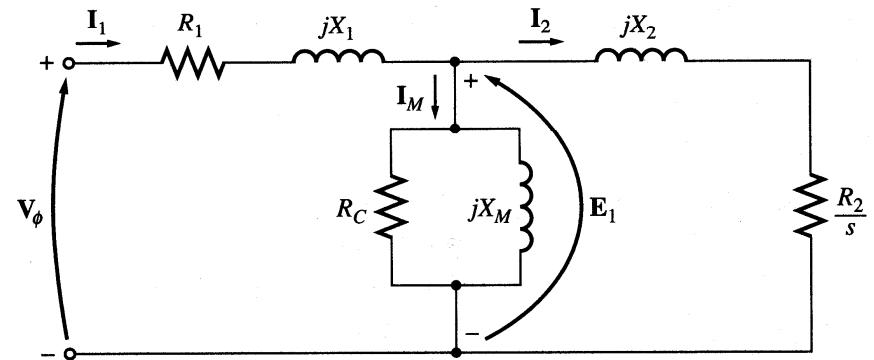
# موتور القای

## ❖ روابط تلفات توان در موتور القایی

$$P_{in} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta = 3 V_{ph} I_{ph} \cos \theta$$

$$P_{SCL} = 3 I_1^2 R_1$$

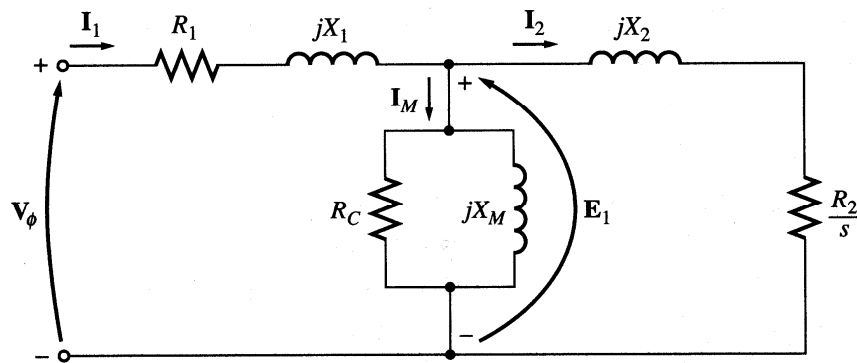
$$P_{Core} = 3 E_1^2 G_C$$



$$P_{AG} = P_{in} - (P_{SCL} + P_{core})$$

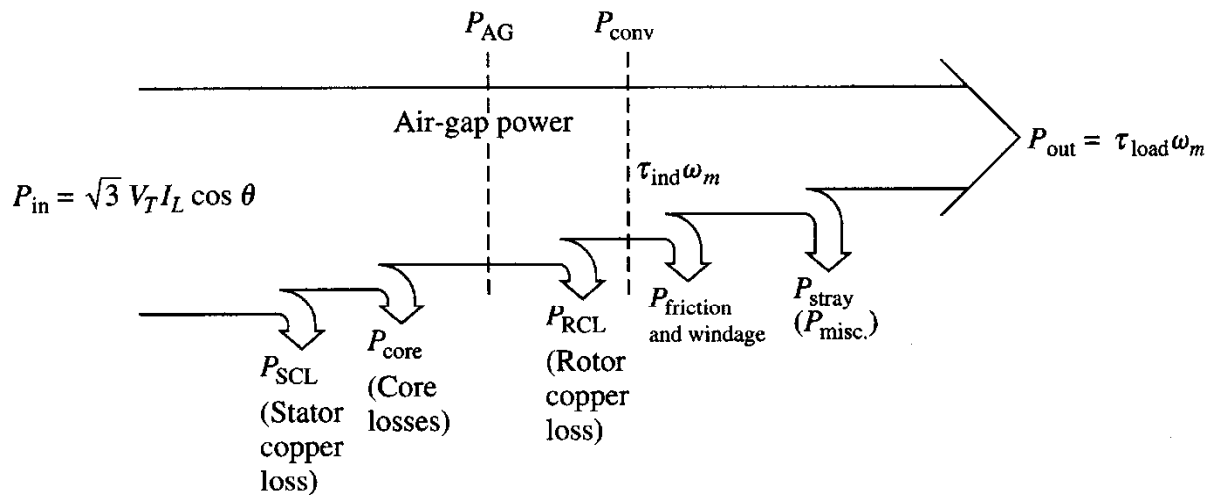
# موتور القای

## ❖ روابط تلفات توان در موتور القایی



با توجه به مدار معادل، تنها عنصری در مدار معادل که توان فاصله هوایی می تواند در آن مصرف شود مقاومت معادل رتور است:

$$P_{AG} = P_{in} - (P_{SCL} + P_{core})$$

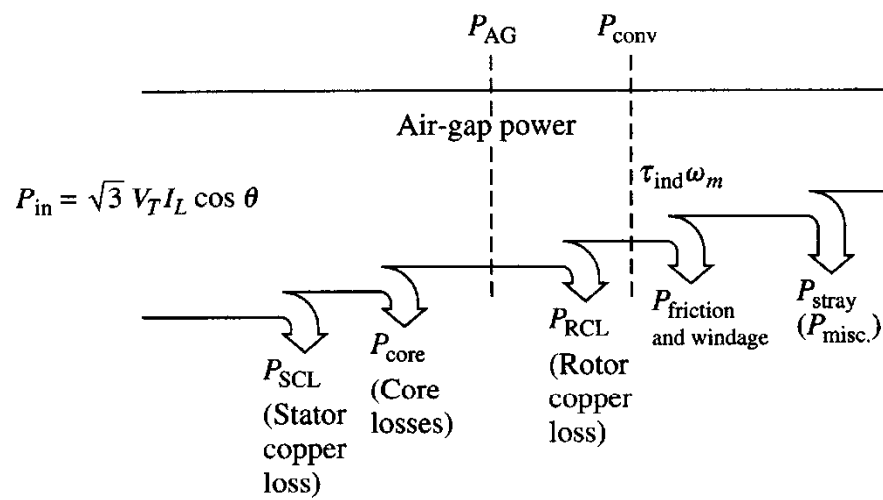


$$P_{AG} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s}$$



# موتور القایی

## ❖ روابط تلفات توان در موتور القایی



$$P_{out} = P_{conv} - (P_{f+w} + P_{stray})$$

$$\tau_{ind} = \frac{P_{conv}}{\omega_m} = \frac{P_{AG}}{\omega_{sync}}$$

$$P_{RCL} = 3I_2^2 R_2 \quad P_{RCL} = sP_{AG}$$

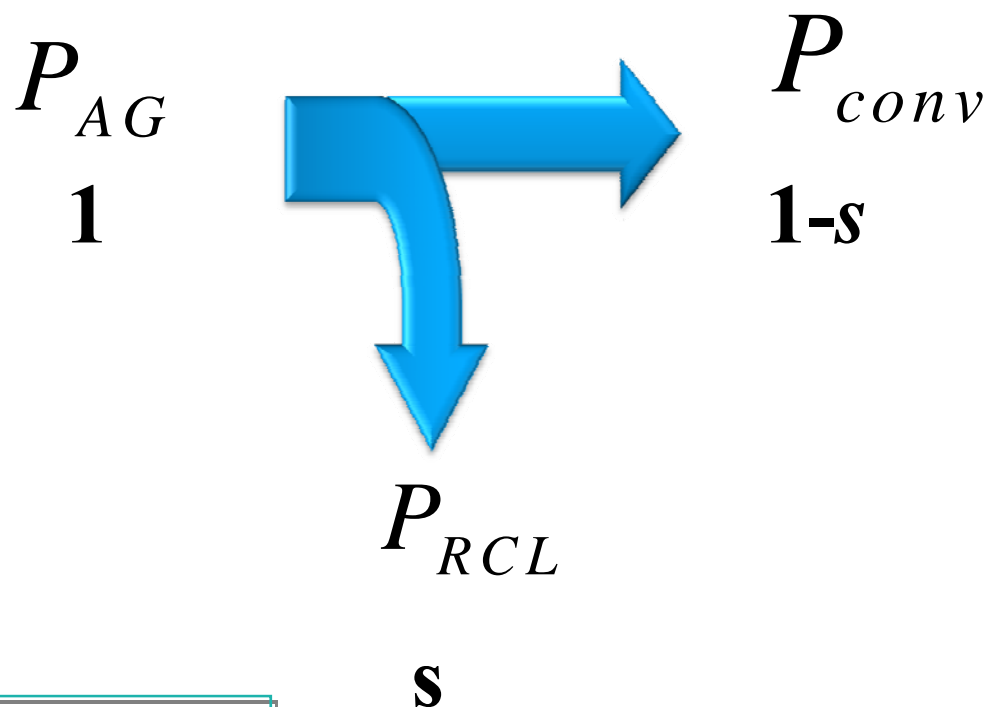
$$P_{conv} = P_{AG} - P_{RCL}$$

$$P_{conv} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s} - 3I_2^2 R_2 = 3I_2^2 R_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right) = 3I_2^2 R_2 \left( \frac{1-s}{s} \right)$$

$$P_{conv} = (1-s)P_{AG}$$

# موتور القایی

❖ روابط تلفات توان در موتور القایی



$$\begin{matrix} P_{AG} : P_{RCL} : P_{conv} \\ 1 : s : 1-s \end{matrix}$$

## Example

A 480-V, 60 Hz, 50-hp, three phase induction motor is drawing 60A at 0.85 PF lagging. The stator copper losses are 2 kW, and the rotor copper losses are 700 W. The friction and windage losses are 600 W, the core losses are 1800 W, and the stray losses are negligible. Find the following quantities:

1. The air-gap power  $P_{AG}$ .
2. The power converted  $P_{conv}$ .
3. The output power  $P_{out}$ .
4. The efficiency of the motor.

## Solution

$$\begin{aligned} 1. \quad P_{in} &= \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \\ &= \sqrt{3} \times 480 \times 60 \times 0.85 = 42.4 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{AG} &= P_{in} - P_{SCL} - P_{core} \\ &= 42.4 - 2 - 1.8 = 38.6 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad P_{conv} &= P_{AG} - P_{RCL} \\ &= 38.6 - \frac{700}{1000} = 37.9 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad P_{out} &= P_{conv} - P_{F\&W} \\ &= 37.9 - \frac{600}{1000} = 37.3 \text{ kW} \end{aligned}$$

## Solution

$$P_{out} = \frac{37.3}{0.746} = 50 \text{ hp}$$

4. 
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$$
$$= \frac{37.3}{42.4} \times 100 = 88\%$$

## Example

A 460-V, 25-hp, 60 Hz, four-pole, Y-connected induction motor has the following impedances in ohms per phase referred to the stator circuit:

$$R_1 = 0.641 \Omega \quad R_2 = 0.332 \Omega$$

$$X_1 = 1.106 \Omega \quad X_2 = 0.464 \Omega \quad X_M = 26.3 \Omega$$

The total rotational losses are 1100 W and are assumed to be constant. The core loss is lumped in with the rotational losses. For a rotor slip of 2.2 percent at the rated voltage and rated frequency, find the motor's

1. Speed
2. Stator current
3. Power factor
4.  $P_{AG}$ ,  $P_{conv}$ ,  $P_{out}$
5.  $\tau_{ind}$ ,  $\tau_{load}$
6. Efficiency

## Solution

$$1. n_{sync} = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120 \times 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$n_m = (1 - s)n_{sync} = (1 - 0.022) \times 1800 = 1760 \text{ rpm}$$

$$2. Z_2 = \frac{R_2}{s} + jX_2 = \frac{0.332}{0.022} + j0.464 \\ = 15.09 + j0.464 = 15.1 \angle 1.76^\circ \Omega$$

$$Z_f = \frac{1}{1/jX_M + 1/Z_2} = \frac{1}{-j0.038 + 0.0662 \angle -1.76^\circ} \\ = \frac{1}{0.0773 \angle -31.1^\circ} = 12.94 \angle 31.1^\circ \Omega$$

## Solution

$$\begin{aligned}Z_{tot} &= Z_{stat} + Z_f \\&= 0.641 + j1.106 + 12.94 \angle 31.1^\circ \Omega \\&= 11.72 + j7.79 = 14.07 \angle 33.6^\circ \Omega\end{aligned}$$

$$I_1 = \frac{V_\phi}{Z_{tot}} = \frac{460 \angle 0^\circ}{14.07 \angle 33.6^\circ} = 18.88 \angle -33.6^\circ \text{ A}$$

3.  $PF = \cos 33.6^\circ = 0.833$  lagging

4.  $P_{in} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta = \sqrt{3} \times 460 \times 18.88 \times 0.833 = 12530 \text{ W}$

$$P_{SCL} = 3I_1^2 R_1 = 3(18.88)^2 \times 0.641 = 685 \text{ W}$$

$$P_{AG} = P_{in} - P_{SCL} = 12530 - 685 = 11845 \text{ W}$$



## Solution

$$P_{conv} = (1 - s)P_{AG} = (1 - 0.022)(11845) = 11585 \text{ W}$$

$$P_{out} = P_{conv} - P_{F\&W} = 11585 - 1100 = 10485 \text{ W}$$

$$= \frac{10485}{746} = 14.1 \text{ hp}$$

$$5. \quad \tau_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_{sync}} = \frac{11845}{2\pi \times 1800 / 60} = 62.8 \text{ N.m}$$

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m} = \frac{10485}{2\pi \times 1760 / 60} = 56.9 \text{ N.m}$$

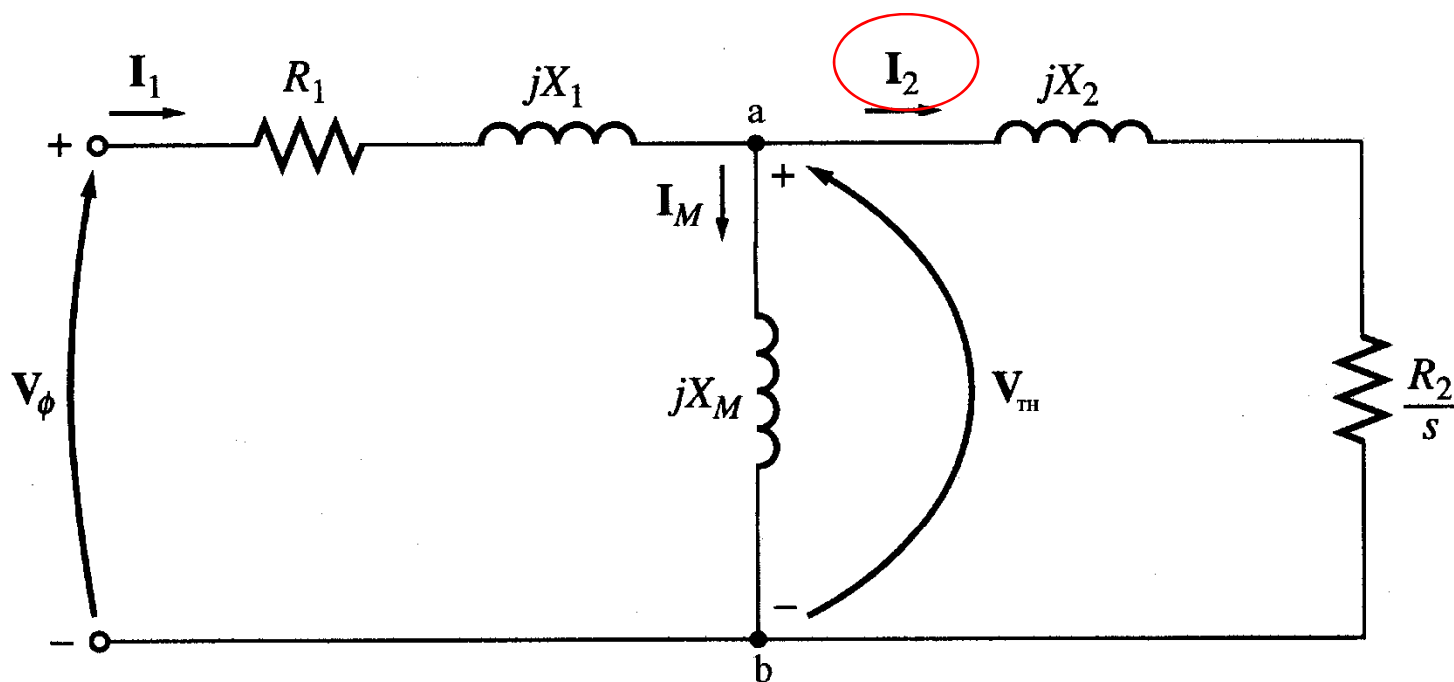
$$6. \quad \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% = \frac{10485}{12530} \times 100 = 83.7\%$$

## موتور القایی

❖ استخراج رابطه گشتاور - سرعت در موتور القایی

$$\tau_{\text{ind}} = \frac{P_{\text{conv}}}{\omega_m} = \frac{P_{\text{AG}}}{\omega_{\text{sync}}}$$

$$P_{\text{AG}} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s}$$

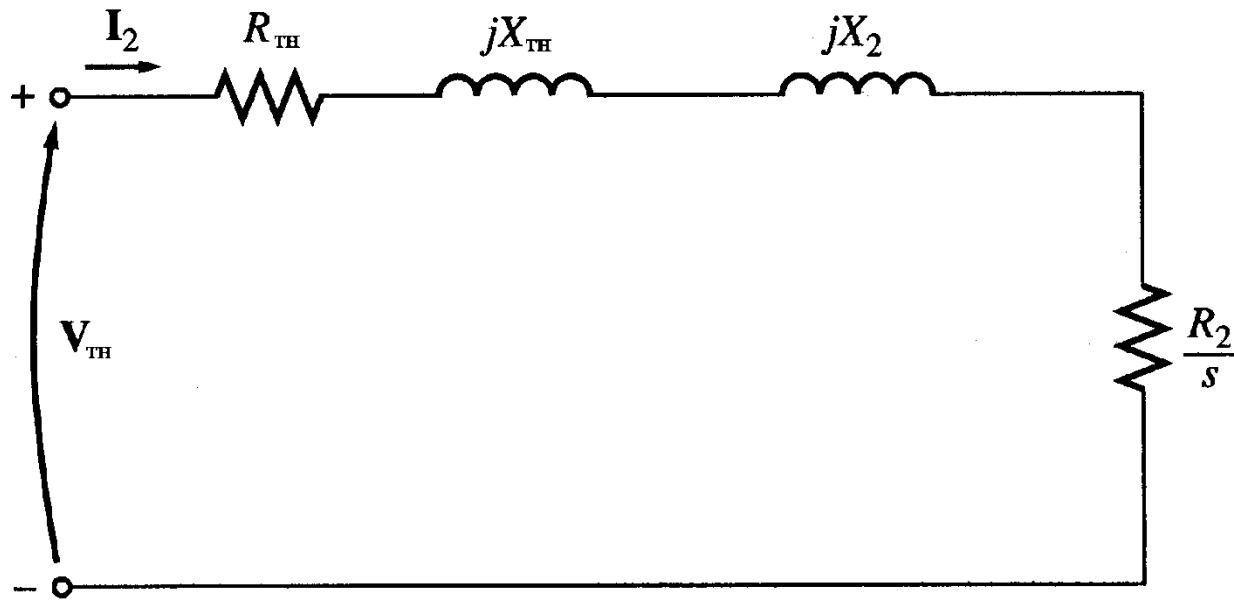


## موتور القایی

❖ استخراج رابطه گشتاور - سرعت در موتور القایی

$$V_{TH} = V_{\phi} \frac{jX_M}{R_1 + j(X_1 + X_M)} \quad |V_{TH}| = |V_{\phi}| \frac{X_M}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2}}$$

$$R_{TH} + jX_{TH} = (R_1 + jX_1) // jX_M \quad Z_{TH} = \frac{jX_M (R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_M)}$$



## موتور القایی

❖ استخراج رابطه گشتاور- سرعت در موتور القایی

❖  $X_M \gg X_1$  and  $X_M \gg R_1$

$$V_{TH} \approx V_{\phi} \frac{X_M}{X_1 + X_M}$$

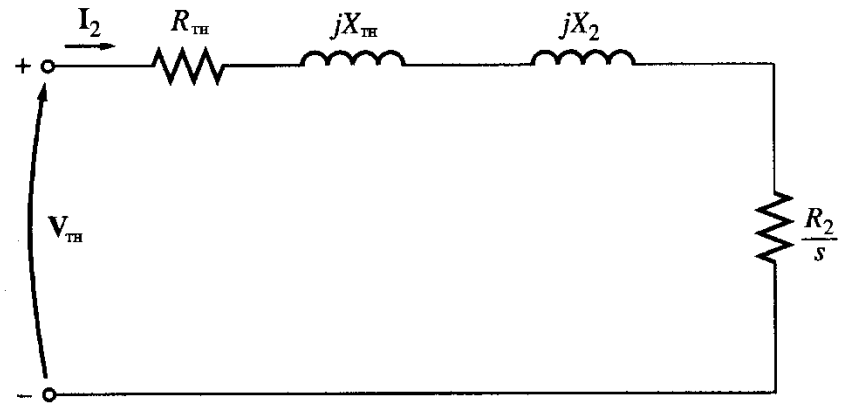
❖  $X_M \gg X_1$  and  $X_M + X_1 \gg R_1$

$$R_{TH} \approx R_1 \left( \frac{X_M}{X_1 + X_M} \right)^2$$

$$X_{TH} \approx X_1$$

# موتور القایی

❖ استخراج رابطه گشتاور - سرعت در موتور القایی

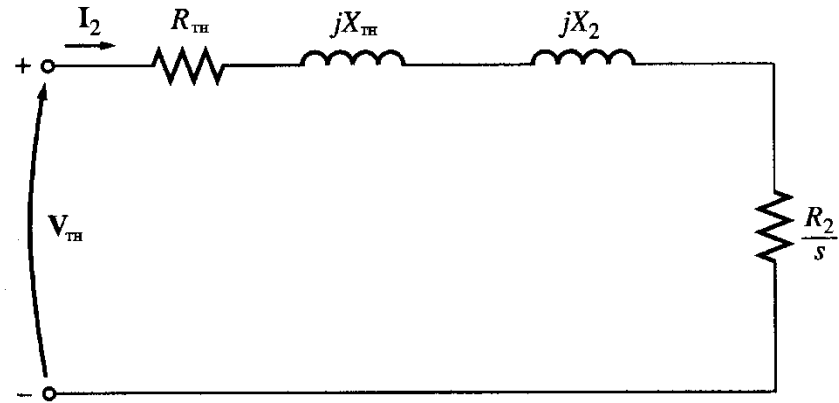


$$\vec{I}_2 = \frac{\vec{V}_{TH}}{Z_{TH} + Z_2} = \frac{\vec{V}_{TH}}{R_{TH} + R_2 / s + jX_{TH} + jX_2}$$

$$I_2 = \frac{V_{TH}}{\sqrt{(R_{TH} + R_2 / s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2}}$$

# موتور القایی

❖ استخراج رابطه گشتاور - سرعت در موتور القایی

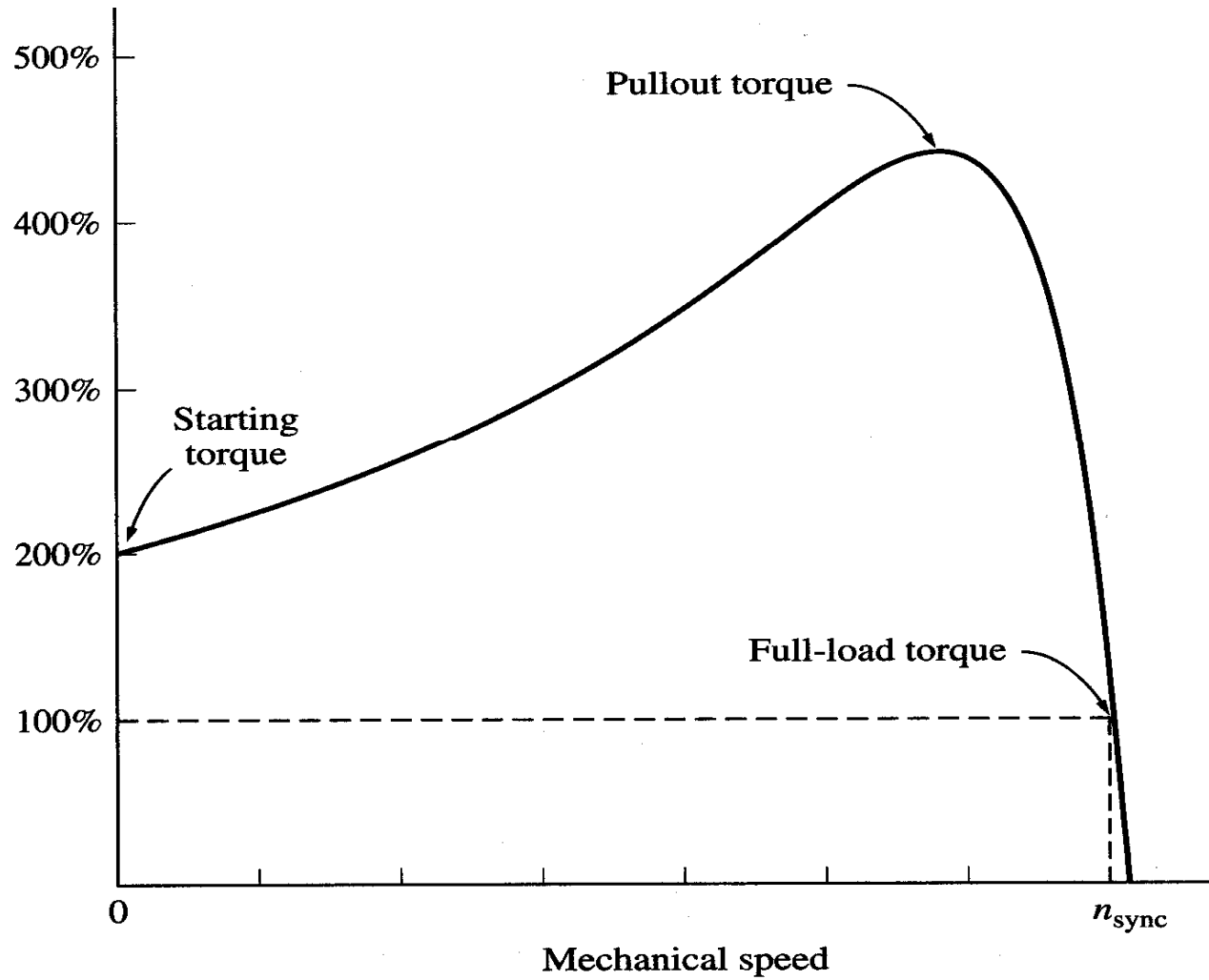


$$P_{AG} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s} = \frac{3V_{TH}^2 \frac{R_2}{s}}{(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2}$$

$$\tau_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_{sync}} = \frac{3V_{TH}^2 \frac{R_2}{s}}{\omega_{sync} [(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2]}$$

# موتور القای

❖ منحنی گشتاور - سرعت موتور القای

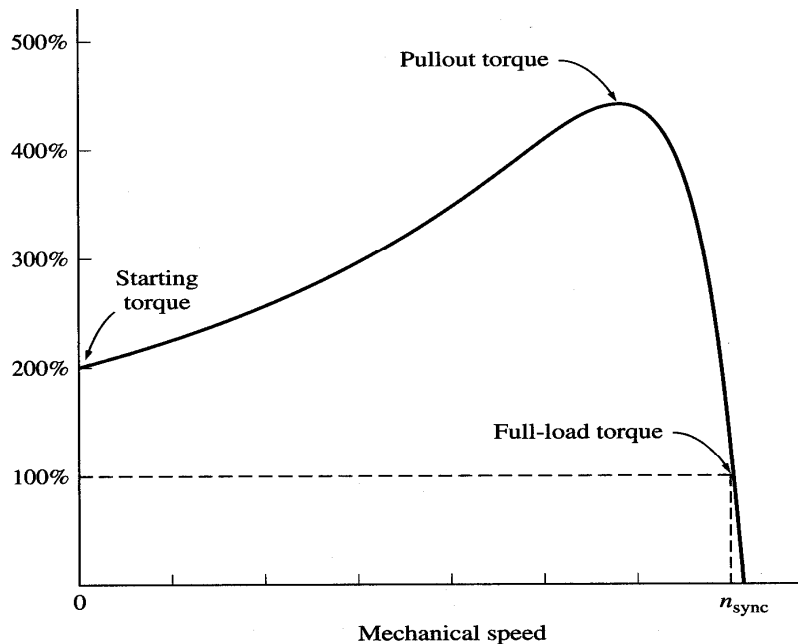


# موتور القایی

## ❖ منحنی گشتاور - سرعت موتور القایی

❖ گشتاور القا شده موتور در سرعت سنکرون صفر است.

❖ مشخصه گشتاور - سرعت بین حالت بی باری تا بار کامل تقریباً خطی است. در این محدوده، مقاومت رتور خیلی بیشتر از راکتانس رتور است. لذا جریان رتور، میدان مغناطیسی رتور و گشتاور القایی با افزایش لغزش، به طور خطی اضافه می شوند.



❖ گشتاور ماکزیممی وجود دارد که نمی توان از آن عبور کرد. این گشتاور را **گشتاور شکست** یا **برون کش** می نامند. مقدار این گشتاور ۲ تا ۳ برابر **گشتاور نامی** با بار کامل موتور است و مقدار آن در ادامه محاسبه می شود.

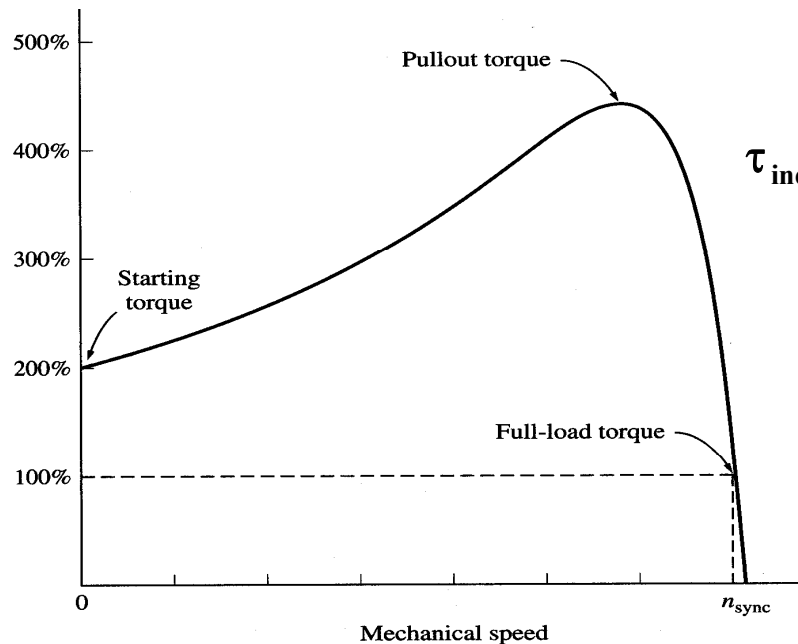


# موتور القایی

## ❖ منحنی گشتاور - سرعت موتور القایی

❖ گشتاور راه اندازی موتور کمی بیشتر از گشتاور بار نامی است، لذا این موتور می تواند تحت بار نامی، راه اندازی شود.

❖ گشتاور موتور به ازای یک لغزش مفروض، متناسب با مجذور ولتاژ اعمال شده تغییر می کند. از این موضوع در ادامه برای کنترل سرعت موتور القایی استفاده می کنیم.



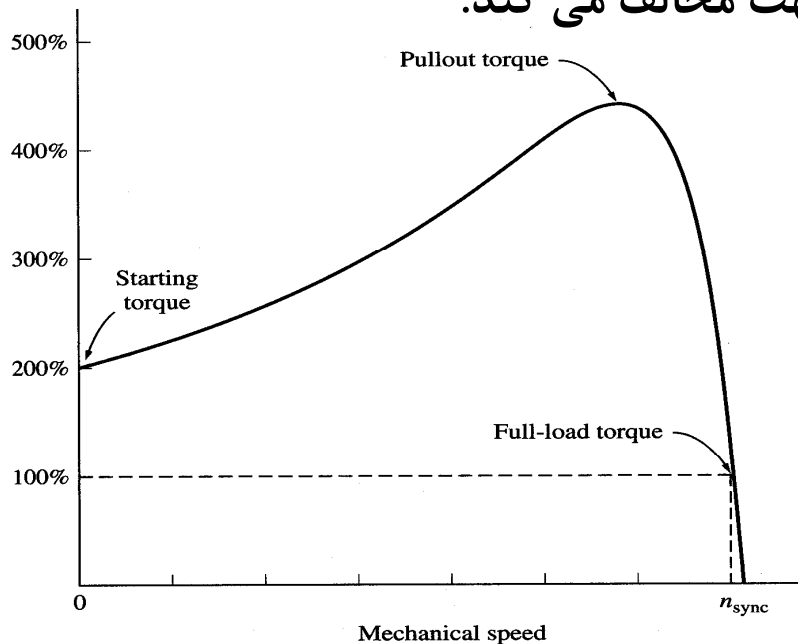
$$\tau_{ind} = \frac{P_{AG}}{\omega_{sync}} = \frac{3V_{TH}^2 \frac{R_2}{s}}{\omega_{sync} [(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2]}$$

# موتور القایی

## ❖ منحنی گشتاور - سرعت موتور القایی

❖ اگر موتور موتور القایی با سرعتی بیش از سرعت سنکرون چرخانده شود، گشتاور القایی در ماشین معکوس می شود و ماشین تبدیل به ژنراتور می شود و انرژی مکانیکی را به الکتریکی تبدیل می کند (تمرین: مکانیزم تولید ولتاژ در ژنراتور القایی را توضیح دهید).

❖ اگر موتور نسبت به جهت میدان مغناطیسی معکوس بگردد، گشتاور القایی، ماشین را به سرعت متوقف نموده و سعی در گرداندن موتور در جهت مخالف می کند.



❖ برای معکوس کردن جهت چرخش میدان مغناطیسی فقط کافیست جای دو فاز عوض شود. به تعویض دو فاز برای توقف سریع موتور، معکوس کردن می گویند.

# موتور القای

❖ منحنی گشتاور - سرعت موتور القایی

