

به نام خدا
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده علوم ریاضی

تاریخ تحویل : 93/10/15

تمرین سری چهارم محاسبات عددی

* لطفاً برگه‌های تحویلی شامل حل دستی تمرینات و پرینت متن برنامه‌ها باشد. (به برنامه‌های دست‌نویس نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد).

* ترجیحاً تمرین را به صورت حضوری تحویل دهید. اما در صورتی که تمرین را ایمیل می‌کنید، لطفاً همه‌ی تمرینات شامل اسکن صفحات دست‌نویس و فایل برنامه‌ها، در یک پوشه با نام StudentID.rar قرار گیرند. (به جای StudentID شماره‌ی دانشجویی خود را بنویسید). این پوشه را به آدرس

nc.1393.1@gmail.com

ایمیل کنید.

1. فرض کنید $k > 1$ یک عدد صحیح و $a > 0$ یک عدد حقیقی باشد. دنباله تکراری

$$x_{n+1} = \frac{x_n^k + kax_n}{kx_n^{k-1} + a}$$

را در نظر بگیرید.

الف) با فرض انتخاب x_0 مناسب و همگرایی دنباله x_n حد دنباله را بیابید.

ب) مقدار k را طوری تعیین کنید که این دنباله دارای حداکثر مرتبه همگرایی ممکن باشد.

2. معادله‌ی غیرخطی

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4 = 0$$

را در نظر بگیرید.

الف) ثابت کنید که این معادله در بازه‌ی $(-2, 0)$ دارای دقیقاً یک ریشه‌ی مضاعف است.

ب) با استفاده از نرم افزار MATLAB برنامه‌ای بنویسید که ریشه‌ی این معادله را با استفاده از روش

نیوتن (با دنباله‌ی $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x)}{f'(x)}$) و روش نیوتن اصلاح شده (با دنباله‌ی $x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x)}{f''(x)}$) محاسبه کند. (خطای همگرایی دنباله را 10^{-6} بگیرید).

3. جواب یک مساله غیرخطی دلخواه را با استفاده از دستور fzero در نرم افزار MATLAB بدست آورید.

4. ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید می‌خواهیم بردار ویژه ماتریس A وابسته به مقدار ویژه 2 را با نرم -2 (نرم اقلیدسی) برابر 5 بدست آوریم. یک قدم از روش نیوتن را برای حل این مسئله از تخمین اولیه $X_0 = \begin{bmatrix} 3.5 \\ 3.5 \end{bmatrix}$ به کار گیرید و X_1 تخمین جدید را بدست آورید.

موفق باشید