Mv

2.

$$\frac{d^2 f(x_1)}{dx^2} = \frac{\dfrac{f((x+h)+h) - f((x-h)+h)}{2h} - \dfrac{f((x+h)-h) - f((x-h)-h)}{2h}}{2h}$$

$$= \frac{\dfrac{f(x+2h) - f(x) - f(x) + f(x-2h)}{2h}}{2h}$$

$$= \frac{f(x_1+2) - 2f(x_1) + f(x_1-2)}{4h^2}$$

//

Se utilizan los puntos +2 y -2 para moverse hacia cualquier lado (Izquierda o derecha)

5.

$$D^4 f(x_i) = \frac{f(x_j+2) - 4f(x_j+1) + 6f(x_j) - 4f(x_j-1) + f(x_j-2)}{h^4}$$

Expansion de Taylor

$$f(x_j+2) = f(x_j) + 2h f'(x_j) + \frac{(2h)^2}{2!} f''(x_j) + \frac{(2h)^3}{3!} f'''(x_j) + \frac{(2h)^4}{4!} f^4(x_j) + O(h^5)$$

$$f(x_j+1) = f(x_j) + h f'(x_j) + \frac{h^2}{2!} f''(x_j) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_j) + \frac{h^4}{4!} f^4(x_j) + O(h^5)$$

$$f(x_j-1) = f(x_j) - h f'(x_j) + \frac{h^2}{2!} f''(x_j) - \frac{h^3}{3!} f'''(x_j) + \frac{h^4}{4!} f^4(x_j) + O(h^5)$$

$$f(x_j-2) = f(x_i) - 2h f'(x_j) + \frac{(2h)^2}{2!} f''(x_j) - \frac{(2h)^3}{3!} f'''(x_i) + \frac{(2h)^4}{4!} f^4(x_j) + O(h^5)$$

Sostituir en: $f(x_j+2) - 4f(x_j+1) + 6f(x_j) - 4f(x_j-1) + f(x_j-2)$

2.

~~Expandimos $f(x_i+2)$ y $f(x_i-2)$~~

$$\cancel{f(x_i+2) = f(x_i) + 2h\, f'(x_i) + \frac{(2h)^2}{2!} f''(x_i) + \frac{(2h)^3}{3!} f'''}$$

Tenemos: al cancelar los terminos de orden 3 o menor

$$\frac{32+6-16-16}{24} h^4 f^4(x_i) + O(h^6)$$

$$= h^4 f^4 (x_j) + O(h^6)$$

error de truncacion $O(h)^2$

Orden de aproximacion $O(h^4)$