

بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی : نوید نادری علی زاده - شماره ی دانشجویی : ۸۶۱۰۸۷۴۴ - رشته : مهندسی برق -
گروه : ۱ - زیر گروه : ۲ - تاریخ انجام آزمایش : ۸۷/۲/۲۱ - ساعت : ۱۰:۳۰ -
دستیار آموزشی : خانم فضل علی

آزمایش شماره ی ۹

عنوان آزمایش: اندازه گیری لختی دورانی

هدف: اندازه گیری لختی دورانی

وسایل مورد نیاز: ۱- چرخ متصل به بلبرینگ و پایه ۲- اجسام با لختی دورانی مختلف شامل میله، دیسک، کره و پوسته ی کروی و استوانه ی توپر و پوسته ای ۳- دستگاه ثبت کننده ی زمان (شمارنده)
۴- کفه ۵- وزنه ۶- متر ۷- ترازو ۸- مقداری نخ محکم ۹- حسگر نوری

نظریه:

هر جسمی، دو نوع حرکت انتقالی و دورانی می تواند داشته باشد. در این آزمایش، حرکت دورانی جسم را ناشی از چرخش آن حول محوری ثابت، بررسی می کنیم. جرم، یک ویژگی ذاتی جسم است که در برابر حرکت انتقالی آن، مقاومت می کند؛ به همین دلیل، می توان آن را لختی انتقالی نامید. متناظر با جرم در حرکت انتقالی، مشخصه ای دیگر از جسم وجود دارد که در برابر حرکت دورانی جسم مقاومت می کند که آن را لختی دورانی می نامیم و با I نشان می دهیم. اگر جسم با سرعت زاویه ای ω دوران کند، سرعت خطی عنصری از جسم به جرم dm که در فاصله r از محور دوران قرار دارد، برابر $v = r\omega$ است. بنابراین انرژی جنبشی این عنصر جرم برابر $dk = \frac{1}{2}dmv^2 = \frac{1}{2}dmr^2\omega^2$ خواهد بود؛ در نتیجه انرژی جنبشی کل جسم، برابر انتگرال انرژی عناصر جرم خواهد بود:

$$k = \int dk = \int \frac{1}{2}dmv^2 = \int \frac{1}{2}dmr^2\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\int r^2dm\right)\omega^2$$

بنابراین اگر ω را در حرکت دورانی متناظر با v در حرکت انتقالی در نظر بگیریم، چون انرژی جنبشی جسم در حرکت انتقالی از رابطه $k = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می آید، به نظر می رسد که همتای جرم، در حرکت دورانی برابر $\int r^2dm$ باشد و تعریف لختی دورانی جسم نیز از همین جا بدست می آید:

$$I = \int r^2dm$$

با محاسبه ی این انتگرال برای اجسام مورد استفاده در این آزمایش، مقادیر زیر حاصل می شود:

$$I = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}ml^2 \text{ برای میله ی فلزی و دیسک پلکسی:}$$

$$I = \frac{1}{2}mr^2 \text{ برای پوسته ی کروی:}$$

$$I = \frac{2}{5}mr^2 \text{ برای کره ی توپر:}$$

$$I = \frac{1}{2}m(R_{in}^2 + R_{out}^2) \text{ برای پوسته ی استوانه ای:}$$

$$I = \frac{1}{2}mR^2 \text{ برای استوانه ی توپر:}$$

همچنین قضیه ای بنام قضیه ی محورهای موازی وجود دارد که در صورت تغییر محور دوران به محوری موازی محور اول و به فاصله ی d از آن محور، لختی دورانی حول محور جدید از رابطه ی $I_2 = I_1 + md^2$ بدست می آید که m جرم جسم و I_1 و I_2 به ترتیب، لختی دورانی جسم حول محور اول و دوم هستند. این قضیه را نیز برای دیسک پلکسی بررسی خواهیم کرد.

روند انجام آزمایش:

الف) اندازه گیری لختی دورانی

اجسامی را که می خواهیم لختی دورانی آنها را اندازه بگیریم، روی بلبرینگ نصب می کنیم و با آویزان کردن ۳ وزنه با مقادیر متفاوت برای هر جسم، وزنه ها را از کنار سنسور اول رها می کنیم و مدت زمانی را که وزنه ها فاصله ی بین دو سنسور را طی می کنند، اندازه می گیریم. وزنه ها هم به چرخ بلبرینگ متصلند و با پایین رفتن وزنه ها، بلبرینگ و در نتیجه جسم مورد نظر که روی بلبرینگ قرار دارد، شروع به دوران می کنند. اگر زمان اندازه گیری شده را با t ، مجموع جرم کفه و وزنه های روی آن را با m ، شتاب گرانشی را با g ، شعاع چرخ بلبرینگ را با r و فاصله ی دو سنسور را با h نشان دهیم، می توان نشان داد که لختی دورانی جسم (I) از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right)$$

ب) بررسی قضیه ی محورهای موازی

ابتدا آزمایش قبل را برای دیسک پلکسی و حول محور مرکزی آن انجام می دهیم و سپس با استفاده از سوراخهای تعبیه شده روی دیسک، محورهای دوران را در دفعات بعد جابجا می کنیم و فاصله ی آنها را تا محور اولیه که از مرکز دیسک می گذشت، در هر مرحله ۳ سانتی متر افزایش داده، آزمایش الف را تکرار می کنیم.

جدول ها:

جدول ۱ - اندازه گیری لختی دورانی میله ی فلزی

ردیف	فاصله ی دو حسگر (سانتی متر)	زمان عبور کفه و وزنه ها بین دو حسگر (ثانیه)	جرم کفه و وزنه های روی آن (گرم)
۱	۷۹	۹.۲۶۶	۵۰
۲	۷۹	۶.۵۷۷	۱۰۰
۳	۷۹	۵.۴۱۶	۱۵۰

جرم میله ی فلزی: ۳۰۸ گرم قطر میله ی فلزی: ۱۰.۴ سانتیمتر طول میله ی فلزی: ۵۱ سانتیمتر

جدول ۲ - اندازه گیری لختی دورانی پوسته ی کروی

ردیف	فاصله ی دو حسگر (سانتی متر)	زمان عبور کفه و وزنه ها بین دو حسگر (ثانیه)	جرم کفه و وزنه های روی آن (گرم)
۱	۷۹	۵.۹۰۲	۵۰
۲	۷۹	۴.۳۱۲	۱۰۰
۳	۷۹	۳.۶۶۹	۱۵۰

جرم پوسته ی کروی: ۵۹۲ گرم شعاع پوسته ی کروی: ۱۰.۳ سانتی متر

جدول ۳ - اندازه گیری لختی دورانی کره

ردیف	فاصله ی دو حسگر (سانتی متر)	زمان عبور کفه و وزنه ها بین دو حسگر (ثانیه)	جرم کفه و وزنه های روی آن (گرم)
۱	۷۹	۷.۰۴۸	۵۰
۲	۷۹	۴.۶۰۳	۱۰۰
۳	۷۹	۳.۸۵۱	۱۵۰

جرم کره: ۱۶۹۵ گرم شعاع کره: ۷.۵ سانتی متر

جدول ۴ - اندازه گیری لختی دورانی پوسته ی استوانه ای

ردیف	فاصله ی دو حسگر (سانتی متر)	زمان عبور کفه و وزنه ها بین دو حسگر (ثانیه)	جرم کفه و وزنه های روی آن (گرم)
۱	۷۹	۵.۰۹۵	۵۰
۲	۷۹	۳.۶۸۱	۱۰۰
۳	۷۹	۳.۰۵۵	۱۵۰

جرم پوسته ی استوانه ای: ۵۶۳ گرم قطر متوسط پوسته ی استوانه ای: ۱۱.۵ سانتی متر طول پوسته ی استوانه ای: ۱۱ سانتی متر

جدول ۵ - اندازه گیری لختی دورانی استوانه

ردیف	فاصله ی دو حسگر (سانتی متر)	زمان عبور کفه و وزنه ها بین دو حسگر (ثانیه)	جرم کفه و وزنه های روی آن (گرم)
۱	۷۹	۶.۸۲۸	۵۰
۲	۷۹	۵.۰۹۸	۱۰۰
۳	۷۹	۵.۰۴۸	۱۵۰

جرم استوانه: ۱۵۱۳.۷ گرم شعاع استوانه: ۵.۶ سانتی متر طول استوانه: ۱۲.۱ سانتی متر

جدول ۶ - قضیه ی محورهای موازی با دیسک پلکسی

ردیف	فاصله ی دو حسگر (سانتی متر)	زمان عبور کفه و وزنه ها بین دو حسگر (ثانیه)	جرم کفه و وزنه های روی آن (گرم)
۱	۷۹	۶.۹۸۳	۵۰
۲	۷۹	۵.۲۸۶	۱۰۰
۳	۷۹	۴.۱۹۳	۱۵۰

فاصله ی مرکز دوران تا مرکز دیسک = ۰ سانتی متر

جدول ۷ - قضیه ی محورهای موازی با دیسک پلکسی

ردیف	فاصله ی دو حسگر (سانتی متر)	زمان عبور کفه و وزنه ها بین دو حسگر (ثانیه)	جرم کفه و وزنه های روی آن (گرم)
۱	۷۹	۷.۶۳۲	۵۰
۲	۷۹	۵.۴۶۶	۱۰۰
۳	۷۹	۴.۴۴۵	۱۵۰

فاصله ی مرکز دوران تا مرکز دیسک = ۳ سانتی متر

جدول ۸ - قضیه ی محورهای موازی با دیسک پلکسی

ردیف	فاصله ی دو حسگر (سانتی متر)	زمان عبور کفه و وزنه ها بین دو حسگر (ثانیه)	جرم کفه و وزنه های روی آن (گرم)
۱	۷۹	۷.۶۰۱	۱۰۰
۲	۷۹	۵.۶۴۶	۱۵۰
۳	۷۹	۴.۷۰۲	۲۰۰

فاصله ی مرکز دوران تا مرکز دیسک = ۶ سانتی متر

جدول ۹ - قضیه ی محورهای موازی با دیسک پلکسی

ردیف	فاصله ی دو حسگر (سانتی متر)	زمان عبور کفه و وزنه ها بین دو حسگر (ثانیه)	جرم کفه و وزنه های روی آن (گرم)
۱	۷۹	۶.۴۰۱	۱۵۰
۲	۷۹	۵.۴۵۶	۲۰۰
۳	۷۹	۵.۱۳۱	۲۵۰

فاصله ی مرکز دوران تا مرکز دیسک = ۹ سانتی متر

جرم دیسک پلکسی: ۵۶۰.۶ گرم

قطر دیسک پلکسی: ۲۵.۱ سانتیمتر

خواسته ها:

خواسته ی ۱

لختی دورانی مربوط به جدول ۱

ردیف	لختی دورانی اندازه گیری شده	درصد خطای نسبی
۱	۰.۰۱۷	۱۵۳.۷۳۱
۲	۰.۰۱۷	۱۵۳.۷۳۱
۳	۰.۰۱۷	۱۵۳.۷۳۱
میانگین	۰.۰۱۷	۱۵۳.۷۳۱

لختی دورانی محاسبه شده: ۰.۰۰۶۷

لختی دورانی مربوط به جدول ۲

ردیف	لختی دورانی اندازه گیری شده	درصد خطای نسبی
۱	۰.۰۰۶۷	۵۹.۵۲۳۸
۲	۰.۰۰۷۱	۶۹.۰۴۷۷
۳	۰.۰۰۷۷	۸۳.۳۳۳۳
میانگین	۰.۰۰۷۲	۷۱.۴۲۸۶

لختی دورانی محاسبه شده: ۰.۰۰۴۲

لختی دورانی مربوط به جدول ۳

ردیف	لختی دورانی اندازه گیری شده	درصد خطای نسبی
۱	۰.۰۰۹۶	۱۵۲.۶۳۱۶
۲	۰.۰۰۸۱	۱۱۳.۱۵۷۹
۳	۰.۰۰۸۵	۱۲۳.۶۸۴۲
میانگین	۰.۰۰۸۷	۱۲۸.۹۴۷۴

لختی دورانی محاسبه شده: ۰.۰۰۳۸

لختی دورانی مربوط به جدول ۴

ردیف	لختی دورانی اندازه گیری شده	درصد خطای نسبی
۱	۰.۰۰۵۰	۱۶۳.۱۵۷۹
۲	۰.۰۰۵۲	۱۷۳.۶۸۴۲
۳	۰.۰۰۵۳	۱۷۸.۹۴۷۴
میانگین	۰.۰۰۵۲	۱۷۳.۶۸۴۲

لختی دورانی محاسبه شده: ۰.۰۰۱۹

لختی دورانی مربوط به جدول ۵

ردیف	لختی دورانی اندازه گیری شده	درصد خطای نسبی
۱	۰.۰۰۹۰	(!)۲۷۵
۲	۰.۰۱۰۰	(!!)۳۱۶.۶۶۶۷
۳	۰.۰۱۴۷	(!!!!)۵۱۲.۵
میانگین	۰.۰۱۱۲	(!!!)۳۶۶.۶۶۶۷

لختی دورانی محاسبه شده: ۰.۰۰۲۴

علل خطا:

- به نظر می رسد که دلیل اصلی این خطاهای نسبتاً زیاد، وجود اصطکاک روی قرقره و گشتاور ناشی از آن است.
- لغزش اندک نخ روی قرقره.
- بی جرم نبودن قرقره و نخ.
- لختی دورانی چرخ بلبرینگ که عملاً نادیده گرفته شده است.
- لختی دورانی بشقاب‌بی که استوانه‌ها روی آن قرار می گیرند که خطای بسیار زیاد مقادیر مربوط به جدول ۴ و مخصوصاً جدول ۵ به این خاطر می تواند باشد.
- خطا در اندازه گیری کمیت های جرم و زمان و طول.
- رها نکردن وزنه‌ها دقیقاً پیش از سنسور اول و در نتیجه داشتن سرعت اولیه‌ی غیر قابل محاسبه که اندازه گیری های ما را دچار خطا می کند.
- ثابت نبودن دقیق محور دوران و عبور نکردن دقیق آن از مرکز اجسام.
- متقارن نبودن دقیق اجسام مورد استفاده.
- ...

خواسته‌ی ۲

لختی دورانی مربوط به جدول ۶

ردیف	لختی دورانی اندازه گیری شده	درصد خطای نسبی
۱	۰.۰۰۹۴	۱۱۳.۶۳۶۴
۲	۰.۰۱۰۷	۱۴۳.۱۸۱۹
۳	۰.۰۱۰۱	۱۲۹.۵۴۵۵
میانگین	۰.۰۱۰۱	۱۲۹.۵۴۵۵

لختی دورانی محاسبه شده: ۰.۰۰۴۴

لختی دورانی مربوط به جدول ۷

ردیف	لختی دورانی اندازه گیری شده	درصد خطای نسبی
۱	۰.۰۱۱۲	۱۲۸.۵۷۱۴
۲	۰.۰۱۱۵	۱۳۴.۶۹۳۹
۳	۰.۰۱۱۴	۱۳۲.۶۵۳۱
میانگین	۰.۰۱۱۴	۱۳۲.۶۵۳۱

لختی دورانی محاسبه شده: ۰.۰۰۴۹

لختی دورانی مربوط به جدول ۸

ردیف	لختی دورانی اندازه گیری شده	درصد خطای نسبی
۱	۰.۰۲۲۲	۲۴۶.۸۷۵ (!)
۲	۰.۰۱۸۴	۱۸۷.۵
۳	۰.۰۱۷۰	۱۶۵.۶۲۵
میانگین	۰.۰۱۹۲	۲۰۰

لختی دورانی محاسبه شده: ۰.۰۰۶۴

لختی دورانی مربوط به جدول ۹

ردیف	لختی دورانی اندازه گیری شده	درصد خطای نسبی
۱	۰.۰۲۳۷	۱۶۳.۳۳۳۳
۲	۰.۰۲۲۹	۱۵۴.۴۴۴۴
۳	۰.۰۲۵۳	۱۸۱.۱۱۱۱
میانگین	۰.۰۲۴۰	۱۶۶.۶۶۶۷

لختی دورانی محاسبه شده: ۰.۰۰۹۰

اگر خطاهای جداول ۶ تا ۹ را با هم مقایسه کنیم، مشاهده می شود که خطاهای جدول ۸ از جداول دیگر بیشتر هستند. ولی به طور کلی، با دور شدن از مرکز دیسک، تاثیر اصطکاک افزایش پیدا می کند و در نتیجه خطا افزایش می یابد.

خواسته ی ۳

با فرض وجود اصطکاک روابط مربوط را دوباره می نویسیم:

$$\begin{aligned} \sum \tau &= I\alpha \rightarrow rT - \tau_f = I \frac{a}{r} \rightarrow \tau_f = rT - I \frac{a}{r} \\ \sum F &= ma \rightarrow mg - T = ma \rightarrow T = m(g - a) \\ \tau_f &= rm(g - a) - I \frac{a}{r}, a = \frac{r h}{t^2} \rightarrow \tau_f = rm \left(g - \frac{r h}{t^2} \right) - I \frac{r h}{r t^2} \end{aligned}$$

مقادیر گشتاورها در جدولهای زیر، بر حسب نیوتون متر هستند.

گشتاور اصطکاک در جدول ۱

ردیف	لختی دورانی محاسبه شده	گشتاور نیروی اصطکاک
۱	۰.۰۰۶۷	۰.۰۰۷۳
۲	۰.۰۰۶۷	۰.۰۱۴۶
۳	۰.۰۰۶۷	۰.۰۲۲۰
میانگین	۰.۰۰۶۷	۰.۰۱۴۶

گشتاور اصطکاک در جدول ۲

ردیف	لختی دورانی محاسبه شده	گشتاور نیروی اصطکاک
۱	۰.۰۰۴۲	۰.۰۰۴۵
۲	۰.۰۰۴۲	۰.۰۱۰۰
۳	۰.۰۰۴۲	۰.۰۱۶۵
میانگین	۰.۰۰۴۲	۰.۰۱۰۳

گشتاور اصطکاک در جدول ۳

ردیف	لختی دورانی محاسبه شده	گشتاور نیروی اصطکاک
۱	۰.۰۰۳۸	۰.۰۰۷۴
۲	۰.۰۰۳۸	۰.۰۱۲۹
۳	۰.۰۰۳۸	۰.۰۲۰۱
میانگین	۰.۰۰۳۸	۰.۰۱۳۵

گشتاور اصطکاک در جدول ۴

ردیف	لختی دورانی محاسبه شده	گشتاور نیروی اصطکاک
۱	۰.۰۰۱۹	۰.۰۰۷۵
۲	۰.۰۰۱۹	۰.۰۱۵۳
۳	۰.۰۰۱۹	۰.۰۲۳۲
میانگین	۰.۰۰۱۹	۰.۰۱۵۳

گشتاور اصطکاک در جدول ۵

ردیف	لختی دورانی محاسبه شده	گشتاور نیروی اصطکاک
۱	۰.۰۰۲۴	۰.۰۰۸۹
۲	۰.۰۰۲۴	۰.۰۱۸۵
۳	۰.۰۰۲۴	۰.۰۳۰۵
میانگین	۰.۰۰۲۴	۰.۰۱۹۳

گشتاور اصطکاک در جدول ۶

ردیف	لختی دورانی محاسبه شده	گشتاور نیروی اصطکاک
۱	۰.۰۰۴۴	۰.۰۰۶۵
۲	۰.۰۰۴۴	۰.۰۱۴۴
۳	۰.۰۰۴۴	۰.۰۲۰۵
میانگین	۰.۰۰۴۴	۰.۰۱۳۸

گشتاور اصطکاک در جدول ۷

ردیف	لختی دورانی محاسبه شده	گشتاور نیروی اصطکاک
۱	۰.۰۰۴۹	۰.۰۰۶۹
۲	۰.۰۰۴۹	۰.۰۱۴۰
۳	۰.۰۰۴۹	۰.۰۲۰۷
میانگین	۰.۰۰۴۹	۰.۰۱۳۹

گشتاور اصطکاک در جدول ۸

ردیف	لختی دورانی محاسبه شده	گشتاور نیروی اصطکاک
۱	۰.۰۰۶۴	۰.۰۱۷۴
۲	۰.۰۰۶۴	۰.۰۲۳۸
۳	۰.۰۰۶۴	۰.۰۳۰۲
میانگین	۰.۰۰۶۴	۰.۰۲۳۸

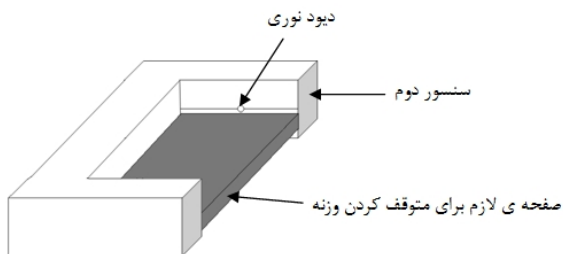
گشتاور اصطکاک در جدول ۹

ردیف	لختی دورانی محاسبه شده	گشتاور نیروی اصطکاک
۱	۰.۰۰۹۰	۰.۰۲۲۶
۲	۰.۰۰۹۰	۰.۰۲۹۵
۳	۰.۰۰۹۰	۰.۰۳۹۱
میانگین	۰.۰۰۹۰	۰.۰۳۰۴

خواسته ی ۴

به طور کلی، اگر به نتایج حاصل شده از جداول فوق نگاه کنیم، مشخص است که در ردیف های هر جدول، هر چه از ردیف های بالا به پایین می آییم، گشتاور نیروی اصطکاک افزایش می یابد؛ به این معنی که با افزایش جرم وزنه های آویخته شده، گشتاور اصطکاک بیشتر می شود؛ اما در مورد تاثیر لختی دورانی جسم مورد آزمایش بر گشتاور اصطکاک، با توجه به نتایج آزمایش ها، حرف دقیقی نمی توان زد؛ چون در بین جداول، دیده می شود که در مواردی، با وجود زیاد شدن لختی دورانی، گشتاور اصطکاک کم تر یا بیش تر شده است.

خواسته ی ۵



ابتدا وزنه ی آویخته شده را از کنار سنسور اول رها می کنیم و دقیقا در زیر سنسور دوم، سطح یا صفحه ای قرار می دهیم تا وزنه دقیقا پس از عبور از سنسور دوم، متوقف شود؛ با توقف وزنه، دیگر هیچ نیرویی از طرف وزنه (نخ) به جسم در حال دوران وارد نمی شود و تنها نیروی اصطکاک است که پس از مدتی باعث توقف جسم دوران کننده می شود.

همچنین سرعت وزنه دقیقا قبل از توقف، برابر سرعت خطی جسم دوران کننده است؛ بنابراین اگر زمان عبور وزنه از بین دو سنسور را با t_1 ، زمان توقف دوران کننده پس از توقف وزنه را با t_{stop} ، لختی دورانی جسم را با I ، شعاع بلبرینگ را با r و گشتاور نیروی اصطکاک را با τ_f نشان دهیم، روابط به ترتیب زیر خواهد بود:

$$v_{\text{وزنه قبل از برخورد}} = gt_1 = r\omega_{\text{rotator}}, \omega_{\text{rotator}} = at + \omega_{\text{rotator}} \rightarrow \omega_{\text{rotator}} = at + \frac{gt_1}{r}$$

$$t = t_{stop} \rightarrow \omega_{\text{rotator}} = 0 \Rightarrow 0 = at_{stop} + \frac{gt_1}{r} \rightarrow \alpha = -\frac{gt_1}{rt_{stop}}$$

$$\tau_f = -I\alpha \rightarrow \tau_f = \frac{Igt_1}{rt_{stop}}$$