多串匹配算法及其启示

南京市外国语学校

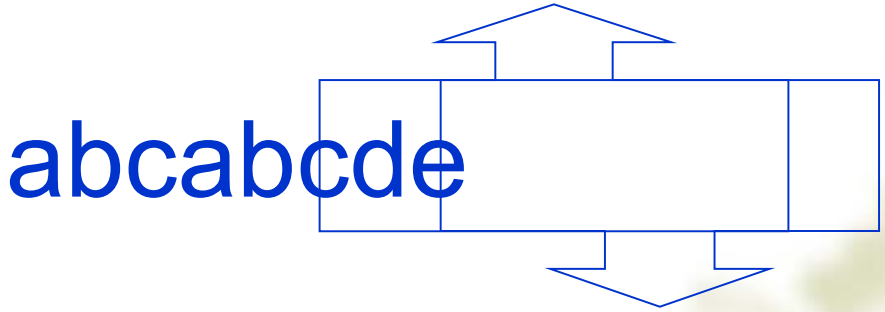
朱泽园

问题提出

- 所谓多串匹配，就是给定一些模式串，在一段文章（只出现小写 a 到 z 这 26 个字母）中，找出第一个出现的任意一个模式串的位置，或者所有模式串出现的所有位置。

例子

- 模式串： “ **abcd**” “**bcde**”
- 正文：



实际应用

- 含逻辑关键字的搜索引擎
- DNA 序列搜索
- ……

广

！

因此用有效算法解决该问题能大大提高各行各业的工作效率！

数据规模

- 设共有 **m** 个模式串，长度分别为

  L_1 、 $L_2 \ldots L_m$

  正文为一个长度为 **n** 的数组 **T[1..n]**，限定

$$\sum L \le 100K, m \le 1000, n \le 900K$$

朴素想法

- 从小到大枚举每一个位置，并且对所有模式串进行检查。最坏情况下时间复杂度为

$$O(n \cdot \sum L)$$

- 对每一个模式串，使用 **kmp** 算法进行单串匹配，时间复杂度为

$$O(n \cdot m + \sum L)$$

我的算法

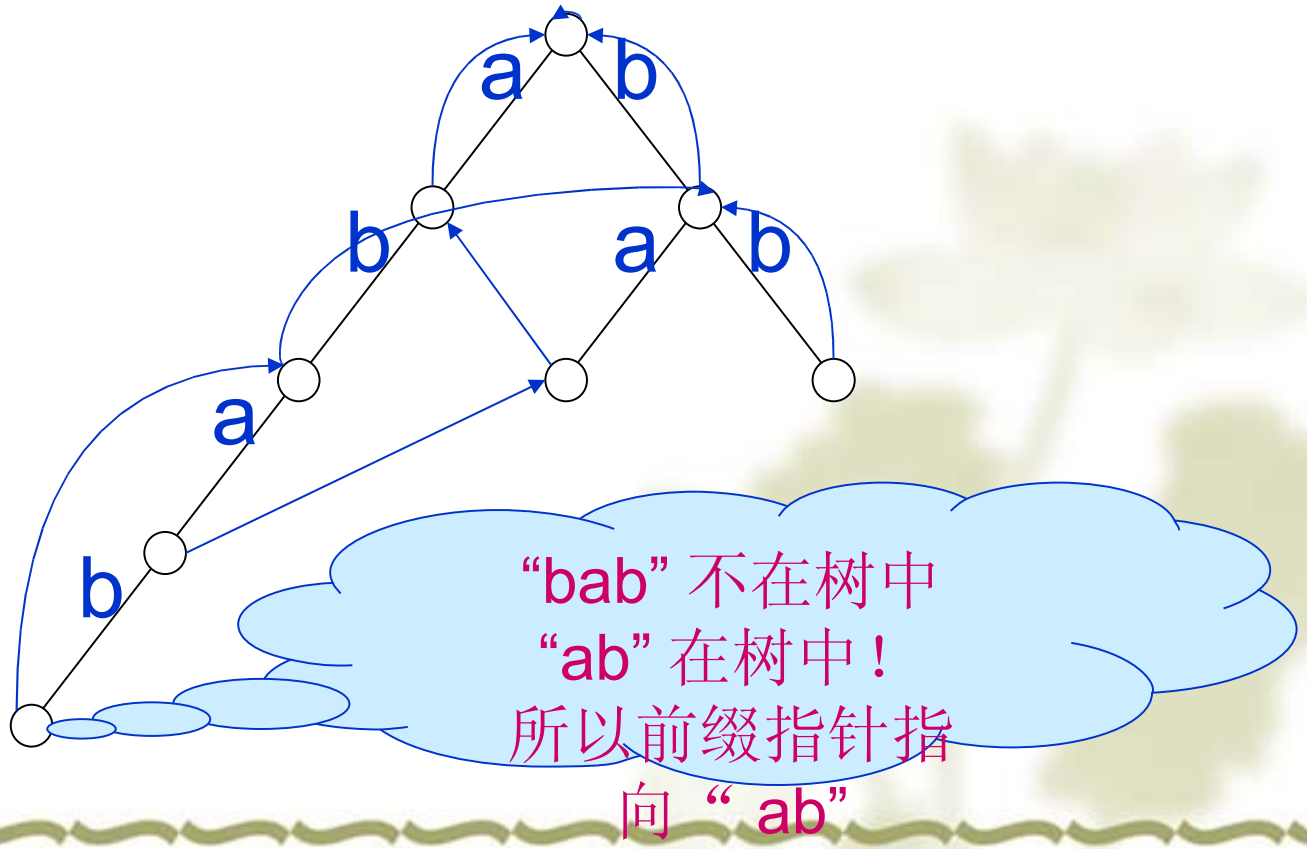
- 辅助算法 1： Knuth-Morris-Pratt 模式匹配
- 辅助算法 2：单词前缀树（自创）
- 主算法 1：线性算法
- 辅助算法 3：后缀树
- 主算法 2：平均性能更好的算法

单词前缀树

- 单词查找树
- 前缀指针的定义
  - 单词前缀树之所以不同于单词树，是因为它的每一个非根结点上都有一个前缀指针（Prefix Pointer）。
    - 设 s 为结点 p 在树中对应的字符串
    - s 的所有后缀中，找到在单词树中出现的，最长的一个，设为 s1。
    - p 结点的前缀指针指向 s1 对应的结点。

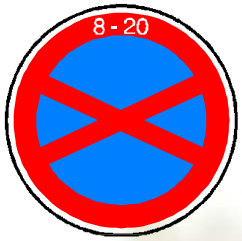
单词前缀树（续）

- 举例



单词前缀树（续）

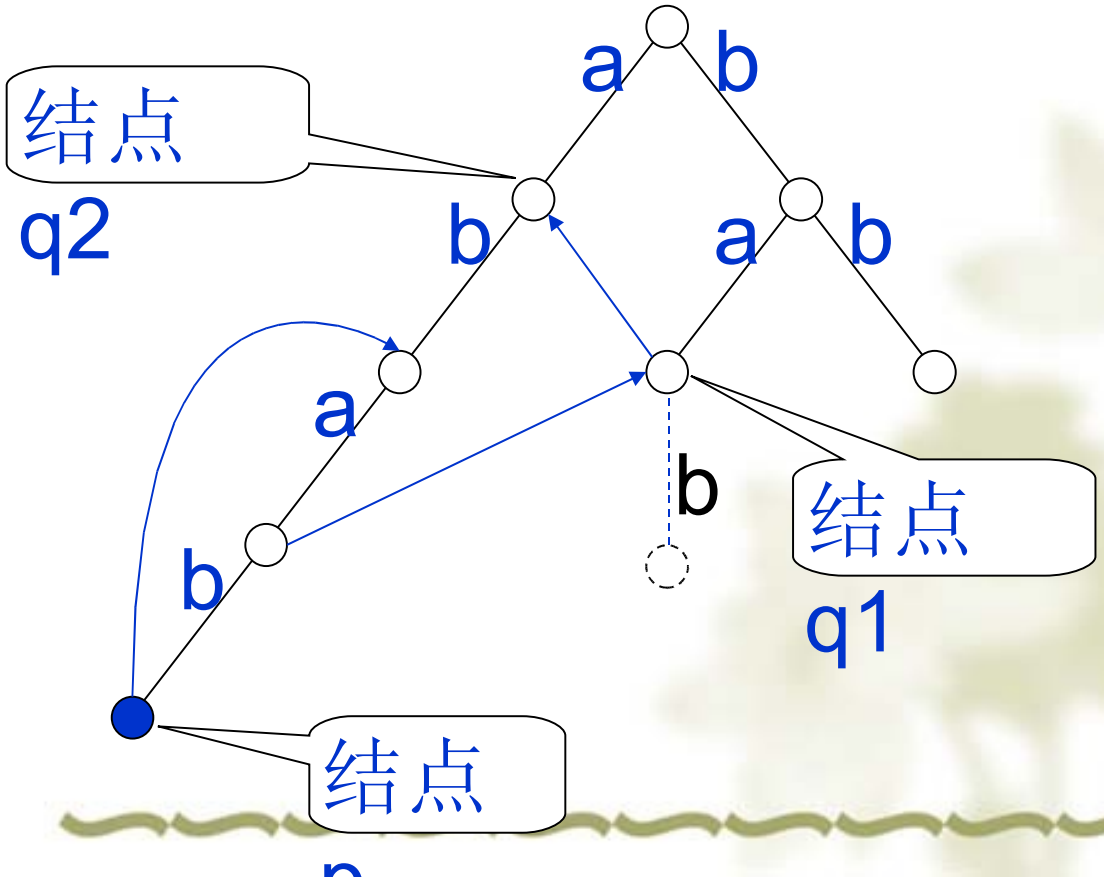
- 前缀指针的生成
  - 从定义出发，穷举 + 扫描



  - 从 kmp 算法的前缀数组中吸取经验，通过父节点的前缀指针计算

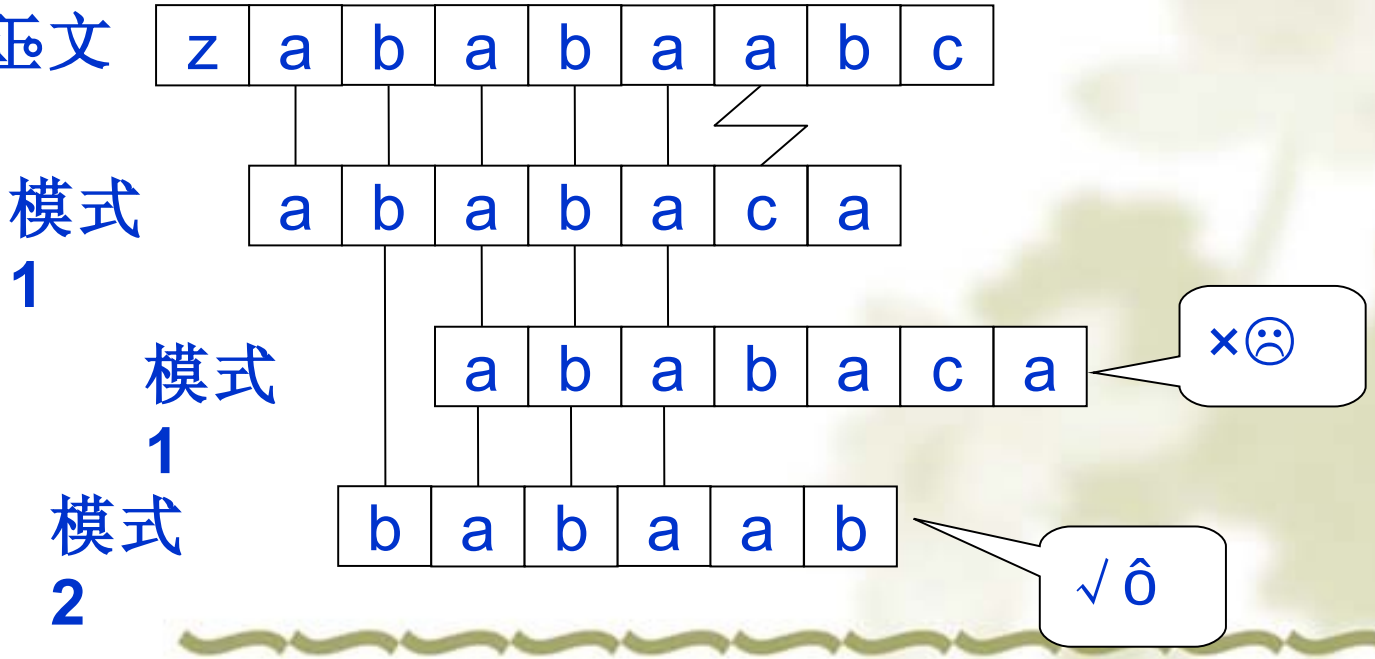
单词前缀树（续）

- 举例



主算法一

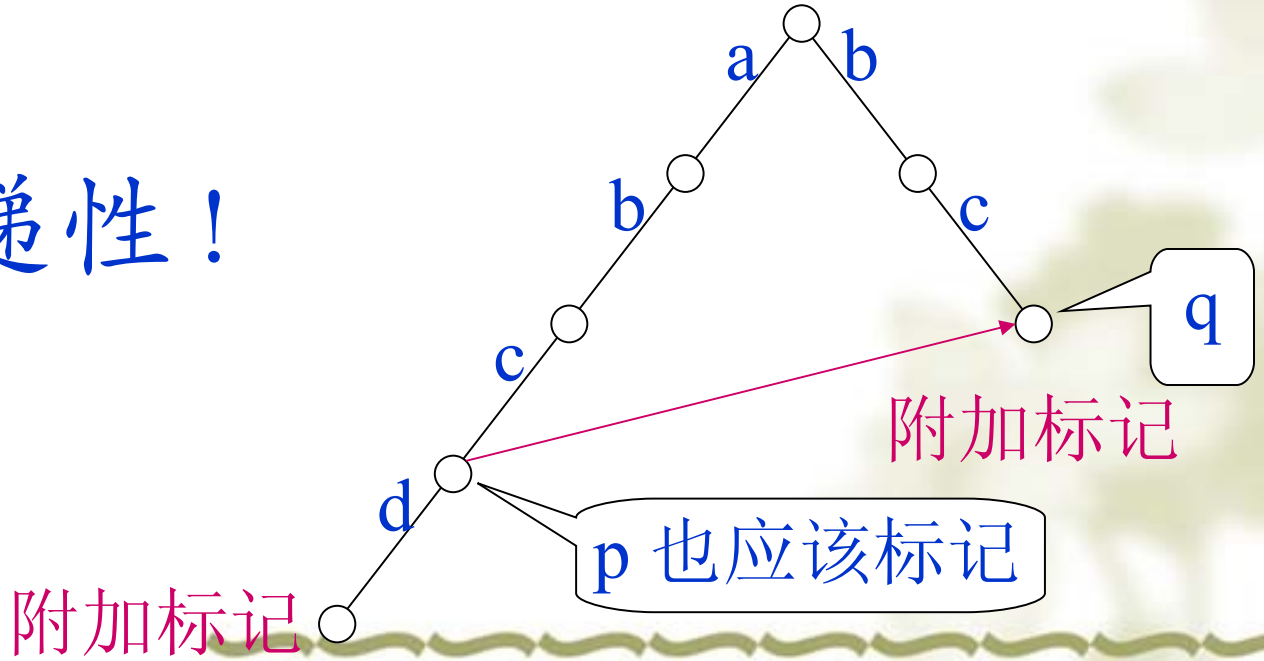
- **kmp 算法的启发**
  - **kmp 算法的精髓是减少重复的计算，根据自身的位移匹配（特征），确定模式串的右移量**



主算法一（续）

- 单词前缀树的使用和附加标记 Okay
  - 模式串是构成单词前缀树的基本元素
  - 模式“ abcd”“bc”

传递性！

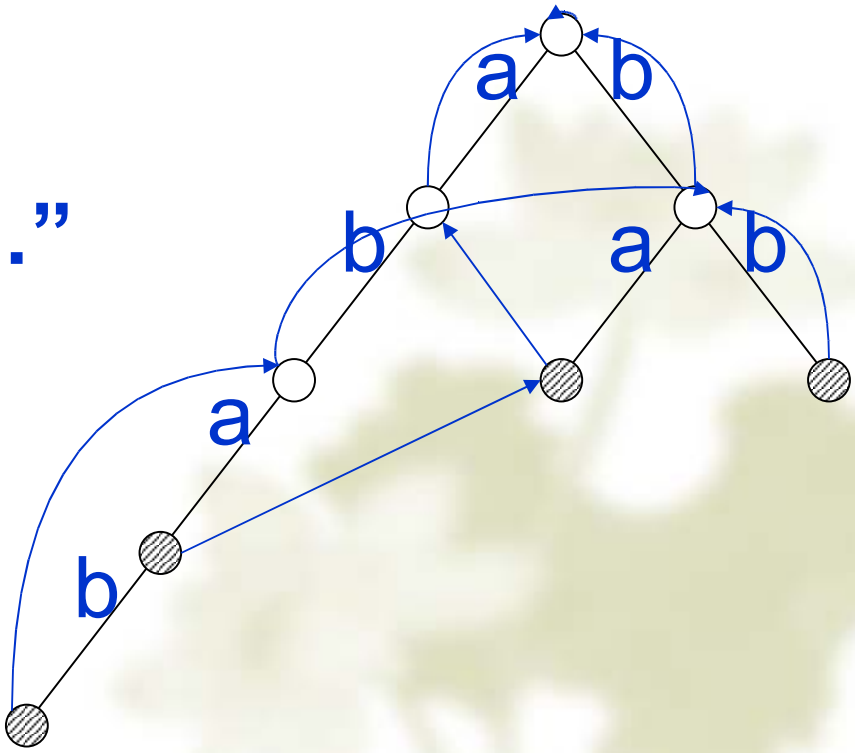


主算法一（续）

- 主过程

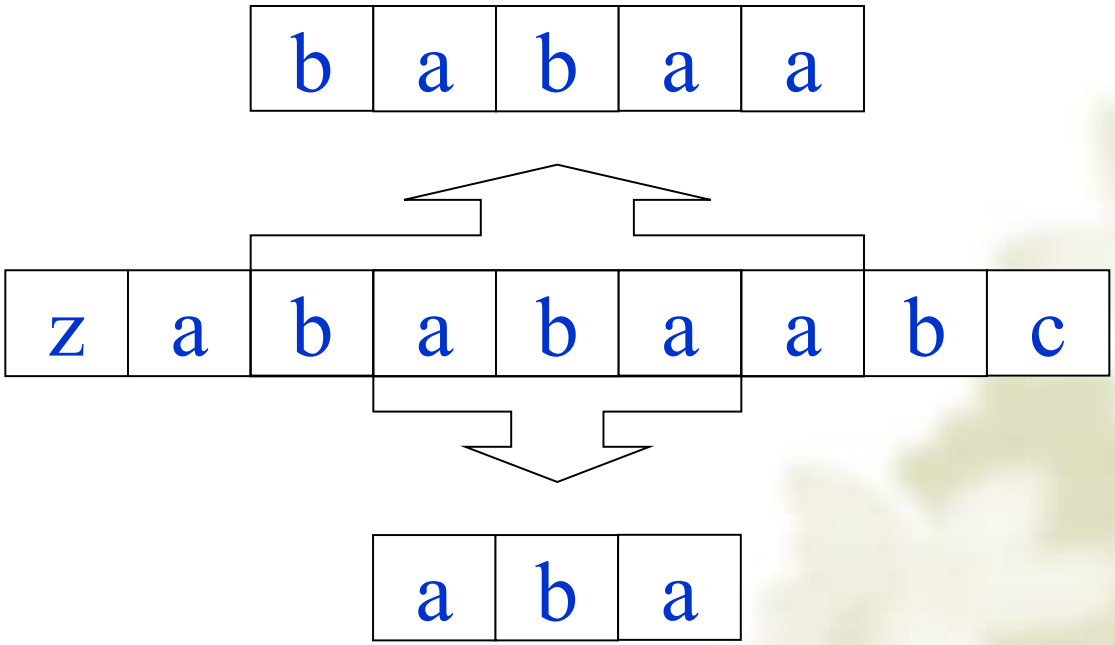
正　　abcbcabb
文：“ abcbcabb……”

找到匹配“ bb”！



主算法一（续）

- 一点注意

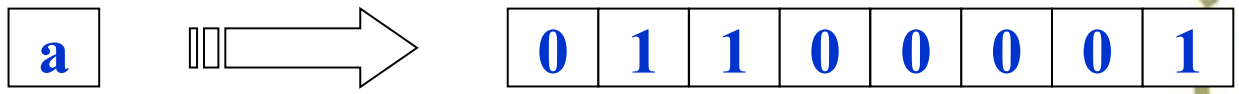


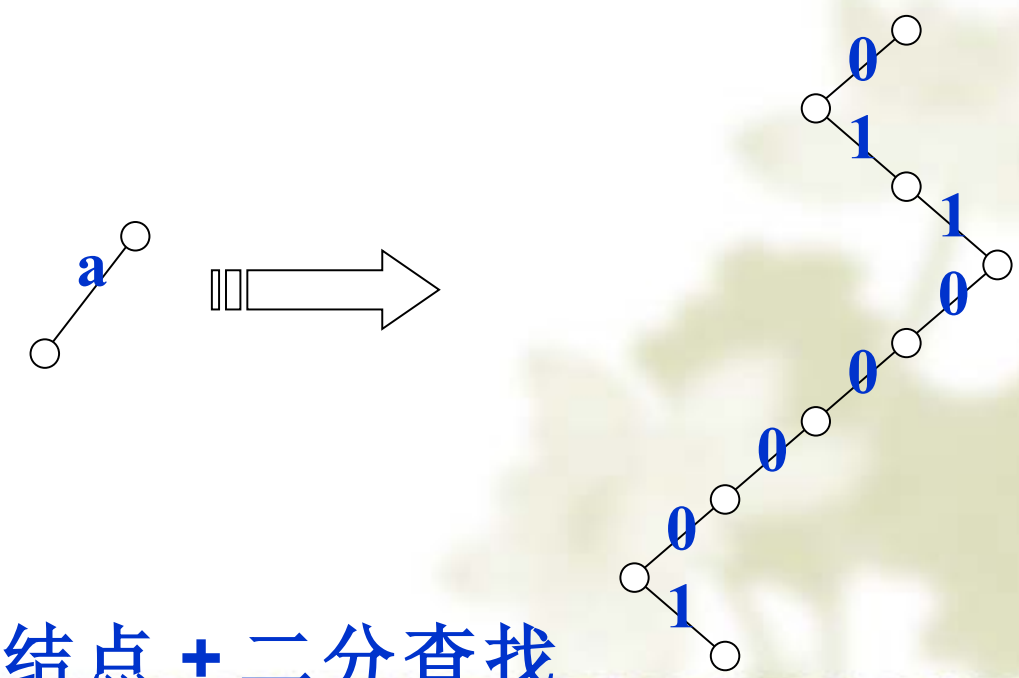
主算法一（续）

- 时间复杂性分析
  - 单词前缀树的构建 $O(26\cdot\sum L)$
  - 正文的检索 $O(n)$
- 空间复杂性分析 $O(26\cdot\sum L)$

主算法一（续）

- 优化方案
  - 二进制转化



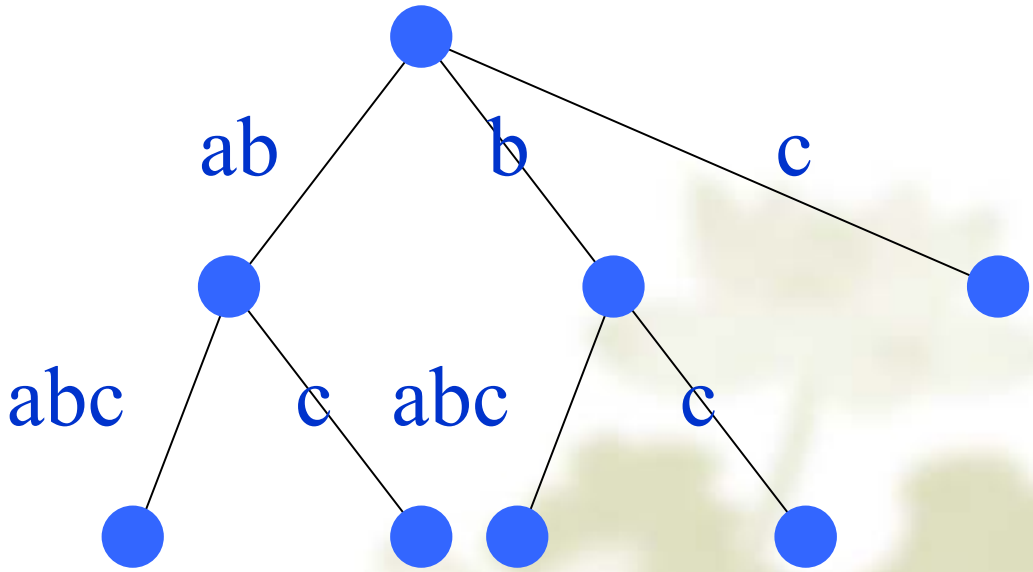


  - 动态分配子结点 + 二分查找

后缀树概述

- 路经压缩

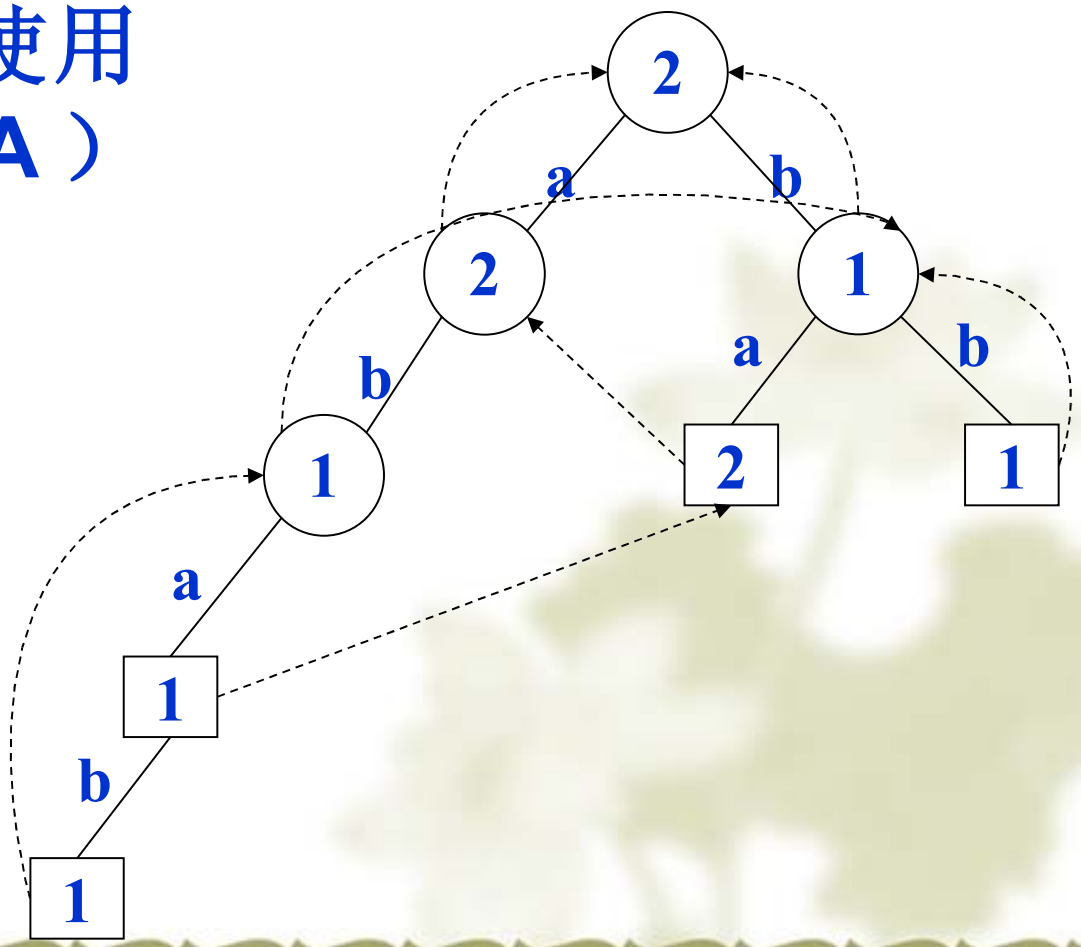
单词：“ ababc”



- McCreight(1976),On-line Construction(1995)

主算法二

- 单词前缀树的使用和扩展（TreeA）

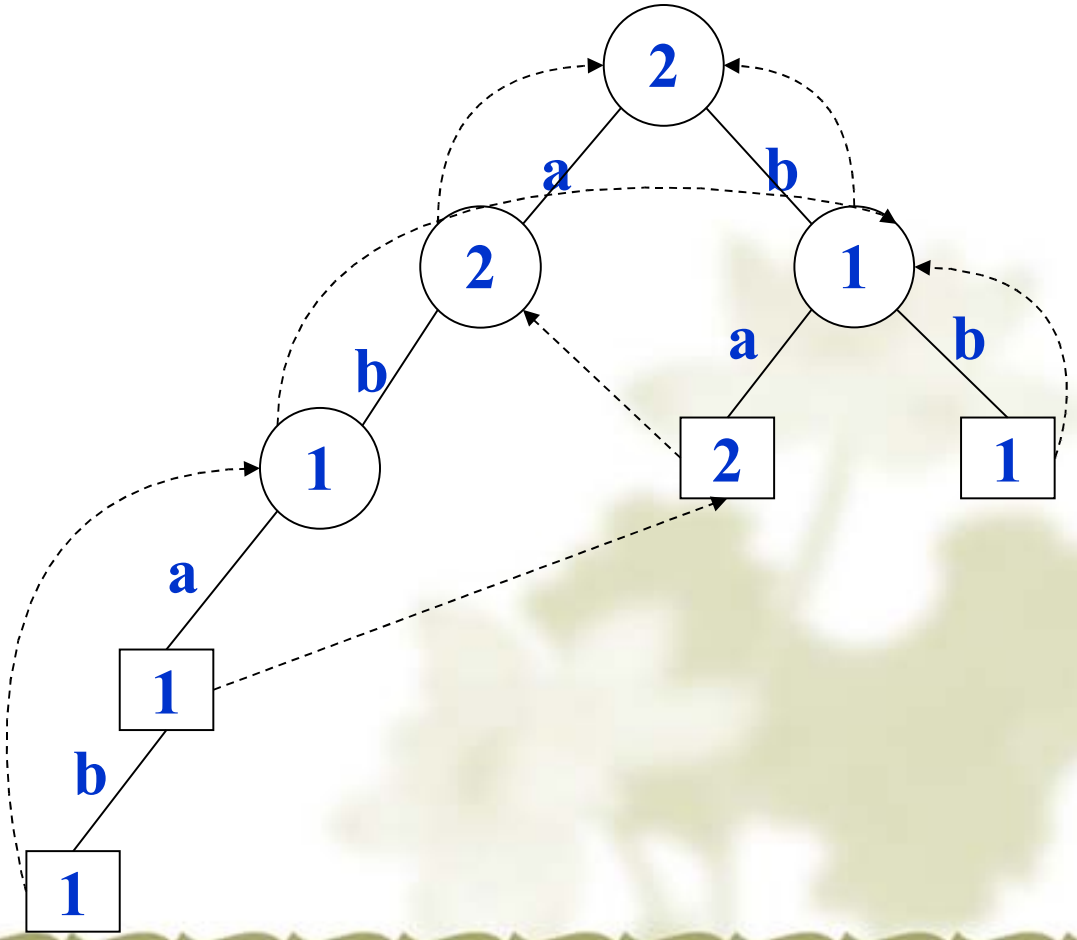


主算法二（续）

- 参数 Shift，记录每一个结点到达任意一个 Okay 结点（自身除外）的最短路径（既可以通过树中的边，也可以通过前缀指针）

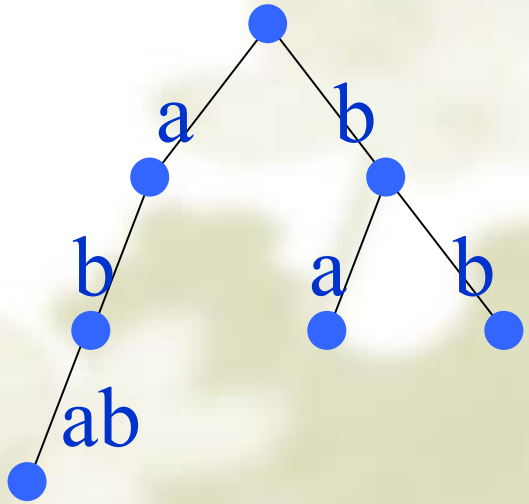
主算法二（续）

- 举例



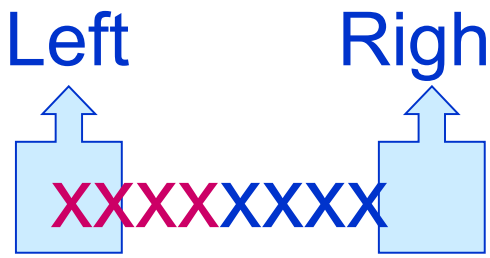
主算法二（续）

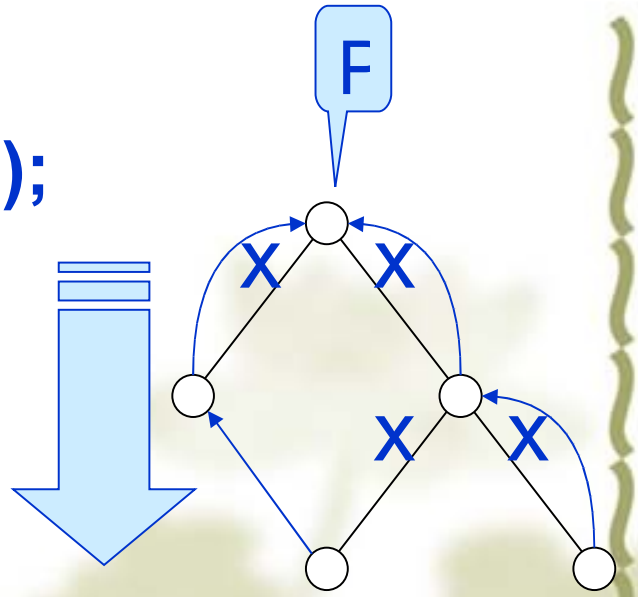
- 后缀树的使用和扩展 (TreeB)
  - 由所有模式串倒置后的所有后缀组成。
- 模式串为“ abab”“ba”“bb”
- 倒置：“ baba”“ab”“bb”
- 作用：
  - 在 O(N) 的时间内，从后向前地查看一段长度为 N 的字符，检测它是否为任意一个模式串的子串



主算法二（续）

- **TreeA 上的函数 ScanA**
  - **Function ScanA(Left,Right,P);**





  - 如果 **Shift** 参数 **<** 最短的模式串长度 **div 2**，继续读入字符并且 **P** 继续移动
  - 输出所有遇到的匹配

主算法二（续）

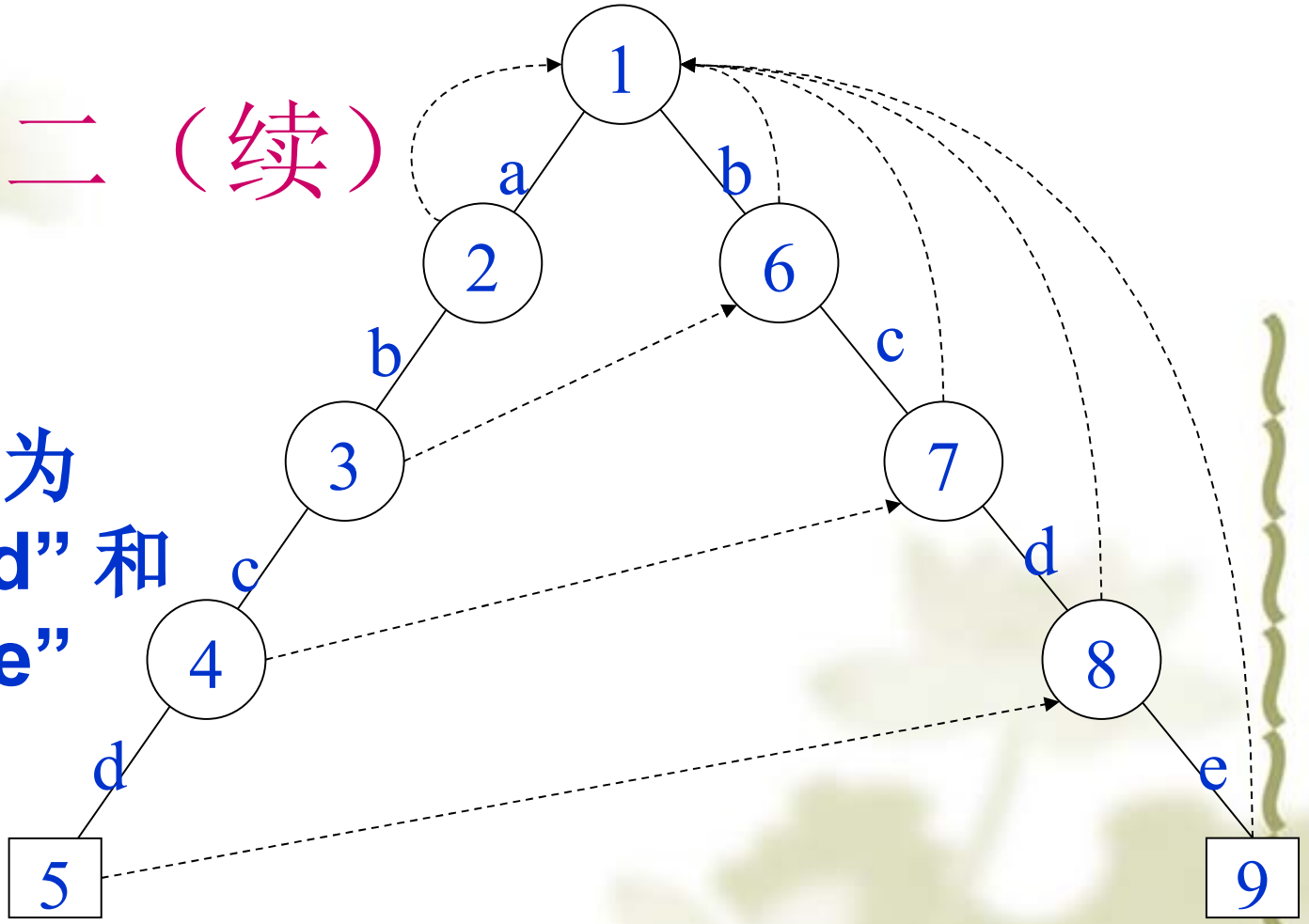
- **TreeB 上的函数 ScanB**
  - **Function ScanB(Left,Right);**
  - 在 **TreeB** 中，将 **T[Left..Right]** 从右向左进行扫描，检查其是否为某个模式串的子串，返回最后扫描到的正文的位置。
  - 定义：
    当一个字符串是某个模式串的子串时，称其为“有效的”，反之为“无效的”。

主算法二（续）

- 主过程的基本思想：
- 1、每次处理一个 Left+1~Right 的段落
- 2、从 Right 向左通过 ScanB 检索，最后到达位置 pos 。
- 3、从 pos 到 Right 进行 ScanA 检索。
- 4、下一个过程的 Left 为 ScanA 检索到的正文位置， Right 为 Left + 当前 TreeA 上的结点的 Shift 参数

主算法二（续）

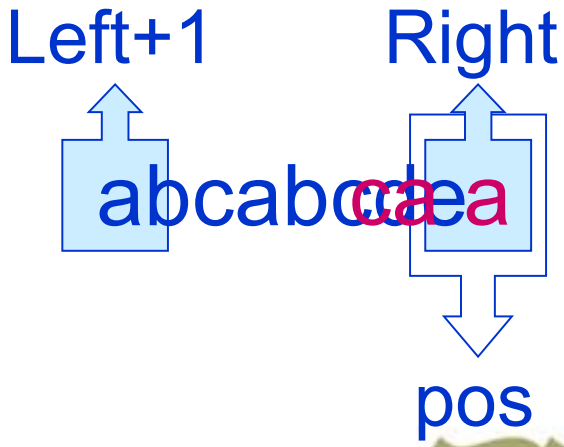
- 举例
  - 模式串为
    - “ abcd” 和
    - “ bcde”
  - TreeA



编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Shift	4	3	2	1	1	3	2	1	4

主算法二（续）

- **T=“abcabcde”， Left=0, Right=4, P=1**
- **从 Right 到 Left+1 逆向进行 ScanB**
  - **“a”为“有效的”**
  - **“ca”为“无效的”，所以 pos=4 。**

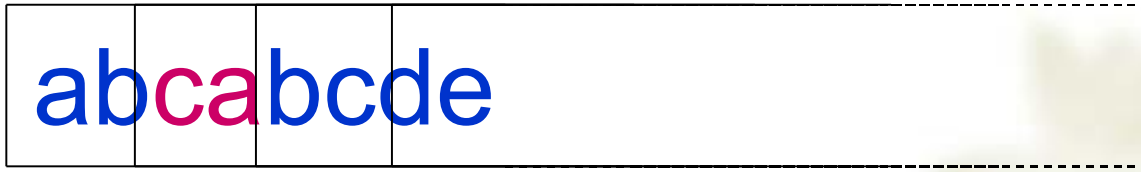


模式串
“abcd” “bcde”

ca 没出现

主算法二（续）

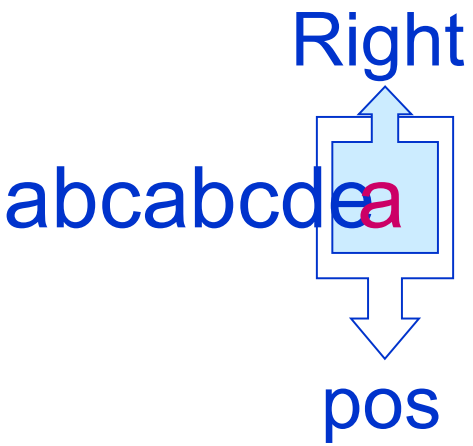
- 1..3 的正文位置上，不可能出现模式的匹配



- ScanA 的检索需要从 TreeA 根结点重新开始， P 指针重置为 TreeA 的根结点。

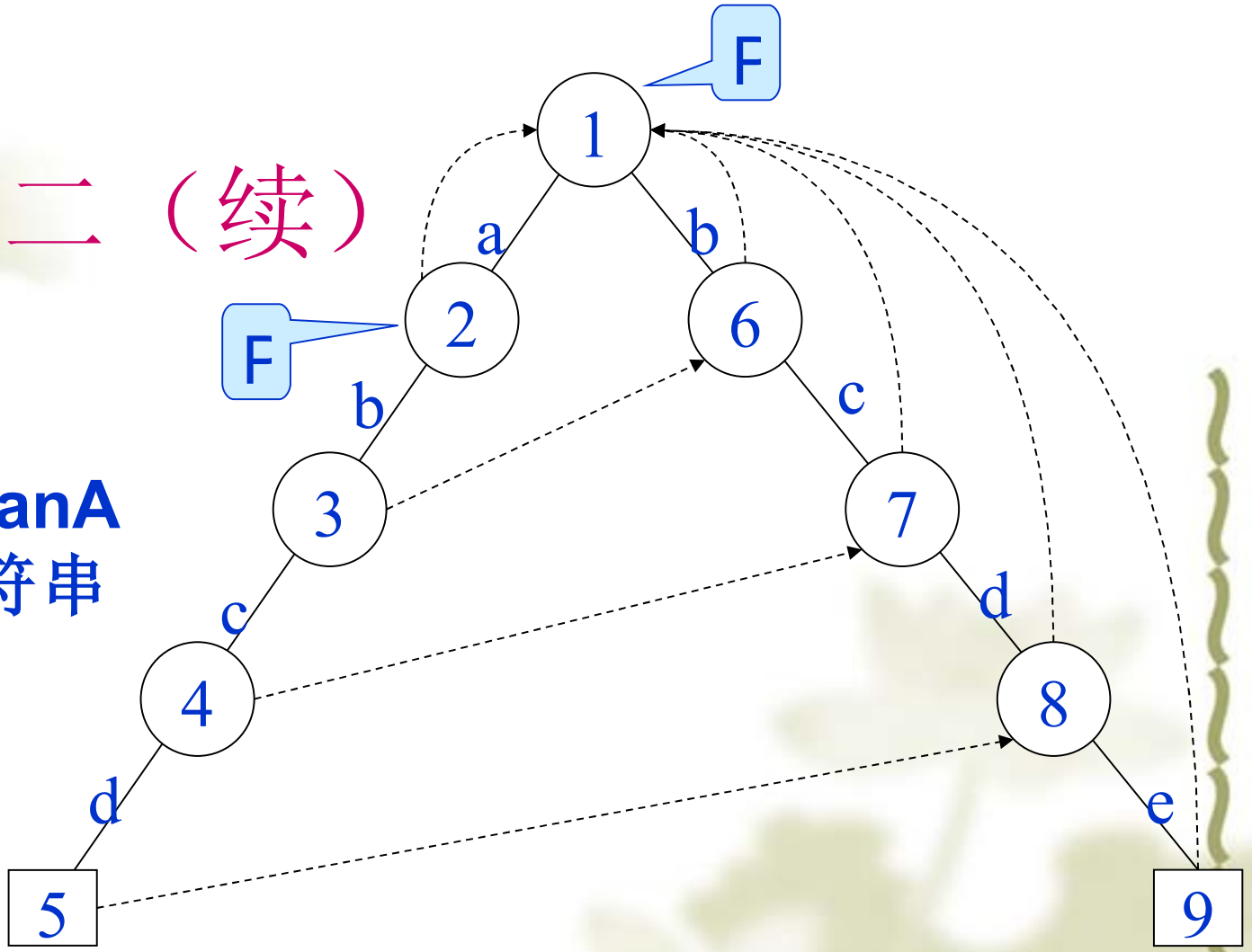
主算法二（续）

- 从 **pos** 到 **Right** 进行 **ScanA** 检索



主算法二（续）

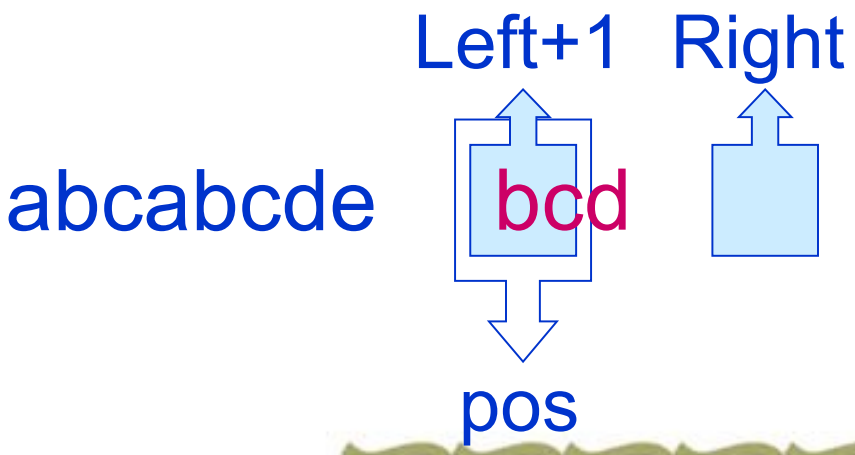
- 阶段 1：
  - 正向 ScanA 检索字符串 “ a”



编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Shift	4	3	2	1	1	3	2	1	4

主算法二（续）

- **T=“abcabcde”**
  - **Left = 4, Right = Left + Shift[P] = 7, P = 2**
- **从 Right 到 Left+1 逆向进行 ScanB**
  - **有“ bcd”为“有效的”，所以 pos=5 。**



模式串

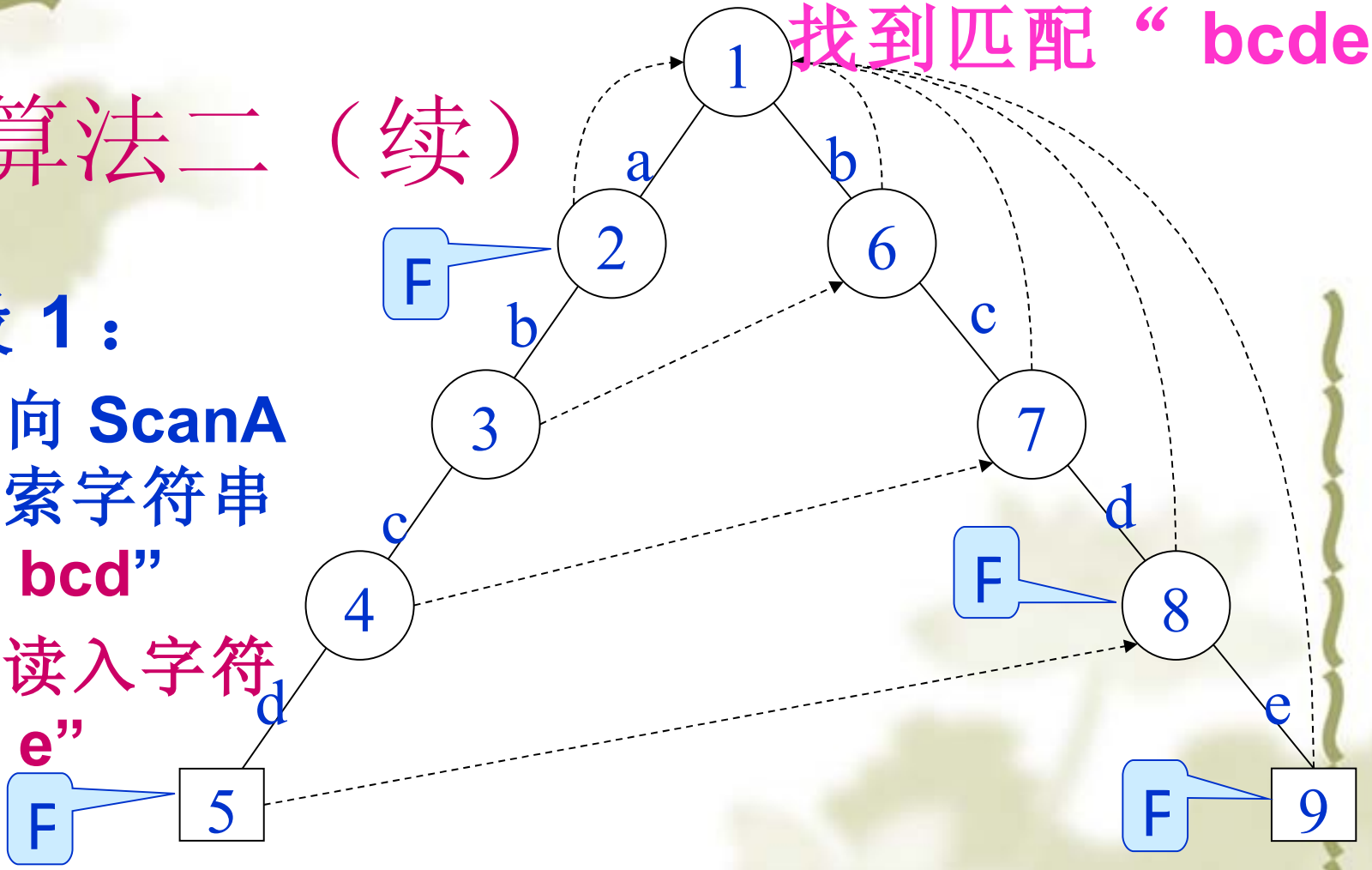
“abcd” “bcde”

pos=L+1

主算法二（续）

找到匹配“ abcd”
找到匹配“ bcde”

- 阶段 1：
  - 正向 ScanA 检索字符串“ bcd”
  - 再读入字符“ e”



编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Shift	4	3	2	1	1	3	2	1	4

主算法二（续）

- 时间复杂度分析：
  - 设最短的模式串长度为 θ
  - 最坏情况 O(N)
  - 设所有的模式串长度均为 θ， θ 足够大时，若正文随机。
  - ScanB 将所有的 T[Left+1..Right] 的字符扫描完毕的概率并不大，可以证明平均复杂度：

$$O(\frac{n \cdot \log_{26} \theta}{\theta})$$

算法总结——启示 1

- $\frac{\theta}{2}$ 的使用
  - 变大—— $\frac{2\theta}{3}$

中间值！

  - **ScanA** 将很难退出，平均复杂度变大！
  - 变小—— $\frac{\theta}{3}$

  - **Right-Left** 的差变小，**ScanB** 的 **pos** 回到 **Left+1** 的可能性变大，平均复杂度变大！

算法总结——启示 2

- 优劣得所的思想
- 算术平均数 ——本算法
- 几何平均数 ——Editor 块状链表
- 不断更新的数组 A[1..10000]，求 max{A[1..i]}
  - 更新： O(10000) 。取值： O(1)
  - 二叉树（不易实现）
  - max1[i] 记录 A[1*100~(i-1)*100] 中的最大值
  - 更新： O(100) 。取值： O(100)

启示

- 一条铁链的强度，决定于最弱的铁环的强度
  一个水桶的水量，决定于最短的竹片的长度
- 在算法深度达到一定程度的前提下，我们应该将算法的广度拓宽，多种算法并用，从最弱的点找到解决问题的钥匙。
- 只要不断地从瓶颈处突破，解题将会“有山就有路，有河就能渡”！

That’s all!

Thank you for listening.