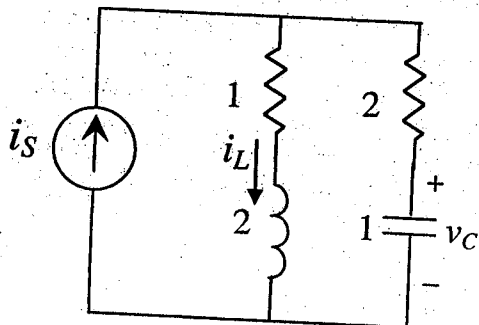


۱- (۴ نمره)

الف- معادلات حالت (در حوزه زمان) را برای مدار زیر بنویسید. $V_C(0^-)=1V$ و $i_L(0^-)=1A$
ب- معادله دیفرانسیل برای V_C را بنویسید و آن را برای دو حالت $i_s=2u(t)$ و $i_s=e^{-t}u(t)$ حل کنید.
پ- فرکانس های طبیعی مدار را تعیین نمایید.



$$i_L + 2 \frac{di_L}{dt} = 2 \frac{dV_C}{dt} + V_C$$

$$i_s = i_L + \frac{dV_C}{dt}$$

$$\rightarrow i_L + 2 \frac{di_L}{dt} = 2(i_s - i_L) + V_C$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{dV_C}{dt} = -i_L + i_s \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{3}{2}i_L + \frac{1}{2}V_C + i_s \end{cases}$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{3}{2}i_L + \frac{1}{2}V_C + i_s$$

حالت اولیه:
 $V_C(0) = 1$
 $i_L(0) = 1$

$$i_s - \frac{dV_C}{dt} + 2 \frac{di_s}{dt} - 2 \frac{d^2V_C}{dt^2} = 2 \frac{dV_C}{dt} + V_C$$

$$\rightarrow 2 \frac{d^2V_C}{dt^2} + 3 \frac{dV_C}{dt} + V_C = i_s + 2 \frac{di_s}{dt}$$

$$V_C(0) = 1, \dot{V}_C(0) = i_s(0) - 1$$

$$i_s = 0: V_C = (Ae^{-\frac{1}{2}t} + Be^{-t})u(t)$$

$$V_C = e^{-t}$$

$$A = -4, B = 2$$

$$\begin{cases} A+B+2=0 \\ -\frac{1}{2}A-B=0 \end{cases} \rightarrow V_C = Ae^{-\frac{1}{2}t} + Be^{-t} + 2$$

حالت دوم: $i_s = 2u(t)$
 $V_C(0) = 1, \dot{V}_C(0) = 1$

$$\rightarrow V_C = 2 + 4e^{-\frac{1}{2}t} + 2e^{-t} + 2(2e^{-\frac{1}{2}t} - 2e^{-t}) = 2 - 2e^{-\frac{1}{2}t} + 2e^{-t}$$

$$V_C = 2 - 2e^{-\frac{1}{2}t} + e^{-t} = (2 - e^{-\frac{1}{2}t})u(t)$$

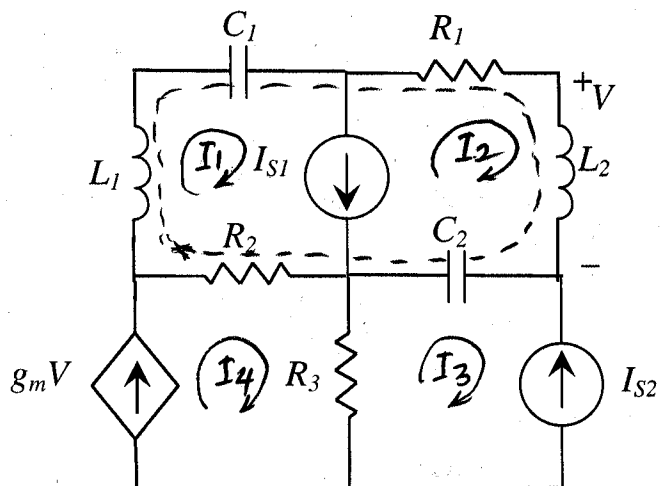
$$i_s = 2u(t): V_C = Ae^{-\frac{1}{2}t} + Be^{-t} + Cte^{-t} + 2(1 - e^{-\frac{1}{2}t} - e^{-t} + Cte^{-t}) = e^{-\frac{1}{2}t} + 2(-e^{-\frac{1}{2}t} - e^{-t}) = -e^{-\frac{1}{2}t} - 2e^{-t}$$

$$\rightarrow Ae^{-\frac{1}{2}t} + Be^{-t} - te^{-t}, A+B=0, -\frac{1}{2}A-B-1=0 \rightarrow A=2, B=-2$$

$$V_C = 2e^{-\frac{1}{2}t} - 2e^{-t} - te^{-t} + 2(-e^{-\frac{1}{2}t} + 2e^{-t} - e^{-t} + te^{-t}) = te^{-t}, V_C = (te^{-t} + e^{-t})u(t)$$

۲- (۲ نمره)

معادلات مش را برای تعیین جریان مش ها بنویسید حل معادلات لازم نیست.
(در حالت سینوسی پایدار برای فیزور ها)



معادلات =

$$I_1 - I_2 = I_{S1}$$

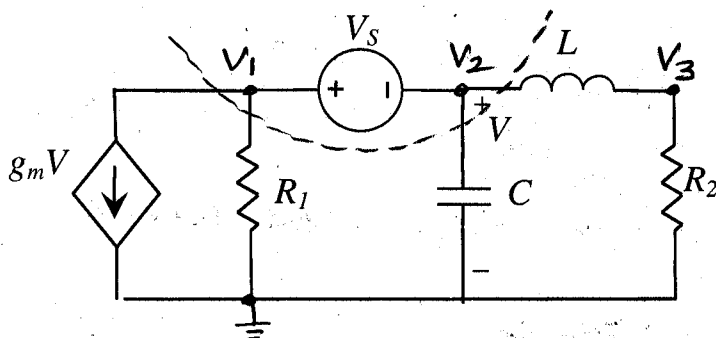
$$I_3 = -I_{S2}$$

$$I_4 = g_m j\omega L_2 I_2$$

$$j\omega L_1 I_1 + \frac{1}{j\omega C_1} I_1 + R_1 I_2 + j\omega L_2 I_2 + \frac{1}{j\omega C_2} (I_2 - I_3) + R_2 (I_1 - I_4) = 0$$

۳- (۲ نمره)

معادلات گره را برای تعیین ولتاژ گره ها بنویسید حل معادلات لازم نیست. (در حالت سینوسی پایدار برای فیزور ها)



معادلات =

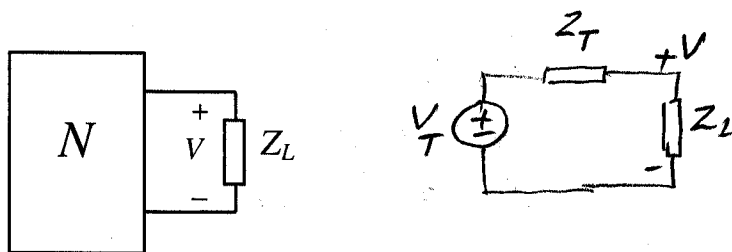
$$g_m V_2 + \frac{V_1}{R_1} + j\omega C V_2 + \frac{V_2 - V_3}{j\omega L} = 0$$

$$\frac{V_3 - V_2}{j\omega L} + \frac{V_3}{R_2} = 0$$

$$V_1 - V_2 = V_S$$

۴- (۳ نمره)

مطلوبست تعیین مدار معادل تونن مدار N با فرض آنکه با اتصال بار راکتیو $Z_L = j300$ اهم ولتاژ دو سر بار برابر 100 ولت با فاز 0 بوده و اگر به بار مقاومتی $Z_L = 300$ اهم متصل گردد ولتاژ دو سر بار برابر 150 ولت با فاز -30 درجه باشد.



$$V = V_T \frac{Z_L}{Z_T + Z_L}$$

$$100e^{j0} = V_T \frac{j300}{Z_T + j300}$$

$$150e^{-j30} = V_T \frac{300}{Z_T + 300}$$

$$1/5 e^{-j30} = -j \frac{Z_T + j300}{Z_T + 300}$$

$$V_T = 100 \times \left[\frac{Z_T}{j300} + 1 \right] = 100 \times (1 + 0,612 e^{j10,9})$$

$$V_T = 100 (1,6 + j0,115) = 160,4 e^{j4,1}$$

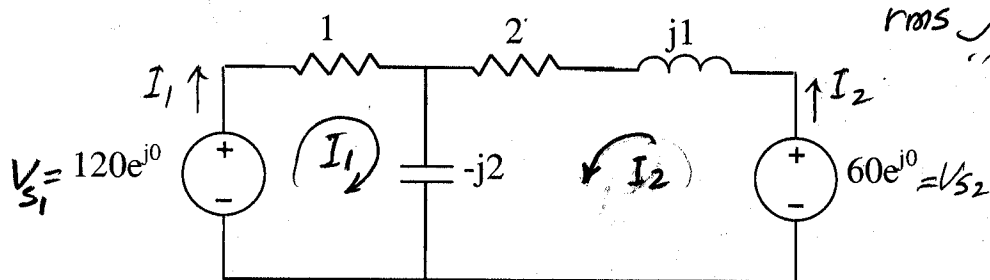
$$(1,3 - j0,75) Z_T + 300 (1,3 - j0,75) = -j Z_T + 300$$

$$(1,3 + j0,25) Z_T = 300 (-0,3 + j0,75)$$

$$Z_T = 300 \times \frac{0,808 e^{j11,8}}{1,32 e^{j10,9}} = 183,6 e^{j100,9}$$

در مدار زیر متوسط کل توان تحویلی از دو منبع به مدار را محاسبه نمایید. (امپدانس ها بر حسب اهم و ولتاژ ها بر حسب ولت).

یا فرض منابع دلتا و ریشه مرب rms



$$Re(VI^*) = \text{متوسط توان}$$

جریان منابع با هم سری شود

$$\begin{bmatrix} 1 - j2 & -j2 \\ -j2 & 2 - j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 \\ 60 \end{bmatrix} \rightarrow I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 120 & -j2 \\ 60 & 2-j \end{vmatrix}}{\Delta}, I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1-j2 & 120 \\ -j2 & 60 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$I_1 = \frac{120(2-j) + j120}{\Delta} = \frac{240}{\Delta}, I_2 = \frac{60(1-j2) + j240}{\Delta} = \frac{60 + j120}{\Delta}$$

$$\Delta = (1-j2)(2-j) + 4 = 2-j-j4-2+4 = 4-j5$$

$$I_1 = \frac{240}{4-j5} = \frac{240(4+j5)}{41} = 23,41 + j29,2$$

$$I_2 = \frac{60 + j120}{4-j5} = \frac{(60 + j120)(4+j5)}{41} = \frac{-360 + j780}{41} = -8,78 + j19$$

$$P_{a1} = Re[120(23,41 + j29,2)] = 2809 \text{ W}$$

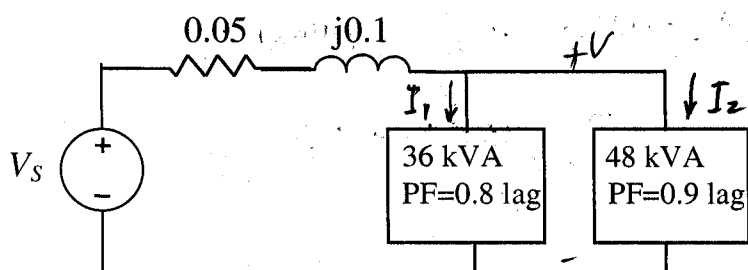
$$P_{a2} = Re[60(-8,78 + j19)] = -527 \text{ W}$$

متوسط توان گوی از منبع 1

متوسط توان گوی از منبع 2

لذا منبع V_S2 توان تلف می کند و کل متوسط توان گوی = 2809 وات از منبع V_S1

الف- در مدار زیر با فرض آنکه ولتاژ دو سر بارها 440 ولت (rms) باشد توان اکتیو و توان راکتیو تحویلی از منبع و ضریب توان آن را محاسبه کنید. (امپدانس خط بر حسب اهم)
 ب- مقدار خازنی که باید با بارها موازی شود تا تلفات خط نصف گردد را محاسبه نمایید.



الف - با فرض $V = 440 e^{j0}$

$$I = \frac{36000}{440} \angle -\cos^{-1} 0.8 + \frac{48000}{440} \angle -\cos^{-1} 0.9$$

$$I = 81.8 \angle -36.8^\circ + 109.1 \angle -25.8^\circ = 65.5 - j49 + 98.1 - j47.4 = 163.6 - j96.4$$

$$V_s = V + (0.05 + j0.1)I = 440 + 0.05 \times 163.6 + 0.1 \times 96.4 + j16.36 - 0.05 \times 96.4$$

$$V_s = 457.8 + j11.54$$

توان منبع

$$S = V_s I^* = (457.8 + j11.5)(163.6 + j96.4) = 73787 + j46013 \text{ VA}$$

توان اکتیو

$$P = \text{Re} S = 73.8 \text{ kW}$$

توان راکتیو

$$Q = \text{Im} S = 46 \text{ kVAR}$$

ضریب توان

$$\text{PF} = \cos \left(\tan^{-1} \frac{46}{73.8} \right) = 0.848$$

ب- تلفات خط R/I^2 لذا برای آنکه تلفات خط نصف شود باید جریان خط

$\sqrt{2}$ برابر کوچکتر شود (دامنه جریان)

$$I_3 = j\omega C V \quad \rightarrow \quad |I| = 163.6 - j(96.4 - 2\pi \times 50 \times 440 \times C)$$

$$|I| = \sqrt{163.6^2 + x^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{163.6^2 + 96.4^2} \rightarrow x^2 = -8736 \rightarrow \text{امکان ندارد}$$