

بسمه تعالی

تمرین سری دوم آمار و احتمال مهندسی

۱ تا ۶ - مسائل فصل سوم کتاب شماره های 2,6,7,12,14,17

۷ - فرض کنید مکرراً دو تاس را می اندازیم و مجموع اعداد آنها (T) را ملاحظه می کنیم. احتمال اینکه $T=7$ قبل از $T=8$ مشاهده شود چیست؟

۸ - تعداد خرابی ترانزیستوری خاص در یک رادار ۱۲۰ تا در سال است. انبار محلی در ابتدای هر ماه تجدید موجودی می شود. چه تعداد از این ترانزیستور در انبار (در سر ماه) داشته باشیم تا به احتمال لااقل ۹۹٪ مطمئن باشیم که موجودی انبار (تا آخر ماه) کفایت می کند.

مسائل اختیاری

۹ - مسأله 3.15 کتاب

۱۰ - مسأله 3.19 کتاب

۱۱ - مسأله بازی Craps:

در یک مسابقه تلویزیونی که در هفته وحدت برگزار می شود شرکت کننده کلیدی را فشار می دهد. با فشار کلید دو عدد تصادفی و مستقل بین ۰ تا ۹ (دو تاس الکترونیک) روی نمایشگر ظاهر می شوند. اگر مجموع دو عدد ۱۲ یا ۱۷ باشد شرکت کننده برنده خواهد بود. اگر مجموع دو عدد کوچکتر از ۱۲ یا بزرگتر از ۱۷ باشد بازنده خواهد بود. در غیر این صورت آنقدر مجدداً کلید را فشار می دهد که یا همان نتیجه (مجموع) قبلی بیاید یا نتیجه ۱۲ حاصل شود. اگر نتیجه قبلی پیش از ۱۲ ظاهر شود برنده خواهد بود و الا بازنده می شود. احتمال برنده شدن در این مسابقه چقدر است؟

جواب: ۱۶۲/۰

۱۲ - محل ماکزیمم شدن $P_n(k)$ را پیدا کنید.

۱۳ - مسأله خانه خراب شدن قمار باز :

الف - دو نفر (A و B) قرار گذاشته‌اند که به کرات با هم مسابقه اسب سواری دهند. هر بار که یکی پیروز شود از بازنده یک واحد پول (مثلاً ۱۰۰۰ تومان) دریافت می‌کند. احتمال پیروزی آقای A در هر بار مسابقه، p و احتمال پیروزی آقای B، $q=1-p$ است. سرمایه اولیه آقای A، i واحد است و سرمایه اولیه آقای B، $k-i$ واحد است ($k>i$).

یعنی اگر از دید آقای A مساله را بررسی کنیم، سرمایه اولیه او i است و در هر مرحله مسابقه سرمایه او به احتمال p یک واحد اضافه و به احتمال q یک واحد کم می‌شود. مسابقه وقتی کاملاً تمام می‌شود که سرمایه یکی از این دو به صفر (سرمایه دیگری به k) برسد. مطلوبست محاسبه احتمال اینکه نهایتاً A پیروز مسابقات باشد.

راهنمایی: اگر احتمال واقعه نهایتاً پیروز شدن A مشروط به سرمایه i را p_i بنامیم داریم $p_i = p_{i+1}p + p_{i-1}q$ (چرا؟)

ب - اگر $p=q=\frac{1}{2}$ باشد و $i=95$ و $k=100$ احتمال فوق چقدر خواهد بود؟

ج - اگر $p=0.4$ باشد و $i=95$ و $k=100$ احتمال فوق چقدر خواهد بود؟

۱۴ - الف - در یک کنکور، آزمون بصورت تستی چهار جوابی است که پاسخ غلط $\frac{1}{3}$ نمره منفی دارد. اگر داوطلب در رابطه با n تا از تستها بین m جواب ($2 \leq m \leq 4$) شک داشته باشد، احتمال اینکه با زدن تست بطور شانسی ضرر نکند (نمره مجموع n تست، مثبت یا لااقل صفر شود) را برای موارد زیر حساب کنید.

$$m=4 \quad ; \quad n=5 \quad , \quad n=10 \quad , \quad n \rightarrow \infty$$

$$m=3 \quad ; \quad n=5 \quad , \quad n=10 \quad , \quad n=20 \quad , \quad n \rightarrow \infty$$

$$m=2 \quad ; \quad n=2 \quad , \quad n=5 \quad , \quad n=10 \quad , \quad n \rightarrow \infty$$

ب - با توجه به نتایج بند الف، چه توصیه‌ای در مورد نحوه زدن تست مشکوک می‌کنید.