

سوال (۱) اطلاعات ذیل در مورد سیگنال گسسته-زمان متناوب $x[n]$ با ضرایب سری فوریه a_k در دست می باشد:

الف) $x[n]$ دارای دوره تناوب $N = 8$ می باشد

ب) $x[n]$ حقیقی و فرد است

ج) $Im(a_1) > 0$

د) $a_1 = 2a_2 = 4a_3$

و) $\sum_{n=0}^7 |x[n]|^2 = 336$

$x[n]$ را به فرم حقیقی بدست آورید.

سوال (۲) ضرایب سری فوریه ی سیگنال های زیر را بر حسب ضرایب سری فوریه سیگنال گسسته ی $x[n]$ با دوره ی تناوب N با ضرایب a_k بیابید.

الف) $x[n] + x\left[n + 3\frac{N}{2}\right]$ if N is even

ب) $x^*[-n + 2]$

ج) $(-1)^n x[n]$ if N is odd

سوال (۳) یک سیستم LTI زمان گسسته ی علی را در نظر بگیرید که ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ آن با معادله تفاضلی زیر به هم مربوط می شوند:

$$y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] = \frac{1}{2}x[n]$$

برای هر یک از ورودی های زیر، نمایش سری فوریه ی خروجی $y[n]$ را بیابید:

ب) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$

الف) $x[n] = \sin\left(\frac{3\pi}{4}n\right)$

سوال ۴) حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}n\right)}{10\pi n^2}$$

سوال ۵) سیستم LTI زمان-گسسته‌ی زیر را در نظر بگیرید که پاسخ فرکانسی آن به صورت زیر است :

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \frac{\pi}{8} \\ 0 & \frac{\pi}{8} < |\omega| < \pi \end{cases}$$

نشان دهید که اگر ورودی $x[n]$ به این سیستم دارای دوره‌ی تناوب $N=3$ باشد، خروجی $y[n]$ فقط یک ضریب سری فوریه‌ی غیر صفر در هر دوره‌ی تناوب دارد.

۶) یک فیلتر علی گسسته زمان LTI با معادله تفاضلی خطی با ضرایب ثابت زیر مشخص شده است:

$$y[n] + \alpha y[n-1] = \alpha x[n] + x[n-1]$$

بطوریکه x سیگنال ورودی و y سیگنال خروجی است. پارامتر $\alpha \in \mathbb{R}$ و $0 < |\alpha| < 1$ قابل تنظیم است ولی هر α یک فیلتر خاص را مشخص می کند.

الف) پاسخ ضربه سیستم را بیابید.

ب) پاسخ فرکانسی سیستم را بیابید. (یعنی $H(e^{j\omega}) \forall \omega \in \mathbb{R}$) (تذکر آنکه شما باید مستقل از قسمت الف قادر به محاسبه پاسخ فرکانسی باشید).

ج) پاسخ دامنه فیلتر را یافته و از روی آن نوع فیلتر را مشخص کنید (تمام گذر بالا گذر یا پایین گذر)

د) فرض کنید $\alpha = \tan(\pi/6) = 1/\sqrt{3}$ و $x[n] = \cos(n\pi/2)$. بدون محاسبات خیلی پیچیده رابطه پاسخ خروجی فیلتر $y[n] \forall n \in \mathbb{Z}$ را بیابید.