

بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی : نوید نادری علی زاده - شماره ی دانشجویی : ۸۶۱۰۸۷۴۴ - رشته : مهندسی برق -
گروه : ۱ - زیر گروه : ۲ - تاریخ انجام آزمایش : ۸۷/۲/۲۸ - ساعت : ۱۰:۳۰ -
دستیار آموزشی : خانم فضل علی

آزمایش شماره ی ۱۰

عنوان آزمایش: حرکت هماهنگ ساده و سقوط آزاد

هدف: مطالعه ی حرکت هماهنگ ساده در فنر و آونگ ساده، اندازه گیری ثابت فنر، شتاب ثقل و مطالعه ی سقوط آزاد

وسایل مورد نیاز: ۱- پایه ی مخصوص آویزان کردن فنر و آونگ ۲- پنج فنر مختلف با رنگ های زرد، قرمز، سبز، مشکی و سفید ۳- گلوله ی فلزی آونگ ساده و نخ ۴- وزنه های کوچک ۵- زمان سنج دستی ۶- زمان سنج الکترونیکی، نگهدارنده ی مغناطیسی ۷- گلوله ی فلزی برای آزمایش سقوط آزاد

نظریه :

• فنر، جسمی است که در حالت معمول، میزان کشش آن با نیروی وارد بر آن متناسب است و ضریب تناسب، ثابت یا ضریب سختی فنر (k) نام دارد؛ رابطه ی بین نیروی فنر و تغییر طول از قانون هوک بدست می آید : $F = -k\Delta x$. البته این رابطه تا زمانی برقرار است که فنر، خاصیت کشسانی خود را از دست ندهد. علامت منفی که در رابطه ی بالا ظاهر شده، بیانگر این نکته است که جهت بردار نیروی فنر، در خلاف جهت بردار تغییر طول است.

به وسیله ی دستگاه وزنه و فنر، می توانیم حرکت نوسانی ساده را انجام داده، دوره ی تناوب و ضریب سختی فنر را بدست آوریم. هر گاه وزنه ای به جرم m ، به فنری به ثابت k متصل باشد، از قوانین هوک و دوم نیوتن داریم:

$$ma = -kx, a = \frac{d^2x}{dt^2} \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \rightarrow x = A \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi \right)$$

$$\rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \leftrightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

در روابط فوق، در صورتی که فنر غیر ایده آل و دارای جرم باشد (که همواره در واقعیت همین طور است)، به جرم m ، جرم موثر فنر (m_e) نیز باید اضافه شود :

$$m_e = f m_s \left(f = \text{ضریب نسبی جرمی فنر} \right), \left(m_s = \text{جرم فنر} \right)$$

$$\rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_e}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m + f m_s}{k}}$$

$$\leftrightarrow k = \frac{4\pi^2 (m + m_e)}{T^2} = \frac{4\pi^2 (m + f m_s)}{T^2}$$

• آونگ ساده عبارت است از گلوله ای به جرم m که به یک نخ به جرم ناچیز و طول l آویزان شده است و گلوله حول محور گذرنده از یک سر نخ، نوسان می کند. با تجزیه ی نیروی وزن گلوله و پس از نوشتن و ساده کردن روابط، خواهیم داشت:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0$$

اگر دامنه و زاویه ی نوسان کوچک باشد، سینوس زاویه ی تتا را می توان با خود زاویه ی تتا بر حسب رادیان برابر گرفت؛ بنابراین رابطه ی فوق به رابطه ی زیر تبدیل می شود:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0 \rightarrow \theta = A \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \varphi\right) \rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

اما اگر دامنه و زاویه ی نوسان بزرگ باشد، معادله ی کلی دوره ی تناوب به این صورت خواهد بود:

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{\theta^2}{16}\right)$$

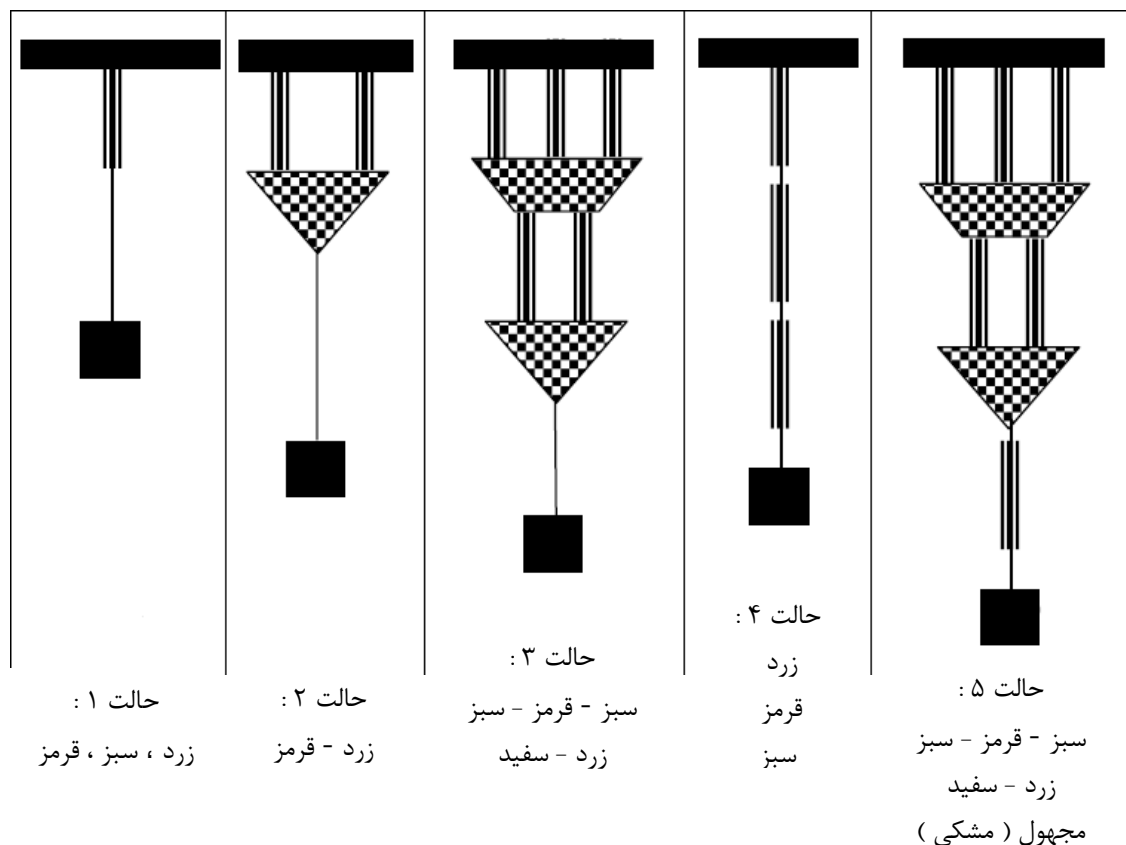
مراحل انجام آزمایش :

۱- اندازه گیری ثابت فنر و ضریب نسبیه جرم فنر

فنر سفید رنگ را از میله ی بالایی پایه آویزان می کنیم و کفه (با جرم حدود ۵۰ گرم) را به انتهای فنر متصل می کنیم و طول فنر (h) اندازه می گیریم؛ سپس وزنه ای به جرم ۵۰ گرم را به کفه اضافه می کنیم و طول ثانویه فنر (h) را اندازه می گیریم؛ در همین حال، وزنه را با دامنه ای کم در راستای قائم به نوسان در می آوریم و زمان ۵۰ نوسان را اندازه می گیریم؛ مجموع جرم کفه و وزنه های روی آن (M) را با ترازو اندازه می گیریم. آزمایش را با وزنه های ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰ و ۲۵۰ گرمی تکرار می کنیم. در انتها، جرم کفه و جرم فنر را اندازه می گیریم.

۲- به هم بستن فنرها

ابتدا فنر زرد را آویزان کرده، طول اولیه ی آنها را اندازه می گیریم؛ سپس وزنه ای مناسب به انتهای فنر آویزان می کنیم و طول ثانویه ی فنر و در نتیجه تغییر طول آن را اندازه می گیریم. آزمایش را برای فنرهای سبز و قرمز و همچنین ترکیب فنرها به صورتهای زیر (حالت های ۲ تا ۵) را تکرار می کنیم.



۳- اندازه گیری شتاب ثقل زمین به کمک آونگ ساده

نخی به طول حدود ۸۰ سانتی متر را به گلوله وصل می کنیم و سر دیگر نخ را از بالای میله آویزان می کنیم؛ گلوله را با دامنه ی بسیار کم (به طوری که حداکثر زاویه ی نخ با راستای قائم از ۶ درجه تجاوز نکند) به نوسان در می آوریم و زمان ۵۰ نوسان را اندازه می گیریم.

این آزمایش را برای حالتی که انحراف نخ بیشتر شود و ماکزیمم زاویه ی آن با راستای قائم به حدود ۳۰ درجه برسد، تکرار می کنیم.

۴- آزمایش سقوط آزاد

ابتدا شاقول را از مگنت آویزان کرده، حسگر نوری را به قدری حول پایه می چرخانیم که نخ شاقول از وسط آن بگذرد؛ این تنظیم کردن به این خاطر است که پس از رها شدن گلوله، گلوله از وسط حسگر عبور کند. گلوله ی فلزی را از نگهدارنده ی مغناطیسی آویزان می کنیم؛ فاصله ی بین مگنت (نگهدارنده ی مغناطیسی) تا وسط حسگر نوری را برابر ۲۰ سانتی متر قرار می دهیم و دکمه ی start زمان سنج را فشار می دهیم؛ گلوله رها می شود و زمان طی فاصله ی عمودی بین مگنت و حسگر، به وسیله ی زمان سنج نشان داده می شود. آن را یادداشت می کنیم. آزمایش را برای فواصل عمودی خواسته شده در جدول ۵ تکرار می کنیم.

جداول :

جدول ۱ - اندازه گیری ثابت فنر سفید

جرم آویخته شده از فنر (M) (gr)	h. (cm)	h (cm)	$\Delta h(\text{cm})$	زمان ۵۰ نوسان (s)	دوره ی تناوب (s)
۱۰۰	۱۷	۱۹.۳	۲.۳	۲۶.۶۳	۰.۴۹
۱۵۰	۱۷	۲۱.۸	۴.۸	۲۸.۸۴	۰.۵۸
۲۰۰	۱۷	۲۳.۷	۶.۷	۳۲.۹۴	۰.۶۶
۲۵۰	۱۷	۲۶.۲	۹.۲	۳۶.۳۷	۰.۷۳
۳۰۰	۱۷	۲۸.۶	۱۱.۶	۳۹.۴۷	۰.۷۹

$$m_s \text{ (جرم فنر)} = ۳۳.۱ \text{ gr}$$

$$m_p \text{ (جرم کفه)} = ۵۰ \text{ gr}$$

جدول ۲ - به هم بستن سری و موازی

	مجموع جرم آویخته شده از فنر	$h_0(\text{cm})$	h(cm)	$\Delta h(\text{cm})$	$K(\frac{N}{m})$
فنر زرد	۴۰۰	۱۴.۷	۱۵.۶	۱.۲	۳۲۶.۰
فنر سبز	۳۰۰	۱۵.۲	۱۷.۸	۲.۶	۱۱۲.۸
فنر قرمز	۵۵۰	۱۴.۴	۱۸	۳.۶	۱۴۹.۳
حالت ۲	۵۵۰	۱۴.۵	۱۴.۸	۰.۳	۱۷۹.۳
حالت ۳	۵۵۰	۲۹.۹	۳۴.۳	۴.۴	۱۲۲.۳
حالت ۴	۲۰۰	۴۴.۲	۴۷.۵	۳.۳	۵۹.۳
حالت ۵	۱۰۰	۴۵.۹	۵۵.۲	۹.۳	۱۰.۵

جدول ۳ - نوسانات آونگ ساده (کمتر از ۶ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان (s)	دوره ی تناوب (s)
۱	۹۱.۲۵	۱.۸۳
۲	۹۰.۸۸	۱.۸۲
۳	۹۱.۱۶	۱.۸۲
۴	۹۱.۹۳	۱.۸۴
۵	۹۲.۱۵	۱.۸۴

$$\text{طول آونگ ساده (cm)} = ۸۴$$

جدول ۴ - نوسانات آونگ ساده (۳۰ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان (s)	دوره ی تناوب (s)
۱	۹۲.۳۱	۱.۸۵
۲	۹۲.۸۵	۱.۸۶
۳	۹۳.۲۱	۱.۸۶
۴	۹۳.۳۶	۱.۸۷
۵	۹۲.۵۶	۱.۸۵

جدول ۵ - سقوط آزاد

z (cm)	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۵۰	۶۰	۸۰	۱۰۰
t (s)	۰.۱۹۰	۰.۲۱۵	۰.۲۳۶	۰.۲۵۴	۰.۲۷۳	۰.۳۰۹	۰.۳۳۸	۰.۳۹۱	۰.۴۳۴

$$\text{قطر گلوله} = ۱.۹۹ \text{ سانتی متر}$$

خواسته ها

خواسته ی ۱ (تحلیل داده های جدول ۱)

(الف)

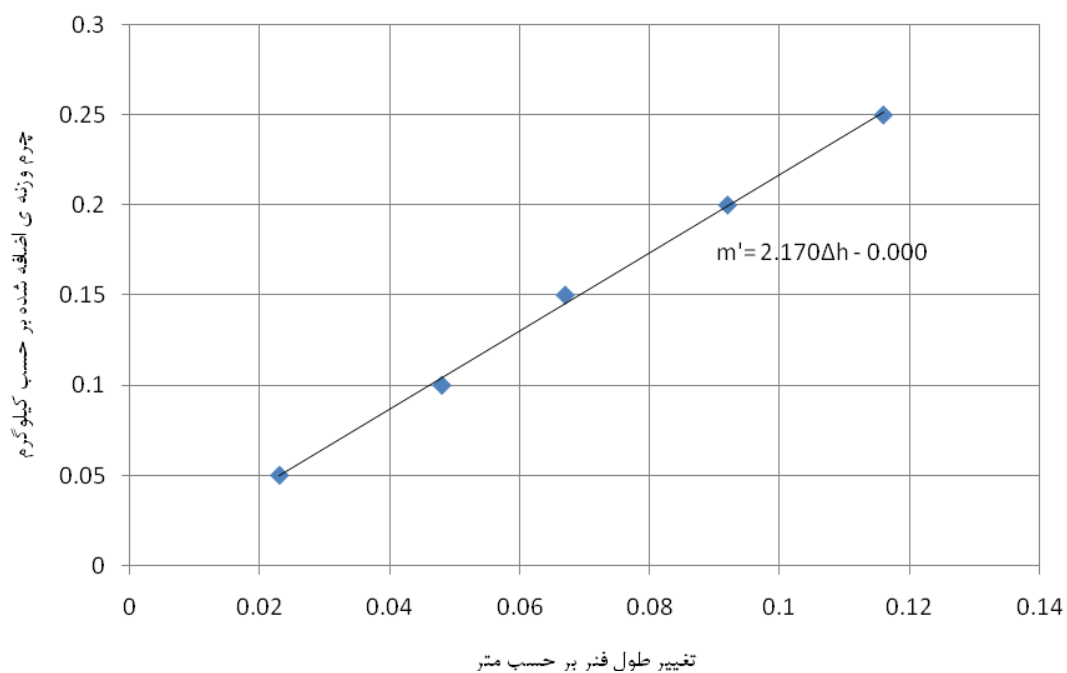
فرض کنیم طول اولیه ی فنر برابر h' باشد:

$$F_{ext} = k \Delta h \rightarrow \begin{cases} m_p g = k(h_1 - h') \\ Mg = k(h - h') \end{cases} \xrightarrow{\text{از کم کردن دو رابطه خواهیم داشت}}$$

$$(M - m_p)g = k(h - h_1) \rightarrow m'g = k \Delta h$$

(ب)

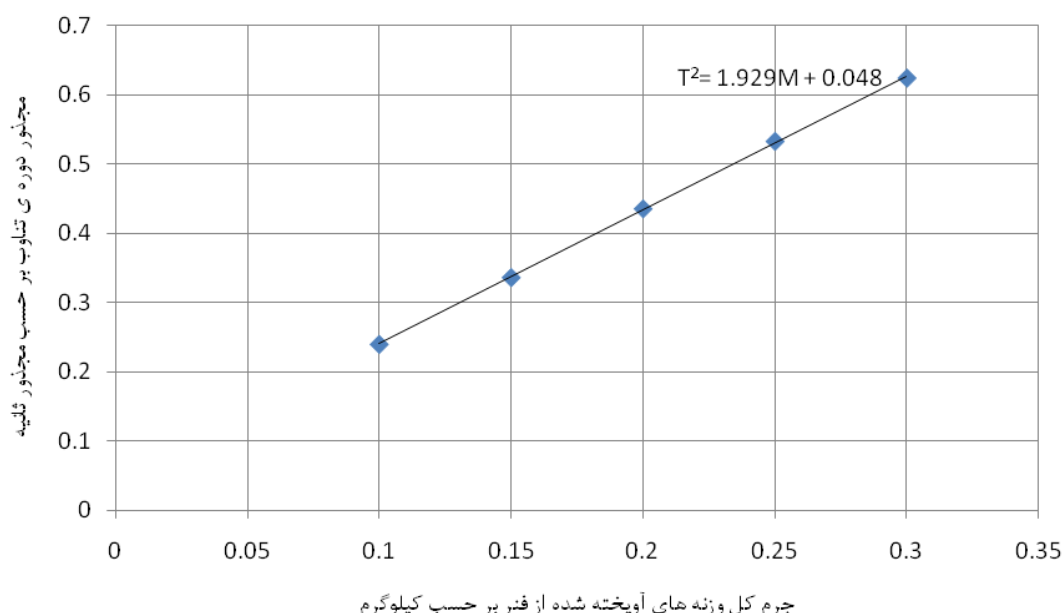
نمودار جرم وزنه ی اضافه شده - تغییر طول فنر



$$\rightarrow \frac{k}{g} = 2.17 \rightarrow k = 2.17g \cong 2.17 * 9.78 \cong 21.22 \text{ N/m}$$

(ج)

نمودار T^2 بر حسب M (جرم کل وزنه های آویخته شده از فنر)



$$\rightarrow \frac{4\pi^2}{k} = 1.929 \rightarrow K = \frac{4\pi^2}{1.929} \cong 20.47 \text{ N/m}$$

(د) مقدار بدست آمده در قسمت ب، برابر ۲۱.۲۲ نیوتن بر متر و در قسمت ج برابر ۲۰.۴۷ نیوتن بر متر شده است که با تقریب خوبی با هم برابرند. برای محاسبه ی مقدار نزدیکی دو جواب، درصد خطای نسبی را می توان محاسبه کرد؛ البته در این جا، تعریف دیگری از درصد خطای نسبی می کنیم: صورت کسر را برابر قدر مطلق اختلاف دو مقدار بدست آمده و مخرج را برابر میانگین مقادیر بدست آمده قرار می دهیم (چون مشخص نیست که کدامیک به مقدار واقعی نزدیکتر است.):

$$E_{rel}(\%) = \frac{|k_2 - k_1|}{(k_2 + k_1)/2} * 100\% \cong \frac{0.75}{20.85} * 100\% \cong 3.6\%$$

دلیل این خطای حدود ۷ درصد، خطای اندازه گیری جرم وزنه ها، خطای اندازه گیری طول فنر و مخصوصا کم نبودن دامنه ی نوسان و در نتیجه تاثیر مقاومت هوا بر نوسان و زیاد بودن زمان واکنش دست برای فشردن دکمه ی start و stop کرومومتر است که عوامل اخیر باعث ایجاد خطا در اندازه گیری زمان تناوب می شوند.

(ه) در دستور آزمایش خواسته شده است که برای اندازه گیری f ، از طول از مبدا نمودار استفاده شود؛ ولی به نظر می رسد که استفاده از عرض از مبدا و شیب و نسبت آن دو مناسب تر است. از رابطه ی $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)M + \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)f m_s$

مشخص است که نسبت عرض از مبدا به شیب، برابر fm_s است؛ بنابراین با توجه به مقادیر عرض از مبدا و شیب که از روی نمودار مشخص است و همچنین با توجه به مقدار اندازه گیری شده برای جرم فنر (m_s) داریم:

$$fm_s \cong \frac{0.048}{1.929} \rightarrow f \cong \frac{0.048}{1.929} \div (23.1 \times 10^{-3}) \cong 0.0011 \text{ (بدون واحد)}$$

خواسته ی ۲ (تحلیل داده های جدول ۲)

مقدار k که در جدول ۲ آورده ایم، مستقیماً از قانون هوک محاسبه شده اند:

جدول ۲ - به هم بستن سری و موازی

$K (\frac{N}{m})$	$\Delta h (cm)$	$h (cm)$	$h_0 (cm)$	مجموع جرم آویخته شده از فنر	
۳۲۶.۰	۱.۲	۱۵.۶	۱۴.۷	۴۰۰	فنر زرد
۱۱۲.۸	۲.۶	۱۷.۸	۱۵.۲	۳۰۰	فنر سبز
۱۴۹.۳	۳.۶	۱۸	۱۴.۴	۵۵۰	فنر قرمز
۱۷۹.۳	۰.۳	۱۴.۸	۱۴.۵	۵۵۰	حالت ۲
۱۲۲.۳	۴.۴	۳۴.۳	۲۹.۹	۵۵۰	حالت ۳
۵۹.۳	۳.۳	۴۷.۵	۴۴.۲	۲۰۰	حالت ۴
۱۰.۵	۹.۳	۵۵.۲	۴۵.۹	۱۰۰	حالت ۵

اما اگر بخواهیم ضریب سختی معادل را از روابط فنرهای سری و موازی بدست آوریم، با گرفتن میانگین دو مقدار بدست آمده در قسمت های ب و ج خواسته ی ۱ برای ثابت فنر سفید، داریم: (اندیس ها از حروف اول رنگها گرفته شده اند.)

$$\text{حالت ۲: } k_{sq} = k_y + k_r \cong 326.0 + 149.3 = 475.3 \text{ N/m} \rightarrow E_{rel} \cong 277.2\% \text{ (!!!!!)}$$

$$\text{حالت ۳: } k_{sq}^{-1} = (2k_g + k_r)^{-1} + (k_y + k_w)^{-1} \rightarrow k_{sq} \cong 180.2 \text{ N/m} \rightarrow E_{rel} \cong -22.1\%$$

$$\text{حالت ۴: } k_{sq}^{-1} = k_y^{-1} + k_r^{-1} + k_g^{-1} \rightarrow k_{sq} \cong 52.7 \text{ N/m} \rightarrow E_{rel} \cong 10.4\%$$

ملاحظه می شود که در حالت ۲، خطای بسیار زیادی وجود دارد که کاملاً هم طول و موازی نبودن فنرها، ضریب سختی بسیار بالای معادل که با افزودن وزنه های سنگین، طول به مقدار کمی تغییر می کند و این باعث کاهش دقت و افزایش خطای اندازه گیری می شود، همگی مزید بر علتند تا خطای این بخش، زیاد باشد. در حالت ۳ هم به این علت که در دو بخش، فنرها به طور موازی بسته شده اند، خطا وجود دارد ولی به طور قابل ملاحظه ای کم تر از حالت ۲ است. در حالت ۴ هم چون اتصال موازی نداریم و همه ی اتصالات، متوالی هستند، خطا کمتر می شود که قابل پیش بینی بود. اما در حالت ۵، برای ۲ طبقه ی بالا، که دقیقاً همانند حالت ۳ است، مقدار محاسبه شده برای حالت ۳ را قرار می دهیم:

$$k_{sq}^{-1} = k_r^{-1} + k_x^{-1} \rightarrow k_x^{-1} = k_{sq}^{-1} - k_r^{-1} \rightarrow k_x \cong 11.1 \text{ N/m}$$

خواسته ی ۳ (تحلیل داده های جدول ۳)

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^5 T_i}{5} \cong 1.82 \text{ s}, \bar{T} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, l \cong 14.0 \text{ cm} \rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \cong 990.2 \text{ cm/s}^2$$

$$\rightarrow E_{rel} \cong \frac{990.2 - 978}{978} * 100\% \cong 1\%$$

بنابراین مشاهده می شود که مقدار اندازه گیری شده به مقدار واقعی بسیار نزدیک است.

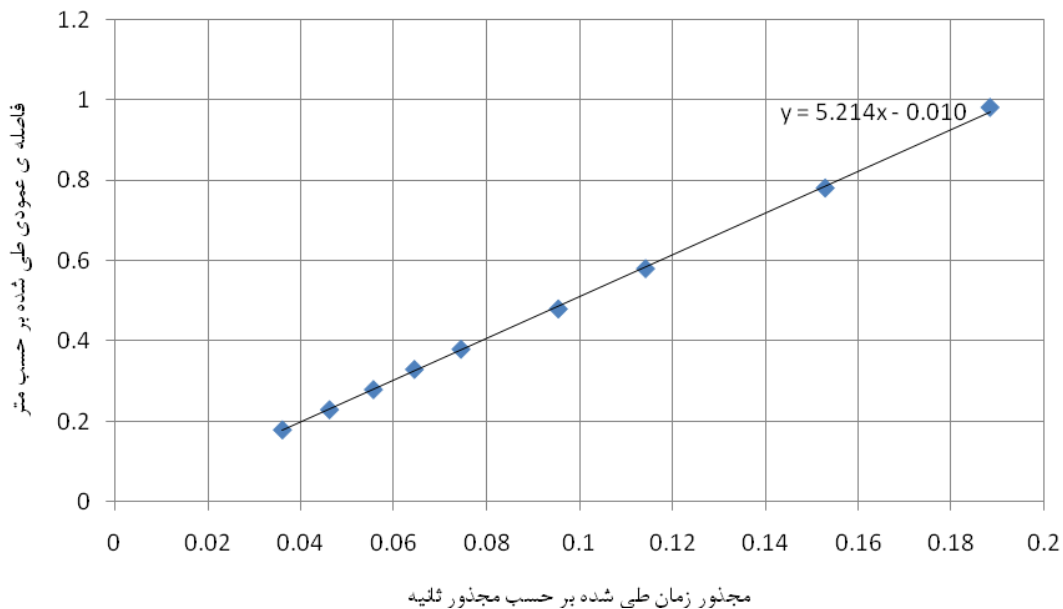
خواسته ی ۴ (تحلیل داده های جدول ۴)

دوره ی تناوب میانگین در جدول ۴، برابر ۱.۸۶ ثانیه است که اختلاف آن با میانگین دوره ی تناوب جدول ۳، برابر ۰.۰۳ ثانیه است؛ مقدار اختلافی هم که از رابطه ی ۹ بدست می آید، تقریباً برابر $\Delta T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} * \frac{\theta^2}{16}$ است که θ در آن برابر $\frac{\pi}{6}$ است. با جایگذاری مقادیر، به همان مقدار ۰.۰۳ می رسیم که نشان از دقت بالای آزمایش دارد؛ اختلاف کوچکی هم که وجود دارد به دلیل عواملی مثل مقاومت هوا، اصطکاک سوزن تکیه گاه و چرخش خود سوزن روی تکیه گاه به وجود می آید که اگر جملات بعدی را حذف نکنیم، به دقت بالاتری خواهیم رسید.

خواسته ی ۵ (تحلیل داده های جدول ۵)

از مقادیر Z، قطر گلوله را، که برابر ۱.۹۹ سانتی متر است، کم می کنیم و نمودار را رسم می کنیم:

نمودار ارتفاع طی شده بر حسب مجذور زمان



شیب نمودار، برابر ۰.۵g است؛ بنابراین مقدار g بدست آمده از این روش، برابر ۱۰۴۲.۸ سانتی متر بر مجذور ثانیه است؛ بنابراین خطای نسبی برابر است با :

$$E_{rel} \cong \frac{1042.8 - 978}{978} * 100\% \cong 7\%$$

عوامل خطا عبارتند از: خطای اندازه گیری طول و زمان، خطای قطر گلوله و از همه مهم تر، وجود اصطکاک و نیروی مقاومت هوا.

اگر مستقیماً مقدار g را برای هر ستون جدول از رابطه $y = \frac{1}{2}gt^2$ به دست آوریم، نتایج زیر به دست می آید:

z (cm)	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۵۰	۶۰	۸۰	۱۰۰
g(m/s ^۲)	۹.۹۸	۹.۹۶	۱۰.۰۶	۱۰.۲۳	۱۰.۲	۱۰.۰۶	۱۰.۱۶	۱۰.۲۱	۱۰.۴۱

به طور کلی، مشاهده می شود که افزایش فاصله z ، باعث زیاده تر شدن شتاب ثقل اندازه گیری شده می شود. اگر نیروی مقاومت هوا را بصورت $F = kv$ در نظر بگیریم، معادلات زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 mg - kv &= m \frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{m dv}{mg - kv} = dt \rightarrow -\frac{m}{k} \ln(mg - kv) = t + c \\
 \rightarrow mg - kv &= c' e^{-\frac{k}{m}t} \xrightarrow{t=0} c' = mg \rightarrow mg - kv = mg e^{-\frac{k}{m}t} \rightarrow v = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) \\
 \rightarrow a = \frac{dv}{dt} &= g e^{-\frac{k}{m}t} \rightarrow -\frac{k}{m}t = \ln\left(\frac{a}{g}\right) \rightarrow k = \frac{m}{t} \ln\left(\frac{g}{a}\right)
 \end{aligned}$$

که در این جا، m جرم گلوله است (که اندازه گیری نشده است) و a ، همان اعداد بدست آمده در جدول فوق هستند. در ضمن k ، باید مثبت باشد که چون g واقعی (۹.۷۸) از تمام مقادیر بدست آمده برای a کم تر است، آرگومان لگاریتم کوچک تر از یک می شود و نتیجه منفی خواهد شد که نشان از خطای آزمایش سقوط آزاد در بخش اندازه گیری طول و زمان دارد.

سوالات :

۱- واحد ثابت فنری k در دستگاه MKS چیست؟

از قانون هوک، مستقیماً به دست می آید که واحد ثابت فنر، نیوتن بر متر است.

۲- در مرحله ی (۱) از آزمایش با توجه به دقت اندازه گیری جرم و دوره ی تناوب و با فرض بدون جرم بودن فنر، درصد خطا در محاسبه ی ثابت فنر (k) چقدر است؟

برای محاسبه ی h از طریق آویختن وزنه (قسمت الف و ب خواسته ی ۱) :

$$\bar{k} = \frac{\bar{m}' \cdot g}{\Delta h} \rightarrow \left(\frac{\Delta k}{k}\right)^{\%} = \left(\frac{\Delta \bar{m}'}{\bar{m}'}\right)^{\%} + \left(\frac{\Delta(\Delta h)}{\Delta h}\right)^{\%} \cong \left(\frac{0.5 \text{ gr}}{150 \text{ gr}}\right)^{\%} + \left(\frac{0.1 \text{ cm}}{6.9 \text{ cm}}\right)^{\%} \rightarrow \frac{\Delta k}{k} \cong 4\%$$

برای محاسبه ی h از طریق نوسان وزنه (قسمت ج خواسته ی ۱ با فرض بی جرم بودن فنر) :

$$\bar{T}^{\%} = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right) \bar{M} \rightarrow \bar{k} = 4\pi^2 \frac{\bar{M}}{\bar{T}^2} \rightarrow \left(\frac{\Delta k}{k}\right)^{\%} = \left(\frac{\Delta \bar{M}}{\bar{M}}\right)^{\%} + 4\left(\frac{\Delta \bar{T}}{\bar{T}}\right)^{\%} \cong \left(\frac{0.5 \text{ gr}}{200 \text{ gr}}\right)^{\%} + 4\left(\frac{0.01 \text{ s}}{0.65 \text{ s}}\right)^{\%} \cong 4\%$$

۳) روابط ثابت فنری معادل در به هم بستن فنرها را در حالت های ۱ تا ۴ بدست آورید.

$$\text{حالت ۱: } k_{eq} = k_y, k_{eq} = k_r, k_{eq} = k_g$$

$$\text{حالت ۲: } k_{eq} = k_y + k_r$$

$$\text{حالت ۳: } k_{eq}^{-1} = (k_g + k_r)^{-1} + (k_y + k_w)^{-1}$$

$$\text{حالت ۴: } k_{eq}^{-1} = k_y^{-1} + k_r^{-1} + k_g^{-1}$$

۴) اگر طول آونگ ساده ای ۴۰ سانتیمتر باشد، با استفاده از رابطه ی (۹) نظریه اختلاف زمان تناوب آونگ را برای دو حالت الف) حداکثر زاویه ی انحراف ۶ درجه ب) حداکثر زاویه ی انحراف ۳۰ درجه محاسبه کنید. مدت زمان حداقل چند نوسان کامل را باید با زمان سنجی که در این آزمایش به کار بردید، اندازه گرفت تا بتوان این اختلاف را آشکار کرد؟

از رابطه ی ۹ و کم کردن طرفین رابطه ی ۸ از آن، اختلاف بین زمان تناوب اندازه گیری شده و زمان تناوب واقعی،

تقریباً به دست می آید: $\Delta T \cong 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} * \frac{\theta^2}{16}$ (دلیل بکار بردن واژه و علامت تقریب، این است که جملات رابطه ی

۹ از جمله ی دوم به بعد نادیده گرفته می شوند.)

الف)

$$\theta = 6 \text{ deg} = \frac{\pi}{30} \text{ rad} \rightarrow \Delta T \cong 2\pi \sqrt{\frac{0.4}{9.78}} * \frac{\left(\frac{\pi}{30}\right)^2}{16} \cong 1.7 \times 10^{-4} \text{ s}$$

دقت کروномتر، ۰.۰۱ ثانیه است؛ بنابراین باید حداقل ۱۲ = $\left\lceil \frac{0.01}{1.7 \times 10^{-4}} \right\rceil + 1$ نوسان انجام شود تا اختلاف معلوم شود.

ب)

$$\theta = 30 \text{ deg} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \rightarrow \Delta T \cong 2\pi \sqrt{\frac{0.4}{9.78}} * \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^2}{16} \cong 0.02 \text{ s}$$

مشاهده می شود که مقدار اختلاف از دقت کروномتر بیش تر است؛ پس کفایت ۱ نوسان انجام شود.