6. Markov Chains Sources • MitzenMacher

Intro Discrete markov kæder er en måde at repræsentere random processes. Noget der er gældne for markov kæder er at chancen for at an værdi ved tiden

$$t$$

bliver trukket er kun afhængig af den foregående transition, navnligt har vi at

$$pr(X_t = a_t | X_{t-1} = a_{t-1}, ..., X_{t-n} = a_{t-n}) = pr(X_t = a_t | X_{t-1} = a_{t-1})$$

Ellere rettere, markov kæder er memoryless, den er kun afhængig af sit foregående state men er ikke afhængig af tidligere iterationer.

Representation Vi kan repræsentere markovkæder enten som et graph eller matrix.

Vi kan gå et abitrært antal iterationer frem ved ved at gange transitions matrices med sig selv et bestemt antal gange. Vi kan også finde ud af hvordan et state ser ud, givet en initiel chance for et state, navnligt

$$p(t+m) = p(t) \cdot P^m$$

Sat-2 problems Givet et SAT-2 problem tager det normalt exponentielt tid at løse grundet de forskkelige kombinationer.

Nyt approach: • Lav et random assignment. • Find en clause der ikke er opfyldt. • Skift en af ledene randomly • Hvis vi har en løsning, returner den.

Lad

$$X_i$$

være antallet af assignments der er sat rigtigt, da kan vi udregne chancen for at vælge en rigtig og forkert som.

$$pr(X_i = j+1 | X_i = j) \geq 0.5$$
$$pr(X_i = j-1 | X_i = j) \leq 0.5$$

For at tage worst case afrunder vi begge til at være en halv. Vi kan da notere hvor langt vi er fra at have alle assignments rigte med en random variable

$$Z_j$$

givet at vi har j rigtige assignments. Da har vi

$$Z_n = 0$$
$$Z_0 = Z_1 + 1$$
$$Z_j = \frac{1}{2}(Z_{j+1} + 1) + \frac{1}{2}(Z_{j-1} + 1)$$

Vi kan da løse for alle ligninger med ubekendte.

Stationary distributions Systemer kan konvergerer mod en distribution sådan at der ikke sker nogle ændringer

$$\pi = \pi P^m$$

Vi gør det ved at løse ligninger med n ubekendte.

Random Walk Chancen for at bevæge sig er 1 over alle mulige udgange.