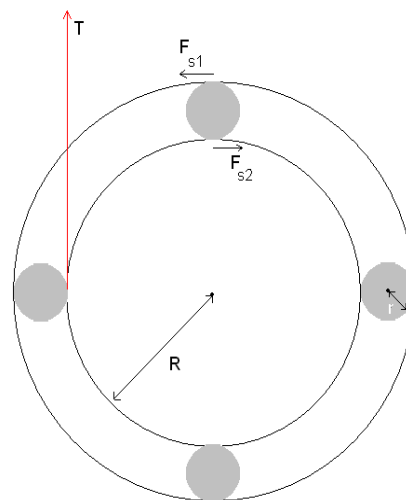


خواسته ی 4

برای محاسبه ی گشتاور اصطکاک، ساختار درونی بلبرینگ را بررسی می کنیم. در شکل زیر شمای کلی بلبرینگ کشیده شده است:



فرض کنید این بلبرینگ متشکل از n گلوله است که بین دو سطح آن می غلتند، سطح بیرونی ثابت است و سطح درونی توسط نیروی T نخ متصل به وزنه کشیده می شود. در ضمن نیروهای اصطکاک F_{s1} و F_{s2} به همه ی گلوله ها وارد می شود. گشتاور اصطکاکی که در اینجا می خواهیم بررسی کنیم، عکس العمل F_{s2} است که به قسمت داخلی اعمال می شود و گشتاوری بر خلاف جهت نیروی محرک یعنی T وارد می کند. فرض کنید لختی دورانی هر گلوله برابر I_g و جرم آن m_g باشد. همچنین لختی دورانی بلبرینگ و چیزی که روی آن قرار دارد (جسم مورد آزمایش) برابر I باشد. a را شتاب خطی حرکت سیستم بگیرید. در این صورت شتاب مرکز جرم هر مهره، برابر $\frac{a}{2}$ خواهد بود. (چون مهره روی حلقه ی بیرونی که ساکن است می غلتد و بنابراین سرعت نقطه ی بیرونی آن که با حلقه ی درونی بلبرینگ تماس دارد، دو برابر سرعت مرکز جرم است و این با فرض غلتش کامل مهره به دست می آید.) با این فرض ها می توان چهار رابطه ی زیر را نوشت:

$$F_{s2} - F_{s1} = m_g \frac{a}{2}$$

$$(F_{s2} + F_{s1}).r = I_g \cdot \frac{a}{2r}$$

$$T.R - F_{s2}.R.n = I \cdot \frac{a}{R}$$

$$Mg - T = Ma$$

که رابطه ی اولو چهارم قانون دوم نیوتن برای گلوله و جسم است، رابطه ی دوم و سوم $\tau = I\alpha$ برای گلوله و حلقه می باشد. در این معادلات F_{s1} ، F_{s2} ، T و a مجهول هستند و چون چهار معادله داریم، می توانیم همه را حساب کنیم ولی ماتنها F_{s2} که گشتاور اصطکاک را ایجاد می کند نیاز داریم.:

$$F_{s2} = \frac{\frac{1}{2} MgR \left(\frac{m_s}{2} + \frac{I_s}{2r^2} \right)}{1 + \frac{1}{2} \frac{R.n}{\frac{I_B}{R} + Mr}}$$

برای پیدا کردن حالتهایی که در آن گشتاور اصطکاک بیشتر است، از آنجا طول اثر ثابت و برابر R می باشد کافی است حالتی را بیابیم که نیروی اصطکاک بیشتر است.

همان طور که از معادله پیداست، با افزایش لختی دورانی جسم در حال دوران گشتاور اصطکاک نیز افزایش می یابد. برای فهمیدن اثر M بر روی اصطکاک، انگونه عمل می کنیم:

$$F_{s2} = \frac{\frac{1}{2} MgR \left(\frac{m_g}{2} + \frac{I_g}{2r^2} \right) \left(\frac{I}{R} + MR \right)}{2 \left(\frac{I}{R} + MR \right)}$$

$$\frac{d}{dM} F_{s2} = \frac{Rg}{2} \left(\frac{m_g}{2} + \frac{I_g}{2r^2} \right) \frac{\left[2R^2 M^2 - 2IM + \frac{I}{2R^2} \right]}{\left[2 \left(\frac{I}{R} + MR \right) \right]^2}$$

مشتق همیشه مثبت است بنابر این به ازای افزایش جرم M (کفه و وزنه های روی آن) گشتاور اصطکاک نیز افزایش می یابد.