بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی : نوید نادری علی زاده - شماره ی دانشجویی : ۸۶۱۰۸۷۴۴ - رشته : مهندسی برق -
گروه : ۱ - زیر گروه : ۲ - تاریخ انجام آزمایش : ۸۷/۱/۳۱ - ساعت : ۱۰:۳۰ -
دستیار آموزشی : خانم فضل علی

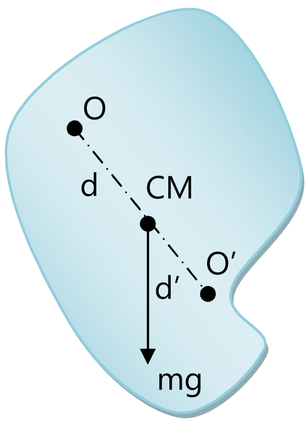
آزمایش شماره ی ۷

عنوان آزمایش : آونگ کاتر

هدف آزمایش : اندازه گیری شتاب ثقل زمین به کمک آونگ کاتر .

وسایل مورد نیاز : آونگ کاتر ، زمان سنج (کرونومتر) ، متر یا خط کش .

نظریه:



آونگ مرکب ، جسمی صلب (rigid) است که ممکن است هیچ گونه تقارنی از لحاظ ظاهر روی آن دیده نشود ؛ این جسم حول یک محور (در شکل مقابل محور O) نوسان می کند . اگر فاصله ی این محور تا مرکز جرم جسم را برابر d ، جرم جسم را با m ، شتاب ثقل زمین را با g ، لختی دورانی (rotational inertia) جسم حول محور دوران را با I و دوره ی نوسانات جسم حول آن محور را با T نشان دهیم ، رابطه ی زیر برقرار است :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}\,(*)$$

در این آزمایش ، ما به دنبال محوری به نام O′ با فاصله ی d′ از مرکز جرم می گردیم به طوری که دوره ی نوسانات جسم حول آن محور ، با دوره ی نوسان حول O برابر باشد . اگر لختی دورانی جسم حول O′ را با I′ نشان دهیم ، این رابطه نیز برقرار است :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I'}{mgd'}}$$

از برابری دوره ی نوسانات در دو وضعیت داریم :

$$\sqrt{\frac{I'}{mgd'}} = \sqrt{\frac{I}{mgd}} \rightarrow \frac{I'}{d'} = \frac{I}{d} \rightarrow I' = \frac{d'}{d} I\ (**)$$

اگر لختی دورانی جسم حول مرکز جرم را با I_{CM} نشان دهیم ، از قضیه ی محورهای موازی (parallel axis theorem) داریم :

$$I = I_{CM} + md^2\ ,\ I' = I_{CM} + md'^2 \ \rightarrow\ I - I' = m\left(d^2 - d'^2\right)\ (***)$$

$$(**)\,,(***) \ \rightarrow\ I - \frac{d'}{d} I = m\left(d^2 - d'^2\right) \rightarrow \frac{d-d'}{d} I = m(d-d')(d+d')$$

$$I = md(d+d') \xrightarrow{(*)} T = 2\pi\sqrt{\frac{d+d'}{g}}$$

بنابراین اگر فاصله ی دو محور یعنی d+d′ را L بنامیم ، رابطه ی فوق به صورت زیر در می آید :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

که رابطه ی دوره ی تناوب آونگ ساده است.پس با داشتن L و T ، می توان مقدار g را محاسبه کرد.

روند انجام آزمایش:

فاصله ی مهره های C و D را به ترتیب از تیغه های F و E برابر همدیگر و برابر فواصل خواسته شده در جدول قرار می دهیم . در هر مرحله ، پس از تنظیم فواصل بین مهره ها و تیغه ها ، آونگ را ابتدا حول تیغه ی E و سپس حول تیغه ی F به نوسان در می آوریم . قبل از به نوسان در آوردن آونگ ، تکیه گاه را با استفاده از پیچی که روی پایه ی آن تعبیه شده است ، طوری تنظیم می کنیم که تیغه های آونگ ، به طور کامل بر روی تکیه گاه قرار گیرند و در حین آزمایش نلغزند . سپس آونگ را حول تیغه ای که روی تکیه گاه قرار دارد ، با دامنه ی کم به نوسان در می آوریم . پس از انجام چند نوسان ، دکمه ی start زمان سنج را فشار می دهیم و زمان ۱۰۰ نوسان را اندازه می گیریم . سپس بدون دست زدن به مهره ها و تغییر مکان آنها ، آونگ را بر عکس می کنیم و به همان صورت ، آونگ را حول تیغه ی F به نوسان در می آوریم و زمان ۱۰۰ نوسان را اندازه می گیریم . این مراحل را برای فواصل ۲۰ ، ۳۰ و ۴۰ سانتی متری نیز تکرار می کنیم .

نمودار زمان نوسانات را بر حسب فاصله ی مهره ها از تیغه ها ، بر روی کاغذ میلی متری رسم می کنیم . مشاهده می کنیم که نمودار های مربوط به تیغه های E و F در یک نقطه همدیگر را قطع می کنند . مولفه ی x مربوط به مختصات آن نقطه (که آنرا X_n می نامیم) را به طور تقریبی از روی نمودارها به دست می آوریم و این بار مهره ها را در فاصله ی X_n از دو تیغه قرار می دهیم و دوباره زمان ۱۰۰ نوسان را حول دو تیغه اندازه می گیریم که این دو زمان تقریبا باید با هم برابر باشند . میانگین دو زمان به دست آمده را محاسبه کرده ، تقسیم بر ۱۰۰ می کنیم تا دوره ی تناوب میانگین (T_m) بدست آید . از روی این دوره ی تناوب و فاصله ی L یعنی فاصله ی بین دو تیغه ی E و F ، شتاب ثقل زمین بدست می آید .

جدول ها:

جدول ۱ - ایجاد شرط آونگ دو طرفه

X، فاصله ی دو مهره از تیغه ها (cm)	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
زمان ۱۰۰ نوسان حول E (s)	۱۸۸.۹۸	۱۸۷.۹۲	۱۸۷.۰۵	۱۸۶.۱۰
دوره ی تناوب نوسانات حول E (s)	۱.۸۹	۱.۸۸	۱.۸۷	۱.۸۶
زمان ۱۰۰ نوسان حول F (s)	۱۸۹.۸۲	۱۸۳.۹۳	۱۸۰.۵۹	۱۷۹.۲۸
دوره ی تناوب نوسانات حول F (s)	۱.۹۰	۱.۸۴	۱.۸۱	۱.۷۹

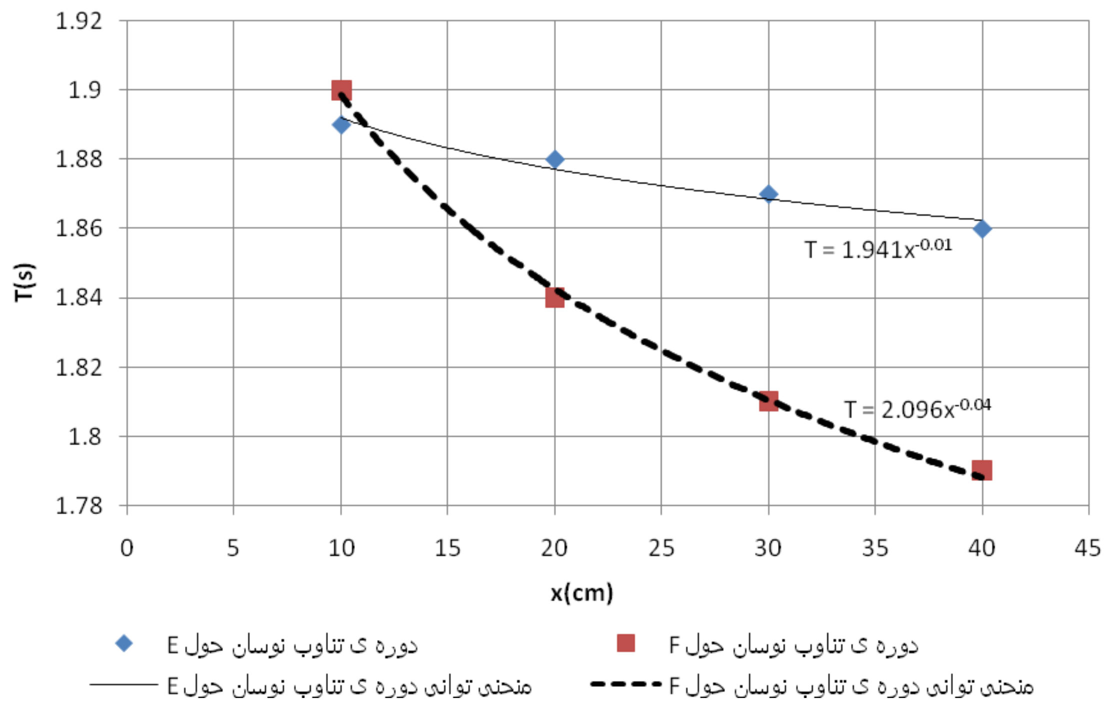
X_N (cm) = ۱۱.۲

جدول ۲ - آونگ دو طرفه

L ، فاصله ی دو تیغه ی E و F (cm)	۸۸.۰
زمان ۱۰۰ نوسان حول تیغه ی E (s)	۱۸۸.۸۳
زمان ۱۰۰ نوسان حول تیغه ی F (s)	۱۸۸.۶۹
دوره ی تناوب میانگین T_m (s)	۱.۸۹

خواسته ها :

خواسته ی ۱ :



در نمودار فوق ، برای افزایش دقت اندازه گیری ، نمودار های توانی (power) را از نقاط اندازه گیری شده با استفاده از نرم افزار Excel عبور داده ایم که معادلات مربوطه هم در کنار هر نمودار نوشته شده است . برای به دست آوردن T ، کافیست عرض نقطه ی تلاقی دو نمودار را به دست آوریم :

$$۱.۹۴۱x^{-۰.۰۱} = ۲.۰۹۶x^{-۰.۰۴} \rightarrow x^{۰.۰۳} = \frac{۲.۰۹۶}{۱.۹۴۱} \cong ۱.۰۸۰ \rightarrow x^{۰.۰۱} \cong ۱.۰۲۶ \rightarrow x^{-۰.۰۱} \cong ۰.۹۷۵$$
$$\rightarrow T = ۱.۹۴۱x^{-۰.۰۱} \cong ۱.۸۹۲s$$

دوره ی تناوب میانگین بدست آمده در آزمایش (T_m) برابر ۱.۸۹ است که با دقت بسیار خوبی با مقدار تحلیلی T=۱.۸۹۲ برابر است .

خواسته ی ۲ :

برای بدست آوردن شتاب ثقل، از رابطه ی دوره ی تناوب آونگ ساده $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ استفاده می کنیم :

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow g = ۴\pi^۲\frac{L}{T^۲} = ۴\pi^۲\frac{۸۸}{(۱.۸۹)^۲} \cong ۹۷۲.۵۷\ {cm}/{s^۲}$$

بنابراین درصد خطای نسبی از این رابطه ی بدست می آید:

$$E_{\mathbf{rel}} \cong \frac{۹۷۲.۵۷ - ۹۷۸}{۹۷۲.۵۷} = \frac{-۵.۴۳}{۹۷۲.۵۷} \cong -۰.۵۶٪$$

سوالات:

با استفاده از رابطه ی دوره ی تناوب و دقت اندازه گیری های طول و زمان، درصد خطای نسبی در اندازه گیری شتاب ثقل زمین را محاسبه کنید. درصد خطای نسبی محاسبه شده در خواسته ی ۲ با این مقدار چه رابطه ای دارد؟

$$g = ۴\pi^۲\frac{L}{T^۲} \rightarrow (\Delta g)^2 = \left(\frac{\partial g}{\partial L}\Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\Delta T\right)^2 = \left(4\pi^2\frac{\Delta L}{T^2}\right)^2 + \left(-8\pi^2\frac{L\Delta T}{T^3}\right)$$

$$\rightarrow (\Delta g)^2 = \left(4\pi^2\frac{0.1}{(1.89)^2}\right)^2 + \left(-8\pi^2\frac{88 * 0.01}{(1.89)^3}\right)^2$$

$$\rightarrow (\Delta g)^2 \cong 1.22 + 105.92 = 107.14 \rightarrow \Delta g \cong 10.35\ {cm}/{s^2}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta g}{g} \cong \frac{۱۰.۳۵}{۹۷۲.۵۷} \cong ۱.۰۶٪$$

خطای بدست آمده به این روش ، علامت را مشخص نمی کند ولی در روش قبل ، مشخص می شود که مقدار اندازه گیری شده از مقدار واقعی بیشتر است یا کمتر . همچنین مشاهده می شود که مقادیر دو خطا با هم متفاوتند ؛ یکی از دلایل هم این می تواند باشد که در روش قبل ، ما از مقدار واقعی g برای محاسبه ی خطا استفاده کردیم ؛ در حالیکه در روش اخیر ، از مقدار واقعی g ، هیچ استفاده ای نکردیم ؛ بنابراین می توان گفت که روش اول ، به علت استفاده از مقدار واقعی g ، دقیق تر و در عین حال ، محاسبه ی خطا به آن روش ، ساده تر از روش دوم است .