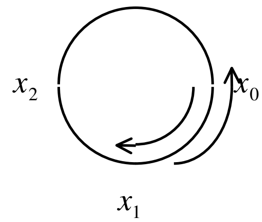
$f[x_0, x_1, x_2] = f[x_1, x_2, x_0] = f[x_2, x_0, x_1] = f[x_2, x_1, x_0] = f[x_1, x_0, x_2]$



I) Forma de Newton para o Polinômio Interpolador.

Seja $f(x) \in C^\circ$ e com tantas derivadas contínuas quantas forem necessárias em [a,b]. Sejam a = $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$ = b , (n + 1) pontos. Construiremos o polinômio p_n que interpola $f(x)$ em $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$.

Iniciaremos a construção obtendo $p_0(x)$ que interpola $f(x)$ em $x = x_0$. E assim, sucessivamente, construiremos $p_k(x)$ que interpola $f(x)$ em $x_0, x_1, \dots, x_k$; $k = 0, 1, \dots, n$ sendo que :

Teorema 4.3.1-3 : $P_{k+1} = P_k(x) + (x - x_0) \dots (x - x_k) \,.\, f(x_0, x_1, \dots, x_k, x_{k+1})$ (4.3.1-4)

dem.: Seja $p_0(x)$ o polinômio de grau zero que interpola $f(x)$ em $x = x_0$. Então

$$p_0(x) = f(x_0) = f[x_0] \qquad (4.3.1\text{-}5)$$

Temos que para $\forall\, x \in$ [a,b] , $x \neq x_0$:

$$f[x_0, x] = \frac{f[x] - f[x_0]}{x - x_0} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \qquad (\Rightarrow)$$

$(\Rightarrow)$ $f(x) = f(x_0) + (x - x_0).f[x_0, x]$ $(\Rightarrow)$ $f(x) = p_0(x) + (x - x_0).f[x_0, x]$

$$\boxed{E_0 = (x - x_0).f[x_0, x]}$$

$E_0 = f(x) - p_0(x)$: erro cometido ao se aproximar $f(x)$ por $p_0(x)$. Agora, considere $p_1(x)$, o polinômio de grau 1, que interpola $f(x)$ em x_0, x_1. Temos que :

$$f[x_0, x_1, x] = f[x_1, x_0, x] = \frac{f[x_0, x] - f[x_1, x_0]}{x - x_1} =$$