

**SOLUZIONE**  
**LEZIONE 14**  
**Esercitazione**  
*Un modello di  
scambio*

**7.1** Considerate una situazione di puro scambio con due consumatori caratterizzati dalle seguenti funzioni di utilità e dotazioni iniziali:

**Consumatore A:**  $u^A(p^A, s^A) = p^A s^A$   $e^A = (10; 2)$

**Consumatore B:**  $u^B(p^B, s^B) = \ln(p^B) + \ln(s^B)$   $e^B = (2; 10)$

Disegnate e calcolate:

(a) la scatola di Edgeworth

La scatola di Edgeworth rappresenta le allocazioni fattibili e le preferenze degli scambisti. È raffigurata da un rettangolo

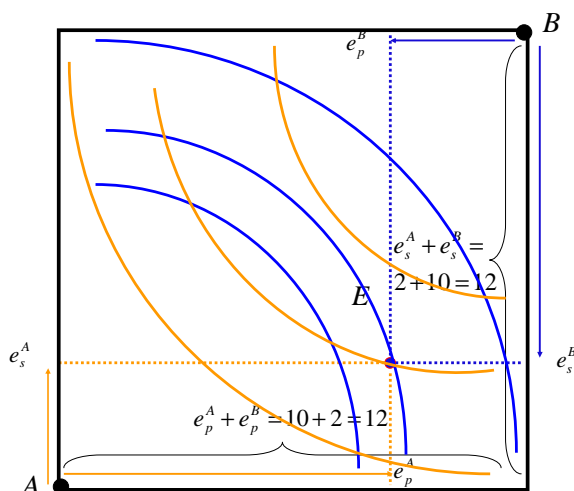
- la cui base è la somma delle dotazioni iniziali di A e B di p,
- la cui altezza è la somma delle dotazioni iniziali di A e B di s,
- dalla mappa di curve di indifferenza dei due scambisti.

In questo caso la base è  $e_p^A + e_p^B = 10 + 2 = 12$ , l'altezza è  $e_s^A + e_s^B = 2 + 10 = 12$ , quindi abbiamo un quadrato al cui interno sono rappresentate le mappe di curve di indifferenza di A e B, che sono uguali tra loro essendo entrambe delle Cobb-Douglas simmetriche. Infatti la funzione di utilità di B non è niente altro che la trasformazione logaritmica, quindi monotona crescente, della funzione di utilità di A:

$$u^B(p; s) = \log(p) + \log(s) = \log(ps) = \log(u^A(p; s)).$$

La mappa di curve di indifferenza quindi al variare della costante  $k$  per entrambi gli scambisti sono date dalle equazioni  $u(p; s) = k$  e quindi

dalle seguenti funzioni:  $s = \frac{k}{p}$ . Graficamente:



(b) l'insieme dei possibili guadagni dallo scambio

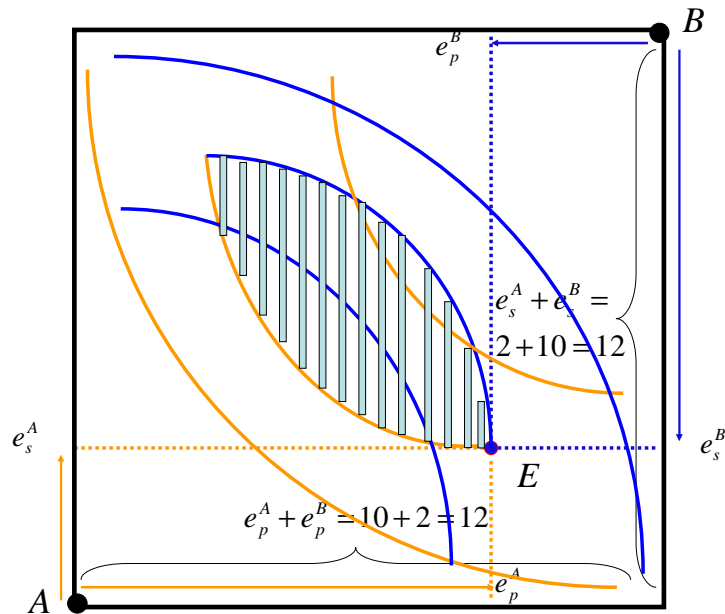
I due scambisti con la dotazione iniziale hanno utilità (approssimando)

$$u^A(10;2) = 10 \times 2 = 20 \text{ e } u^B(2;10) = \log(2) + \log(10) = 3.$$

L'insieme dei possibili guadagni dello scambio è rappresentato dalle allocazioni che soddisfano le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} p^A s^A \geq 20 \\ \log(p^B) + \log(s^B) \geq 3 \\ p^A + p^B \leq 12 \\ s^A + s^B \leq 12. \end{cases}$$

Graficamente è l'insieme tratteggiato nella seguente scatola di Edgeworth:



(c) la curva dei contratti

La curva dei contratti è l'insieme delle allocazioni fattibili che eguagliano il saggio marginale di sostituzione degli scambisti. Nell'esercizio

$$SMS^A = \frac{\partial u^A / \partial p^A}{\partial u^A / \partial s^A} = \frac{s^A}{p^A}$$

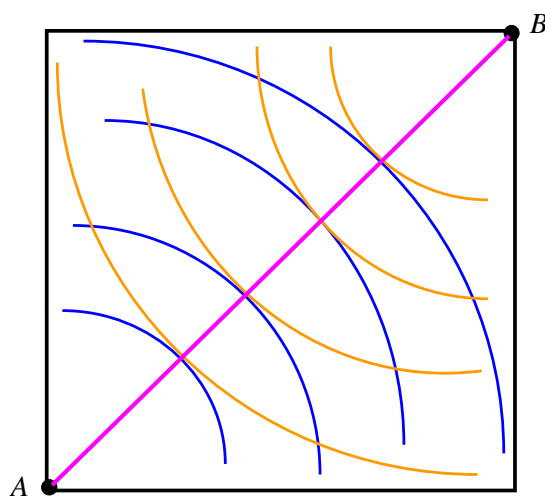
$$SMS^B = \frac{\partial u^B / \partial p^B}{\partial u^B / \partial s^B} = \frac{1/p^B}{1/s^B} = \frac{s^B}{p^B}.$$

Quindi la curva dei contratti deve soddisfare l'eguaglianza tra saggi marginali di sostituzione e le condizioni di fattibilità:

$$\begin{cases} \frac{s^A}{p^A} = \frac{s^B}{p^B} \\ p^A + p^B = 12 \\ s^A + s^B = 12 \end{cases} = \begin{cases} s^A p^B = p^A s^B \\ p^B = 12 - p^A \\ s^B = 12 - s^A \end{cases} = \begin{cases} s^A (12 - p^A) = p^A (12 - s^A) \\ p^B = 12 - p^A \\ s^B = 12 - s^A \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 12s^A - s^A p^A = 12p^A - s^A p^A \\ p^B = 12 - p^A \\ s^B = 12 - s^A. \end{cases}$$

Pertanto nell'esercizio la curva dei contratti è caratterizzata dalle condizioni di fattibilità e dalla funzione:  $s^A = p^A$ . Graficamente:



(d) l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti

In una situazione di puro scambio, l'insieme delle allocazioni Pareto efficienti coincide con l'insieme delle allocazioni poste lungo la curva dei contratti, quindi soddisfa le seguenti condizioni trovate prima:

$$\begin{cases} s^A = p^A \\ p^B = 12 - p^A \\ s^B = 12 - s^A. \end{cases}$$

(e) l'allocazione e il prezzo di equilibrio di concorrenza perfetta

Per determinare l'equilibrio di concorrenza perfetta, se esiste, in primo luogo dobbiamo trovare i desideri di scambio dei consumatori ai diversi possibili prezzi. In altre parole si devono trovare i panieri che massimizzano l'utilità del consumatore per un dato prezzo, cioè dobbiamo calcolare i panieri che soddisfano l'eguaglianza dei valori soggettivi dei beni distintamente per i due scambisti.

I panieri desiderati da A soddisfano i seguenti sistemi di equazioni, dove  $p_p$  e  $p_s$  indicano rispettivamente il prezzo del pane e del salame e  $q$  indica il prezzo relativo  $p_p/p_s$ :

$$\begin{cases} \frac{s^A}{p_p} = \frac{p^A}{p_s} \\ p_p p^A + p_s s^A = 10p_p + 2p_s \end{cases} = \begin{cases} s^A = qp^A \\ qp^A + s^A = 10q + 2 \end{cases} = \begin{cases} s^A(q) = 5q + 1 \\ p^A(q) = 5 + \frac{1}{q} \end{cases}.$$

Analogamente i panieri desiderati da B soddisfano i seguenti sistemi di equazioni, dove  $p_p$  e  $p_s$  indicano rispettivamente il prezzo del pane e del salame e  $q$  indica il prezzo relativo  $p_p/p_s$ :

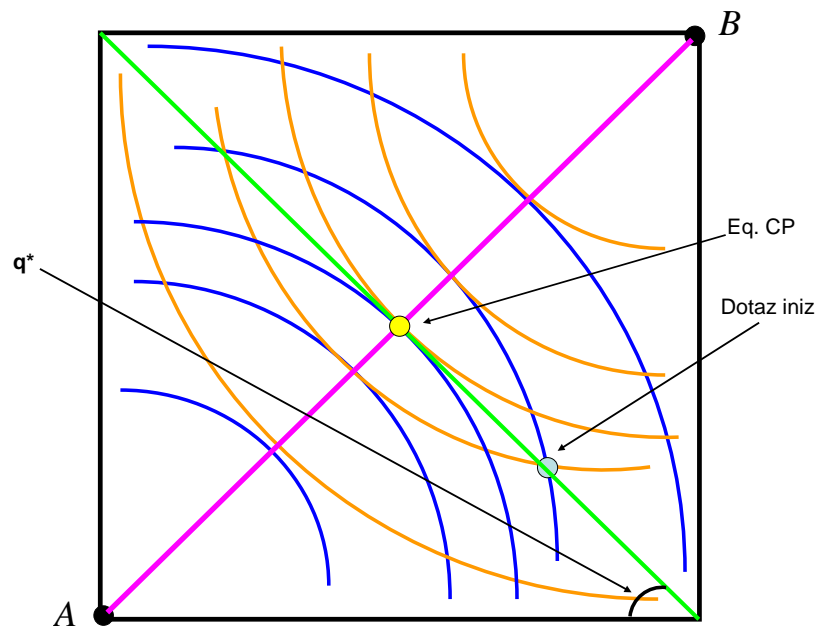
$$\begin{cases} \frac{1/p^B}{p_p} = \frac{1/s^B}{p_s} \\ p_p p^B + p_s s^B = 2p_p + 10p_s \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{p^B p_p} = \frac{1}{s^B p_s} \\ p_p p^B + p_s s^B = 2p_p + 10p_s \end{cases} =$$
$$= \begin{cases} p_p p^B = p_s s^B \\ qp^B + s^B = 2q + 10 \end{cases} = \begin{cases} qp^B = s^B \\ qp^B + s^B = 2q + 10 \end{cases} = \begin{cases} s^B(q) = q + 5 \\ p^B(q) = 1 + \frac{5}{q} \end{cases}.$$

Per definizione in equilibrio i desideri di A e B devono essere compatibili, quindi deve essere soddisfatto il seguente sistema

$$\begin{cases} p^A(q) + p^B(q) = 12 \\ s^A(q) + s^B(q) = 12 \end{cases} = \begin{cases} 5 + \frac{1}{q} + 1 + \frac{5}{q} = 12 \\ 5q + 1 + q + 5 = 12 \end{cases} = \begin{cases} \frac{6}{q} = 6 \\ 6q = 6 \end{cases} = \begin{cases} q^* = 1 \\ q^* = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Quindi l'equilibrio di concorrenza perfetta è } \begin{cases} q^* = 1 \\ p^{A*} = 6 \\ s^{A*} = 6 \\ p^{B*} = 6 \\ s^{B*} = 6. \end{cases}$$

Graficamente:



(f) l'allocazione e il prezzo di equilibrio di monopolio quando A stabilisce il prezzo

Se A è il monopolista e quindi stabilisce il prezzo di scambio, allora B risponde prendendo il prezzo come dato e sulla base di questo massimizza la propria utilità. In altre parole B si comporta esattamente come in concorrenza perfetta, cioè secondo le funzioni  $p^B(q)$  e  $s^B(q)$  derivate prima. Di conseguenza A anticipa questo comportamento di B e stabilisce un prezzo  $q$  che massimizza la propria utilità data la quantità totale di risorse disponibili per lo scambio e dato il comportamento di B.

Quindi in questo esercizio A stabilisce un prezzo  $q$  che

1. massimizza  $u^A(p^A, s^A) = p^A s^A$ , sapendo che
2.  $p^A + p^B = 12$ ,  $s^A + s^B = 12$ ,  $p^B(q) = 1 + (5/q)$ ,  $s^B(q) = q + 5$ .

Consideriamo i vincoli (2):  $p^A = 12 - p^B = 11 - 5/q$  e  $s^A = 12 - s^B = 7 - q$

Sostituendo queste espressioni nella funzione di utilità di A, si ottiene

$$u^A(q) = \left(11 - \frac{5}{q}\right)(7 - q) = 77 - 11q - \frac{35}{q} + 5 = 82 - 11q - \frac{35}{q}.$$

Ponendo la derivata prima pari a zero si ottiene

$$\frac{du^A(q)}{dq} = -11 + \frac{35}{q^2} = 0 \text{ che implica } q^2 = \frac{35}{11}, \text{ che ha una sola}$$

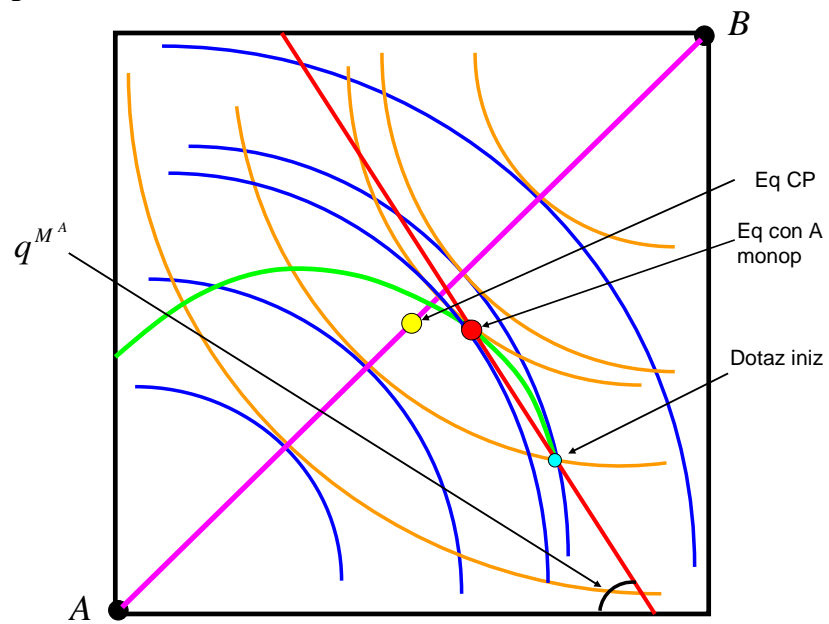
soluzione economicamente significativa:  $q^{M^A} = \sqrt{\frac{35}{11}}$ , che implica

$$p^A(q^{M^A}) = 11 - 5/\sqrt{\frac{35}{11}} \cong 8,19, \quad s^A(q^{M^A}) = 7 - \sqrt{\frac{35}{11}} \cong 5,21,$$

$$p^B(q^{M^A}) = 1 + 5/\sqrt{\frac{35}{11}} \cong 3,81 \text{ e } s^B(q^{M^A}) = \sqrt{\frac{35}{11}} + 5 \cong 6,79.$$



Graficamente il problema del monopolista A è portarsi sulla curva di indifferenza più alta possibile avendo come vincolo la curva prezzo consumo dell'altro agente economico, come mostrato nella figura seguente:



(g) l'allocazione e il prezzo di equilibrio di monopolio quando B stabilisce il prezzo.

Se B è il monopolista e quindi stabilisce il prezzo di scambio, allora A risponde prendendo il prezzo come dato e sulla base di questo massimizza la propria utilità. In altre parole A si comporta esattamente come in concorrenza perfetta, cioè secondo le funzioni  $p^A(q)$  e  $s^A(q)$  derivate prima. Di conseguenza B anticipa questo comportamento di A e stabilisce un prezzo  $q$  che massimizza la propria utilità data la quantità totale di risorse disponibili per lo scambio e dato il comportamento di A.

Quindi in questo esercizio B stabilisce un prezzo  $q$  che

1. massimizza  $u^B(p^B, s^B) = \log(p^B) + \log(s^B)$  sapendo che
2.  $p^A + p^B = 12$ ,  $s^A + s^B = 12$ ,  $p^A(q) = 5 + (1/q)$ ,  $s^A(q) = 5q + 1$ .

Consideriamo i vincoli (4):  $p^B = 12 - p^A = 7 - 1/q$  e  $s^B = 12 - s^A = 11 - 5q$

Sostituendo queste espressioni nella funzione di utilità di B, si ottiene

$$u^B(q) = \log\left(7 - \frac{1}{q}\right) + \log(11 - 5q).$$

Ponendo la derivata prima pari a zero si ottiene

$$\frac{du^B(q)}{dq} = \frac{1}{7 - 1/q} \times \left(-\frac{1}{q^2}\right) + \frac{1}{11 - 5q} \times (-5) = 0 \quad \text{che implica}$$

$$\frac{1}{7q - 1} \times \left(-\frac{1}{q^2}\right) - \frac{5}{11 - 5q} = \frac{q}{7q - 1} \times \left(-\frac{1}{q^2}\right) - \frac{5}{11 - 5q} = \frac{1}{7q^2 - q} - \frac{5}{11 - 5q} = 0$$

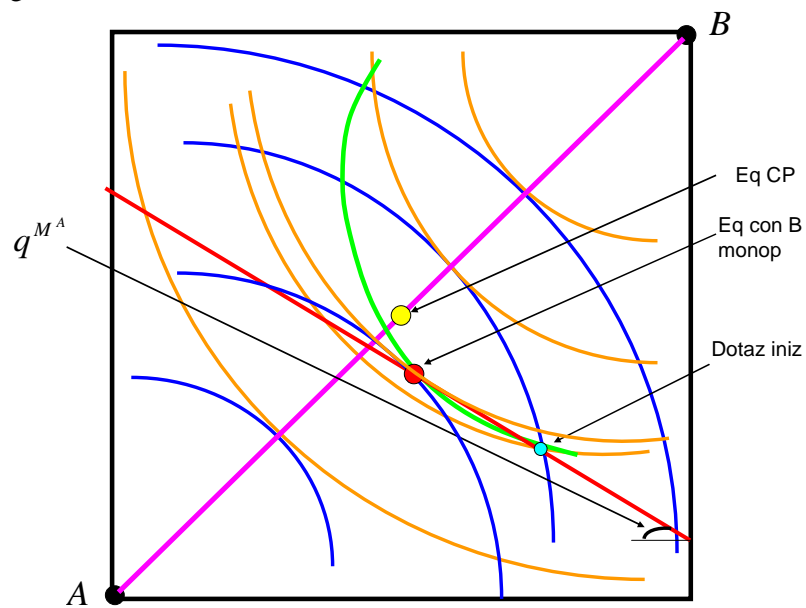
, quindi  $11 - 5q - 35q^2 + 5q = 0$ , cioè  $q^2 = \frac{11}{35}$ , che ha una sola

soluzione economicamente significativa:  $q^{M^B} = \sqrt{\frac{11}{35}}$ , che implica

$$p^B(q^{M^B}) = 7 - 1/\sqrt{\frac{11}{35}} \cong 5,21, \quad s^B(q^{M^B}) = 11 - 5\sqrt{\frac{11}{35}} \cong 8,2,$$

$$p^A(q^{M^B}) = 5 + 1/\sqrt{\frac{11}{35}} \cong 6,79 \text{ e } s^A(q^{M^B}) = 5\sqrt{\frac{11}{35}} + 1 \cong 3,8.$$

Graficamente il problema del monopolista B è portarsi sulla curva di indifferenza più alta possibile avendo come vincolo la curva prezzo consumo dell'altro agente economico, come mostrato nella figura seguente:



**7.2** Considerate una situazione di puro scambio con due consumatori caratterizzati dalle seguenti funzioni di utilità e dotazioni iniziali:

**Consumatore A:**  $u^A(p^A, s^A) = 4p^A s^A + 5$   $e^A = (5; 5)$

**Consumatore B:**  $u^B(p^B, s^B) = 0,5 \ln(p^B) + 0,5 \ln(s^B)$   $e^B = (5; 5)$

Disegnate e calcolate

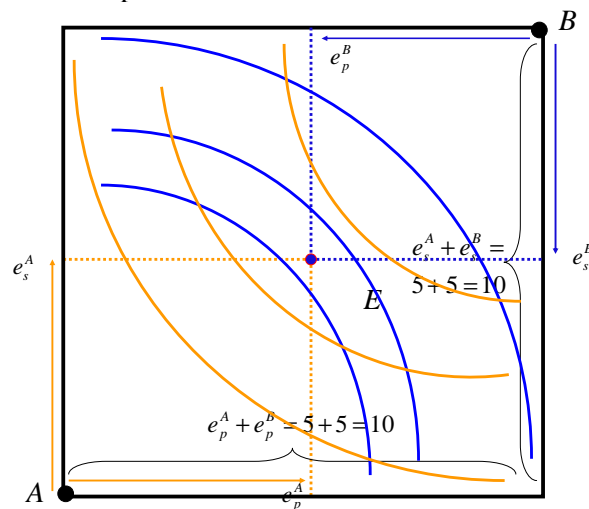
(a) la scatola di Edgeworth

Le preferenze degli scambisti sono esattamente le stesse dell'esercizio 7.1, infatti le funzioni di utilità sono ottenute tramite semplici trasformazioni monotone crescenti delle precedenti: per A basta moltiplicare per 4 e sommare 5, mentre per B è sufficiente moltiplicare per 0,5. Diversa invece è la dotazione iniziale e quindi la ricchezza degli scambisti: vedremo se e come un cambiamento di ricchezza cambia i risultati precedenti, pur rimanendo invariate le preferenze.

(a) La scatola di Edgeworth rappresenta le allocazioni fattibili e le preferenze degli scambisti. È raffigurata da un rettangolo

- la cui base è la somma delle dotazioni iniziali di A e B di p,
- la cui altezza è la somma delle dotazioni iniziali di A e B di s,
- dalla mappa di curve di indifferenza dei due scambisti.

In questo caso la base è  $e_p^A + e_p^B = 5 + 5 = 10$ , l'altezza è  $e_s^A + e_s^B = 5 + 5 = 10$ , quindi abbiamo un quadrato al cui interno sono rappresentate le mappe di curve di indifferenza di A e B, che sono uguali tra loro essendo entrambe delle Cobb-Douglas simmetriche, come nell'esercizio precedente. Graficamente:



(b) l'insieme dei possibili guadagni dallo scambio

I due scambisti con la dotazione iniziale hanno utilità (approssimando)  
 $u^A(5;5) = 4 \times 5 \times 5 + 5 = 105$  e  $u^B(5;5) = 0,5 \log(5) + 0,5 \log(5) = 1.61$ .  
L'insieme dei possibili guadagni dello scambio è rappresentato dalle  
allocazioni che soddisfano le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} p^A s^A \geq 25 \\ \log(p^B) + \log(s^B) \geq 3,22 \\ p^A + p^B \leq 10 \\ s^A + s^B \leq 10 \end{cases} = \begin{cases} p^A s^A \geq 25 \\ \log(p^B s^B) \geq 3,22 \\ p^A + p^B \leq 10 \\ s^A + s^B \leq 10 \end{cases} = \begin{cases} p^A s^A \geq 25 \\ p^B s^B \geq e^{3,22} \cong 25 \\ p^A + p^B \leq 10 \\ s^A + s^B \leq 10 \end{cases}$$

che chiaramente individua un insieme con un solo elemento:

$p^A = 5, s^A = 5, p^B = 5, s^B = 5$ , cioè la dotazione iniziale.

Graficamente è quindi il punto di dotazione iniziale già riportato nel disegno precedente al centro della scatola di Edgeworth.

Questo risultato ci permetterebbe di calcolare già ora gli equilibri di monopolio per A e B e l'equilibrio di concorrenza perfetta, perché questi devono essere nell'insieme dei possibili guadagni dello scambio, che però comprende una sola allocazione, che quindi deve essere quella di equilibrio in tutti e tre i casi. Controlliamo però facendo i calcoli che non si siano sorprese.

(c) la curva dei contratti

La curva dei contratti è l'insieme delle allocazioni fattibili che eguagliano il saggio marginale di sostituzione degli scambiisti. Nell'esercizio

$$SMS^A = \frac{\partial u^A / \partial p^A}{\partial u^A / \partial s^A} = \frac{4s^A}{4p^A} = \frac{s^A}{p^A}$$

$$SMS^B = \frac{\partial u^B / \partial p^B}{\partial u^B / \partial s^B} = \frac{0,5 / p^B}{0,5 / s^B} = \frac{s^B}{p^B}.$$

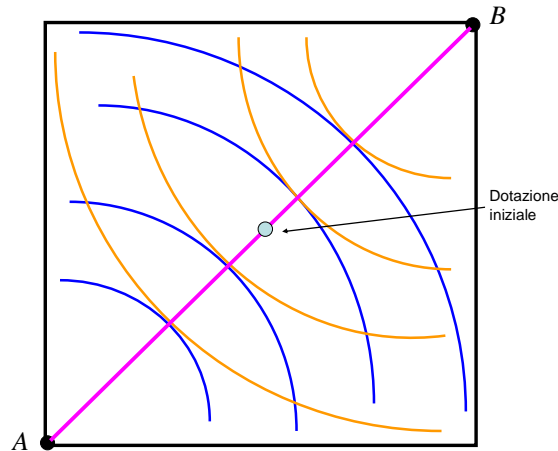
Quindi la curva dei contratti deve soddisfare l'eguaglianza tra saggi marginali di sostituzione e le condizioni di fattibilità:

$$\begin{cases} \frac{s^A}{p^A} = \frac{s^B}{p^B} \\ p^A + p^B = 10 \\ s^A + s^B = 1 \end{cases} = \begin{cases} s^A p^B = p^A s^B \\ p^B = 10 - p^A \\ s^B = 10 - s^A \end{cases} = \begin{cases} s^A(10 - p^A) = p^A(10 - s^A) \\ p^B = 10 - p^A \\ s^B = 10 - s^A \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 10s^A - s^A p^A = 10p^A - s^A p^A \\ p^B = 10 - p^A \\ s^B = 10 - s^A. \end{cases}$$

Pertanto nell'esercizio la curva dei contratti è caratterizzata dalle condizioni di fattibilità e dalla funzione:  $s^A = p^A$ .

Notate che la dotazione iniziale soddisfa questa condizione è quindi appartiene alla curva dei contratti. Graficamente:



(d) l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti

In una situazione di puro scambio, l'insieme delle allocazioni Pareto efficienti coincide con l'insieme delle allocazioni poste lungo la curva dei contratti, quindi soddisfa le seguenti condizioni trovate prima:

$$\begin{cases} s^A = p^A \\ p^B = 10 - p^A \\ s^B = 10 - s^A. \end{cases}$$

Notate che la dotazione iniziale soddisfa questa condizione è quindi è Pareto efficiente: questo spiega perché l'equilibrio di concorrenza perfetta coincide con la dotazione iniziale: quando la dotazione iniziale è Pareto efficiente evidentemente non esistono possibili guadagni dallo scambio ed è l'unico caso nel quale l'autarchia è Pareto efficiente.

(e) l'allocazione e il prezzo di equilibrio di concorrenza perfetta

Per determinare l'equilibrio di concorrenza perfetta, se esiste, in primo luogo dobbiamo trovare i desideri di scambio dei consumatori ai diversi possibili prezzi. In altre parole si devono trovare i panieri che massimizzano l'utilità del consumatore per un dato prezzo, cioè dobbiamo calcolare i panieri che soddisfano l'eguaglianza dei valori soggettivi dei beni distintamente per i due scambisti.

I panieri desiderati da A soddisfano i seguenti sistemi di equazioni, dove  $p_p$  e  $p_s$  indicano rispettivamente il prezzo del pane e del salame e  $q$  indica il prezzo relativo  $p_p/p_s$ :

$$\begin{cases} \frac{4s^A}{p_p} = \frac{4p^A}{p_s} \\ p_p p^A + p_s s^A = 5p_p + 5p_s \end{cases} = \begin{cases} s^A = qp^A \\ qp^A + s^A = 5q + 5 \end{cases} = \begin{cases} s^A * (q) = 2,5q + 2,5 \\ p^A * (q) = 2,5 + \frac{2,5}{q} \end{cases}$$

Analogamente i panieri desiderati da B soddisfano i seguenti sistemi di equazioni, dove  $p_p$  e  $p_s$  indicano rispettivamente il prezzo del pane e del salame e  $q$  indica il prezzo relativo  $p_p/p_s$ :

$$\begin{cases} \frac{0,5/p^B}{p_p} = \frac{0,5/s^B}{p_s} \\ p_p p^B + p_s s^B = 5p_p + 5p_s \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{p^B p_p} = \frac{1}{s^B p_s} \\ p_p p^B + p_s s^B = 5p_p + 5p_s \end{cases} = \begin{cases} p_p p^B = p_s s^B \\ qp^B + s^B = 5q + 5 \end{cases} = \begin{cases} s^B * (q) = 2,5q + 2,5 \\ p^B * (q) = 2,5 + \frac{2,5}{q} \end{cases}$$

Per definizione in equilibrio i desideri di A e B devono essere compatibili, quindi deve essere soddisfatto il seguente sistema

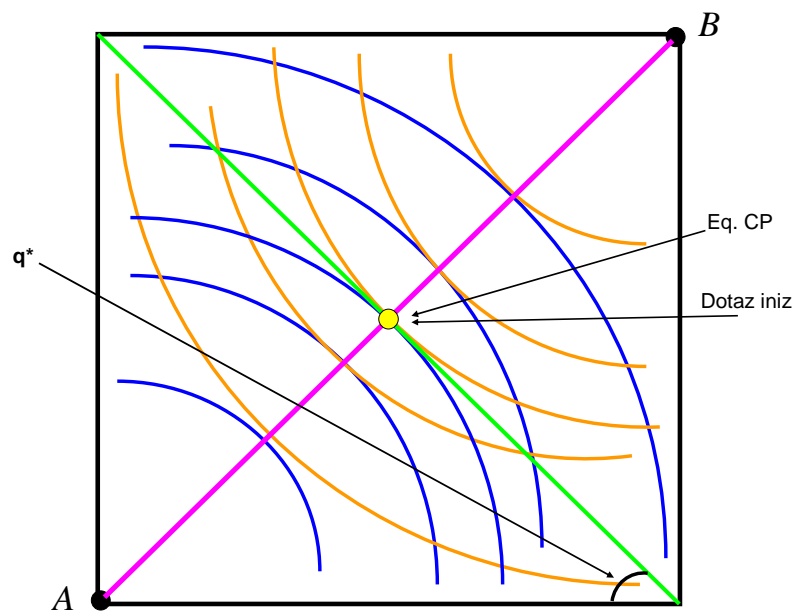
$$\begin{cases} p^A(q) + p^B(q) = 10 \\ s^A(q) + s^B(q) = 10 \end{cases} = \begin{cases} 2,5 + \frac{2,5}{q} + 2,5 + \frac{2,5}{q} = 10 \\ 2,5q + 2,5 + 2,5q + 2,5 = 10 \end{cases} = \begin{cases} \frac{5}{q} = 5 \\ 5q = 5 \end{cases} = \begin{cases} q^* = 1 \\ q^* = 1 \end{cases}$$

.

$$\text{Quindi l'equilibrio di concorrenza perfetta è } \begin{cases} q^* = 1 \\ p^{A*} = 5 \\ s^{A*} = 5 \\ p^{B*} = 5 \\ s^{B*} = 5 \end{cases}$$



Graficamente:



(f) l'allocazione e il prezzo di equilibrio di monopolio quando A stabilisce il prezzo

Se A è il monopolista e quindi stabilisce il prezzo di scambio, allora B risponde prendendo il prezzo come dato e sulla base di questo massimizza la propria utilità. In altre parole B si comporta esattamente come in concorrenza perfetta, cioè secondo le funzioni  $p^B(q)$  e  $s^B(q)$  derivate prima. Di conseguenza A anticipa questo comportamento di B e stabilisce un prezzo  $q$  che massimizza la propria utilità data la quantità totale di risorse disponibili per lo scambio e dato il comportamento di B.

Quindi in questo esercizio A stabilisce un prezzo  $q$  che

1. massimizza  $u^A(p^A, s^A) = 4p^A s^A + 5$  sapendo che
2.  $p^A + p^B = 10$ ,  $s^A + s^B = 10$ ,  $p^B(q) = 2,5 + (2,5/q)$ ,  $s^B(q) = 2,5q + 2,5$ .

Consideriamo i vincoli (2):  $p^A = 10 - p^B = 7,5 - 2,5/q$  e  $s^A = 10 - s^B = 7,5 - 2,5q$

Sostituendo queste espressioni nella funzione di utilità di A, si ottiene

$$\begin{aligned} u^A(q) &= 4 \left( 7,5 - \frac{2,5}{q} \right) (7,5 - 2,5q) + 5 = 230 - 75q - \frac{75}{q} + 25 = \\ &= 255 - 75q - \frac{75}{q}. \end{aligned}$$

Ponendo la derivata prima pari a zero si ottiene

$$\frac{du^A(q)}{dq} = -75 + \frac{75}{q^2} = 0 \quad \text{che implica } q^2 = 1 \quad \text{che ha una sola}$$

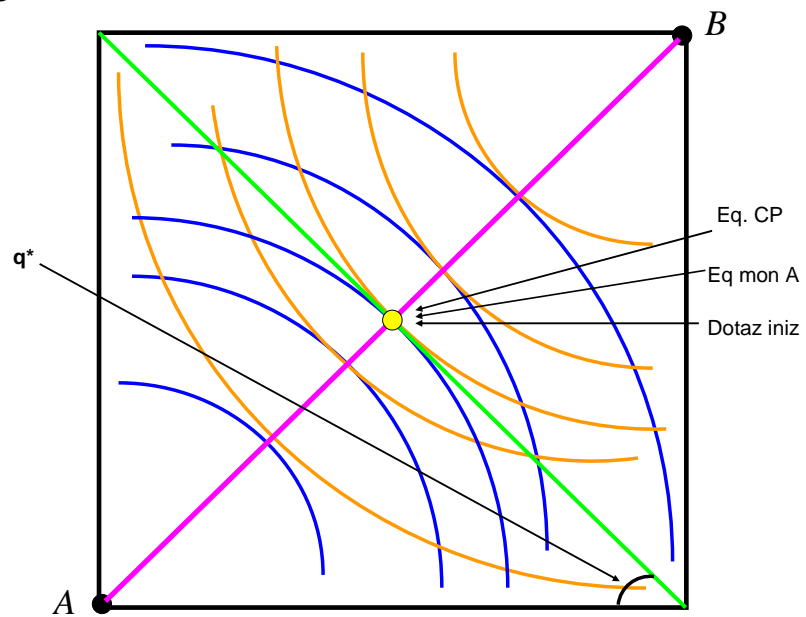
soluzione economicamente significativa:  $q^{M^A} = 1$  che implica

$$p^A(q^{M^A}) = 7,5 - \frac{2,5}{1} = 5, \quad s^A(q^{M^A}) = 7,5 - 2,5 \times 1 = 5,$$

$$p^B(q^{M^A}) = 2,5 + \frac{2,5}{1} = 5 \quad \text{e} \quad s^B(q^{M^A}) = 2,5 \times 1 + 2,5 = 5.$$

Come ci aspettavamo, l'equilibrio di monopolio quando A sceglie il prezzo coincide con l'equilibrio di concorrenza perfetta e con la dotazione iniziale.

Graficamente il problema del monopolista A è portarsi sulla curva di indifferenza più alta possibile avendo come vincolo la curva prezzo consumo dell'altro agente economico, come mostrato nella figura seguente:



(g) l'allocazione e il prezzo di equilibrio di monopolio quando B stabilisce il prezzo.

Se B è il monopolista e quindi stabilisce il prezzo di scambio, allora A risponde prendendo il prezzo come dato e sulla base di questo massimizza la propria utilità. In altre parole A si comporta esattamente come in concorrenza perfetta, cioè secondo le funzioni  $p^A(q)$  e  $s^A(q)$  derivate prima. Di conseguenza B anticipa questo comportamento di A e stabilisce un prezzo  $q$  che massimizza la propria utilità data la quantità totale di risorse disponibili per lo scambio e dato il comportamento di A.

Quindi in questo esercizio B stabilisce un prezzo  $q$  che

3. massimizza  $u^B(p^B, s^B) = 0,5 \log(p^B) + 0,5 \log(s^B)$  sapendo che

4.  $p^A + p^B = 10$ ,  $s^A + s^B = 10$ ,  $p^A(q) = 2,5 + (2,5/q)$ ,  $s^A(q) = 2,5q + 2,5$ .

Consideriamo i vincoli (4):  $p^B = 10 - p^A = 7,5 - 2,5/q$  e  $s^B = 10 - s^A = 7,5 - 2,5q$

Sostituendo queste espressioni nella funzione di utilità di B, si ottiene

$$u^B(q) = 0,5 \log\left(7,5 - \frac{2,5}{q}\right) + 0,5 \log(7,5 - 2,5q).$$

Ponendo la derivata prima pari a zero si ottiene

$$\frac{du^B(q)}{dq} = \frac{1}{7,5 - \frac{2,5}{q}} \times \left(-\frac{2,5}{q^2}\right) + \frac{1}{7,5 - 2,5q} \times (-2,5) = 0 \text{ che implica}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{7,5q - 2,5} \times \left(-\frac{2,5}{q^2}\right) - \frac{2,5}{7,5 - 2,5q} &= \frac{q}{7,5q - 2,5} \times \left(-\frac{2,5}{q^2}\right) - \frac{2,5}{7,5 - 2,5q} = \\ &= \frac{2,5}{q(7,5q - 2,5)} - \frac{2,5}{7,5 - 2,5q} = 0 \end{aligned}$$

quindi  $2,5 - 2,5q = 0$ , cioè:  $q^{M^B} = 1$ , che implica

$$p^B(q^{M^B}) = 7,5 - \frac{2,5}{1} = 5, \quad s^B(q^{M^B}) = 7,5 - 2,5 \times 1 = 5,$$

$$p^A(q^{M^B}) = 2,5 + \frac{2,5}{1} = 5 \text{ e } s^A(q^{M^B}) = 2,5 \times 1 + 2,5 = 5.$$

Come ci aspettavamo, l'equilibrio di monopolio quando B sceglie il prezzo coincide con l'equilibrio di concorrenza perfetta e con la dotazione iniziale. Graficamente il problema del monopolista B è portarsi sulla curva di indifferenza più alta possibile avendo come vincolo la curva prezzo consumo dell'altro agente economico, come mostrato nella figura seguente:

