

نام و نام خانوادگی: پیام دلگشا	شماره دانشجویی: ۸۶۱۰۳۶۷۳	رشته: مهندسی برق
گروه: ۲۹	زیر گروه: A	تاریخ انجام آزمایش: ۲۸ آذر ۱۳۸۶
دستیار آموزشی: خانم علیپور	ساعت: ۸ صبح	

### آزمایش شماره: ۱۰

#### عنوان آزمایش: حرکت هماهنگ ساده و سقوط آزاد

**هدف:** مطالعه ی حرکت هماهنگ ساده در فنر و آونگ ساده، اندازه گیری ثابت فنر، شتاب ثقل و مطالعه ی سقوط آزاد

**وسایل مورد نیاز:** ۱- پایه ی مخصوص آویزان کردن فنر و آونگ ۲- پنج فنر مختلف با رنگ های زرد، قرمز، سبز، مشکی و سفید ۳- گلوله ی فلزی آونگ ساده و نخ ۴- وزنه های کوچک ۵- زمان سنج دستی ۶- زمان سنج الکترونیکی، نگهدارنده ی مغناطیسی ۷- گلوله ی فلزی برای آزمایش سقوط آزاد

## نظریه

فنر، تا آنجاکه از حد کشسانی خود خارج نشود، از قانون هوک پیروی می کند:

$$F = -k(x - x_0)$$

که در آن  $x_0$  طول فنر در حالت آزاد است. علامت منفی نشان دهنده ی آن است که جهت نیرو با جهت کشیده شدن فنر مخالف است.

هرگاه وزنه ای به جرم  $m$  به فنری در حالت افقی متصل شود، معادله ی حرکت جسم به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{k}{m} X = 0$$

که با تعریف  $\omega \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}$  به صورت  $\frac{d^2 X}{dt^2} + \omega^2 X = 0$  در می آید که حل آن به صورت  $X(t) = A \sin(\omega t)$

است. برای محاسبه ی دوره ی نوسانات می توان از رابطه ی  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  استفاده کرد؛ بنابراین دوره ی تناوب از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

در این رابطه فنر بدون جرم فرض شده است، اما در عمل فنر بدون جرم نیست، و برای در نظر گرفتن جرم فنر، باید جرم موثری برای آن در نظر گرفت که در واقع جرمی است که می توان به جای فنر در انتهای آن به جرم در حال نوسان اضافه کرد و فنر را بدون جرم در نظر گرفت. این جرم ( $m_e$ ) از حاصلضرب جرم واقعی فنر ( $m_s$ ) در ضریب نسبی جرم فنر ( $f$ ) به دست می آید:

$$m_e = f.m_s$$

بدین ترتیب برای محاسبه ی دوره ی تناوب فنری که خود جرم دارد، در رابطه ی دوره ی تناوب فنر بدون جرم، باید جرم موثر فنر را به جرم وزنه ی آویخته شده بیفزاییم؛ بنابراین رابطه به صورت زیر در می آید:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + fm_s}{K}}$$

برای دو فنر که به صورت سری یا موازی بسته شده باشند، می توان ثابت فنر معادلی که تابعی است از ثابت هر کدام بدست آورد.

هرگاه دو فنر به صورت سری به هم بسته شده باشند، نیروی کشش آنها با هم مساوی است و داریم:

$$F_1 = F_2 = F_t = F \Rightarrow k_1 x_1 = k_2 x_2 = k_{eq} (x_1 + x_2)$$

$$x_1 = \frac{F_1}{k_1} = \frac{F}{k_1}$$

$$x_2 = \frac{F_2}{k_2} = \frac{F}{k_2}$$

$$x_{eq} = \frac{F}{k_{eq}} = x_1 + x_2 = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}$$

$$\Rightarrow k_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$

دو فنر در حالتی با هم موازی هستند که طول آنها با هم برابر باشد، بنابراین:

$$x_1 = x_2 = x_{eq}$$

$$F_{eq} = F_1 + F_2$$

بنابراین:

$$k_1 x_1 + k_2 x_2 = k_{eq} x_{eq} \Rightarrow k_{eq} = k_1 + k_2$$

همان طور که دیده می شود، رابطه ی به هم بستن فنرها مانند به هم بستن خازن هاست.

**آونگ** ساده را می توان به صورت نخى به طول  $L$  که به انتهای آن جرمی به جرم  $M$  وصل شده در نظر گرفت که از نقطه ی ثابتی آویزان شده و حول آن نوسان می کند.

اگر نیروی وزن وارد شده به وزنه را به دو مولفه تجزیه کنیم و قانون دوم نیوتون را برای آن بنویسیم، داریم:

$$T - Mg \cos(\theta) = M \frac{v^2}{L} = ML\omega^2$$

$$\Delta x = L\Delta\theta \Rightarrow dx = -Ld\theta \Rightarrow \frac{d^2v}{dt^2} = -L \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$Mg \sin(\theta) = M \frac{d^2v}{dt^2} \Rightarrow -Mg \sin(\theta) = ML \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

برای نوسانات کم دامنه می توان  $\sin(\theta)$  را با خود  $\theta$  برحسب رادیان برابر در نظر گرفت. در این حالت معادله به صورت زیر در می آید:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$

که در آن  $\omega \equiv \sqrt{\frac{L}{g}}$  تعریف می شود که معرف یک حرکت نوسانی است مشابه همان حرکتی که در قسمت فنر بدست آمد.

برای بدست آوردن دوره ی تناوب می توانیم بنویسیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

اما چنانکه  $\theta$  را چنان کوچک در نظر بگیریم که بتوانیم سینوسش را با خودش برابر قرار دهیم، با نوشتن سری تیلور

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} (1 + \frac{\theta^2}{16} + \dots)$$

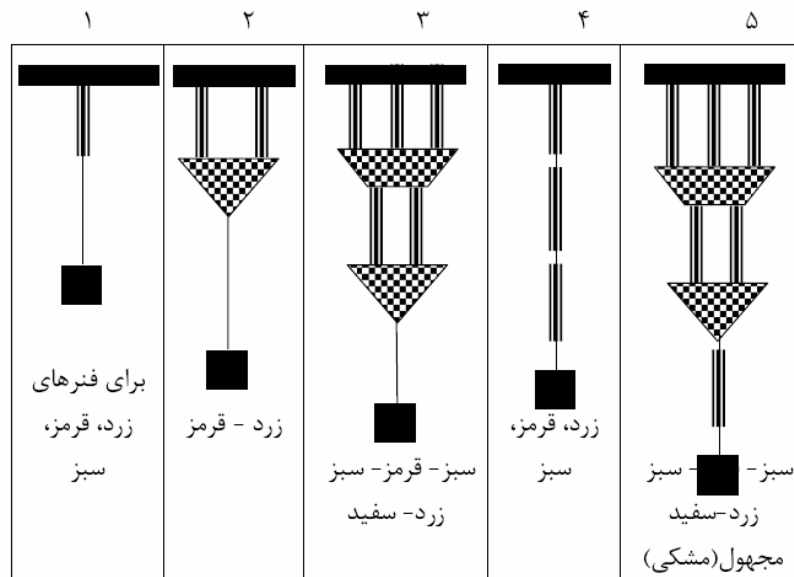
## مراحل انجام آزمایش

### ۱- اندازه گیری ثابت فنری ضریب نسبی جرم فنر

فنر سفید را انتخاب می کنیم و کفه ی مخصوص را به آن اضافه می کنیم. در این حالت فاصله ی محل آویخته شدن فنر تا پایین ترین نقطه ی کفه ( $h_0$ ) را اندازه می گیریم. سپس وزنه های ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰، ۲۵۰ گرمی را به آن اضافه می کنیم و طول ثانویه ( $h$ ) را اندازه می گیریم. در این حالت فنر را با دامنه ی کم به نوسان در می آوریم و زمان ۵۰ نوسان آن را اندازه گرفته و به کمک آن، دوره ی تناوب آونگ را محاسبه می کنیم. سپس جرم کفه و فنر را اندازه می گیریم و یادداشت می نماییم.

### ۲- به هم بستن فنرها

ابتدا با وزنه ای با جرم دلخواه، تغییر و طول فنر ها را اندازه می گیریم. سپس حالت های مختلف فنر ها را با توجه به شکل زیر می بندیم و تغییر طول فنرها را با توجه به وزنه های اضافه شدید اندازه می گیریم.



### ۳- اندازه گیری شتاب ثقل زمین به کمک آونگ ساده

زمان ۵۰ نوسان را برای آونگی به طول حدود ۶۰ سانتیمتر اندازه می گیریم. در قسمت اول زاویه ی انحراف آونگ را کمتر از ۶ درجه انتخاب می کنیم و نتایج را در جدول ۳ یادداشت می کنیم. در مرحله ی بعد زاویه ی انحراف را ۳۰ درجه اختیار می کنیم و زمان ۵۰ نوسان (و از روی آن دوره ی تناوب) را در جدول ۴ یادداشت می کنیم.

### ۴- آزمایش سقوط آزاد

برای انجام آزمایش ابتدا نگهدارنده ی مغناطیسی را به بالاترین نقطه ی پایه ی ثابت بسته و آن را به زمان سنج الکترونیکی وصل می کنیم. حسگر نوری را روی پایه ی ثابت و زیر نگهدارنده ی مغناطیسی وصل می کنیم.

فاصله ی دو حسگر را برابر مقادیر نوشته شده به عنوان Z در جدول ۴ اختیار می کنیم. به کمک شاقول حسگر نوری را دقیقاً زیر رها کننده ی معنایسی قرار می دهیم. با کمک زمان سنج زمان سقوط گلوله را به ازای Z های مختلف اندازه می گیریم و در جدول ۴ یادداشت می کنیم. باید توجه کرد باید قطر گلوله را اندازه گیری کرد و از Z کم کرد.

$$z = \frac{1}{2}gt^2 \text{ اگر } t \text{ زمان سقوط باشد با توجه به روابط سینماتیکی داریم}$$

## جداول

جدول ۱ - اندازه گیری ثابت فنر سفید

جرم آویخته شده از فنر (M) (gr)	$h_0$ (cm)	$h$ (cm)	$\Delta h$ (cm)	زمان ۵۰ نوسان (s)	دوره ی تناوب (s)
50	31.5	31.8	1.3	21.28	0.43
100	32.5	36.3	3.8	29.39	0.59
150	32.5	38.6	6.1	32.75	0.66
200	32.6	40	7.4	36.03	0.73
250	32.6	43.5	10.9	39.34	0.79

$m_s$  (جرم فنر) = 70.4gr

$m_p$  (جرم کفه) = 50.5gr

جدول ۲ - به هم بستن سری و موازی

	مجموع جرم آویخته شده از فنر	$h_0$ (cm)	$h$ (cm)	$\Delta h$ (cm)	$K(\frac{N}{m})$
فنر زرد	505.6	31.1	35	3.9	127.0
فنر سبز	204.1	31.5	35	3.5	57.1
فنر قرمز	488.8	32.2	36.5	4.3	111.4
حالت ۲	615.4	37	38	1	603.1
حالت ۳	410.7	61.2	64.1	2.9	138.8
حالت ۴	200	67.3	73.6	6.3	31.1
حالت ۵	50.5	83.5	89.9	6.4	7.7

جدول ۳ - نوسانات آونگ ساده (کمتر از ۶ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان (s)	دوره ی تناوب (s)
1	79.43	1.59
2	76.56	1.53
3	77.39	1.55
4	77.17	1.54
5	76.56	1.53

طول آونگ ساده (cm) = 71.2

جدول ۴ - نوسانات آونگ ساده (۳۰ درجه)

تکرار	زمان ۵۰ نوسان (s)	دوره ی تناوب (s)
1	78.71	1.57
2	77.62	1.55
3	77.94	1.56
4	78.24	1.56
5	77.79	1.55

جدول ۵ - سقوط آزاد

z (cm)	100	80	60	50	40	35	30	25	20
t (s)	0.449	0.399	0.334	0.312	0.277	0.257	0.238	0.215	0.187

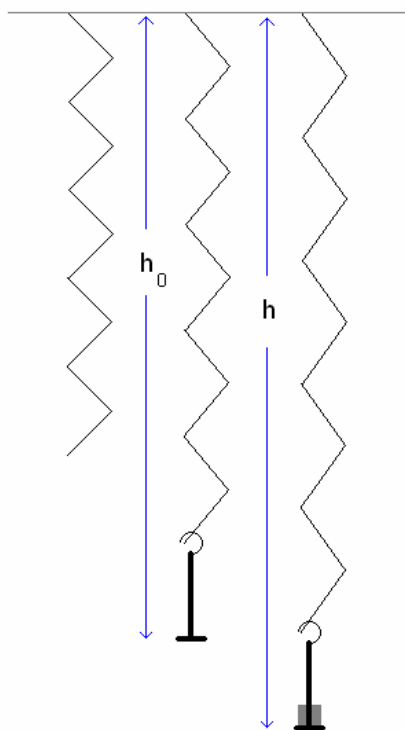
قطر گلوله: 2.00 cm

## خواسته ها

### خواسته ی ۱

(الف)

با توجه به شکل زیر داریم:



$$m_p g = k(h_0 - h_s)$$

$$(m_p + m')g = k(h - h_s)$$

که در آن  $h_s$  طول فنر در حالت آزاد است. با تفریق این دو معادله از هم بدست می آید:

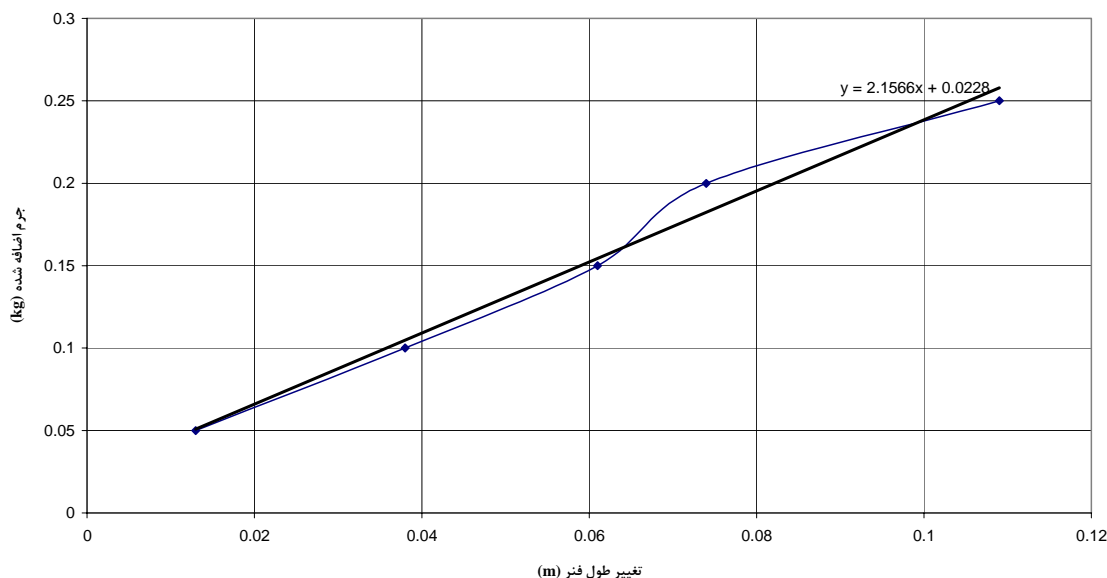
$$m'g = k.\Delta h$$

(ب) با استفاده از رابطه ای که از قسمت ۱ بدست آوردیم، داریم:

$$m' = \frac{k\Delta h}{g}$$

بنابراین با رسم نمودار  $m'$  بر حسب  $\Delta h$  و محاسبه ی ضریب زاویه ی آن، می توان مقدار ثابت فنر را محاسبه کرد. نمودار ۱،  $m'$  را بر حسب  $\Delta h$  نشان می دهد.

نمودار ۱ - جرم آویخته شده از فنر بر حسب تغییر طول



همان طور که دیده می شود، ضریب زاویه ی این نمودار،  $2.16 \frac{kg}{m}$  است که از طرفی برابر  $\frac{k}{g}$  است. پس می توان با

در نظر گرفتن  $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$  مقدار  $k$  را بدست آورد:

$$k = 2.16 \frac{kg}{m} \times 9.87 \frac{m}{s^2} = 21.3 \frac{N}{m}$$

ج) با توجه به رابطه ای که در بخش نظریه مطرح شد، (رابطه ی  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m + fm_s}{K}}$ ) و با به توان دو رساندن آن داریم:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)m + \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)fm_s$$

که در آن،  $m$  کل جرم آویزان شده به فنر (مجموع جرم کفه و وزنه های گذاشته شده روی آن) است. (که می توان آن را از جمع جرم کفه و وزنه های گذاشته شده روی آن بدست آورد). در جدول ۶، مقادیر  $m$  و جذور  $T$  آورده شده است:

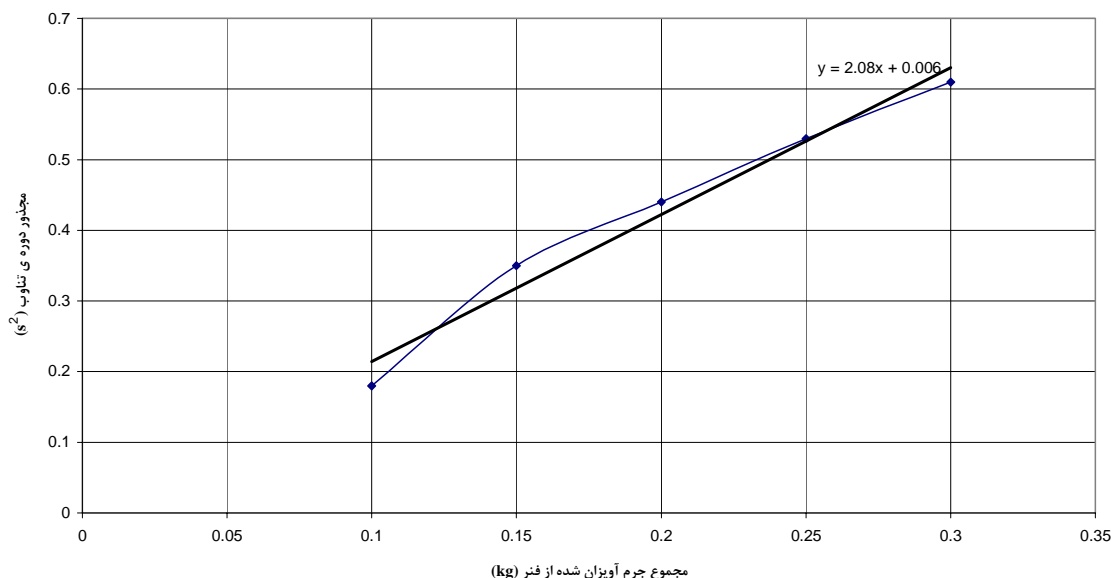
جدول ۶ - مقادیر مجذور دوره ی تناوب و مجموع جرم آویزان شده به فنر

$T^2 (s^2)$	$M (kg)$
0.18	0.1
0.35	0.15
0.44	0.2
0.53	0.25
0.61	0.3

با توجه به این مقادیر، نمودار مجذور دوره ی تناوب برحسب مجموع جرم آویزان شده به فنر در نمودار ۲ آورده شده است:



نمودار ۲ - مجذور دوره ی تناوب بر حسب مجموع جرم آویزان شده از فنر



شیب نمودار حاصل برابر  $\frac{4\pi^2}{K}$  است و از طرفی با توجه به بهترین خط گذرنده این مقدار برابر  $2.1 \frac{s^2}{kg}$  است پس:

$$\frac{4\pi^2}{K} = 2.1 \Rightarrow K = 18.8 \frac{N}{m}$$

د) مقدار بدست آمده در قسمت ب  $21.3 \frac{N}{m}$  و مقدار بدست آمده در قسمت ج  $18.8 \frac{N}{m}$  هستند که تقریباً با هم برابرند، ولی به علت خطاهای متفاوتی که در دو آزمایش هست، دقیقاً با هم برابر نیستند. مثلاً در قسمت ج، ما خطای مربوط به اندازه گیری زمان (دوره ی تناوب) را هم داریم که در قسمت ب وجود نداشت.

ه) با توجه به رابطه ی بند (ج) ملاحظه می شود که مقدار  $T^2$  به ازای  $M = -f.m_s$  برابر صفر می شود. از طرفی معادله ی بهترین خط گذرنده از نمودار  $y = 2.1x + 0.006$  که ریشه ای برابر  $-0.003 = \frac{-0.006}{2.1}$  دارد، بنابراین

با توجه به مقدار اندازه گیری شده ی  $m_s = 0.0704 kg$  داریم:

$$-f.m_s = -0.003 \Rightarrow f = 0.04$$

(باید توجه کرد چون  $f$  یک مقدار نسبی است، واحد ندارد.)

## خواسته ی ۲، تحلیل داده های جدول ۲

جدول ۲ در زیر دوباره آورده شده است:

$K(\frac{N}{m})$	$\Delta h(cm)$	$h(cm)$	$h_0(cm)$	مجموع جرم آویخته شده از فنر	
127.0	3.9	35	31.1	505.6	فنر زرد
57.1	3.5	35	31.5	204.1	فنر سبز
111.4	4.3	36.5	32.2	488.8	فنر قرمز
603.1	1	38	37	615.4	حالت ۲
138.8	2.9	64.1	61.2	410.7	حالت ۳
31.1	6.3	73.6	67.3	200	حالت ۴
7.7	6.4	89.9	83.5	50.5	حالت ۵

که در آن مقادیر  $k$  مستقیماً با توجه به قانون هوک محاسبه شده اند.

با توجه به روابط اتصالات سری و موازی فنر که در قسمت تئوری آورده شد، داریم:

$$K_2 = K_Y + K_R$$

$$K_3 = \frac{1}{\frac{1}{K_G + K_R + K_G} + \frac{1}{K_Y + K_W}}$$

$$K_4 = \frac{1}{\frac{1}{K_Y} + \frac{1}{K_R} + \frac{1}{K_G}}$$

$$K_5 = \frac{1}{\frac{1}{K_3} + \frac{1}{K_B}}$$

که در آن  $K_Y$   $K_R$   $K_G$   $K_W$   $K_B$  به ترتیب ثابت فنرهای سیاه، سفید، سبز، قرمز و زرد هستند. با توجه به مقادیری که

در جدول ۲ برای ثابت فنرهای زرد، سبز و قرمز بدست آمد و مقداری که در قسمت ب و ج خواسته ی ۱ برای فنر

سفید بدست آمد (مقدار میانگین  $20.1 \frac{N}{m}$  از دو قسمت) مقدار محاسبه شده برای حالات ۲ تا ۴ در جدول زیر آورده

شده است:

مقدار محاسبه شده ( $\frac{N}{m}$ )	مقدار اندازه گیری شده ( $\frac{N}{m}$ )	
994.4	603.1	حالت ۲
89.0	138.8	حالت ۳
29.1	31.1	حالت ۴

مقادیر محاسبه شده و بدست آمده، تا اندازه ای با هم یکی هستند، ولی مسلماً به دلیل خطاهای آزمایش (مثلاً این که

دو فنر دقیقاً طولشان با هم نیست و نمی توان گفت به طور ایده آل به صورت موازی نسبت به هم بسته شده اند) این

مقادیر با هم متفاوت هستند.

برای بدست آوردن ثابت فنر مجهول (مشکی) می توان گفت حالت ۵، همان حالت ۳ است که فنر سیاه به آن سری شده

است. پس داریم:

$$K_5 = \frac{1}{\frac{1}{K_3} + \frac{1}{K_B}}$$

که در این معادله  $K_5$  و  $K_3$  مشخص هستند و ما باید  $K_B$  را محاسبه کنیم. داریم:

$$\frac{1}{7.7} = \frac{1}{138.8} + \frac{1}{K_B} \Rightarrow K_B = 8.2 \frac{N}{m}$$

### خواسته ی ۳

با توجه به داده های جدول ۳:

ردیف	زمان ۵۰ نوسان (s)	دوره ی تناوب (s)
1	79.43	1.59
2	76.56	1.53
3	77.39	1.55
4	77.17	1.54
5	76.56	1.53
میانگین دوره ی تناوب (s)		1.55
طول آونگ (m)		71.2

با توجه به رابطه ی  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  و طول اندازه گیری شده برای آونگ مقدار  $g = 11.7 \frac{m}{s^2}$  بدست می آید که با

مقدار دقیق تر  $g = 9.78 \frac{m}{s^2}$  به اندازه ی 19.6% خطای نسبی دارد که برای این آزمایش خوب است.

### خواسته ی ۴، تحلیل داده های جدول ۴

با توجه به داده های جدول ۴، مقدار میانگین 1.56s برای این قسمت به دست می آید که با میانگین قسمت قبل به

اندازه ی 0.01s تفاوت دارد. مقدار اختلافی که از رابطه ی ۲ بدست می آید  $(\frac{\theta^2}{16} 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$  به ازای  $\theta = \frac{\pi}{6}$  برابر

0.03s است که تقریباً با مقدار اختلاف بدست آمده از آزمایش مطابقت دارد ولی به دلیل عوامل در نظر گرفته نشده در رابطه (مانند اصطکاک هوا و اصطکاک سوزن اتکا) این دو مقدار دقیقاً با هم برابر نیستند.

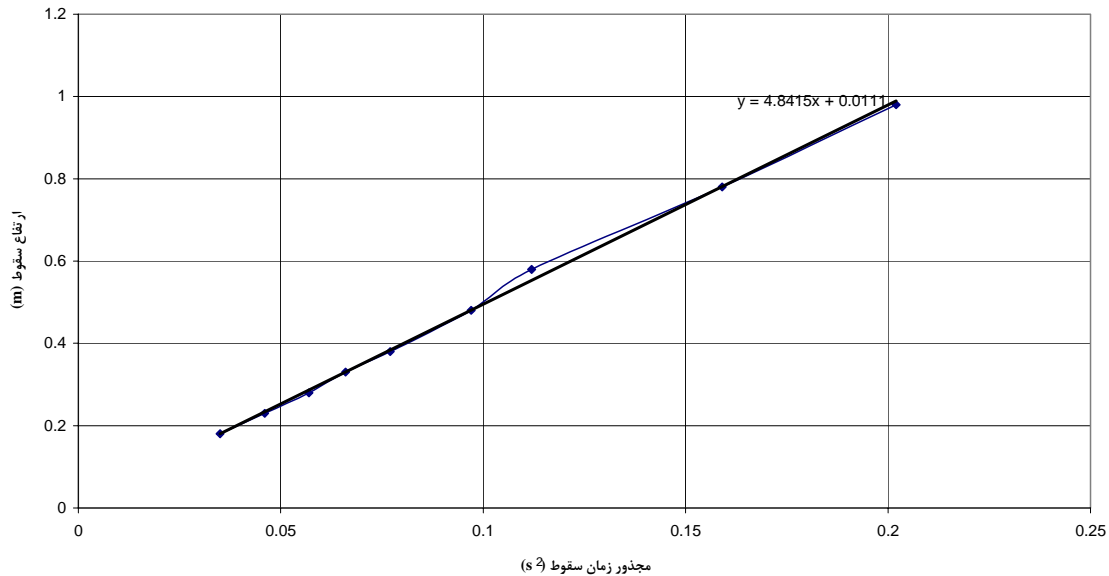
### خواسته ی ۵، تحلیل داده های جدول ۵

در زیر مقادیر  $Z$  و  $t^2$  آورده شده است: (از آنجاکه قطر گلوله 2.00 cm است، این مقدار را از  $Z$  کم می کنیم).

$t^2 (s^2)$	0.035	0.046	0.057	0.066	0.077	0.097	0.112	0.159	0.202
$z(m)$	0.18	0.23	0.28	0.33	0.38	0.48	0.58	0.78	0.98

با توجه به این مقادیر، نمودار تغییرات  $Z$  بر حسب  $t^2$  در نمودار ۳ آورده شده است:

نمودار ۳ - ارتفاع سقوط بر حسب مجذور زمان سقوط



شیب بهترین خط گذرنده از این نمودار برابر  $\frac{1}{2}g$  است که از آزمایش  $4.8 \frac{m}{s^2}$  بدست آمده، پس مقدار شتاب ثقل زمین برابر  $9.6 \frac{m}{s^2}$  است که نسبت به مقدار دقیق تر  $9.78 \frac{m}{s^2}$  به اندازه ی 1.8% خطای نسبی دارد که مقدار بسیار کمی است.

عوامل خطا در این آزمایش را می توان ناشی از وجود اصطکاک هوا که باعث بیشتر شدن زمان سقوط می شود و دیگری خطای وسایل اندازه گیری طول و زمان است.

برای اندازه گیری ضریب اصطکاک هوا می توان به صورت زیر عمل کرد:

می دانیم اندازه ی نیروی مقاومت هوا  $kv$  است که در آن  $k$  ضریب مقاومت هوا و  $v$  سرعت جسم است و جهت آن مخالف جهت حرکت جسم می باشد. با توجه به این مطالب، می توان معادله ی دیفرانسیل زیر را برای حرکت جسم نوشت:

$$m\dot{v} = mg - kv$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot dv}{mg - kv} = dt$$

$$\Rightarrow \ln(mg - kv) = -\frac{k}{m}t + C$$

$$\Rightarrow mg - kv = Ae^{-\frac{k}{m}t}$$

که با قرار دادن  $t=0$  داریم  $A = mg$  پس:

$$V = mg \left( 1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

و با انتگرالگیری از این معادله به منظور بدست آوردن مکان بر حسب زمان داریم:

$$x = \frac{mg}{k}t + \frac{m^2}{k^2}ge^{\frac{k}{m}t} + C$$

که با قرار دادن زمان صفر مقدار  $C = -\frac{m^2}{k^2}g$  بدست می آید. پس:

$$x = \frac{mg}{k}t + \frac{m^2}{k^2}ge^{\frac{k}{m}t} - \frac{m^2}{k^2}g$$

حال با نوشتن چند جمله ای تیلور برای  $e^{\frac{k}{m}t}$  تا درجه ی سوم داریم:

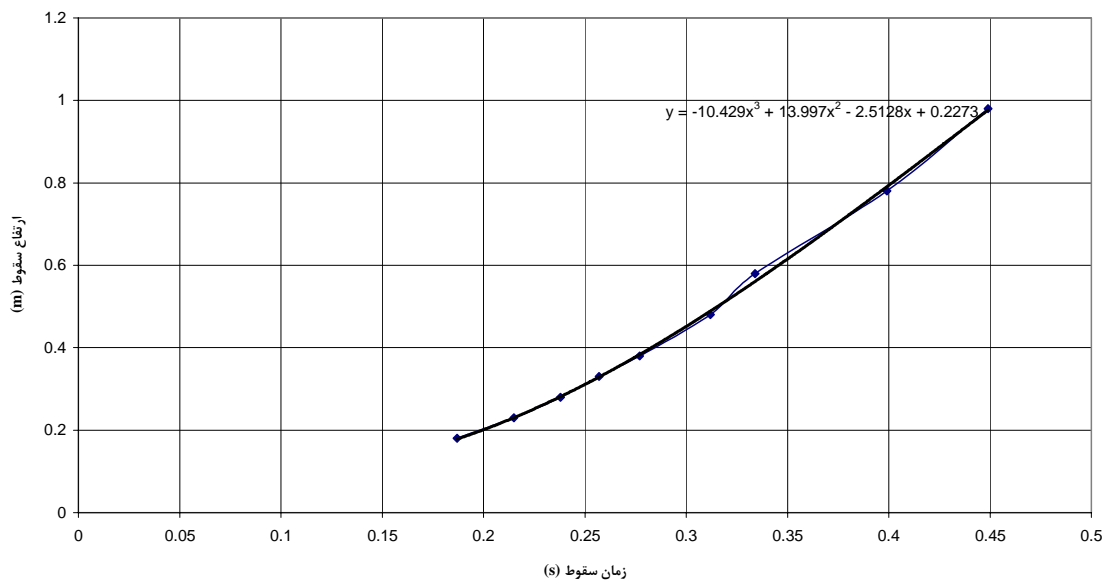
$$x \cong \frac{mg}{k}t + \frac{m^2}{k^2}g \left( 1 - \frac{k}{m}t + \frac{k^2}{2m^2}t^2 - \frac{k^3}{6m^3}t^3 \right) - \frac{m^2}{k^2}g$$

که با ساده کردن این عبارت داریم:

$$x \cong \frac{1}{2}gt^2 - \frac{k}{6m}t^3$$

پس برای اندازه گیری  $k$  می توان منحنی  $x$  (در این آزمایش  $Z$ ) را بر حسب  $t$  رسم کرد، سپس از آن یک منحنی درجه ۲ عبور داد و با توجه به ضریب  $t^3$  در آن و با اندازه گیری جرم گلوله، مقدار  $k$  را به طور تقریبی حساب کرد. در زیر نمودار  $Z$  بر حسب  $t$  و بهترین چندجمله ای درجه ی ۳ گذرنده از آن در زیر آورده شده است.

نمودار  $Z - t$  بر حسب  $t$



ما در آزمایشگاه جرم گلوله را اندازه نگرفتیم (چون خواسته نشده بود) ولی این مقدار حدوداً ۵۰ گرم تخمین زده می شود. پس:

$$\frac{1}{6} \frac{k}{m} g = 10.4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \frac{k}{0.05} 9.87 = 10.4$$

$$k = 0.3 \frac{Ns}{m}$$

## سوالات

۱ - واحد ثابت فنری  $k$  در دستگاه  $MKS$  چیست؟

با توجه به رابطه ی هوک:

$$F = kx$$

$$\Rightarrow k = \frac{F}{x}$$

$$\text{پس واحد } k \text{ یا } \frac{N}{m} \text{ یا } \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{m} \text{ است.}$$

۲ - در مرحله ی (۱) از آزمایش با توجه به دقت اندازه گیری جرم و دوره ی تناوب و با فرض بدون جرم بودن فنر،

درصد خطا در محاسبه ی ثابت فنر ( $k$ ) چقدر است؟

برای محاسبه ی خطای  $k$  ابتدار باید خطای شیب بدست آمده از نمودار را محاسبه کنیم. برای این منظور می توانیم از نرم افزار excel استفاده کنیم.

برای قسمت ب

برای این قسمت، مقادیری که نرم افزار به ما می دهد، به شرح زیر است:

$$a = 2.2$$

$$\Delta a = 0.16$$

$$b = 0.02$$

$$\Delta b = 0.01$$

از طرفی می دانیم که:

$$k = ag$$

پس:

$$\Delta k = g \Delta a = 9.87 \times 0.16 = 1.6$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta k}{k} = \frac{1.6}{21.3} = 7.5\%$$

برای قسمت ج

مقادیر بدست آمده برای خطاها به صورت زیر است:

$$a = 2.1$$

$$\Delta a = 0.2$$

$$b = 0.006$$

$$\Delta b = 0.04$$

از طرفی داریم:

$$k = \frac{4\pi^2}{a}$$

با توجه به قوانین حاکم بر محاسبه ی خطاهای مرکب داریم:

$$(\Delta k)^2 = \left( \frac{\partial}{\partial a} \frac{4\pi^2}{a} \Delta a \right)^2 = \left( -\frac{4\pi^2}{a^2} \Delta a \right)^2 = 3.2 \Rightarrow \Delta k = 1.8$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta k}{k} = \frac{1.8}{18.8} = 9.6\%$$

۳) روابط ثابت فنری معادل در به هم بستن فنرها را در حالت های ۱ تا ۴ بدست آورید.

با توجه به رابطه ی بستن فنرها به صورت سری و موازی که در بخش تئوری گفته شد، داریم:

$$K_2 = K_Y + K_R$$

$$K_3 = \frac{1}{\frac{1}{K_G + K_R + K_G} + \frac{1}{K_Y + K_W}}$$

$$K_4 = \frac{1}{\frac{1}{K_Y} + \frac{1}{K_R} + \frac{1}{K_G}}$$

که در آن  $K_Y$   $K_R$   $K_G$   $K_W$   $K_B$  به ترتیب ثابت فنر فنرهای سیاه، سفید، سبز، قرمز و زرد هستند. برای حالت ۱ هم که تنها ۱ فنر داریم و رابطه ی خاصی وجود ندارد.

۴) اگر طول آونگ ساده ای ۴۰ سانتیمتر باشد، با استفاده از رابطه ی (۹) نظریه اختلاف زمان تناوب آونگ را برای دو حالت الف) حداکثر زاویه ی انحراف ۶ درجه ب) حداکثر زاویه ی انحراف ۳۰ درجه محاسبه کنید. مدت زمان حداقل چند نوسان کامل را باید با زمان سنجی که در این آزمایش به کار بردید، اندازه گرفت تا بتوان این اختلاف را آشکار کرد؟ رابطه ی ۹ قسمت نظریه به صورت زیر است:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left( 1 + \frac{\theta^2}{16} + \dots \right)$$

بنابراین مقدار اختلاف (تا درجه ی دو) به صورت  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left( \frac{\theta^2}{16} \right)$  است.

الف) با قرار دادن ۶ درجه در رابطه (ابتدا باید ۶ درجه را به رادیان تبدیل کنیم) مقدار اختلاف  $8.7 \times 10^{-4} s$  بدست می

آید. از آنجاکه دقت دستگاه ما 0.01s است، پس باید حداقل  $\frac{0.01}{8.7 \times 10^{-4}}$  یا ۱۲ نوسان را اندازه گرفت تا بتوان این

مقدار را مشاهده کرد.

ب) با قرار دادن ۳۰ درجه در رابطه ی اختلاف، مقدار 0.02s بدست می آید که از دقت دستگاه ما بیشتر است بنابراین با یک نوسان هم می توان آن را مشاهده نمود.