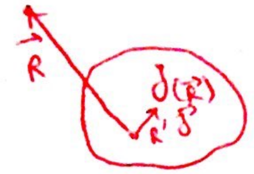
Electromagnetics Se Dr.Rajayi

Review: $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$



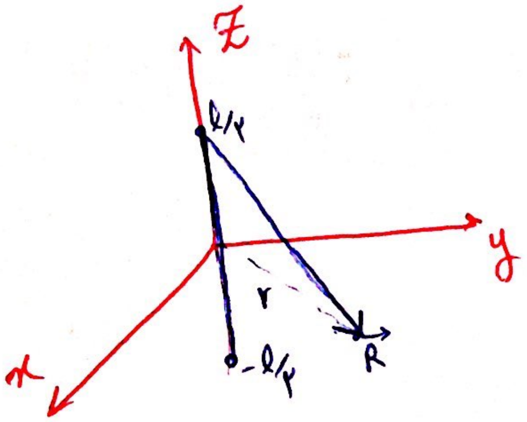
$\nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J}$

$\nabla \cdot \vec{A} = 0$

$$\vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{R}')}{|\vec{R}-\vec{R}'|}\,dv = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\vec{l}'}{|R-R'|} \Leftrightarrow$$ برای یک سیم

$$\boxed{\vec{B}(R) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{R}') \times (\vec{R}-\vec{R}')}{|\vec{R}-\vec{R}'|^3}\,dv} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C \frac{\hat{a}_l' \times (\vec{R}-\vec{R}')}{|\vec{R}-\vec{R}'|^3}\,dl'$$

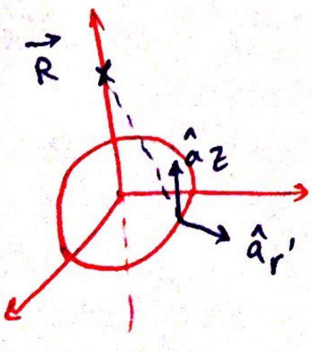
مثال :



* این مثال را قبلاً در خط بار دیده ایم . می توان از نقطه ی ناظر مختصات استوانه ای را اعمال کرد زیرا در نقطه ی ناظر بردارهای مختصات استوانه ای تغییر نمی کند .

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-l/2}^{l/2} \frac{\hat{a}_z(r\hat{a}_r - z'\hat{a}_z)}{(r^2+z'^2)^{3/2}}\,dz' = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-l/2}^{l/2} \frac{r\,\hat{a}_\phi\,dz'}{(r^2+z'^2)^{3/2}}$$

مثال :

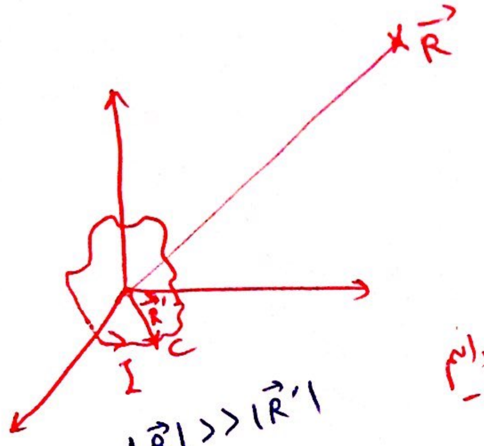


$$\frac{\mu_0 I a}{4\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\hat{a}_\phi' \times (-a\,\hat{a}_r' + z\hat{a}_z)}{(a^2+z^2)^{3/2}}\,d\phi$$

$$= \boxed{\frac{\mu_0 I a}{4\pi}\int_0^{2\pi} \frac{(a\hat{z})}{(a^2+z^2)^{3/2}}\,dz}$$

Scanned by CamScanner

← اگر یک سیم داشته باشیم که ابعادش نسبت به جایی که می خواهیم $\vec{A}$ را در آن حساب کنیم کوچک باشد می توان از تقریب استفاده کرد (شبیه دوقطبی ها) داریم:



$|\vec{R}| >> |\vec{R}'|$

$$\vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{\hat{a}'_l}{|\vec{R}-\vec{R}'|} dl'$$

داریم: $f(x-x', y-y') = f(x,y) - \frac{\partial f}{\partial x} x' - \frac{\partial f}{\partial y} y' - \frac{\partial f}{\partial z} z'$

$$\Rightarrow \frac{1}{|\vec{R}-\vec{R}'|} \simeq \frac{1}{|\vec{R}|} - \nabla\left(\frac{1}{|\vec{R}|}\right) \cdot R'$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) \simeq \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(\oint_C \cancel{\frac{\hat{a}'_l}{|\vec{R}'|}}^{\,0} dl' - \oint_C \nabla\left(\frac{1}{|\vec{R}|} \cdot \vec{R}'\right) \underbrace{\hat{a}'_l dl'}_{: d\vec{l}'} \right)$$

قضیه: $\oint_C f(\vec{R}') d\vec{l}' = -\int_S \nabla' f \times \hat{a}'_n \, ds' \Rightarrow$ (اثباتش نیست!)

* قانون دلت راست هم باید رعایت شود.

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \nabla\left(\frac{1}{|R|}\right) \times \int_S \hat{a}_n \, dS$$

⇐ اگر سیم مسطح باشد:

$$\vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 I S}{4\pi} \nabla\left(\frac{1}{|\vec{R}|}\right) \times \hat{a}_m$$

$$\Rightarrow \boxed{A(\vec{R}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla\left(\frac{1}{|\vec{R}|}\right) \times \vec{m}} \qquad m = I S \hat{a}'_n$$

مثال

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{R}}{|R^3|} = \frac{\mu_0 m_0}{4\pi} \frac{\hat{a}_\varphi \sin\theta}{R^2}$$

$$\vec{m} = m_0 z$$

Scanned by CamScanner