RISPOSTE ALLE DOMANDE E AGLI ESERCIZI SUL CAPITOLO 7 DI KREPS "MICROECONOMIA PER MANAGER"

Le risposte sono in carattere più piccolo e in grassetto per distinguerle dalle domande.

DOMANDE

1. Spiegate in dettaglio il ruolo dei prezzi in un meccanismo di scambio di concorrenza perfetta.

In un mercato in concorrenza perfetta i prezzi forniscono tutta e sola l'informazione necessaria ai consumatori per scegliere. Infatti il consumatore razionale in concorrenza perfetta eguaglia il rapporto tra i prezzi al Saggio Marginale di Sostituzione. La cosa interessante è che in concorrenza perfetta, se tutti i consumatori fronteggiano gli stessi prezzi, allora tutti i saggi marginali di sostituzione in equilibrio sono uguali. Quindi è il sistema dei prezzi che in concorrenza perfetta garantisce in equilibrio l'eguaglianza tra SMS che a sua volta implica la Pareto efficienza.

2. Discutete i possibili esiti di diversi meccanismi di cambio usando la scatola di Edgeworth.

Qualsiasi sia il meccanismo di scambio, non è possibile che generi allocazioni che fanno stare peggio gli scambisti rispetto alla loro allocazione iniziale. Quindi ogni scambio deve generare allocazioni nell'insieme dei cosiddetti "guadagni dello scambio". Senza considerare specifici meccanismi, cioè istituzioni, di scambio non possiamo fare previsioni più precise. Ad esempio se assumiamo che lo scambio sia Pareto efficiente, allora possiamo concludere che le allocazioni di scambio saranno nel "cuore". In particolare se lo scambio si basa su prezzi dati, che non variano al variare delle quantità e senza razionamenti in acquisto o in vendita, allora si ottiene una allocazione specifica all'interno del cuore, quella di equilibrio di concorrenza perfetta.

3. Spiegate con cura il significato del secondo teorema fondamentale dell'economia del benessere.

Il secondo teorema fondamentale dell'economia del benessere afferma che qualsiasi allocazione efficiente può essere ottenuta come equilibrio di concorrenza perfetta tramite un'opportuna redistribuzione delle dotazioni iniziali. Questo risultato significa che nei problemi di puro scambio, l'efficienza e l'equità sono due obiettivi logicamente separati che possono essere ottenuti con due diversi strumenti: il primo tramite la concorrenza perfetta, il secondo tramite la redistribuzione delle dotazioni iniziali. Ovviamente le informazioni richieste per l'uso di questi due strumenti al fine di raggiungere l'obiettivo di allocazioni efficienti ed eque sono molto diverse: il secondo strumento richiede una conoscenza perfetta delle preferenze degli scambisti, il primo no.

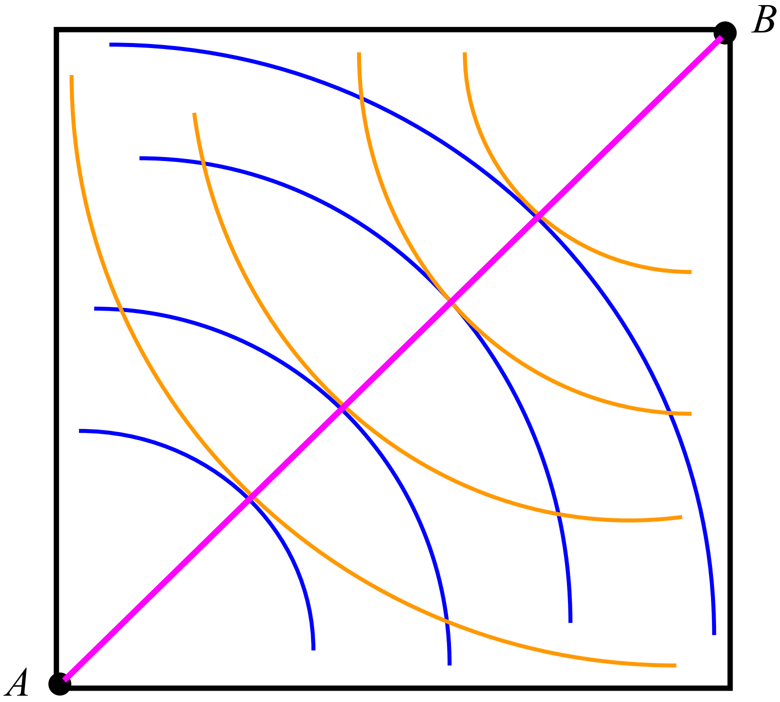
ESERCIZI

1. Si consideri una situazione di puro scambio con due individui caratterizzati dalla seguenti funzioni di utilità e dotazioni iniziali:

- **individuo A:** dotazione iniziale di 5 unità del bene 1 e 5 unità del bene 2
  $U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^B$
- **individuo B:** dotazione iniziale di 5 unità del bene 1 e 5 unità del bene 2
  $U^B(x_1^B, x_2^B) = \log(x_1^B) + \log(x_2^B)$.
  a. Calcolate la curva dei contratti e l'insieme delle allocazioni Pareto efficienti per questa situazione di puro scambio, rappresentandole geometricamente.

La curva dei contratti coincide con l'insieme delle allocazioni Pareto efficienti. Per trovare la curva dei contratti dobbiamo uguagliare i SMS insieme con la condizione di fattibilità. La curva dei contratti è descritta dalla condizione

$$\begin{cases} SMS^A = SMS^A \\ x_1^B + x_1^A = 10 \\ x_2^B + x_2^A = 10 \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{x_2^A}{x_1^A} = \dfrac{x_2^B}{x_1^B} \\ x_1^B + x_1^A = 10 \\ x_2^B + x_2^A = 10 \end{cases} = \begin{cases} (10 - x_1^A)x_2^A = x_1^A(10 - x_2^A) \\ x_1^B = 10 - x_1^A \\ x_2^B = 10 - x_2^A \end{cases} = \begin{cases} x_2^A = x_1^A \\ x_1^B = 10 - x_1^A \\ x_2^B = 10 - x_2^A \end{cases}$$



b. Trovate le funzioni di domanda dei due individui e l'equilibrio di concorrenza perfetta per questa situazione di puro scambio e rappresentate i risultati geometricamente.

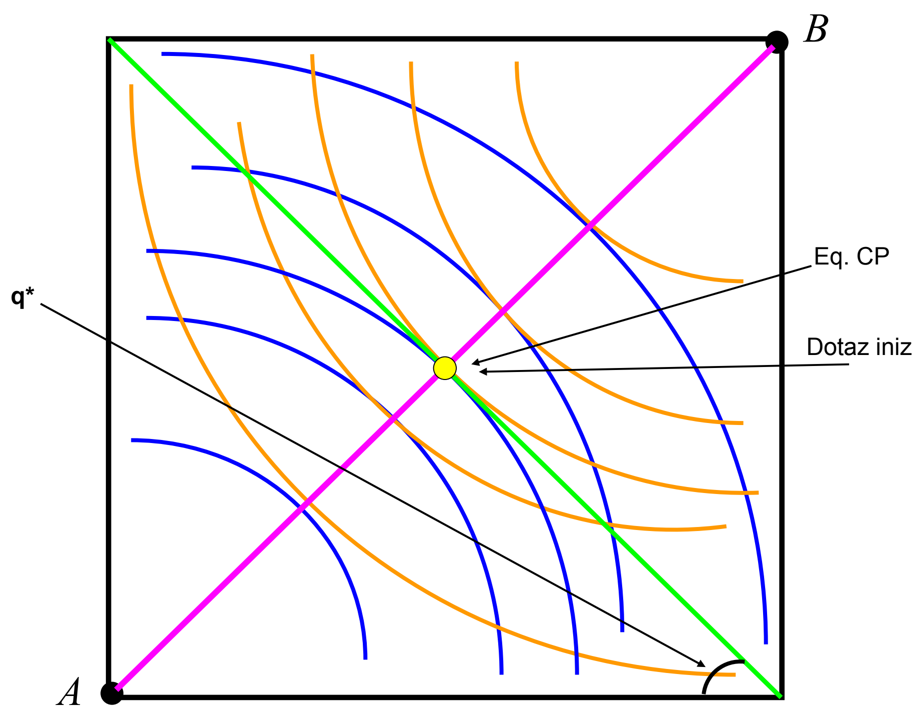
In primo luogo troviamo le funzioni di domanda:

Agente A: $\begin{cases} \dfrac{1}{p_1 x_1^A} = \dfrac{1}{p_1 x_2^A} \\ p_1 x_1^A + p_2 x_2^A = 5p_1 + 5p_2 \end{cases}$ **che implica** $\begin{cases} x_2^A(p_1,p_2) = \dfrac{5p_1}{2p_2} + \dfrac{5}{2} \\ x_1^A(p_1,p_2) = \dfrac{5p_2}{2p_1} + \dfrac{5}{2} \end{cases}$.

Agente B: $\begin{cases} \dfrac{x_2^B}{p_1} = \dfrac{x_1^B}{p_2} \\ p_1 x_1^B + p_2 x_2^B = 5p_1 + 5p_2 \end{cases}$ **che implica** $\begin{cases} x_2^B(p_1,p_2) = \dfrac{5p_1}{2p_2} + \dfrac{5}{2} \\ x_1^B(p_1,p_2) = \dfrac{5p_2}{2p_1} + \dfrac{5}{2} \end{cases}$.

Consideriamo l'equilibrio sul mercato del bene 2: $x_2^A(p_1,p_2) + x_2^B(p_1,p_2) = 10 = \dfrac{5p_1}{p_2} + 5$ **che implica** $\left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^* = 1, x_1^{A*} = x_2^{A*} = x_1^{B*} = x_2^{B*} = 5.$

L'equilibrio coincide con il punto di dotazione iniziale:



c. Determinate l'equilibrio quando l'agente B è monopolista e rappresentatelo geometricamente. Spiegate perché l'equilibrio di concorrenza perfetta, l'equilibrio di monopolio e la dotazione iniziale coincidono.

Per semplicità poniamo $\frac{p_1}{p_2} =: q$. Se B è il monopolista e quindi stabilisce il prezzo di scambio, allora A risponde prendendo il prezzo come dato e sulla base di questo massimizza la propria utilità. In altre parole A si comporta esattamente come in concorrenza perfetta, cioè secondo le funzioni $x_1^A(q) = \frac{5}{2q} + \frac{5}{2}$ e $x_2^A(q) = \frac{5}{2}q + \frac{5}{2}$ derivate prima. Di conseguenza B anticipa questo comportamento di A e stabilisce un prezzo *q* che massimizza la propria utilità data la quantità totale di risorse disponibili per lo scambio e dato il comportamento di A.
Quindi in questo esempio B stabilisce un prezzo *q* che

1. **massimizza** $U^B(x_1^B, x_2^B) = \log(x_1^B) + \log(x_2^B)$ **sapendo che**
2. $x_1^A + x_1^B = 10$, $x_2^A + x_2^B = 10$, $x_1^A(q) = \frac{5}{2q} + \frac{5}{2}$, $x_2^A(q) = \frac{5}{2}q + \frac{5}{2}$.

Sostituendo questi vincoli, espressi in modo sintetico come $x_1^B(q) = -\frac{5}{2q} + \frac{15}{2}$ **e come** $x_2^B(q) = -\frac{5}{2}q + \frac{15}{2}$**, nella funzione di utilità di B, si ottiene**

$$U^B(q) = \log\left(\frac{15q-5}{2q}\right) + \log\left(\frac{15-5q}{2}\right).$$

Ponendo la derivata prima pari a zero si ottiene $\frac{du^B(q)}{dq} = \frac{2q}{15q-5} \times \left(\frac{30q - 30q + 10}{4q^2}\right) + \frac{2}{15-5q} \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 0$ **che implica** $\frac{10}{2q(15q-5)} - \frac{5}{15-5q} = \frac{150 - 50q - 150q^2 + 50q}{2q(15q-5)(15-5q)} = 0$, **quindi** $150 - 150q^2 = 0$, **cioè** $q^2 = 1$,

che ha una sola soluzione economicamente significativa: $q^{M^B} = 1$, **cioè la stessa soluzione di concorrenza perfetta.**

Quindi l'equilibrio di concorrenza perfetta, l'equilibrio di monopolio e la dotazione iniziale coincidono: il fatto è che la dotazione iniziale è Pareto efficiente e quindi non esistono possibilità di scambiare, qualsiasi sia il meccanismo di scambio usato.

Graficamente il problema del monopolista B è portarsi sulla curva di indifferenza più alta possibile avendo come vincolo la curva prezzo consumo dell'altro agente economico, ottenendo lo stesso disegno dell'equilibrio di concorrenza perfetta.

2. Considerate una situazione di puro scambio con due consumatori caratterizzati dalle seguenti funzioni di utilità e dotazioni iniziali:

   Consumatore A: $u^A(p^A, s^A) = \min\{p^A, s^A\}$ $\quad e^A = (8; 2)$

   Consumatore B: $u^B(p^B, s^B) = p^B + s^B$ $\quad e^B = (4; 4)$

   Disegnate e calcolate

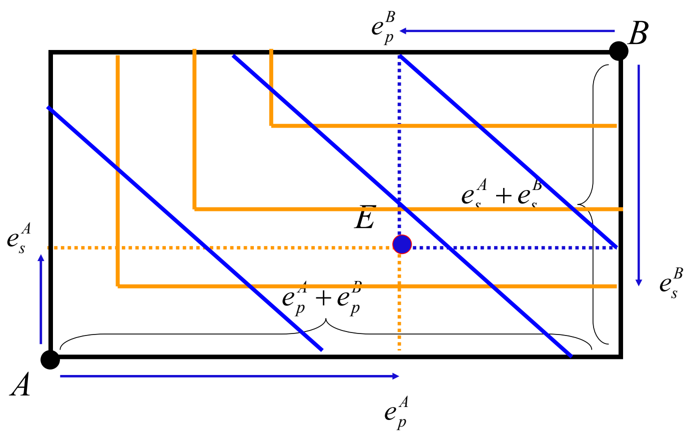
   a. la scatola di Edgeworth

La scatola di Edgeworth rappresenta le allocazioni fattibili e le preferenze degli scambisti. È raffigurata da un rettangolo

- **la cui base è la somma delle dotazioni iniziali di A e B di p,**
- **la cui altezza è la somma delle dotazioni iniziali di A e B di s,**
- **dalla mappa di curve di indifferenza dei due scambisti.**

In questo caso la base è $e_p^A + e_p^B = 8 + 4 = 12$, l'altezza è $e_s^A + e_s^B = 2 + 4 = 6$, quindi abbiamo un rettangolo al cui interno sono rappresentate le mappe di curve di indifferenza di A e B, che sono complementi perfetti 1 con 1 per A e sostituti perfetti 1 a 1 per B.

Graficamente:



   b. l'insieme dei possibili guadagni dallo scambio

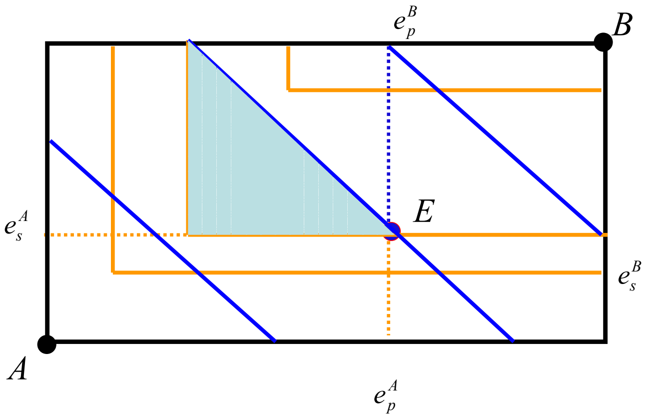
I due scambisti con la dotazione iniziale hanno utilità:

$$u^A(8;2) = \min\{8,2\} = 2 \quad \text{e} \quad u^B(4;4) = 4 + 4 = 8.$$

L'insieme dei possibili guadagni dello scambio è rappresentato dalle allocazioni che soddisfano le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} \min\{p^A, s^A\} \geq 2 \\ p^B + s^B \geq 8 \\ p^A + p^B \leq 12 \\ s^A + s^B \leq 6. \end{cases}$$

Graficamente è l'insieme tratteggiato nella seguente scatola di Edgeworth:



c. la curva dei contratti

La curva dei contratti è l'insieme delle allocazioni fattibili che eguagliano il saggio marginale di sostituzione degli scambisti. Nell'esercizio lo scambista A però non ha preferenze con saggio marginale di sostituzione perché sono del tipo complementi perfetti. In questo caso al condizione è sostituita dall'eguaglianza tra gli argomenti del minimo:

$$s^A = p^A$$

e

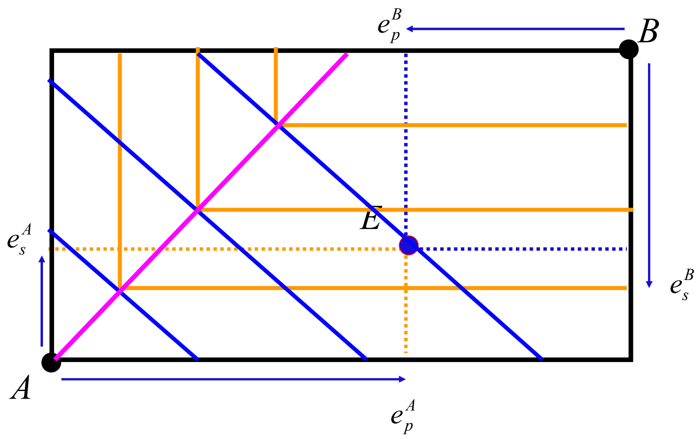
$$SMS^B = \frac{\partial u^B / \partial p^B}{\partial u^B / \partial s^B} = \frac{1}{1} = 1..$$

Quindi la curva dei contratti deve soddisfare le seguenti condizioni: $\begin{cases} s^A = p^A \\ p^A + p^B = 12 \\ s^A + s^B = 6 \end{cases}$.

Pertanto nell'esercizio la curva dei contratti è caratterizzata dalle condizioni di fattibilità e dalla funzione:

$$s^A = p^A.$$

Graficamente:



d. l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti

In una situazione di puro scambio, l'insieme delle allocazioni Pareto efficienti coincide con l'insieme delle allocazioni poste lungo la curva dei contratti, quindi soddisfa le seguenti condizioni trovate prima:

$$\begin{cases} s^A = p^A \\ p^B = 12 - p^A \\ s^B = 6 - s^A. \end{cases}$$

e. l'allocazione e il prezzo di equilibrio di concorrenza perfetta

Per determinare l'equilibrio di concorrenza perfetta, se esiste, in primo luogo dobbiamo trovare i desideri di scambio dei consumatori ai diversi possibili prezzi. In altre parole si devono trovare i panieri che massimizzano l'utilità del consumatore per un dato prezzo, cioè dobbiamo calcolare i panieri che soddisfano l'eguaglianza dei valori soggettivi dei beni distintamente per i due scambisti.
I panieri desiderati da A soddisfano i seguenti sistemi di equazioni, dove p_p e p_s indicano rispettivamente il prezzo del pane e del salame e q indica il prezzo relativo p_p/p_s.:

$$\begin{cases} s^A = p^A \\ p_p p^A + p_s s^A = 8p_p + 2p_s \end{cases} = \begin{cases} s^A = p^A \\ qp^A + s^A = 8q + 2 \end{cases} = \begin{cases} s^A*(q) = \dfrac{8q+2}{q+1} \\ p^A*(q) = \dfrac{8q+2}{q+1}. \end{cases}$$

Analogamente i panieri desiderati da B soddisfano i seguenti sistemi di equazioni, dove p_p e p_s indicano rispettivamente il prezzo del pane e del salame e q indica il prezzo relativo p_p/p_s, sistemi che dipendono dal fatto che l'individuo B ha preferenze del tipo *sostituti perfetti,* secondo le quali il valore soggettivo dei beni è costante e in questo caso pari a 1. In questo caso si domanda o solo il bene 1 o solo il bene 2, a seconda che il valore soggettivo del bene 1 sia maggiore o minore del valore soggettivo del bene 2. Usando questa soluzione e il vincolo di bilancio, è immediato derivare le seguenti funzioni di domanda:

$$p^B(q) = \begin{cases} 4 + \dfrac{4}{q} & se \quad q < 1 \\ [0,8] & se \quad q = 1 \\ 0 & se \quad q > 1 \end{cases}$$

e

$$s^B(q) = \begin{cases} 4q+4 & se \quad q>1 \\ [0,6] & se \quad q=1 \\ 0 & se \quad q<1. \end{cases}$$

Per definizione in equilibrio i desideri di A e B devono essere compatibili, quindi deve essere soddisfatto il seguente sistema $\begin{cases} p^A(q)+p^B(q)=12 \\ s^A(q)+s^B(q)=6. \end{cases}$**. Per risolverlo dobbiamo distinguere tre casi possibili:**

1. **q<1:** $\begin{cases} p^A(q)+p^B(q)=12 \\ s^A(q)+s^B(q)=6. \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{8q+2}{q+1}+4+\dfrac{4}{q}=12 \\ \dfrac{8q+2}{q+1}+0=6 \end{cases} =$

   $= \begin{cases} 8q^2+2q+4q+4=8q^2+8q \\ 8q+2=6q+6 \end{cases} = \begin{cases} q^*=2 \\ q^*=2 \end{cases}$

   che è incompatibile con la condizione q*<1;

2. **q>1:** $\begin{cases} p^A(q)+p^B(q)=12 \\ s^A(q)+s^B(q)=6. \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{8q+2}{q+1}+0=12 \\ \dfrac{8q+2}{q+1}+4q+4=6 \end{cases} =$

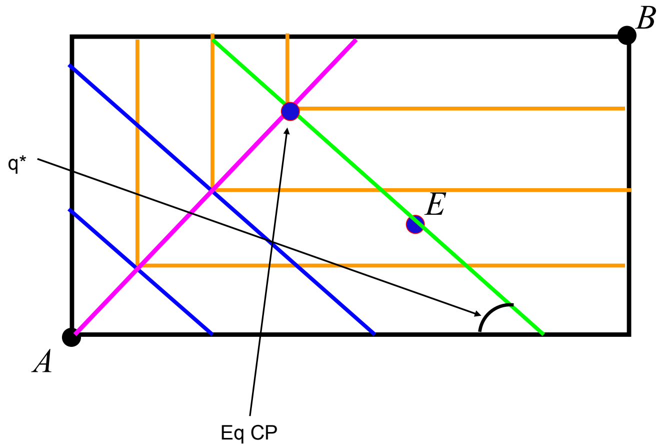
   $= \begin{cases} 8q+2=12q+12 \\ 8q+2=2q-4q^2+2-4q \end{cases} = \begin{cases} q^*=2{,}5 \\ 4q^2=-10q \end{cases}$

   che è ovviamente impossibile;

3. **q=1:** $\begin{cases} p^A(q)+p^B(q)=12 \\ s^A(q)+s^B(q)=6. \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{8+2}{1+1}+p^B=12 \\ \dfrac{8+2}{1+1}+s^B=6 \end{cases} = \begin{cases} p^B=7 \\ s^B=1 \end{cases}$ **che è perfettamente possibile e compatibile con le condizioni** $p^B(1)\in[0,8]$ **e** $s^B(1)\in[0,6]$ **derivate prima.**

Quindi l'equilibrio di concorrenza perfetta è $\begin{cases} q^*=1 \\ p^A{}^*=5 \\ s^A{}^*=5 \\ p^B{}^*=7 \\ s^B{}^*=1. \end{cases}$

Graficamente:



f. l'allocazione e il prezzo di equilibrio di monopolio quando A stabilisce il prezzo

Se A è il monopolista e quindi stabilisce il prezzo di scambio, allora B risponde prendendo il prezzo come dato e sulla base di questo massimizza la propria utilità. In altre parole B si comporta esattamente come in concorrenza perfetta, cioè secondo le funzioni $p^B(q)$ e $s^B(q)$ derivate prima. Di conseguenza A anticipa questo comportamento di B e stabilisce un prezzo *q* che massimizza la propria utilità data la quantità totale di risorse disponibili per lo scambio e dato il comportamento di B.

Quindi in questo esercizio A stabilisce un prezzo *q* che

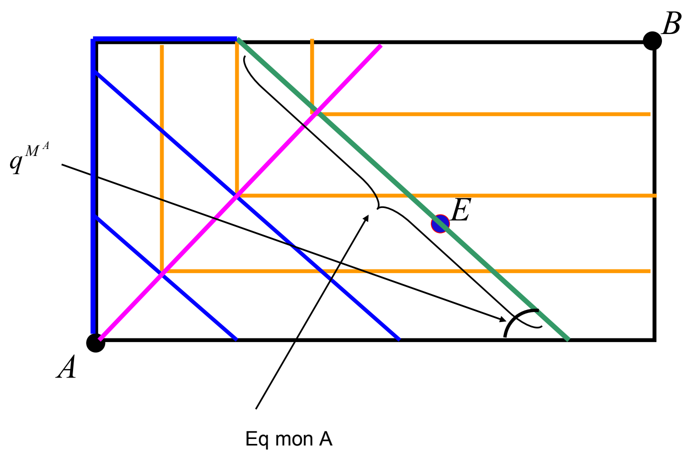
1. **massimizza $u^A(p^A, s^A) = \min\{p^A; s^A\}$ sapendo che**
2. **$p^A+p^B=12$, $s^A+s^B=6$,** $p^B(q) = \begin{cases} 4+\dfrac{4}{q} & se \quad q<1 \\ [0,8] & se \quad q=1 \\ 0 & se \quad q>1 \end{cases}$, $s^B(q) = \begin{cases} 4q+4 & se \quad q>1 \\ [0,6] & se \quad q=1 \\ 0 & se \quad q<1. \end{cases}$

Consideriamo i vincoli (2) e distinguiamo i tre casi in relazione ai possibili valori di q:

1. **q<1:** $p^A = 12-4-\dfrac{4}{q}$ **e** $s^A = 6$. **Sostituendo queste espressioni nella funzione di utilità di A, si ottiene** $u^A(q) = \min\left\{8-\dfrac{4}{q}, 6\right\}$. **Per massimizzare questa espressione si eguagliano gli argomenti del minimo:** $8-\dfrac{4}{q}=6$ **che implica** $q=2$ **che è incompatibile con la condizione q<1;**
2. **q>1:** $p^A = 12$ **e** $s^A = 6-4q-4$. **Sostituendo queste espressioni nella funzione di utilità di A, si ottiene** $u^A(q) = \min\{12, 2-4q\}$. **Per massimizzare questa espressione si eguagliano gli argomenti del minimo:** $12 = 2-4q$ **che implica** $q<0$ **che è impossibile**
3. **q=1:** $p^A = 12-p^B$ **e** $s^A = 6-s^B$. **Sostituendo queste espressioni nella funzione di utilità di A, si ottiene** $u^A(q) = \min\{12-p^B, 6-s^B\}$. **Per massimizzare questa espressione si eguagliano gli argomenti del minimo:** $12-p^B = 6-s^B$ **che implica** $p^B - s^B = 6$ **che è perfettamente possibile e compatibile con le condizioni** $p^B(1) \in [0,8]$ **e** $s^B(1) \in [0,6]$.

Quindi l'equilibrio quando A è monopolista e stabilisce il prezzo è $\begin{cases} q^{M^A} = 1 \\ p^B(q^{M^A}) \in [0,8] \\ s^B(q^{M^A}) \in [0,6] \\ p^A(q^{M^A}) + p^B(q^{M^A}) = 12 \\ s^A(q^{M^A}) + s^B(q^{M^A}) = 6. \end{cases}$

Paradossalmente è possibile che in equilibrio di monopolio A abbia un'utilità inferiore al suo equilibrio di concorrenza perfetta e addirittura all'utilità della sua condizione iniziale: il meglio che A può fare è stabilire anche in monopolio un prezzo pari al suo valore di concorrenza perfetta, *q*=1, ma in questo caso B può scegliere qualsiasi quantità che soddisfi le condizioni precedenti e che può portare A su una curva di indifferenza più bassa.
Graficamente:



g. l'allocazione e il prezzo di equilibrio di monopolio quando B stabilisce il prezzo.

Se B è il monopolista e quindi stabilisce il prezzo di scambio, allora A risponde prendendo il prezzo come dato e sulla base di questo massimizza la propria utilità. In altre parole A si comporta esattamente come in concorrenza perfetta, cioè secondo le funzioni $p^A(q)$ e $s^A(q)$ derivate prima. Di conseguenza B anticipa questo comportamento di A e stabilisce un prezzo *q* che massimizza la propria utilità data la quantità totale di risorse disponibili per lo scambio e dato il comportamento di A.
Quindi in questo esercizio B stabilisce un prezzo *q* che

3. **massimizza $u^B(p^B, s^B) = p^B + s^B$ sapendo che**
4. **$p^A+p^B=12$, $s^A+s^B=6$,** $p^A*(q) = \frac{8q+2}{q+1}$ **e** $s^A*(q) = \frac{8q+2}{q+1}$.

Consideriamo i vincoli (4): $p^B = 12 - p^A = 12 - \frac{8q+2}{q+1} = \frac{4q+10}{q+1}$ **e** $s^B = 6 - s^A = 6 - \frac{8q+2}{q+1} = \frac{4-2q}{q+1}$.

Sostituendo queste espressioni nella funzione di utilità di B, si ottiene

$$u^B(q) = \frac{4q+10}{q+1} + \frac{4-2q}{q+1} = \frac{2q+14}{q+1}$$

Ponendo la derivata prima pari a zero si ottiene

$$\frac{du^B(q)}{dq} = \frac{2(q+1)-(2q+14)}{(q+1)^2} = \frac{2q+2-2q-14}{(q+1)^2} = \frac{-12}{(q+1)^2} < 0$$

sempre. Di conseguenza la funzione di utilità è massimizzata ponendo *q* pari al suo valore minimo possibile: cioè: $q^{M^B}=0$, **che implica** $p^B(q^{M^B})=\frac{8\times 0+2}{0+1}=2$, $s^B(q^{M^B})=\frac{8\times 0+2}{0+1}=2$, $p^A(q^{M^B})=12-\frac{8\times 0+2}{0+1}=10$ **e** $s^A(q^{M^B})=6-\frac{8\times 0+2}{0+1}=4.$

Nell'equilibrio di monopolio quando B stabilisce il prezzo, A è costretto al suo livello di benessere di autarchia. Graficamente: