

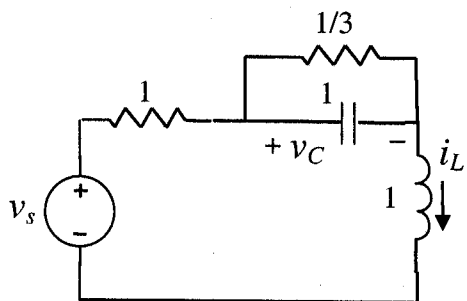
الف- معادلات حالت را برای مدار زیر بنویسید.

ب- معادله دیفرانسیل برای  $i_L$  را بنویسید و آن را برای  $u(t)$  و  $i_L(0) = 3A$  و  $v_C(0) = 1V$  حل کنید. فرض کنید  $u(t)$  و  $i_L(0) = 3A$  و  $v_C(0) = 1V$

پ- فرکانس های طبیعی مدار را تعیین نمایید.

ت- اگر در معادله دیفرانسیل زیر  $w = e^{jt}$  باشد پاسخ خصوصی معادله دیفرانسیل به  $w$  چه خواهد بود؟

$$d^2y/dt^2 + y = w$$



الف -

$$v_s = i_L + v_C + \frac{di_L}{dt} \rightarrow \begin{cases} \frac{di_L}{dt} = v_s - i_L - v_C \\ i_L = \frac{dv_C}{dt} + 3v_C \end{cases}$$

$$i_L = \frac{dv_s}{dt} - \frac{di_L}{dt} - \frac{d^2i_L}{dt^2} + 3v_s - 3i_L - 3\frac{di_L}{dt} \leftarrow v_C = v_s - i_L - \frac{di_L}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{d^2i_L}{dt^2} + 4\frac{di_L}{dt} + 4i_L = 3v_s + \frac{dv_s}{dt} \rightarrow s^2 + 4s + 4 = 0 \rightarrow s_1 = s_2 = -2$$

فرکانس های طبیعی

$$v_s = u(t) = 1 \cdot u(t) = u(t)$$

$$\text{مقدارهای موقت} \rightarrow i_{L1} = A e^{-2t} + B t e^{-2t}, i_L(0) = 3, \frac{di_L}{dt}(0) = 0 - 3 - 1 = -4$$

$$\rightarrow A = 3, -2A + B = -4 \rightarrow B = 2 \rightarrow i_{L1} = 3e^{-2t} + 2te^{-2t}$$

$$\text{حالت پermanent} = i_{L2}' = A e^{-2t} + B t e^{-2t} + 1/4, i_{L2}'(0) = 0, \frac{di_{L2}'}{dt}(0) = 0 \rightarrow A = -1/4, -2A + B = 0$$

$$B = -1/2$$

$$\rightarrow i_{L2}' = -1/4 e^{-2t} - 1/2 t e^{-2t} + 1/4$$

$$i_{L2} = 3i_{L2}' + \frac{d}{dt}(i_{L2}') = -3/4 e^{-2t} - 3/2 t e^{-2t} + 3/4 + 1/2 e^{-2t} - 1/2 e^{-2t} + t e^{-2t} = -1/4 e^{-2t} - 1/2 t e^{-2t} + 3/4$$

$$i_L = i_{L1} + i_{L2} = (3/4 e^{-2t} + 3/2 t e^{-2t} + 3/4) u(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = A e^{jt} + j A t e^{jt}$$

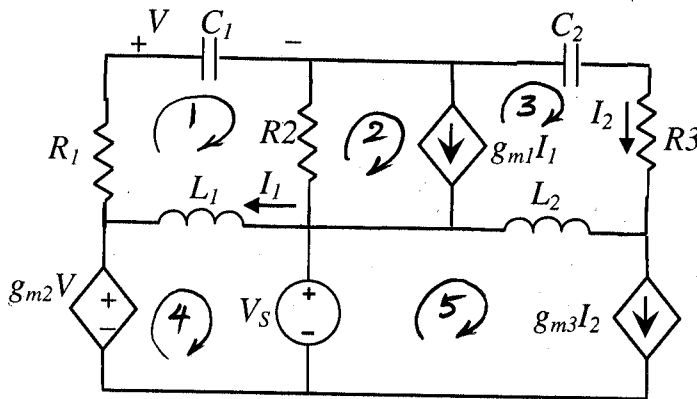
$$= A (1 + jt) e^{jt} \rightarrow y = A t e^{jt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = j A e^{jt} + j A e^{jt} - A t e^{jt} \rightarrow 2j A e^{jt} - A t e^{jt} + A t e^{jt} = e^{jt} \rightarrow A = \frac{1}{2j}$$

۲- (۲ نمره)

معادلات مش را برای تعیین جریان مش ها بنویسید حل معادلات لازم نیست.

(در حالت سینوسی ماندگار برای فیزور ها)



$$I_2 - I_3 = g_{m1}(I_1 - I_4)$$

$$I_5 = g_{m3}I_3$$

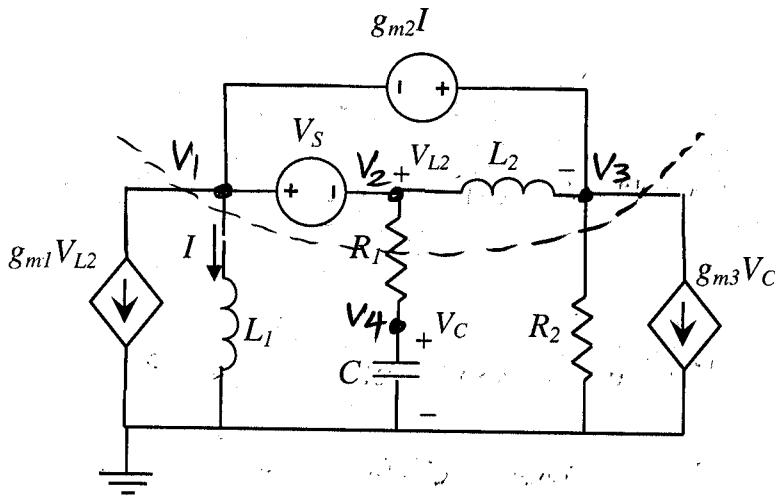
$$(1) \quad R_1 I_1 + \frac{1}{j\omega C_1} I_1 + R_2(I_1 - I_2) + j\omega L_1(I_1 - I_4) = 0$$

$$(2,3) \quad R_2(I_2 - I_1) + \frac{1}{j\omega C_2} I_3 + R_3 I_3 + j\omega L_2(I_3 - I_5) = 0$$

$$(4) \quad j\omega L_1(I_1 - I_4) + V_s - g_{m2} \frac{1}{j\omega C_1} I_1 = 0$$

۳- (۲ نمره)

معادلات گره را برای تعیین ولتاژ گره ها بنویسید حل معادلات لازم نیست. (در حالت سینوسی ماندگار برای فیزور ها)



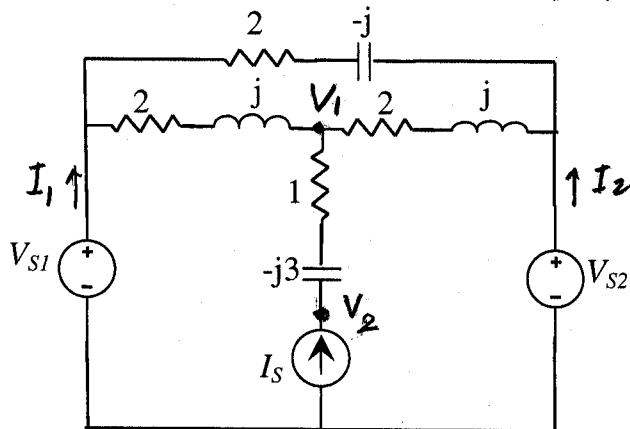
$$V_1 - V_2 = V_s$$

$$V_3 - V_1 = g_{m2} \frac{V_1}{j\omega L_1}$$

$$V_4 \times j\omega C + \frac{V_4 - V_2}{R_1} = 0$$

$$g_{m1}(V_2 - V_3) + \frac{V_1}{j\omega L_1} + \frac{V_2 - V_4}{R_1} + \frac{V_3}{R_2} + g_{m3}V_4 = 0$$

الف- در مدار زیر متوسط توان تحویلی (دریافتی) هر منبع را محاسبه نمایید. (امپدانس ها بر حسب اهم و مقادیر rms)  
 ب- با توجه به قسمت الف کل توان تلفی در مقاومت ها را محاسبه کنید.



$$V_{S1} = 100e^{-j90^\circ} \text{ V}$$

$$V_{S2} = 100e^{j90^\circ} \text{ V}$$

$$I_S = 10e^{j0} \text{ A}$$

$$\frac{V_1 - V_{S1}}{2 + j} + \frac{V_1 - V_{S2}}{2 + j} - I_S = 0$$

$$\rightarrow 2V_1 = V_{S1} + V_{S2} + (2 + j)I_S = -j100 + j100 + (2 + j) \times 10 = 20 + j10 \rightarrow V_1 = 10 + j5$$

$$I_1 = \frac{V_{S1} - V_1}{2 + j} + \frac{V_{S1} - V_{S2}}{2 - j} = \frac{-j100 - 10 - j5}{2 + j} + \frac{-j200}{2 - j} = \frac{-10 - j105}{2 + j} + \frac{-j200}{2 - j}$$

$$I_1 = \frac{-(10 + j105)(2 - j) + (j200)(2 + j)}{5} = \frac{-(20 + 105 - 200) - j(-10 + 210 + 400)}{5} = \frac{75 - j600}{5}$$

$$I_1 = 15 - j120$$

$$I_2 = \frac{V_{S2} - V_1}{2 + j} + \frac{V_{S2} - V_{S1}}{2 - j} = \frac{j100 - 10 - j5}{2 + j} + \frac{j200}{2 - j} = \frac{-10 + j95}{2 + j} + \frac{j200}{2 - j}$$

$$I_2 = \frac{(-10 + j95)(2 - j) + j200(2 + j)}{5} = \frac{-20 + 95 - 200 + j(10 + 190 + 400)}{5} = \frac{-125 + j600}{5}$$

$$I_2 = -25 + j120$$

$$P_1 = \text{Re}(V_{S1} I_1^*) = \text{Re}[-j100(15 + j120)] = +12000 \text{ وات} \quad \text{گسل}$$

$$P_2 = \text{Re}(V_{S2} I_2^*) = \text{Re}[j100(-25 - j120)] = +12000 \text{ وات} \quad \text{گسل}$$

$$P_3 = \text{Re}[V_2 I_S^*], \quad V_2 = V_1 + I_S(1 - j3) = 10 + j5 + 10 - j30 = 20 - j25$$

$$P_3 = \text{Re}[(20 - j25) \times 10] = 200 \text{ وات} \quad \text{گسل}$$

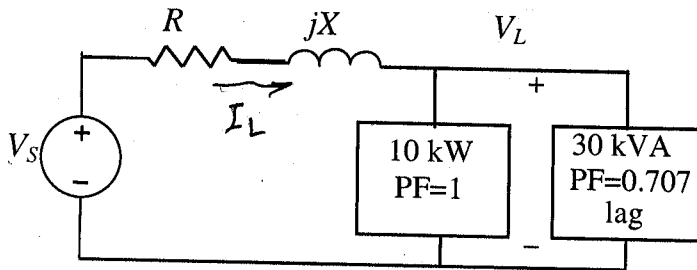
$$\text{متوسط توان تلفی} = P_1 + P_2 + P_3 = 24,2 \text{ kW}$$

۵- (نمره)

با فرض آنکه ولتاژ دو سر بارها برابر  $V_L = 400e^{j5^\circ}$  ولت و ولتاژ منبع برابر  $V_S = 430e^{j0^\circ}$  باشد (مقادیر rms):

الف- جریان خط، امپدانس خط، تلفات خط و توان اکتیو تحویلی از منبع را محاسبه کنید.

ب- مقدار خازنی که باید با بارها موازی شود تا ضریب توان کل بار برابر 0.9 پس فاز گردد را محاسبه نمایید.



الف -

$$I_L = \frac{10000}{400} \angle 5^\circ + \frac{30000}{400} \times \frac{1}{\cos 0.707} \angle 5^\circ = 25e^{j5^\circ} + 75e^{j40^\circ}$$

$$I_L = 24.9 + 57.4 + j(2.17 - 48.2) = 82.3 - j46 \text{ A}$$

$$Z_L = \frac{V_S - V_L}{I_L} = \frac{430 - 400e^{j5^\circ}}{82.3 - j46} = \frac{430 - 398.4 - j34.8}{82.3 - j46} = \frac{31.6 - j34.8}{82.3 - j46} = \frac{47e^{-j47.7^\circ}}{94.3e^{j29.2^\circ}} = 0.498e^{-j18.5^\circ}$$

$$Z_L = 0.498e^{-j18.5^\circ} = 0.472 - j0.158 = R + jX$$

$$P_L = R|I|^2 = 0.47 \times 94.3^2 = 4.18 \text{ kW}$$

$$P = \text{Re}[V_S I^*] = \text{Re}[430(82.3 + j46)] = 35.4 \text{ kW}$$

ب -

$$P = 10 + 30 \times 0.707 = 31.2 \text{ kW}$$

$$Q = 0 + 30 \times \sqrt{1 - 0.707^2} = 21.2 \text{ kVAR}$$

$$Q_c = I_m(V_c I_c^*) = I_m V_c (-j\omega C V_c^*) = -\omega C |V_c|^2$$

$$PF = 0.9 \rightarrow \tan^{-1} \frac{Q'}{P} = \cos^{-1} 0.9 \rightarrow Q' = 15.1 \text{ kVAR} \rightarrow Q_c = 15.1 - 21.2 = -6.08 \text{ kVAR}$$

$$\rightarrow C = \frac{6080}{2\pi \times 50 \times 400^2} = 121 \mu\text{F}$$