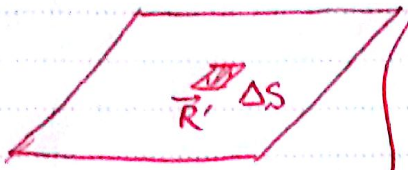
Se 6 Electromagnetics Dr. Rajayi

میدان توزیع یک بار دلخواه:

$* \; \vec{R} \rightarrow$ دید ناظر



اندازه‌ی میدان در R $= \dfrac{\sigma_s \Delta S}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{R}-\vec{R}'|^2}$

بردار میدان در R $= \dfrac{\sigma_s (\vec{R}-\vec{R}') \Delta S}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{R}-\vec{R}'|^3}$

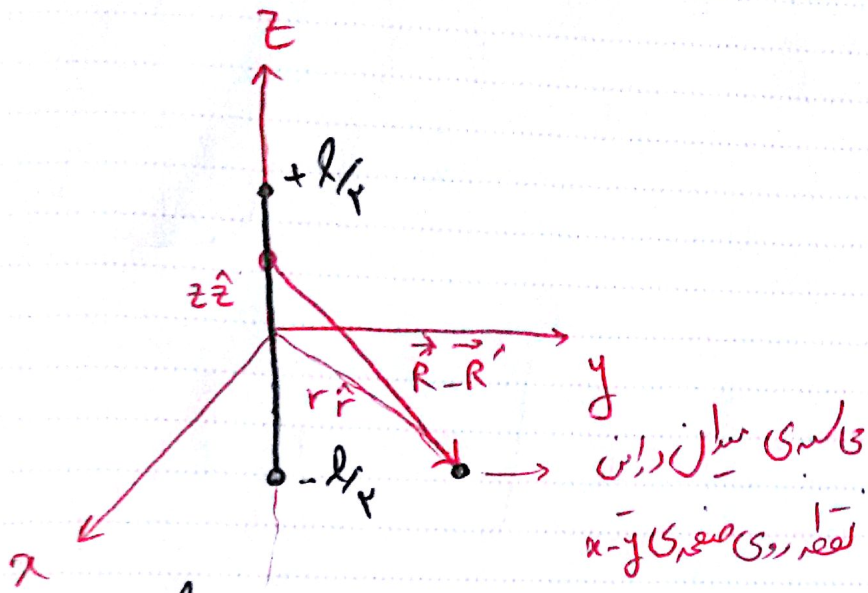
← بردار میدان ایجاد شده توسط این المان سطحی

⇐ برای محاسبه‌ی کل میدان داریم:

$$\vec{E}(\vec{R}) = \begin{cases} \displaystyle\int \frac{(\vec{R}-\vec{R}')\,\rho_s(\vec{R}')}{4\pi\varepsilon_0 |(\vec{R}-\vec{R}')|^3}\, ds & \text{برای سطح} \\ \displaystyle\int \frac{(\vec{R}-\vec{R}')\,\rho_v(\vec{R}')}{4\pi\varepsilon_0 |(\vec{R}-\vec{R}')|^3}\, dv & \text{روی حجم} \\ \displaystyle\int \frac{(\vec{R}-\vec{R}')\,\rho_l(\vec{R}')}{4\pi\varepsilon_0 |(R-R')|^3}\, dl & \text{روی خط} \end{cases}$$

محاسبه‌ی میدان الکتریکی در یک نقطه با المان‌گیری $= \vec{E}(\vec{R})$

مثال :

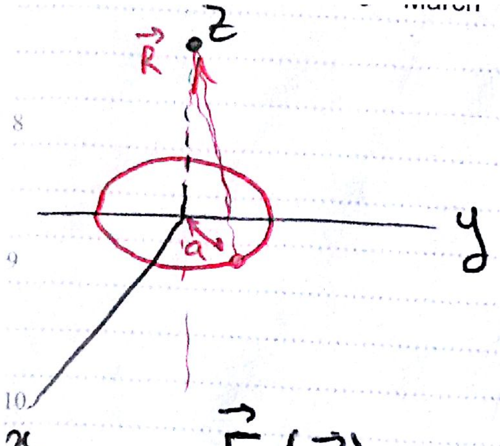


$$\int_{-l/2}^{l/2} \frac{(\vec{R}-\vec{R}')\,\rho_l}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{R}-\vec{R}'|^3}\, dz$$

$\vec{R}-\vec{R}' = r\hat{r} - z\hat{z}$ (در استوانه‌ای)

$$\Rightarrow \int_{-l/2}^{l/2} \frac{(r\hat{r} - z\hat{z})\,\rho_l}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2}}\, dz = \frac{\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-l/2}^{l/2} \frac{r\,\rho_l}{(r^2+z^2)^{3/2}}\, dz$$

* در این حالت قانون ممنوع بودن خارج کردن $\hat{r}$ و ... از زیر انتگرال برقرار نیست زیرا در نقطه‌ی ناظر با تغییر مؤلفه‌ی z نقطه‌ی بار، بردار $\hat{r}$ از نظر اندازه و جهت تغییری نمی‌کند پس ثابت است.



مثال :

$$\vec{E}(\vec{R}) = a\int_{0}^{2\pi} \frac{z\,\hat{a}_z}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+a^2)^{3/2}}\,\rho_l\, d\varphi'$$

← روابط زیر برقرار است.

$$\oint_S \vec{E}\cdot\hat{a}_n\, ds = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \int_v \nabla\cdot E\, dv = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_v \rho\, dv$$

← اگر برای هر حجم v برقرار باشد داریم:

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}} \quad (1)$$

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \boxed{\nabla\times\vec{E} = 0} \quad (2)$$

← چون کرل میدان صفر است می‌توان طبق اتحاد صفر آن را به صورت یک گرادیان نوشت.

$$\vec{E} = -\nabla v \rightarrow \text{پتانسیل} \qquad \frac{\vec{F}}{q} = \vec{E}$$

$$\boxed{W = -\int_{\vec{R}_A}^{\vec{R}_B} F\cdot dl = q\int_A^B \nabla v\cdot dl = q v(\vec{R}_B) - q v(R_A)}$$

درس ق $V_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} = V_A - V_B$

← با عبارت قبلی در یک منفی تفاوت دارد و فرق هم ندارد.

* پتانسیل مطلق به دلیل وجود ثابت بعد از انتگرال گیری معنا ندارد
ولی اختلاف پتانسیل به دلیل حذف شدن ثابت با معناست

* نوع مسیر در محاسبه ی اختلاف پتانسیل تاثیری ندارد.