

بسمه تعالی  
تمرین سری ششم آمار و احتمال مهندسی

۷-۱. مسائل فصل پنجم کتاب شماره های 12,15,16,24,27,29,30

۸- اگر  $Z = (x^2 + y^2)^{1/2}$  و  $X \sim N(\eta_x, \sigma)$  و  $Y \sim N(\eta_y, \sigma)$  و  $X$  و  $Y$  از هم مستقل باشند، نشان دهید  
 $f_Z(z) = \frac{z}{\sigma^2} e^{(-z^2 - \eta^2)/2\sigma^2} I_0\left(\frac{\eta z}{\sigma^2}\right) u(z)$  (توزیع رایس)  
 که  $\eta = (\eta_x^2 + \eta_y^2)^{1/2}$  و  $I_0$  تابع بسل اصلاح شده نوع اول رتبه صفر است.

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{x \cos \theta} d\theta$$

۹- اگر  $Z = \min(X, Y)$  و  $W = \max(X, Y)$  باشد.

الف- اگر  $X$  دارای توزیع نمایی با پارامتر  $\alpha$  و  $Y$  نیز نمایی با پارامتر  $\beta$  ( $\alpha \neq \beta$ ) بوده و  $X$  و  $Y$  مستقل باشند، تابع چگالی مشترک  $Z$  و  $W$  و توابع چگالی حاشیه ای  $Z$  و  $W$  را محاسبه کنید.

ب- اگر  $X$  دارای توزیع پواسن با پارامتر  $\alpha$  و  $Y$  نیز دارای توزیع پواسن با پارامتر  $\beta$  بوده و  $X$  و  $Y$  مستقل باشند تابع احتمال مشترک  $Z$  و  $W$  را حساب کنید.

۱۰- اگر  $\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$  که  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$  تابع مشخصه مشترک  $Y_1$  و  $Y_2$  را بر حسب تابع مشخصه مشترک  $X_1$  و  $X_2$  بدست آورید.

### مسائل اختیاری

۱۱- مسأله 5.26 کتاب

۱۲- مسأله 5.28 کتاب

۱۳- اگر  $Z = X \cos(\omega t + \phi)$  باشد که  $u(0, 2\pi) \sim \phi$  و  $X$  دارای تابع چگالی  $f_X$  است و  $\phi$  و  $X$  مستقل باشند نشان دهید.

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{-|z|} \frac{f_X(x)}{\pi (x^2 - z^2)^{1/2}} dx + \int_{|z|}^{\infty} \frac{f_X(x)}{\pi (x^2 - z^2)^{1/2}} dx$$

۱۴- نشان دهید که برای توابع چگالی

$$f(x, y) = x + y, \quad g(x, y) = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(y + \frac{1}{2}\right)$$

که  $0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1$

توابع چگالی حاشیه ای مانند هم است. از این تمرین چه نتیجه ای می گیرد؟