

به نام خدا
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده علوم ریاضی

محاسبات عددی

تاریخ تحویل ۹۱/۴/۳

تمرین های سری چهارم

لطفا در تحویل تمرین نکات زیر را رعایت کنید:

۱. متن برنامه ها باید تایپ شود. به برنامه های دست نویس (!) نمره ای تعلق نمی گیرد.
۲. در صورتی که جواب تمرین را *email* می کنید، همه فایلها شامل اسکن صفحات و فایل برنامه ها را در یک پوشه با نام *studentID-homework4.rar* قرار دهید (به جای *studentID* شماره دانشجویی خود را بنویسید).

-۱

الف) با استفاده از روش تجزیه *QR* مساله

$$\min_{x \in R} \left\| \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \right\|^2$$

را حل کنید.

- ب) مساله فوق را با استفاده از روش نیوتن و با نقطه شروع دلخواه $x_0 \in R$ حل کنید.
(برای محاسبه جواب کافی است با استفاده از روش نیوتن معادله $f'(x) = 0$ را حل کنید).

۲- رابطه تکراری زیر را در نظر بگیرید.

$$x_{n+1} = \frac{x_n^3 + 3\alpha x_n}{3x_n^2 + \alpha} \quad \alpha > 0$$

- الف) تعیین کنید این دنباله در صورت همگرایی به چه مقداری همگراست.
ب) مقدار مرتبه همگرایی این دنباله را تعیین کنید.

۳- نشان دهید که روش نیوتن برای حل معادله $f(x) = 0$ ، در صورت همگرایی به ریشه مرتبه k ($k > 1$)، دارای مرتبه همگرایی یک است.

۴- معادله غیر خطی $f(x) = 0$ را در نظر بگیرید. فرض کنید این معادله در بازه $[a, b]$ ریشه یکتا دارد. با استفاده از نرم افزار MATLAB برنامه ای بنویسید که به ازای ورودی های k ، a و b ، k تکرار از روش وترى را اجرا و تقریب ریشه را محاسبه کند. برای یک مساله دلخواه نتایج را نمایش دهید.

۵- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید بخواهیم بردار ویژه ماتریس A وابسته به مقدار ویژه ۲ را با نرم ۵ بدست آوریم. یک قدم از روش نیوتن را برای حل این مسئله از تخمین اولیه $x_0 = \begin{bmatrix} 3.5 \\ 3.5 \end{bmatrix}$ به کار گیرید و x_1 تخمین جدید را بدست آورید.

۶- معادله دیفرانسیل $\begin{cases} y' = 1 + x \sin(xy) \\ y(0) = 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید.

الف) با فرض $h = 0.1$ و با استفاده از روش رانگ کاتا (0.1) y را بدست آورید.

ب) با استفاده از نرم افزار MATLAB برنامه ای بنویسید که مقدار تقریبی جواب این معادله دیفرانسیل را بر اساس روش رانگ کاتا در نقطه $x_k = 0.1k$ محاسبه کند.

موفق باشید