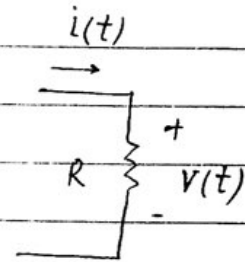


امتحان پایان ترم : پنجشنبه صبح ۹۳، ۲، ۱۷

پایان ترم : ۱۱ خرداد ۹۳



با $v = |v| \angle \delta$

$$V = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{V} = V \angle \delta$$

$$v(t) = V_{max} \cos(\omega t + \delta)$$

$$I_R = \frac{I_{R, max}}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{I}_R = I_R \angle \delta$$

$$i_R(t) = I_{R, max} \cos(\omega t + \delta)$$

زمان لحظه $p_R(t) = v(t) \times i_R(t) = V_{max} I_{max} \cos^2(\omega t + \delta)$

$$= \frac{1}{T} V_{max} I_{max} [1 + \cos 2(\omega t + \delta)]$$

$$= V \bar{I}_R [1 + \cos 2(\omega t + \delta)]$$

ولتاژ و شدت جریان
معدل

$$P_R = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p_R(t) dt = V \bar{I}_R$$

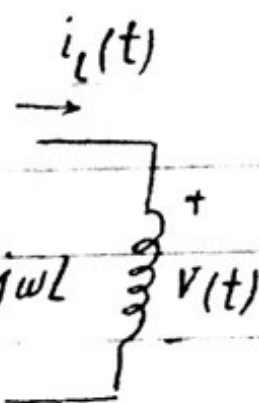
active power

مقدار توان

مصرف می شود

$$V_L = Z_L \bar{I}_L = j\omega L \bar{I}_L$$

$$\bar{I}_L = I_L \angle \delta - 90^\circ$$



$$i_L(t) = I_{Lmax} \cos(\omega t + \delta - 90^\circ)$$

$$I_{Lmax} = \frac{V_{Lmax}}{X_L}$$

$$P_L(t) = V(t) i_L(t) = V_{max} I_{Lmax} \cos(\omega t + \delta) \cos(\omega t + \delta - 90^\circ) =$$

$$= \frac{1}{2} V_{max} I_{Lmax} \{ \cos[2(\omega t + \delta) - 90^\circ] + \cos 90^\circ \} =$$

$$= V I_L \sin 2(\omega t + \delta)$$

توان متوسط توان مصرفی سلف
برابر صفر است به طوری که توان مصرفی می‌کند و تولید می‌کند

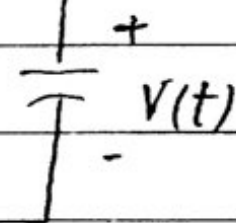
در یک دوره توان به آن داده شده در $\frac{1}{2}$ بعدی از آن توان گرفته می‌شود.

$$\frac{V}{C} = Z_C \bar{I}_C =$$

$$\bar{I}_C = I_C \angle \delta + 90^\circ$$

$$i_C(t) = \bar{I}_C \cos(\omega t + \delta + 90^\circ)$$

$$jX_C = Z_C = \frac{1}{j\omega C} = j\left(\frac{-1}{\omega C}\right)$$



$$P_C(t) = V(t) i_C(t) = V_{Cmax} I_{Cmax} \cos(\omega t + \delta) \times \cos(\omega t + \delta + 90^\circ) =$$

$$= \frac{1}{2} V_{max} I_{max} \{ \cos[2(\omega t + \delta) + 90^\circ] + \cancel{\cos 90^\circ} \} =$$

$$= V I_C \cos[2(\omega t + \delta) + 90^\circ] = -V I_C \sin 2(\omega t + \delta)$$

$$p(t) = V(t) i(t) = V_{\max} \bar{I} \cos(\omega t + \delta) \cos(\omega t + \beta) \quad i(t) = I_{\max} \cos(\omega t + \beta)$$

$$V(t) = V_{\max} \cos(\omega t + \delta)$$

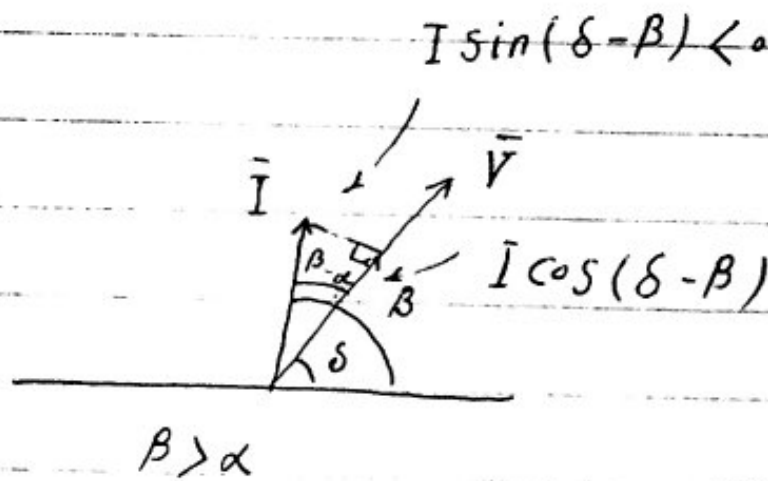
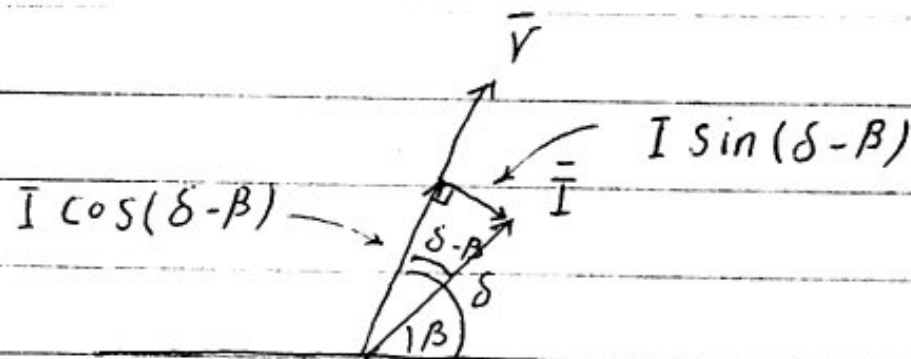
$$= \frac{1}{2} V_{\max} \bar{I} \left\{ \cos(\delta - \beta) + \cos[2(\omega t + \delta) - (\delta - \beta)] \right\} =$$

$$\begin{aligned} & \text{مولفه ای از جریان در} \quad \bar{I}_R \quad \bar{I}_X \\ & = V \bar{I} \cos(\delta - \beta) + V \bar{I} \cos(\delta - \beta) \cos^2(\omega t + \delta) + V \bar{I} \sin(\delta - \beta) \sin^2(\omega t + \delta) = \end{aligned}$$

$$= V \bar{I}_R [1 + \cos 2(\omega t + \delta)] + V \bar{I}_X \sin 2(\omega t + \delta)$$

$$p = V \bar{I} \cos(\delta - \beta)$$

← خاصیت سلف دارد زیرا تا زود
جریان از ولتاژ عقب تر است



Reactive Power : توانی که نه مصرف و نه تولید می شود بلکه در مدار جاری است (می رود و بر می گردد)

$$Q = V \bar{I} \sin(\delta - \beta)$$

جریان از ولتاژ عقب باشد → مثبت باشد
جریان از ولتاژ پیش باشد → منفی باشد

✓ جریان در راستای افت ولتاژ (+ به -) توان مصرفی را می دهد

✓ سلف مصرف کننده و خازن تولید کننده توان اکتیو است
که در مدارهای آ. ماهیت دارد

زمان راکتیو با زمان اکتیو ماهیت متفاوتی دارند

زاویه بین فریب زمان $\delta - \beta$ فاز دارد

فریب زمان (قدرت) power factor $\cos(\delta - \beta)$ یا $\cos(\angle V - \angle I)$

lagging : پس فاز \rightarrow اگر شدت جریان عقب تر از ولتاژ باشد \rightarrow بارهایی که ماهیت سلفی دارند

leading : پیش فاز \rightarrow اگر شدت جریان جلوتر از ولتاژ باشد

$$\bar{V} = V \angle \delta \quad \bar{I} = I \angle \beta$$

$$S = \bar{V} \bar{I}^* \quad \text{مزدوج} \quad = V I \angle \delta - \beta = V I \cos(\delta - \beta) + j V I \sin(\delta - \beta) = P + jQ$$

$$\frac{\bar{V}}{\bar{I}} = Z = \frac{V}{I} \angle \delta - \beta = |Z| \angle \theta$$

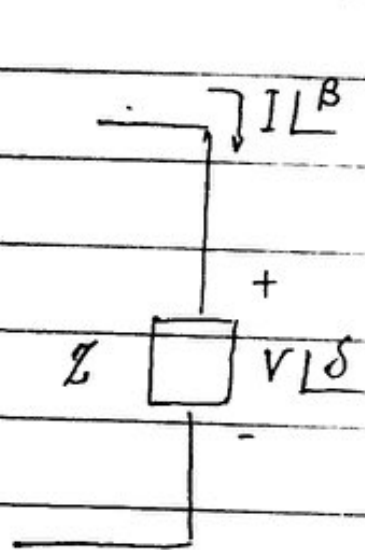
\rightarrow مثبت \rightarrow ماهیت سلفی
 \rightarrow منفی \rightarrow ماهیت خازنی

فازور ندارد
اما فاز دارد

$$S = \bar{I} Z \bar{I}^* = I^2 Z = I^2 (R + jX) = P + jQ$$

\nearrow $I^2 R$
 $\leftarrow I^2 X$

$$S_C = I^2 Z_C = -j \frac{I^2}{\omega C} = jQ_C$$



$\frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$: موثر ولتاژ
 $V \bar{I}_R$

$$p(t) = \left\{ 1 + \cos 2(\omega t + \delta) \right\} + V \bar{I}_x \sin 2(\omega t + \delta)$$

$$\bar{I}_R = \bar{I} \cos(\delta - \beta)$$

مولفه‌ای از جریان در
 راستای ولتاژ

$$\bar{I}_x = \bar{I} \sin(\delta - \beta)$$

مولفه‌ای از جریان با اختلاف
 فاز ۹۰° با ولتاژ

$$v(t) = V_{max} \cos(\omega t + \delta)$$

$$i(t) = I_{max} \cos(\omega t + \beta)$$

$$\bar{I} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = V \bar{I} \cos(\delta - \beta)$$

که توانی که واقعاً
 مصرف می‌شود

(وات) W

توان اکتیو
 حقیقی
 متوسط

$$Q = V \bar{I} \sin(\delta - \beta)$$

واحد: VAR

توان اکتیو
 آنبه
 ولت

توان راکتیو
 موهومی

$\cos(\delta - \beta) \rightarrow$ ضریب توان \rightarrow همواره مثبت
 زاویه ضریب توان

$(\delta - \beta) > 0 \rightarrow$ شدت جریان از ولتاژ عقب‌تر است \rightarrow ضریب توان بیش‌فاز است \rightarrow سلفی

$(\delta - \beta) < 0 \rightarrow Q < 0 \rightarrow$ شدت جریان از ولتاژ جلوتر است \rightarrow ضریب توان پیش‌فاز است \rightarrow خازنی
 تولید کننده توان منفی است

$$\bar{S} = \bar{V} \bar{I}^* = V I \angle^{\delta - \beta} = V I \cos(\delta - \beta) + j V I \sin(\delta - \beta) = P + jQ$$

که عدد مختلط

است

فاזור

نیست

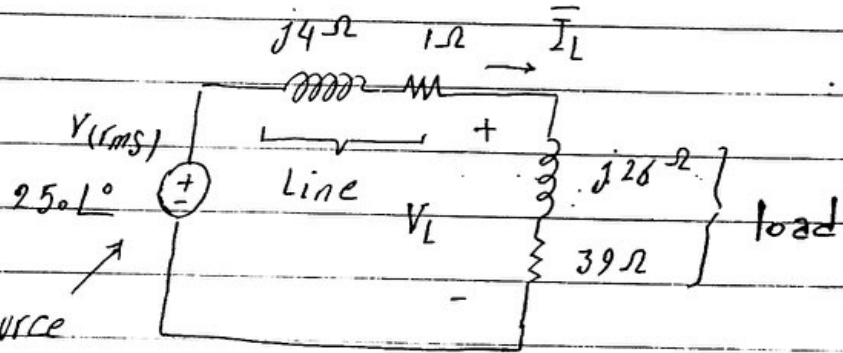
$$|\bar{S}| = V I \rightarrow \text{توان ظاهری} \quad \text{VA} \quad \text{واحد: } \text{VA} \quad \text{Apparent power}$$

سلف: مصرف کننده توان واقعی

✓ جریان در راستای

افزایش ولتاژ (- به +) - توان

Source



شال:

$$\bar{I}_L = \frac{250 \angle 0^\circ}{40 + j30} = 4 - j3 = 5 \angle -36.87^\circ \text{ A(rms)}$$

$$\bar{V}_L = (39 + j26) \bar{I}_L = 234.36 \angle -3.18^\circ \text{ V(rms)}$$

$$\bar{S}_L = \bar{V}_L \bar{I}_L^* = 975 + j650 = P + jQ$$

$$P_{\text{line}} = R |\bar{I}|^2 = 25 \text{ W} \quad \text{توان خستگی موثر}$$

$$Q_{\text{line}} = X |\bar{I}|^2 = 100 \text{ VAR}$$

$$\bar{S}_S = \bar{S}_L + P_{\text{line}} + jQ_{\text{line}} = 1000 + j750$$

$$\bar{S}_S = (250 \angle 0^\circ) (5 \angle -36.87^\circ)^* = 1000 + j750$$

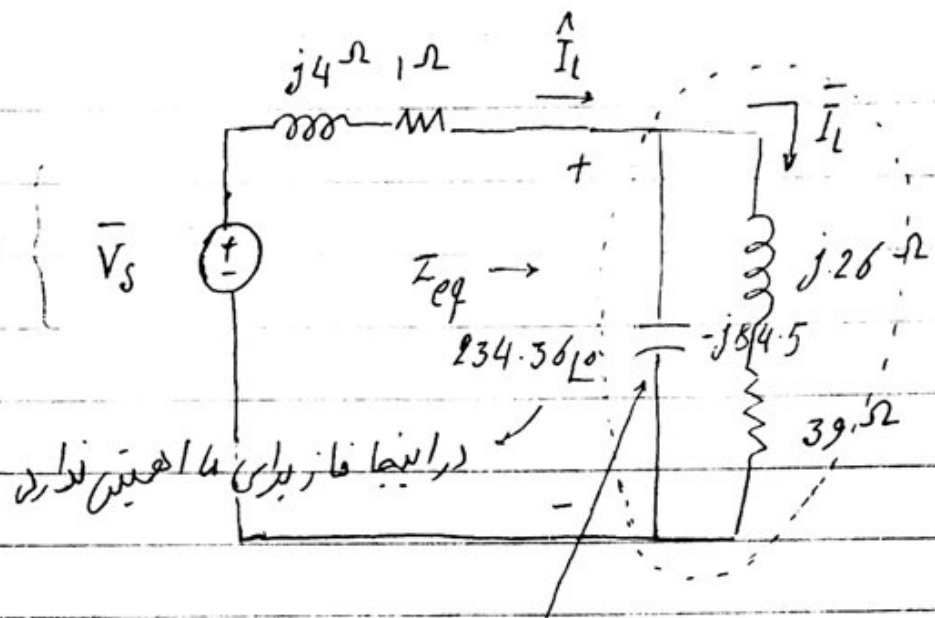
$$\bar{S} = \bar{V} \bar{I}^* = \bar{V} \left(\frac{\bar{V}}{\bar{Z}} \right)^* =$$

$$= \frac{(\bar{V})^2}{\bar{Z}^*}$$

$$\bar{S} = (\bar{I} \bar{Z}) (\bar{I})^* = |\bar{I}|^2 \bar{Z} =$$

$$= |\bar{I}|^2 (R + jX)$$

منبع ولتاژ در پایان مدار باز
بسیار شود



$$Q_C = -65 \text{ VAR} \rightarrow \text{ولتاژ } 234.36$$

چون Q خازن است

$$p + jq_c = S = \bar{V} \bar{I}^* = \frac{|\bar{V}|^2}{\left(\frac{1}{j\omega C}\right)^*} = -j |\bar{V}|^2 \omega C$$

$$Q_C = -|\bar{V}|^2 \omega C$$

$$-j65 = \frac{|\bar{V}|^2}{Z_C^*} \rightarrow Z_C = -j \frac{|\bar{V}|^2}{65} = -j84.5 \Omega$$

$$Z_{eq} = 56.33 \angle 0^\circ$$

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L}$$

چون 65° سلف با -65°

خازن خف شده و مدار

مقاومتی خالص می شود

$$\bar{I}_L = \frac{234.36 \angle 0^\circ}{56.33 \angle 0^\circ} = 4.1602 \angle 0^\circ$$

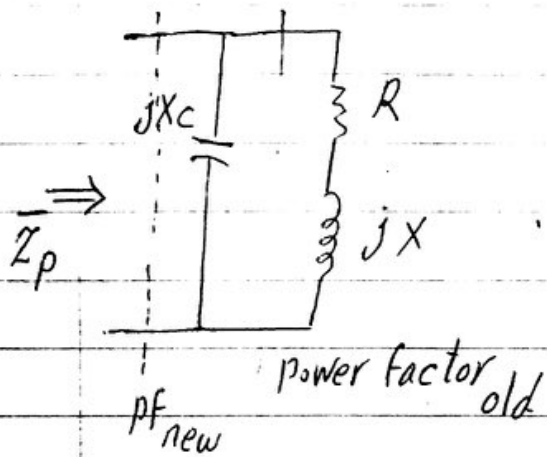
شدت جریان و ولتاژ هم فازند چون مدار

مقاومتی خالص می شود

$$\bar{V}_S = 234.10 \angle 3.99^\circ$$

در این مدار نسبت به مدار دارای منبع است ولتاژ کمتری داریم شدت جریان هم کمتری می شود.

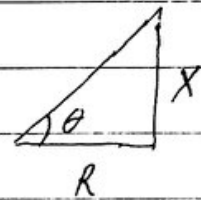
هرچه ضریب توان به یک نزدیکتر باشد
 بعد است زیرا در آن صورت به توان
 واکنش نیاز ندارد.



$$\bar{Z}_p = \frac{(R+jX)(jX_c)}{R+jX+jX_c} = \frac{RX_c^2 + j[R^2X_c + (X_c+X)XX_c]}{R^2 + (X+X_c)^2} = R_p + jX_p$$

$$\bar{Z}_p = |Z_p| \angle \theta_p = R_p + jX_p$$

$$PF_{new} = \cos \theta_p = \cos \left(\tan^{-1} \frac{X_p}{R_p} \right)$$



$$\frac{X_p}{R_p} = \frac{R^2 + (X_c + X)X}{RX_c}$$

$$\tan(\cos^{-1} PF_{new}) = \frac{X_p}{R_p}$$

زاویه ضریب توان

$$X_c = \frac{R^2 + X^2}{R \tan(\cos^{-1} PF_{new}) - X} \rightarrow X_c = \frac{R^2 + X^2}{-X}$$

$$= \frac{39^2 + 26^2}{-26} = -84.5$$