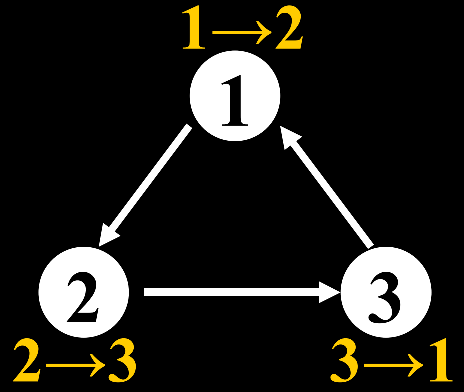
POI0110 跳舞蝇

广西柳铁一中　黄芸

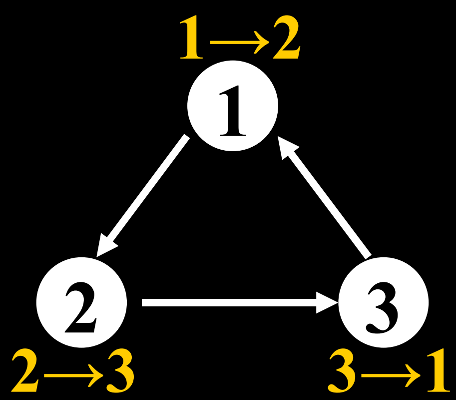
题目

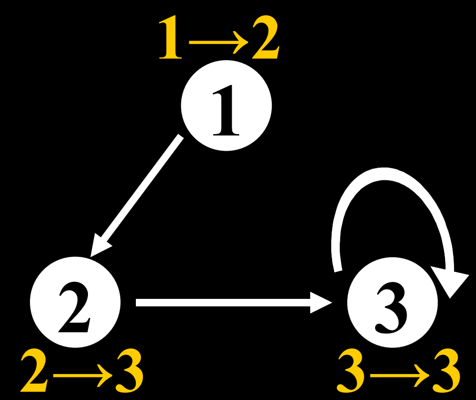
有一种奇妙的跳舞蝇。它们表演跳舞时，人们会先在桌上放n枚硬币。硬币从1至n编号。每枚硬币旁边都有一行题字：i→j，i是这枚硬币的编号，j是站在硬币i上的舞蝇下一步应该飞往的硬币编号。人们在每个硬币上放一只舞蝇，然后舞蝇就按照题字开始跳舞。

可见，硬币的题字确定了跳舞蝇的表演。然而，对硬币不同的设置也可能导致相同的表演，只要适当调整硬币。



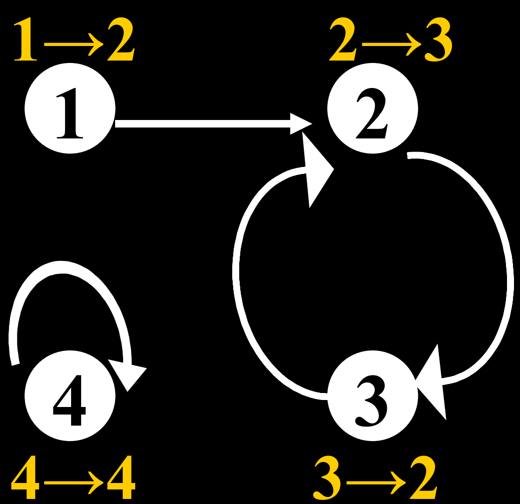
例一

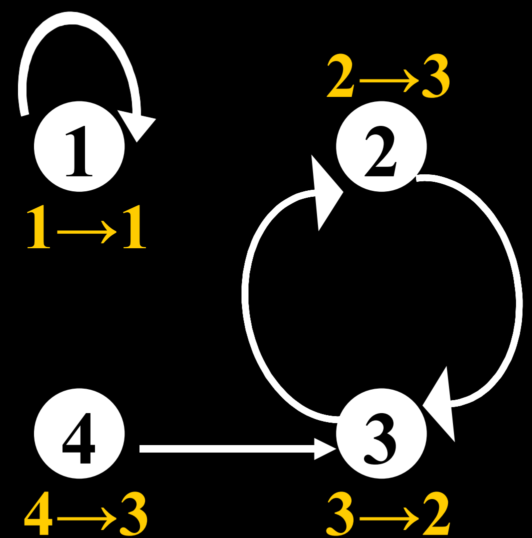




表演不相同

例二





表演相同

任务　请编写一个程序

- 对给出的两组硬币设置，验证是否能适当调整硬币，使跳舞蝇给出相同的表演。

能够， 输出“ T”；
不能，输出“ N”。

输入输出格式

Pch . in

2	任务数 d
3	硬币数 n
2 3 1	
2 3 3	
4	硬币数 n
2 3 2 4	
1 3 2 3	

Pch . out

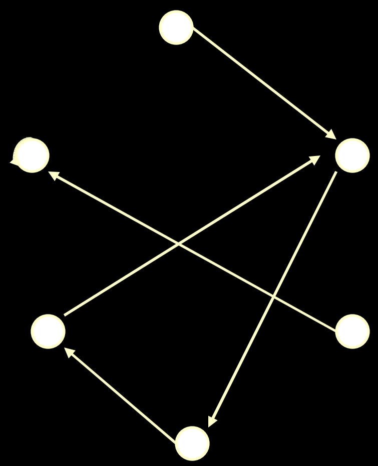
N	表演不相同
T	表演相同

数据规模

1<=d<=100　　　1<=n<=2000

题意的抽象：

- N枚硬币；
- 硬币的题字：i→j；
- 硬币的设置决定表演；
- 表演是否相同。



判断两个图是否同构。

同构

- 定义： 图 G1 和 G2，它们的顶点集和边集之间都分别建立了一一对应的关系，并且 G1 的两顶点间的边对应 G2 对应顶点间的边，则称图 G1 和 G2 互为同构。
- 方法：ô††枚举顶点集的对应关系；判断当前关系下的各条边是否一一对应。

  □††时间复杂度为 O（n！）。

对本题 n <= 2000，该方法不可行。

同构

- “同”：相同，本质相同

  判断数字矩阵的本质是否相同

  ô 定义大小关系；

  □ 求出本质相同的最小表示；

  □ 比较最小表示。

最小表示

0011	0101	1010	1100		0011
0 0 1 1	0 1 0 1	1 0 1 0	1 1 0 0	→	0 0 1 1

- “构”：图的构成

  研究本题所指的图的特殊性，期望能应用最小表示的思想。

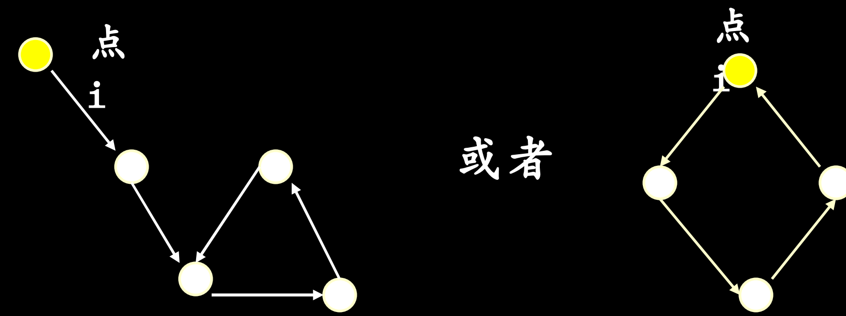
图的特殊性

a. 点的出度均为 1 。

b. 点的类别：

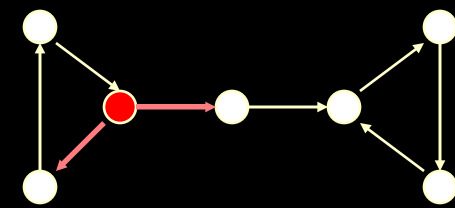
a)．圈上的点；

b)．圈外的点，构成树形，与圈相连.

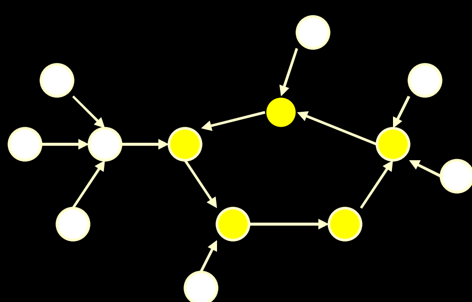


c. 圈与圈之间无边相连．

证明：若两圈相连，则必有一点出度为 2(如图)，与题意矛盾。



d. 这种图由若干个之间无边相连的子图组成，每个子图都是把若干棵树的根结点串成一个圈而构成的。



算法的框架

图 ——→ 子图 ——→ 树

根据图的构成，从小做起，从简单到复杂：

1. 判断树的同构；
2. 判断子图的同构；
3. 判断整个图的同构。

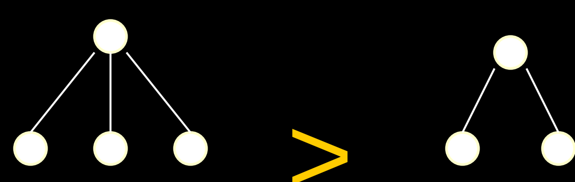
一．判断树的同构

1．定义树的大小：

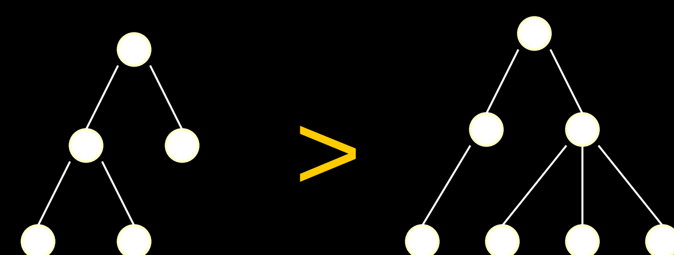
a. 若树A根结点的度数〉树B根结点的度数，
则树A〉树B；

b. 若树A根结点的度数〈树B根结点的度数，
则树A〈树B；

c. 若树A根结点的度数＝树B根结点的度数，
则依次讨论A与B的子树，拥有较大子树的树较大
若当前子树相等，则讨论A与B的下一棵子树。

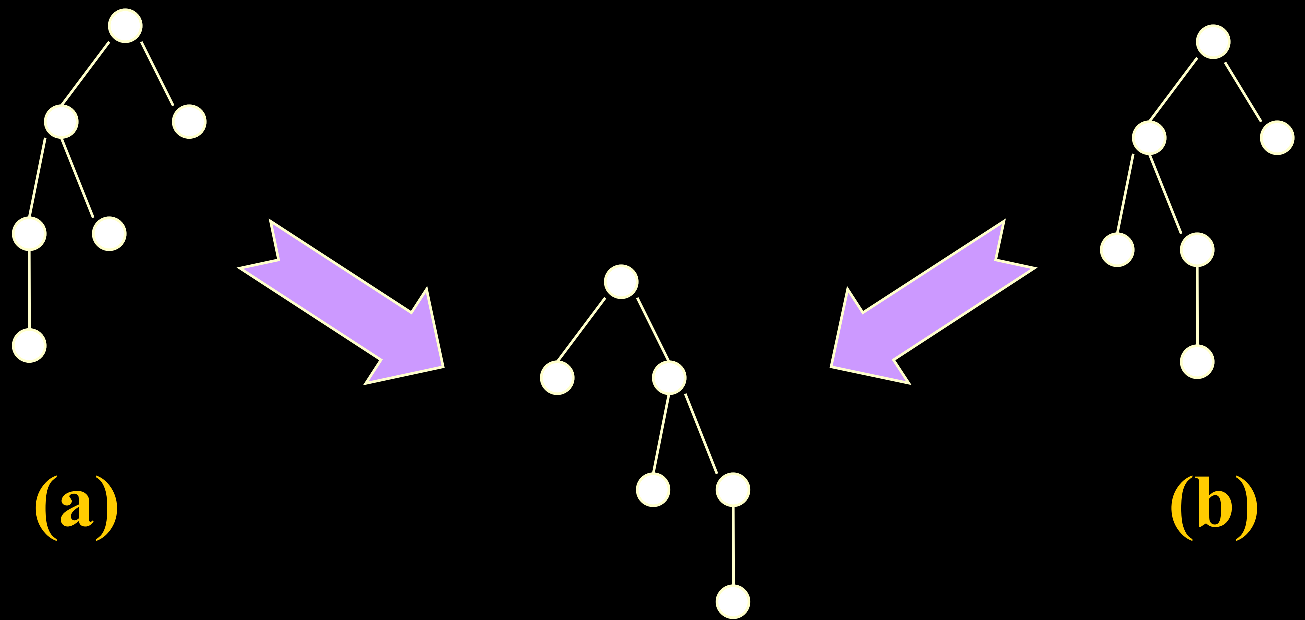


(a) (b)



(a) (b)

2．本质相同的树具有共同的最小表示



3．判断树 A 与树 B 是否同构：

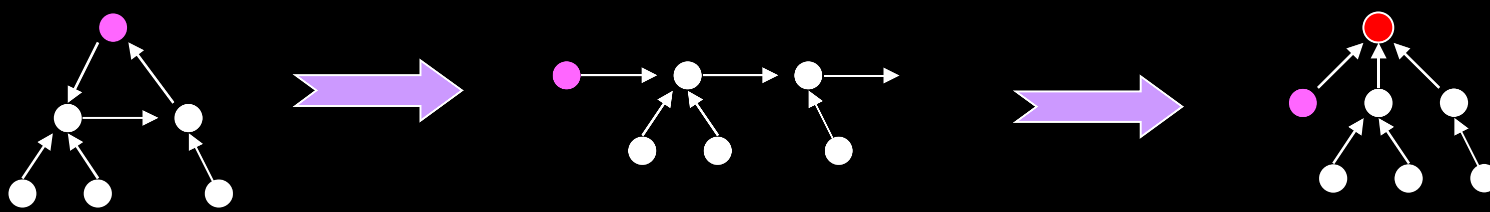
- 分别求出树 A 与树 B 的最小表示 A’和 B’
- 若 A’ = B’，则树 A 与树 B 互为同构；

反之，没有同构关系。

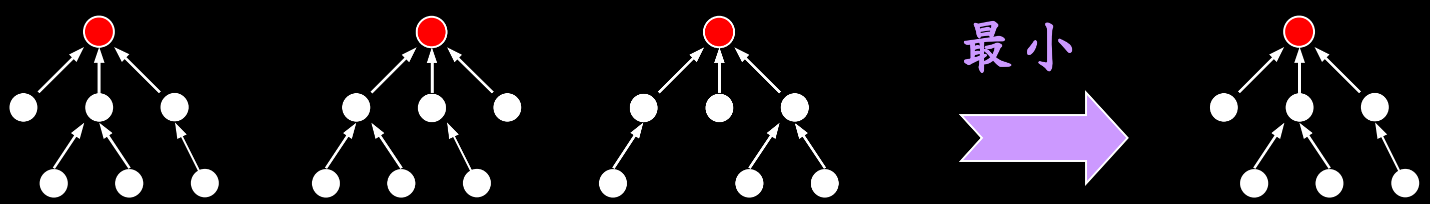
二．判断子图的同构

- 把所有的树均化为其最小表示；

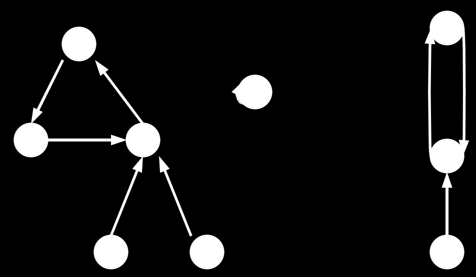
- 把圈断开，把子图化为一棵树；

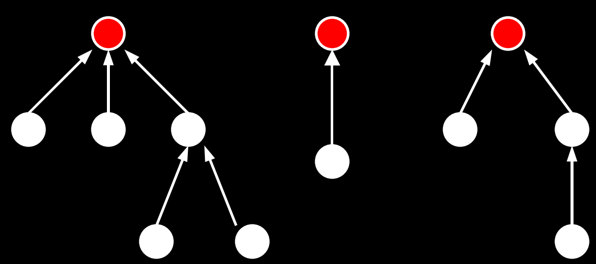


- 求出子图的最小表示；
- 若两子图最小表示相等，则它们互为同构.

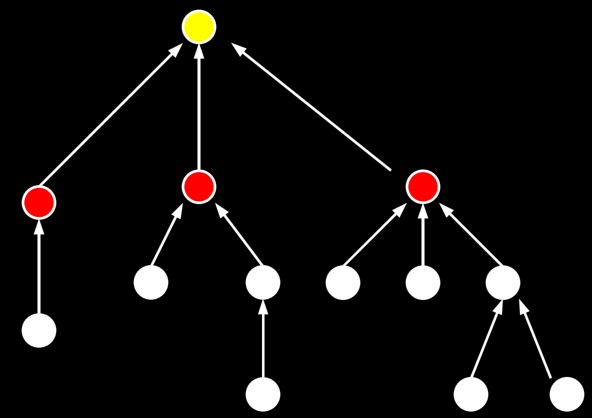


三． 判断图的同构





各子图的最小表示



图的最小表示

归纳

- 对图的处理：
  1. 把图分为若干子图；
  2. 把子图分为若干棵树．

- 主过程
  1. 求树的最小表示

     求子树的最小表示， 对子树排序．
  2. 求子图的最小表示

     断圈， 化成树， 求最小．
  3. 求图的最小表示

     给子图排序， 合并成一棵树．

- 比较两图的最小表示， 判断是否同构．

贯穿整个算法的线索

最小表示

算法的性能分析

空间复杂度：O(n)

时间复杂度： 约为 O(n^3) 。

但受到子图个数，各子图规模的影响，远远达不到 O(n^3) 。

总结

- 触类旁通
- 善于分化问题
- 把握问题的特殊性

谢 谢 ！