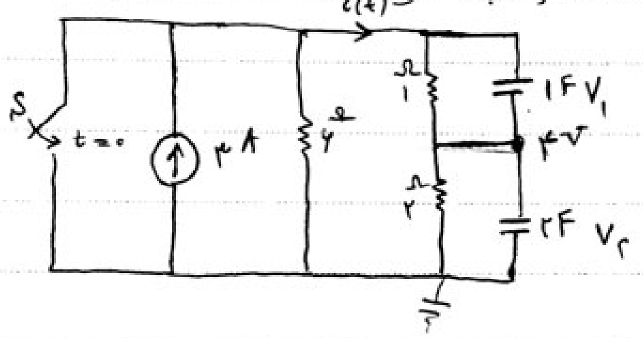
Subject:

Year. Month. Date. ( ) ۹۴,۲,۷

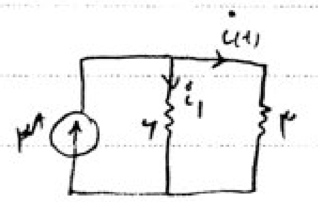
[illegible] - ۹۲۱۰۲۸۴۶ - افشار حسینی

تمرین سری ۸ تئوری مدارهای الکتریکی

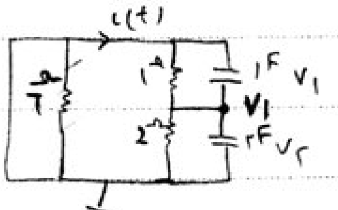
۱- در مدار شکل زیر کلید به مدت زمان طولانی باز بوده است و در $t=0$ بسته می‌شود. ابتدا شرایط اولیه مدار را بدست آورید و سپس پاسخ $i(t)$ را با استفاده از روش لاپلاس بدست آورید.



شرایط اولیه



$$\begin{cases} i_t(0^-) = 2^A \\ i_1(0^-) = 1^A \\ V_1(0^-) = 2^V \\ V_2(0^-) = 4^V \end{cases}$$



V_1

$$i_c = C\frac{dv_c}{dt}$$

$$\frac{V_1 - 0}{1} + \frac{dv_1}{dt} - \frac{V_1}{2} - 2\frac{dv_1}{dt} = 0$$

$$i(t) = \frac{dv_1}{dt} + V_1$$

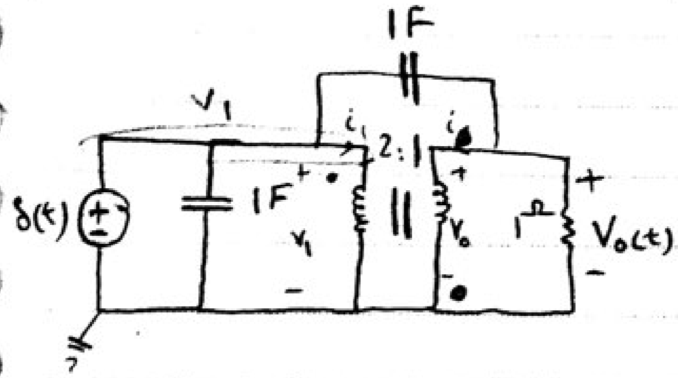
$$\Rightarrow \frac{V_1}{2} - \frac{dv_1}{dt} = 0 \Rightarrow V_1' = \frac{V_1}{2} \rightarrow s\mathcal{L}(v) - 4 = \frac{\mathcal{L}(v)}{2}$$

$$\mathcal{L}(i(t)) = s\mathcal{L}(V) - V(0^-) + \mathcal{L}(V) = (s+1)\mathcal{L}(V) - 4$$

$$\mathcal{L}(V) = \frac{4}{s+\frac{1}{2}} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \mathcal{L}(V) = 4e^{-\frac{1}{2}t}$$

$$\Rightarrow i(t) = -2e^{-\frac{1}{2}t} + 4e^{-\frac{1}{2}t} = \boxed{2e^{-\frac{1}{2}t}}$$

۲- پاسخ ضربه‌ی مدار زیر را با استفاده از روش تبدیل لاپلاس به دست آورید. شرایط اولیه را صفر فرض کنید.



$$\frac{v_1}{v_0} = -\frac{2}{1} = -\frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{i_1}{i_0} = \frac{n_0}{n_1} = \frac{1}{2}$$

$$v_1 = \delta(t)$$

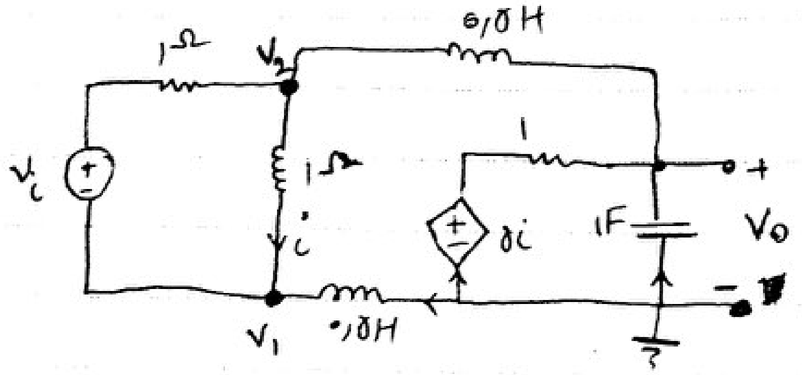
$$v_0 = \frac{-v_1}{2} \Rightarrow V_0 = \frac{-\delta(t)}{2} \Rightarrow \boxed{\mathcal{L}(V_0) = \frac{-1}{2}} \rightarrow V_0 = -\frac{1}{2}\delta(t)$$

$t = 0^-$

$$\int_{0^-}^{0^+} v_1 \, dt = 1$$

Subject:
Year. Month. Date.

۳- پاسخ پله مدار زیر را با در نظر گرفتن شرایط اولیه صفر در حوزه‌ی لاپلاس بدست آورید:



شرایط اولیه ⇐ صفر

$$\frac{dV_o}{dt} + \frac{V_o - 5i}{1} + 2\int (V_o - V_2)\cdot dt = 0$$

$$i = V_1 - V_2 \qquad = V_1 + V_1 - V_i \qquad = 2V_1 - V_i$$

$$i = V_i - 2V_2 \longrightarrow -5i = 10V_2 - 5V_i$$

$$V_1 - V_i + V_2 = 0$$

$$V_1 = \frac{1}{2}\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{2}\left(V_o - 5i + \frac{dV_o}{dt}\right) = -\frac{1}{2}\left(V_o - 10V_1 + 5V_i + V_o'\right)$$

$$\frac{dV_o}{dt} + V_o + 2\int V_o \cdot dt - 5i - 2\int V_2 \cdot dt = 0$$

$$\Rightarrow -2V_1 = V_o - 10V_1 + 5V_i + V_o' \Rightarrow V_1 = \frac{1}{8}\left(V_o + 5V_i + V_o'\right)$$

$$V_2 = V_i - V_1$$

$$V_o' + V_o + 2\int V_o \cdot dt + 10\left(V_i - \frac{1}{8}(V_o + 5V_i + V_o')\right) - 5V_i - 2\int V_i - \frac{1}{8}(V_o + 5V_i + V_o') = 0$$

$$\Rightarrow s\mathcal{L}(V_o) + \mathcal{L}(V_o) + \frac{2}{s}\mathcal{L}(V_o) + \frac{10}{s} - \frac{5}{4}\mathcal{L}(V_o) - \frac{25}{4s} - \frac{5}{4}s\mathcal{L}(V_o)$$
$$- \frac{5}{s} - \frac{2}{s^2} - \frac{1}{4s}\mathcal{L}(V_o) - \frac{5}{4s^2} - \frac{1}{4s}\times s\mathcal{L}(V_o) = 0$$

$$\mathcal{L}(V_o)\left(s + 1 + \frac{2}{s} - \frac{5}{4} - \frac{5}{4}s - \frac{1}{4s} - \frac{1}{4}\right) + \frac{10}{s} - \frac{25}{4s} - \frac{5}{s} - \frac{2}{s^2} - \frac{5}{4s^2} = 0$$

$$\mathcal{L}(V_o)\left(\frac{-1}{4}s - \frac{7}{4s} - \frac{1}{2}\right) - \frac{5}{4s} - \frac{13}{4s^2} = 0$$

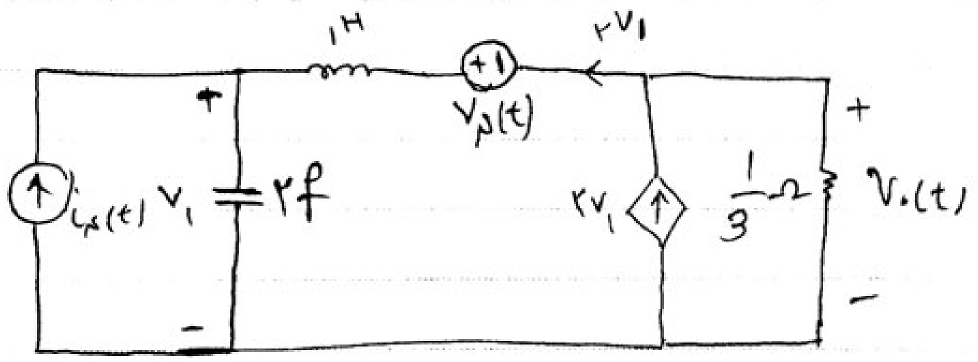
Subject:
Year.   Month.   Date.   ( )

$$\Rightarrow \mathcal{L}(V_0) = \frac{+\frac{13}{4s^2} + \frac{5}{4s}}{\frac{-1}{4}s - \frac{7}{4s} - \frac{1}{2}}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \Rightarrow \mathcal{L}(V_0) = -\frac{5s+13}{s^3+7s+2s^2} \Rightarrow V_0 = \frac{-1}{21}e^{-t}\left(39e^{t} + 11\sqrt{6}\sin(\sqrt{6}t) - 39\cos(\sqrt{6}t)\right)$$

۴- در مدار مقابل حالت اولیه برابر صفر است. با استفاده از روش تبدیل لاپلاس به ازای

$i_s = e^{-\frac{1}{2}t}u(t)$ ورودی $v_s(t)$ را طوری تعیین کنید که ولتاژ خروجی برای $t>0$ برابر صفر باشد.



$t>0 \quad V_0 = 0$

$$-V_s + \frac{d\,2V_1}{dt} + V_1 = 0 \Rightarrow \mathcal{L}(V_s) = \mathcal{L}(V_1) + 2s\mathcal{L}(V_1)$$

$$V_1 = \frac{1}{2}\int (i_s + 2V_1)\,dt \Rightarrow 2V_1' = i_s + 2V_1$$

$$\Rightarrow 2s\mathcal{L}(V_1) - \mathcal{L}(V_1) = 2\mathcal{L}(i_s)$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}(V_s) = \frac{(2s+1)\times 2\mathcal{L}(i_s)}{2s-1} \Rightarrow \mathcal{L}(V_s) = \frac{(2s+1)}{(2s-1)} \times \frac{1}{s+\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}(V_s) = \frac{2}{2s-1} = \frac{1}{s-\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{V_s = e^{\frac{1}{2}t}u(t)}$$