

LEZIONE 4

Un modello di comportamento per i consumatori

Parte seconda

Mario Gilli

lezione 04

1

CAPITOLO 5

Un modello di comportamento dei consumatori

Parte seconda

■ Grafici:

- curve di indifferenza e
- insiemi di bilancio

Mario Gilli

lezione 04

2

■ RIASSUNTO DELLA PUNTATA PRECEDENTE

- la funzione di utilità del consumatore associa un valore numerico a ogni scelta concepibile
- dato un qualsiasi possibile insieme di scelte, il consumatore sceglie da tale insieme l'opzione che massimizza la sua utilità.
- La funzione di utilità stabilisce un ordine tra le possibili opzioni del consumatore. Due funzioni di utilità che definiscono lo stesso ordine sono equivalenti nel senso che determinano lo stesso comportamento di scelta da parte dei consumatori. In questo senso il modello economico di massimizzazione dell'utilità ipotizza funzioni di utilità ordinali.

Mario Gilli

lezione 04

3

- Nel modello di scelta del consumatore, il denaro non speso può essere incluso quale argomento della funzione di utilità.
- Alcuni specifici casi di funzioni di utilità sono la Cobb-Douglas, i sostituti perfetti e i complementi perfetti.
- Il problema del consumatore consiste nello scegliere il paniere migliore (che massimizza l'utilità) tra tutti quelli che può permettersi, dati i prezzi e le sue risorse monetarie.
- Nella soluzione del problema del consumatore, i valori soggettivi dei beni scelti in quantità strettamente positiva devono essere uguali tra loro e maggiori o uguali ai valori soggettivi dei beni che non vengono consumati.

Mario Gilli

lezione 04

4

- Scrivendo il costo totale del paniere come $p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_kx_k$
- E quindi il *vincolo di bilancio* come $p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_kx_k \leq y$
- Si ipotizza implicitamente che:
 1. **Ogni bene ha un prezzo di mercato**
 2. **I prezzi non variano al variare della domanda del bene**
 3. **le attività di acquisto dello specifico consumatore non hanno alcuna influenza sui prezzi dei beni**
 4. **Il consumatore non viene razionato nelle sue domande dalla disponibilità sul mercato dei beni 1, 2, ..., k**
- Cioè che ci sia **concorrenza perfetta per i consumatori.**

Mario Gilli

lezione 04

5

- Gli economisti giustificano l'utilizzo del modello del consumatore che massimizza l'utilità in termini della sua verosimiglianza. Se il comportamento di scelta del consumatore è conforme a due regole relativamente semplici, il consumatore agisce come se massimizzasse l'utilità.
 - Nella vita reale è possibile osservare violazioni sistematiche a una di queste semplici regole. I consumer marketer e i dirigenti pubblicitari sono ben ricompensati per la loro abilità a manipolare lo schema usato dai consumatori per inquadrare le loro scelte.
 - Gli economisti continuano a utilizzare il modello del consumatore che massimizza l'utilità nella convinzione che le violazioni siano insignificanti o nella speranza che esse non influenzino considerevolmente le conclusioni raggiunte utilizzando i modelli costruiti in questo modo.

Mario Gilli

lezione 04

6

■ ARGOMENTI DI QUESTA LEZIONE

- Questa lezione presenta il modello **geometrico** del consumatore che massimizza l'utilità.
- In particolare presentiamo la rappresentazione geometrica:
 1. della funzione di utilità tramite mappa delle curve di indifferenza
 2. del vincolo di bilancio come retta
- **Obiettivo:** sviluppare la comprensione intuitiva del funzionamento del modello di massimizzazione dell'utilità

Mario Gilli lezione 04 7

■ Le curve di indifferenza (1)

- I grafici seguenti si limitano a rappresentare esempi con due beni, pane e formaggio
- **Due panieri si trovano sulla stessa curva di indifferenza se e solo se hanno la stessa utilità:**
- i panieri di beni posti lungo una curva di indifferenza rappresentano tutti i panieri indifferenti secondo le preferenze del consumatore.

Mario Gilli lezione 04 8

■ Le curve di indifferenza (2)

Mario Gilli lezione 04 9

■ Mappa di curve d'indifferenza (1)

Mappa di curve d'indifferenza: serie completa di curve di indifferenza. Spostandosi verso l'alto e verso destra ci si posiziona su curve di indifferenza con maggior utilità

Le curve d'indifferenza possono intersecarsi?
NO!
Altrimenti le preferenze sono contraddittorie

Mario Gilli lezione 04 10

■ Mappa di curve di indifferenza (2)

- Le funzioni tracciate nel disegno della mappa di curve di indifferenza **non** sono la funzione di utilità u .
- Rappresentano gli insiemi dei punti (p, f) tali che, lungo ogni curva, $u(p, f)$ è pari a una costante,
- la costante è diversa in ogni curva, aumentando di valore mano a mano che si procede verso nord-est.

Mario Gilli lezione 04 11

■ Mappa di curve di indifferenza (3)

■ Esempio:

- se $u(p, f) = 3 \ln(p) + \ln(f)$, allora una curva di indifferenza può essere l'insieme dei punti (p, f) tale che $3 \ln(p) + \ln(f) = 5$.
- Una seconda curva, situata più a nord e a est, potrebbe essere costituita da tutti i punti (p, f) che soddisfano $3 \ln(p) + \ln(f) = 6$,
- e così via.

Mario Gilli lezione 04 12

RELAZIONE TRA MAPPA DI CURVE DI INDIFFERENZA E FUNZIONE DI UTILITÀ

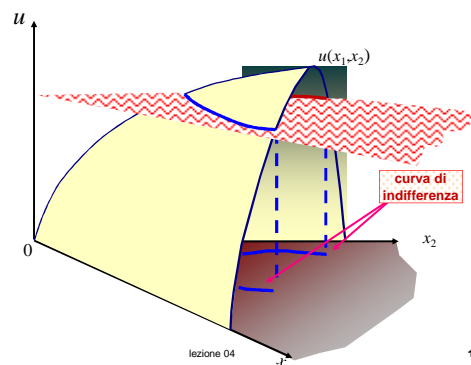
- Possiamo *representare* le preferenze equivalentemente con funzioni di utilità o con mappe di curve di indifferenza.

Mario Gilli

lezione 04

13

Prendiamo un piano ad un livello di utilità dato

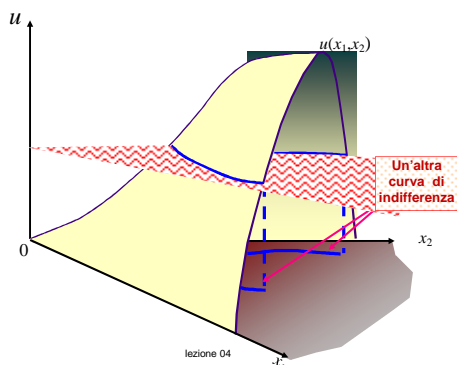


Mario Gilli

lezione 04

14

Ripetiamo l'operazione per un altro livello di utilità dato



Mario Gilli

lezione 04

15

La forma delle curve di indifferenza e il saggio marginale di sostituzione (1)

- Il disegno usuale con le curve di indifferenza che procedono più o meno da nord-ovest a sud-est e sono convesse rispetto all'origine, sono standard.
- La direzione nord-ovest/sud-est è una conseguenza dell'ipotesi che l'utilità è strettamente crescente per i due beni.
- Se invece di considerare due beni avessimo un bene e un male, per esempio denaro e studio, allora le curve di indifferenza avrebbero un'inclinazione positiva.

Mario Gilli

lezione 04

16

La forma delle curve di indifferenza e il saggio marginale di sostituzione (2)

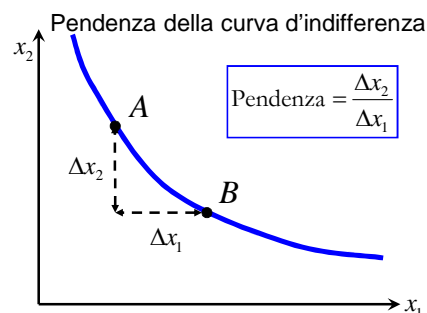
- L'inclinazione delle curve di indifferenza si chiama *saggio marginale di sostituzione* (SMS).
- Il SMS indica di quanto un individuo deve sostituire un bene a un altro per restare indifferente.

Mario Gilli

lezione 04

17

La forma delle curve di indifferenza e il saggio marginale di sostituzione (3)



Mario Gilli

lezione 04

18

Saggio marginale di sostituzione

Pendenza della curva di indifferenza:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

NB: la pendenza di solito è **negativa**!

Saggio marginale di sostituzione (SMS):

$$SMS_{21} = - \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

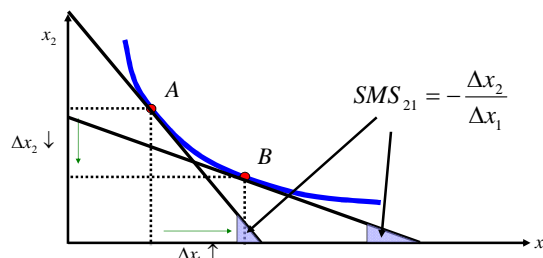
SMS_{21} indica il rapporto al quale il consumatore è disposto a scambiare un bene con l'altro (x_2 con x_1) mantenendo lo stesso livello di soddisfazione.

Mario Gilli

lezione 04

19

Saggio marginale di sostituzione



NB: per questa curva di indifferenza il SMS è *decescente* spostandoci verso il basso lungo la curva di indifferenza

In termini matematici, una curva con pendenza crescente, e quindi SMS decrescente, si dice *convessa* rispetto all'origine.

Mario Gilli

lezione 04

20

Significato del SMS decrescente

- Se stessimo consumando **100 mele (M)** e **1 arancia (A)**, potremmo voler rinunciare a **10 mele** per **1 arancia** mantenendo la stessa utilità.
- In questo caso: $SMS = -\Delta M / \Delta A = -(10/1) = 10$
- Se invece avessimo **1 mela** e **100 arance**, potremmo essere disposti a rinunciare a **1 mela** per **10 arance**
- In questo caso: $SMS = -\Delta M / \Delta A = -(1/10) = 0.1$
- Il rapporto al quale il consumatore è disposto a scambiare mele per arance diminuisce all'aumentare del numero di arance consumate.

Mario Gilli

lezione 04

21

La forma delle curve di indifferenza e il saggio marginale di sostituzione (3)

- La convessità delle curve di indifferenza indica che diminuendo la quantità di pane di un dato ammontare fisso, aumenta gradualmente la quantità di cui dovete aumentare il formaggio per rimanere sulla stessa curva di indifferenza.
- Sebbene il grafico con curve di indifferenze convesse sia tipico, nessuna legge naturale afferma che le preferenze debbano conformarsi a tale proprietà. Per esempio, nel caso di beni come le torte molto dolci l'utilità alla fine diminuirà all'aumentare della quantità del bene.

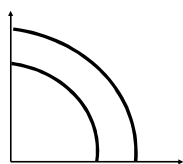
Mario Gilli

lezione 04

22

Preferenze particolari

Curve di indifferenza concave, cioè SMS crescente



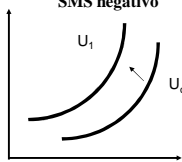
essenzialmente l'individuo preferisce consumare o un bene oppure l'altro - consumare entrambi non aumenta il suo benessere

Mario Gilli

lezione 04

23

Curve di indifferenza inclinate positivamente, cioè SMS negativo



Per restare indifferente se aumenta un bene deve aumentare anche l'altro bene, cioè uno dei due è un "male"

UTILITA' E SMS

- Data una funzione di utilità possiamo derivare matematicamente l'inclinazione delle corrispondenti curve di indifferenza, cioè l'espressione matematica dell'opposto del **saggio marginale di sostituzione**

- data la curva di indifferenza $u(x_1, x_2) = \text{costante}$ possiamo differenziarla totalmente per derivarne come varia x_2 al variare di x_1

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

- Possiamo quindi mostrare che il SMS è connesso alla funzione di utilità tramite la formula

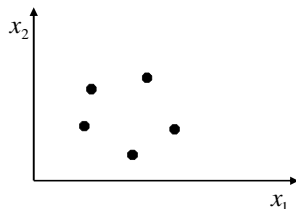
$$SMS = - \frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2}} = - \frac{UM_1}{UM_2}$$

Mario Gilli

lezione 04

24

Il problema di scelta del consumatore graficamente



Consideriamo un consumatore che deve scegliere tra i cinque punti indicati in figura

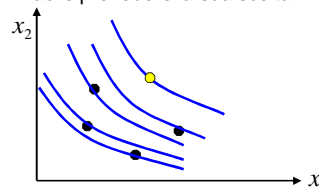
Mario Gilli

lezione 04

25

La soluzione grafica al problema di scelta

Se abbiamo a disposizione la mappa delle curve di indifferenza è facile prevedere la sua scelta



Sovrapponiamo le curve di indifferenza al grafico

il paniere che si trova sulla curva di indifferenza più alta è quello che il consumatore dovrebbe scegliere

Mario Gilli

lezione 04

26

ESEMPIO: un problema di scelta per un consumatore risolto graficamente

- Supponiamo che
- 1. il prezzo del pane sia pari a € 1,60 per pagnotta,
- 2. il prezzo del formaggio ammonti a € 5 al chilogrammo e
- 3. il consumatore abbia € 160 da spendere.
- Che cosa sceglierà il consumatore?

Mario Gilli

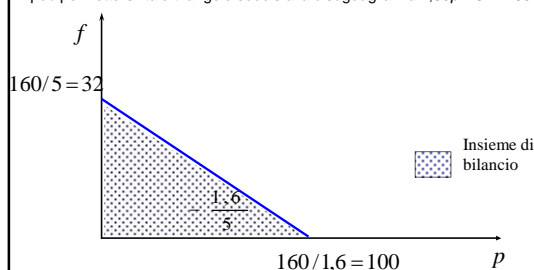
lezione 04

27

La costruzione geometrica dell'insieme di bilancio

l'equazione del vincolo di bilancio $1,60p + 5f = 160$ definisce una linea retta.

Il triangolo formato da questo segmento lineare e dal punto $(0; 0)$ è l'insieme di bilancio del consumatore, che rappresenta tutti i panieri di consumo $(p; f)$ che egli può permettersi: tale triangolo soddisfa la disuguaglianza $1,60p + 5f \leq 160$.



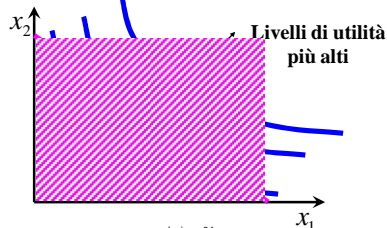
Mario Gilli

lezione 04

28

L'analisi geometrica del comportamento del consumatore

- Per derivare il comportamento del consumatore si combinano la mappa di curve di indifferenza con l'insieme di bilancio
- Questa figura è esattamente la rappresentazione grafica, tramite la mappa di curve di indifferenza e la retta di bilancio, del problema di massimizzazione dell'utilità dato un vincolo di bilancio



Mario Gilli

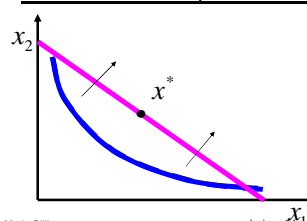
lezione 04

29

La soluzione al problema di scelta del consumatore

Qual è per l'individuo il punto migliore dato il vincolo di bilancio?

E' un punto sulla curva di indifferenza più alta ottenibile, dato il vincolo di bilancio

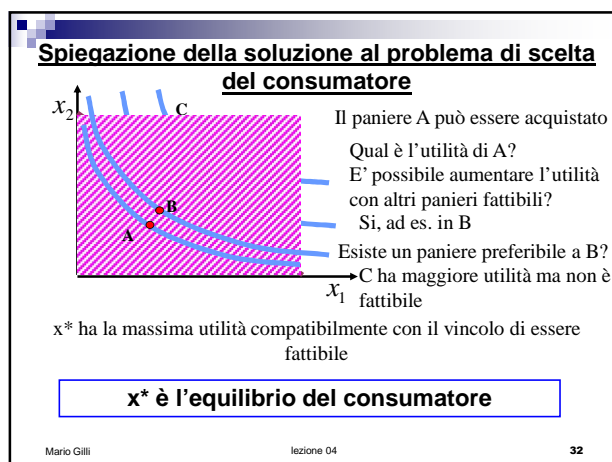
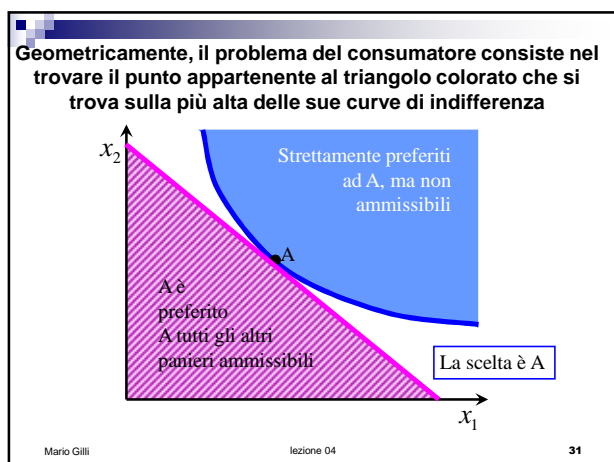


x^* : equilibrio del consumatore

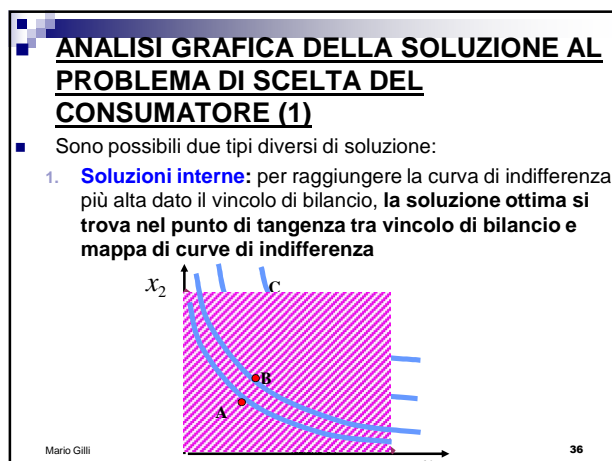
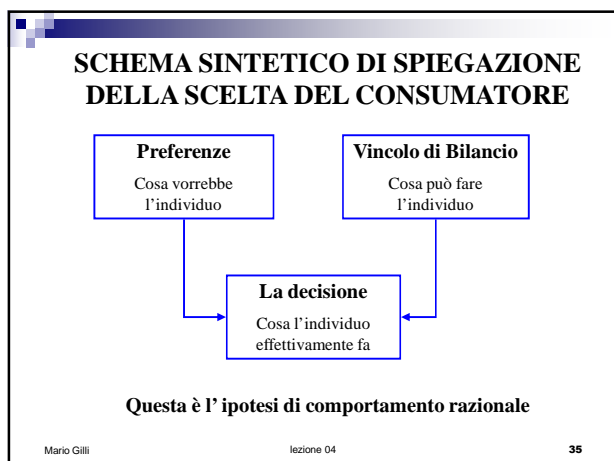
Mario Gilli

lezione 04

30



- Il comportamento del consumatore come combinazione di ciò che è possibile e di ciò che è desiderabile**
- I disegni mostrano come il modello economico di comportamento del consumatore formalizzi la scelta individuale come l'esito della combinazione tra
 - ciò che il consumatore desidera: **massimizzazione dell'utilità ossia raggiungimento della curva di indifferenza più alta**, e
 - ciò che è possibile: **vincolo di bilancio ossia insieme di bilancio**
- Mario Gilli lezione 04 34



ANALISI GRAFICA DELLA SOLUZIONE AL PROBLEMA DI SCELTA DEL CONSUMATORE (2)

- Secondo possibile tipo di soluzione:
- 2. **Soluzioni d'angolo**: la soluzione ottima si trovi lungo l'asse verticale (si consuma solo il bene 2 e niente del bene 1) oppure lungo l'asse orizzontale (si consuma solo il bene 1 e niente del bene 2)

Mario Gilli lezione 04 37

Nel caso di **soluzione interna**, in x^* le pendenze del vincolo di bilancio e della curva di indifferenza sono uguali:

$$SMS_{21} = \frac{p_1}{p_2}$$

Rapporto in cui il consumatore è disposto a scambiare i beni

Rapporto in cui il consumatore **può** scambiare i beni

Questa uguaglianza è necessaria per una **soluzione interna**

Mario Gilli lezione 04 38

Una soluzione interna può essere trovata analiticamente risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} SMS_{21} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = y \end{cases}$$

NOTA BENE: se p_1 , p_2 e y aumentano proporzionalmente la soluzione non cambia

Mario Gilli lezione 04 39

SOLUZIONI D'ANGOLO

- Se l'ottimo vincolato è lungo l'asse verticale, la condizione d'equilibrio del consumatore è:

$$\begin{cases} SMS_{21} < \frac{p_1}{p_2} \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = y \end{cases}$$

- Se l'ottimo vincolato è lungo l'asse orizzontale, la condizione d'equilibrio del consumatore è

$$\begin{cases} SMS_{21} > \frac{p_1}{p_2} \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = y \end{cases}$$

Mario Gilli lezione 04 40

MA QUAL E' LA RELAZIONE TRA LA SOLUZIONE GEOMETRICA AL PROBLEMA DI SCELTA DEL CONSUMATORE E LA SOLUZIONE ALGEBRICA TROVATA NELLA SCORSA LEZIONE?

Mario Gilli lezione 04 41

Il problema con la mappa di indifferenza

E con la funzione di utilità

curve di indifferenza equivalenti

In x^* si trova...

Usando le CPO

Mario Gilli lezione 04 42

Se entrambi i beni i e j sono domandati ...

$$\frac{UM_i(\mathbf{x})}{UM_j(\mathbf{x})} = \frac{\text{prezzo } p_i}{\text{prezzo } p_j}$$

(come derivato con le curve di indifferenza)

Mario Gilli

lezione 04

43

Possiamo riscrivere la condizione di equilibrio così:

$$\frac{UM_1}{p_1} = \frac{UM_2}{p_2}$$

Valore soggettivo del bene 1 Valore soggettivo del bene 2

Che è esattamente la condizione di equilibrio trovata analiticamente nella lezione scorsa

Mario Gilli

lezione 04

44

CARATTERIZZAZIONE GEOMETRICA DI PARTICOLARI FUNZIONI DI UTILITÀ'

Mario Gilli

lezione 04

45

■ Preferenze Cobb-Douglas

- Le curve di indifferenza relative a preferenze *Cobb-Douglas* sono rappresentate dall'equazione

$$\alpha_1 \ln(x_1) + \alpha_2 \ln(x_2) = \text{costante}$$

- dove α_i sono parametri che influenzano la forma delle curve.
- Il SMS varia in funzione dei parametri e del paniere come mostrato nelle figure seguenti

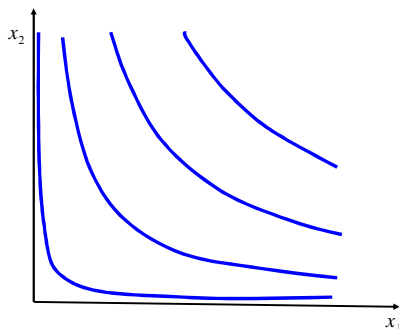
$$SMS = \frac{\alpha_1 x_2}{\alpha_2 x_1}$$

Mario Gilli

lezione 04

46

Se $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$ otteniamo

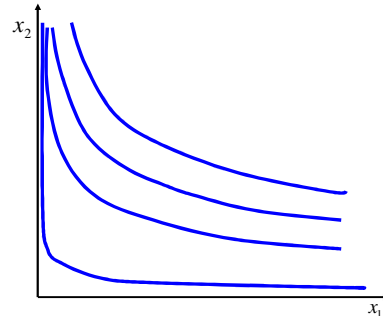


Mario Gilli

lezione 04

47

Se $\alpha_1 = 0,3; \alpha_2 = 0,7$ otteniamo

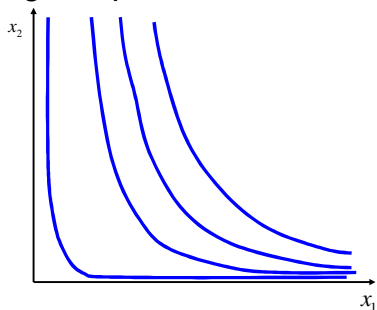


Mario Gilli

lezione 04

48

Se $\alpha_1 = 0,7; \alpha_2 = 0,3$ otteniamo l'immagine speculare



Mario Gilli

lezione 04

49

SOSTITUTI PERFETTI

- Alla **funzione di utilità per beni sostituti perfetti** è associata una mappa di curve di indifferenza caratterizzata dalle seguenti eguaglianze (al variare della costante si ottengono le diverse curve di indifferenza):

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 = \text{costante}$$

- dove α_i sono dei parametri che determinano il grado di sostituibilità tra i due beni nell'utilità del consumatore.

- Il varia in funzione dei parametri ma è costante al variare del paniere

$$SMS = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

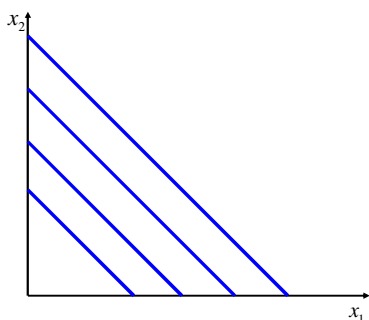
Mario Gilli

lezione 04

50

Sostituti perfetti 1:1

- In questo caso il SMS è pari a -1 OVUNQUE



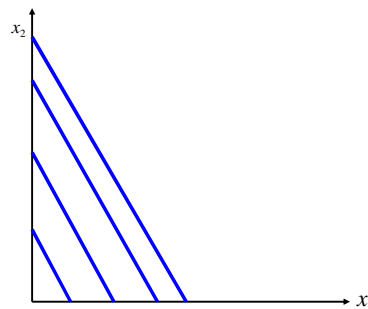
Mario Gilli

lezione 04

51

Sostituti perfetti 1:2

- Un individuo può considerare i due beni come sostituti perfetti, ma non necessariamente in rapporto 1 a 1, ad esempio in rapporto 1:2
- In questo caso il SMS è costante e pari a 2.



Mario Gilli

lezione 04

52

COMPLEMENTI PERFETTI

- Alla **funzione di utilità per beni complementi perfetti** è associata una mappa di curve di indifferenza caratterizzata dalle seguenti eguaglianze (al variare della costante si ottengono le diverse curve di indifferenza):

$$\min\{\alpha_1 x_1; \alpha_2 x_2\} = \text{costante}$$

- dove α_i sono dei parametri che determinano il grado di complementarità tra i due beni nell'utilità del consumatore.
- In questo caso il SMS non è ben definito perché la funzione non è derivabile.

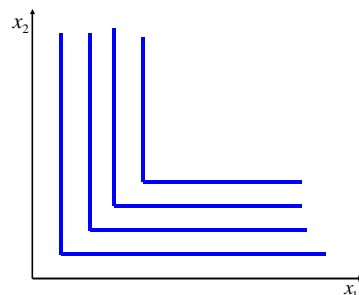
Mario Gilli

lezione 04

53

Complementi perfetti 1 con 1

- L'individuo ritiene che i due beni debbano essere consumati sempre insieme, ciascuna unità del bene 1 deve essere sempre affiancata da una unità del bene 2



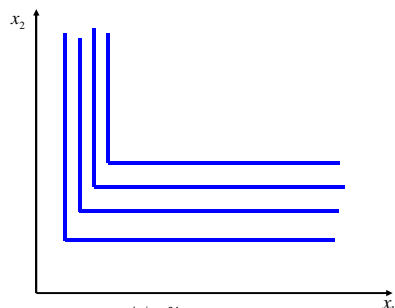
Mario Gilli

lezione 04

54

Complementi perfetti 1 con 2

- Un individuo può considerare i due beni come complementi perfetti, ma con un tasso di complementarietà diverso da 1 con 1, per esempio 1 con 2 con le curve di indifferenza seguenti



Mario Gilli

lezione 04

55

RIEPILOGO

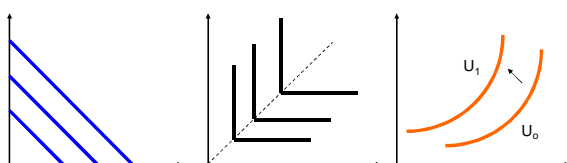
- Il vincolo di bilancio rappresenta ciò che è possibile per il consumatore dato il suo reddito e i prezzi dei beni.
- Il comportamento del consumatore viene modellato geometricamente come ricerca della curva di indifferenza più alta dato il vincolo di bilancio
- Il paniere di beni scelto da consumatore è identificato con il punto di equilibrio del consumatore.
- Il punto di equilibrio del consumatore è individuato o
 - come soluzione interna con il SMS uguale ai prezzi relativi
 - come soluzione d'angolo con il SMS minore o uguale ai prezzi, in relazione al fatto che si consumi solo il bene 2 o il bene 1.

Mario Gilli

lezione 04

56

Preferenze particolari



Perfetti Sostituti

- SMS costante

Perfetti Complementi

- proporzioni fisse

"Mali"

- funzione crescente

Mario Gilli

lezione 04

57