1. Basic Counting Problems Pigeon Hole Principle Pigeon hole principle fortæller os os, at hvis vi har n dueslag og

$$k > n$$

elementer, da vil vi have minimum et dueslag med mere end et element i. Mere generelt. Så kan vi sige at at vi har

$$\lceil \frac{n}{k} \rceil$$

kollisioner. Dette relativt simple koncept kan vi bruge til at løse mere komplekse problemer.

Eksempelvis: Givet at vi har

$$n = k^2 + 1$$

elementer hvert med forskellig vægt, da har vi har minimum k+1 af dem vil være i enten stigende eller faldende rækkefølge.

Proof by contradiction:

$$S = \{a_0, a_1, ..., a_i, ..., a_n\}$$

$$\forall a_j \in S : (I_j, D_j)$$

Givet at vi maximalt tilader k elementer i enten increasing eller decreasing order, kan vi med produkt rule udregne antallet af tuple der potentielt kan være

$$k^2$$

og på grund af pigeon hole principle har vi at

$$2^k < n \to \exists (I_i, D_i), (I_j, D_j) : I_i = I_j \vee D_i = D_j$$

Såfremt at en af disse to er lige, kan vi fra vores initielle antagelse om at alle er distinct konkluderer, at deres weights ikke er lige. Hvis de ikke er lige, så ville den ene have bidraget til den andens increasing eller decresing sequence. Det er en modstrid og derfor må den eksistere.