

نمایش اعداد:

یک عدد حقیقی مثبت x دارای نمایش منحصر به فردی به صورت زیر است:

$$(*) \quad x = \underbrace{\alpha_m}_{\text{میان}} \underbrace{\beta_m}_{\text{میان}} + \underbrace{a_{m-1}}_{\text{میان}} \beta^{m-1} + \dots + a_1 + a_0 \beta^{-1} + \dots$$

که $\beta \geq 2$ و عددی صحیح است و $0 \leq \alpha_k \leq \beta - 1$ برای m را برای این به نامیم

β را بنیادی نامیم

$$x = 523 / 4012$$

$$210 \quad -1-2-3-4$$

$$\beta = 10$$

$$5 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 + 4 \times 10^{-1} + \dots \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} + 2 \times 10^{-4}$$

$$x = 2/999 \dots$$

$$x = 2 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3} + 6 \times 10^{-4} + \dots$$

اگر در نمایش عدد به صورت $(*)$ $\beta = 10$ آن گاه به اعدادی با پایه دهمی می گویند

و دوی می گویند $\beta = 2$

برگردانیدن عدد از سیستم اعدادی به سیستم دودویی

۱. اعداد صحیح: هر عدد صحیح مثبت N را می توان از بنیادی β به بنیادی ۲ آورد

نمایش عدد N در سیستم دودویی به صورت زیر نوشته می شود

$$N = d_n 2^n + d_{n-1} 2^{n-1} + \dots + d_0$$

$$N = 2q_1 + d_1 \quad q_1 = 2^{n-1} d_n + 2^{n-2} d_{n-1} + \dots + d_1$$

بهمین استدلال $q_1 - d_1$ به 2 بخش پذیر است

$$N = 30 \rightarrow (11110)_2$$

اعداد کسری: فرض کنیم n عددی بین 0 و 1 باشد و شکل دودویی آن به صورت

$d_1 d_2 \dots d_n$ در این صورت

$$n = \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2^2} + \dots + \frac{d_k}{2^k} \Rightarrow 2n = d_1 + \frac{d_2}{2} + \dots + \frac{d_k}{2^{k-1}}$$

که نشان می دهد d_1 قسمت عدد صحیح n است

$$2n - d_1 = \frac{d_2}{2} + \dots + \frac{d_k}{2^{k-1}} \rightarrow 2(2n - d_1) = d_2 + \dots + \frac{d_k}{2^{k-2}}$$

با ادا این روند دوبار و حذف قسمت صحیح آن تکرار داشتن قسمت اعشاری ارقام

بعدی را محاسبه می کنیم.

$$n = 0.11125$$

$$0.11125 \times 2 = 0.2225$$

$$0.2225 \times 2 = 0.445$$

$$0.445 \times 2 = 0.89$$

$$0.89 \times 2 = 1.78$$

$$\Rightarrow 0.1101$$

عددی مانتہ x در کامپیوتر در مبنای B به صورت مخفی شناور نمایش داده می شود

$$f(x) = \pm 0.1d_1d_2 \dots d_n \times B^e$$

که $1 \leq d_1 \leq B-1$, $0 \leq d_i \leq B-1$ در این صورت عدد $0.1d_1 \dots d_n$ ماننسی

و e یک عدد صحیح است که نما نامیده می شود.

$$.125 \times 2 = 0.25 \rightarrow d_1 = 0$$

$$.025 \times 2 = 0.05 \rightarrow d_2 = 0$$

$$.005 \times 2 = 0.01 \rightarrow d_3 = 0$$

$$.001$$

↓

$$(0.001) \rightarrow 0.001 \times 2^{-1}$$

خطا در روش های عددی

در روش های عددی ۲ نوع خطا وجود دارد:

۱. خطای برشی به ناشی از فرمول ریاضی

۲. خطای گرد شده به مربوط به حافظه کامپیوتر

مسأل: تقریبی برای e :

رابطه تولید تابع e^x را می نویسیم

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} \rightarrow k=3, x=\frac{1}{2}$$

$$e^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2!} + \frac{x^4}{4!} e^{f(x)}$$

تقریبی *

$$(\sqrt{e} - *) = \frac{e^{f(x)}}{384} < \frac{3}{384} \quad e^{f(x)} < e < 3$$