LEZIONE 2 Domanda, offerta e equilibrio

I valori marginali e il calcolo differenziale

Mario Gilli Jezione 02

CAPITOLO 2 La figura più famosa in economia

- La domanda e l'offerta
- L'equilibrio
- (Come) funziona veramente? Le istituzioni di mercato e la figura 2.1
- Ritorniamo ai buoni per gli autocarri GM
- Il modello dell'uguaglianza tra domanda e offerta

Mario Gilli lezione 02 2

CAPITOLO 3 I valori marginali

- Pensare da economisti: ragionare in termini marginali
- Un esempio
- Ricordiamo il motivo della nostra analisi: i valori marginali non sempre sono il primo pensiero
- L'ottimizzazione discreta e i valori marginali
- L'ottimizzazione con più variabili
- Il secondo enigma: la massimizzazione vincolata

Mario Gilli lezione 02

RIASSUNTO DELLA PUNTATA PRECEDENTE

- L'economia si occupa dell'elaborazione di modelli di comportamento di singoli e organizzazioni, come imprese, organizzazioni non profit ecc., in contesti di mercato e non di mercato.
- I modelli economici ipotizzano quasi sempre che il comportamento sia diretto verso qualche obiettivo
- la teoria economica studia il modo in cui comportamenti differenti ispirati a obiettivi contrastanti vengono portati all'equilibrio dalle istituzioni di mercato e non di mercato.
- Questo studio è sia descrittivo sia valutativo.
- L'economia lavora tramite modelli analitici, descrizioni semplificate della realtà che prendono in esame una situazione e la scompongono nei suoi elementi costitutivi per poi ricomporla. Alcuni modelli sono semplicemente delle parabole, ossia storie fittizie di beni acquistati e venduti in mercati fittizi, che illustrano un concetto basilare in un contesto semplificato.
- Nei modelli che si presentano come parabole, capita che le imprese o gli agenti economici risolvano i problemi a prescindere dalle capacità di cui effettivamente dispongono nella realtà. Sebbene le imprese reali non si comportino sempre secondo le ipotesi di tali modelli, questi rimangono utili se il comportamento dell'impresa reale si avvicina al comportamento ipotizzato e se il modello insegna qualche nozione economica fondamentale relativa alla situazione descritta.
- La lettura è utile, ma lo svolgimento di esercizi semplici, problemi più complessi, problemi veramente complessi e casi veri e propri è essenziale per padroneggiare la materia.

Mario Gilli Jezione 02

Sono previste due modalità di esame, 1. una con prove durante lo svolgimento delle lezioni,

2. un'altra dopo la fine delle lezioni

- Prima modalità: l'esame consiste in tre compiti in classe composti da due domande vero/falso teoriche e un esercizio articolato in due punti. I compiti si svolgeranno durante il corso nelle date precedentemente indicate e avranno durata di 30 minuti. Il voto più basso tra i tre non verrà conteggiato e il voto finale è la media aritmetica dei restanti due voti.
- Per sostenere l'esame con questa modalità è necessario iscriversi al seguente indirizzo:
 - http://dipeco.economia.unimib.it/dbs/gilli_ecoamm/
- dove si devono inserire nome, cognome e indirizzo mail

Marin Gilli lezioterienmentita 01 6

ARGOMENTI DI QUESTA LEZIONE

- Il modello di domanda e offerta e
- l'equilibrio come eguaglianza tra domanda e offerta:
 - □ importanza
 - □ significato
 - □ limitazioni

Mario Gilli

lezione 02

Esempio di meccanismo di allocazione: il mercato

- Scambio di un bene ipotetico.
- 100 studenti sono compratori.
- 100 studenti sono venditori.
- Ciascuno desidera scambiare al massimo una unità del bene.
- 1. Come descriviamo i desideri di scelta degli agenti ?
- 2. Cosa succederà o cosa dovrebbe succedere in questo mercato?

ario Gilli lezione 02

■ DESCRIZIONE SEMPLIFICATA DEI DESIDERI DI SCELTA DEGLI AGENTI ■ Consideriamo un compratore tipico: ■ SEI UN COMPRATORE DEL BENE: □ Desideri comprare una unità del bene. □ Il tuo prezzo di riserva è x euro; cioè sei disposto a pagare qualsiasi cifra fino a non più di x euro per comprare una unità del bene.

- Consideriamo un tipico venditore:
- SEI UN VENDITORE DEL BENE:
 - □desideri vendere una unità del bene.
 - □Il tuo prezzo di riserva è y euro; cioè sei disposto a vendere la tua unità del bene a qualsiasi prezzo maggiore o eguale a y euro.

Mario Gilli lezione 02

INIZIATE A CERCARE DI SCAMBIARE:cosa succede?

- COME VARIA IL FUNZIONAMENTO DELLO SCAMBIO CON DIVERSI
 - □ Contrattazione decentralizzata
 - □ Centralizzazione

MECCANISMI?

□ Prezzo dato

Gilli lezione 02

■I COMPRATORI

- 10 hanno un prezzo di riserva di 10 euro
- 10 hanno un prezzo di riserva di 20 euro
- 10 hanno un prezzo di riserva di 30 euro
- 10 hanno un prezzo di riserva di 40 euro
- **.**..
- 10 hanno un prezzo di riserva di 90 euro
- 10 hanno un prezzo di riserva di 100 euro
- 100 compratori in aggregato

Mario Gilli lezione 02 11

■I VENDITORI

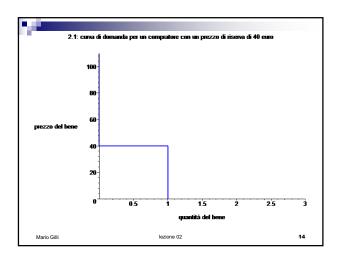
- 10 hanno un prezzo di riserva di 10 euro
- 10 hanno un prezzo di riserva di 20 euro
- 10 hanno un prezzo di riserva di 30 euro
- 10 hanno un prezzo di riserva di 40 euro
- **.**...
- 10 hanno un prezzo di riserva di 90 euro
- 10 hanno un prezzo di riserva di 100 euro
- 100 compratori in aggregato

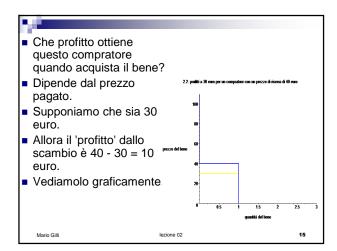
o Gilli lezione 02 12

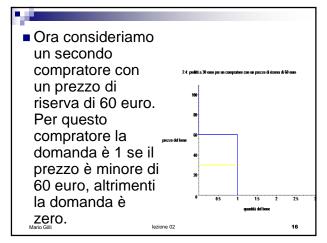
Modello di meccanismo di allocazione tramite prezzi

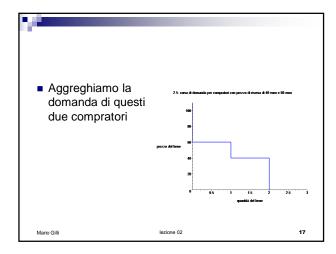
■ Modello dei compratori

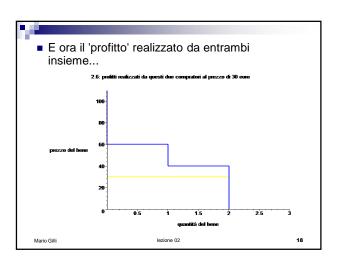
- Consideriamo un compratore tipico:
 - □ desideri comprare una unità del bene:
 - Il tuo prezzo di riserva è 40 euro; cioè sei disposto a pagare qualsiasi prezzo fino a non più di 40 euro per comprare una unità del bene.
- QUALE CURVA DI DOMANDA IMPLICA QUESTA DESCRIZIONE?
- La domanda è 1 se il prezzo è minore o uguale a 40, altrimenti la domanda é zero

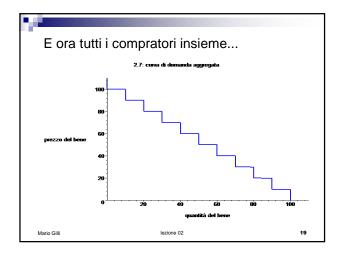




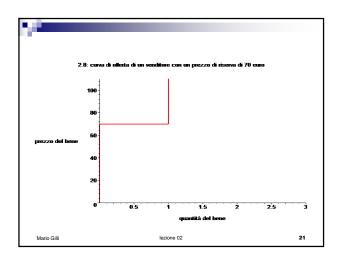


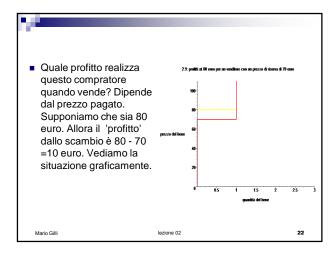


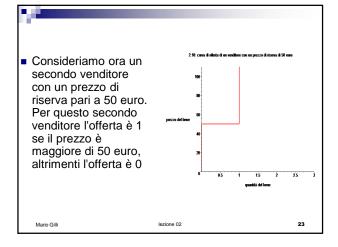


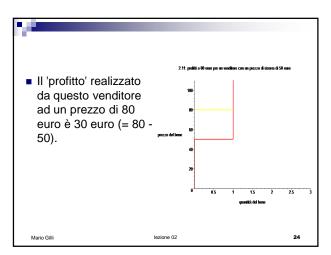




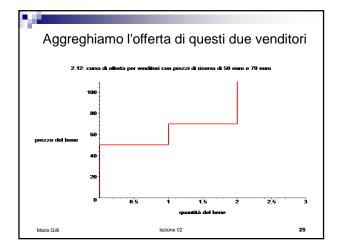


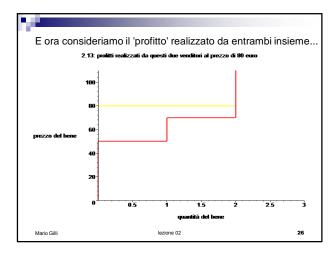


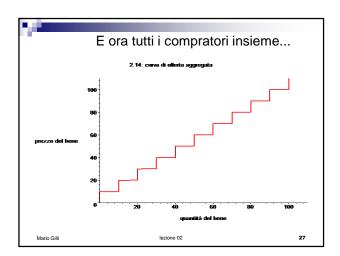


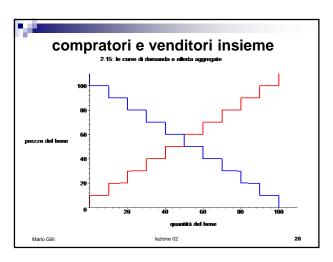


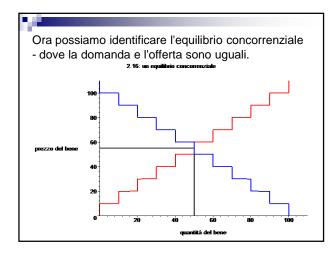
lezione 02 4

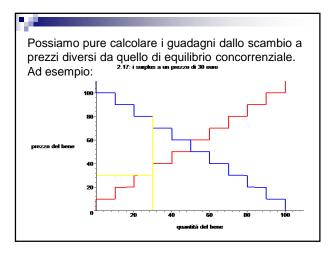












lezione 02 5



■ <u>Primo enigma: i palchi di lusso</u>

- Supponete che per un dato stadio in costruzione, i palchi di lusso vengano venduti direttamente alle imprese locali al costo di €300.000 l'uno.
- Il progettista programma di costruire 25 palchi e si attende, per tale numero, di venderli a un milione di euro l'uno, per un profitto netto di \in (1.000.000 300.000) \times 25 = 17,5 milioni di euro.
- Un collega non è d'accordo su tale decisione:
- poiché i palchi possono essere costruiti per €300.000 e venduti per circa un milione di euro l'uno, costruendone solamente 25 non si realizzerebbe il maggior profitto possibile, anche nel caso che un numero maggiore di palchi comportasse una lieve diminuzione del prezzo.
- Il ragionamento di questo collega non necessariamente è corretto.
- Perché?

Secondo enigma: la vendita di biglietti per una partita di calcio

- Un promoter di eventi calcistici deve allocare i 40.000 posti di uno stadio tra i tifosi di due squadre concorrenti, Milan e Inter.
- Può fissare prezzi differenti per i settori riservati alle due squadre.
- Se vende W posti ai tifosi del Milan riceverà €20 W/2.000 l'uno,
- mentre può ottenere € 10 per biglietto dai tifosi dell'Inter a prescindere dal numero dei biglietti a loro venduti.
- Il suo obiettivo consiste nel ripartire i 40.000 posti che ha a disposizione in modo da massimizzare gli incassi.
- Un amico gli suggerisce che un'equa ripartizione di 20.000 posti a ogni tifoseria è la soluzione migliore,
- poiché in questo modo il prezzo di ogni biglietto sarebbe lo stesso €10; allocando i posti in qualsiasi altro modo, il prezzo di un biglietto sarebbe superiore per una tifoseria e minore per l'altra.
- Perché questo amico ha torto?

Pensare da economisti: ragionare in termini marginali (1)

- Il ragionamento suggerito nell'esposizione degli enigmi è viziato perché non prende in considerazione gli effetti marginali o i trade-off marginali.
- Spieghiamo il significato di questo termine fondamentale con l'ausilio di un'analogia.
- Immaginate di trovarvi su una collina in una giornata molto nebbiosa. Non potete vedere oltre un passo in ogni direzione.
- Dovete determinare se siete in cima alla collina.
- Non potete affermare con certezza di trovarvi in cima, ma a volte potete asserire con certezza di non trovarvi in cima.
- Ponetevi la seguente domanda: la collina è inclinata marginalmente in una qualsiasi direzione?
- Potete salire con un piccolo passo in una data direzione?
- Se la risposta è affermativa, allora non vi trovate in cima alla

■Pensare da economisti: ragionare in termini marginali (2)

- Nei modelli economici si ipotizza che gli agenti cerchino di ottenere il maggior benessere possibile.
- Costruiamo il modello di questo comportamento come massimizzazione di una funzione di "benessere" (profitto o utilità).
- Nell'ottica del test della cima della collina, ci chiediamo costantemente se gli agenti possano migliorare la loro situazione apportando un cambiamento minimo - marginale - alle loro attività.
- Avranno massimizzato la loro funzione obiettivo solamente quando avranno esaurito tutti i miglioramenti marginali possibili.

■ Un esempio semplice (1) Un'impresa che produce poiuyt sta cercando di stabilire quanti poiuyt produrre e vendere Cosa sono i poiuyt? Ecco un poiuyt!

■Un esempio semplice (2)

L'azienda ritiene che se produce e vende x poiuyt, allora il prezzo per unità che otterrà è dato dalla funzione:

37

- dato dalla funzione: $P(x) = 6 \frac{3}{5.000}x$ Pertanto, il ricavo totale ammonterà a $x \times P(x)$, $RT(x) = x \left(6 - \frac{3}{5.000}x\right) = 6x - \frac{3}{5.000}x^2$
- L'impresa ha anche calcolato che il costo totale sostenuto per produrre x poiuyt ammonta a:

$$CT(x) = 1.000 + x + \frac{x^2}{5.000}$$

■Un esempio semplice (3)

■ Pertanto il suo profitto π è

$$\pi(x) = RT(x) - CT(x) =$$

$$= \left(6x - \frac{3}{5.000}x^2\right) - \left(1.000 + x + \frac{x^2}{5.000}\right) =$$

$$5x - \frac{4}{5000}x^2 - 1.000$$

 L'impresa desidera selezionare il livello di produzione x che massimizza il suo profitto

■Le variazioni marginali (1)

- Come trovare la soluzione al problema?
- È qui che entra in gioco la parola magica marginale.
- Quando gli economisti lo accostano alla funzione di una variabile, l'aggettivo marginale indica il tasso di variazione del valore della funzione per variazione unitaria della variabile.
- Qual è il punto?
- Il valore del profitto marginale vi indica se potreste essere in cima alla collina (non ci siete se tale valore è negativo o positivo; potreste esserci se il valore è nullo) e in quale direzione procedere per salire ulteriormente.

■ Le variazioni marginali (2)

- Il profitto aumenta quando il profitto marginale è positivo e diminuisce quando il profitto marginale è negativo.
- Il livello di produzione che massimizza il profitto si ha quando il profitto marginale passa da positivo a negativo, ipotizzando che si abbia questo passaggio una sola volta.
- Il profitto marginale è pari alla differenza tra il ricavo marginale e il costo marginale
- Pertanto, trovare un valore di x tale per cui il profitto marginale sia pari a €0, è equivalente a cercare il punto in cui il ricavo marginale è pari al costo marginale:
 - □ quando il ricavo marginale supera il costo marginale, dovreste incrementare x,
 - □ quando il ricavo marginale è inferiore al costo marginale, dovreste diminuire x.
- Il vantaggio di calcolare le derivate consiste nel fatto che è facile calcolare qualsiasi funzione marginale, a condizione di conoscerne la formula algebrica

■ Le variazioni marginali: esempio

La funzione di profitto è $\pi(x) = 5x - \frac{4}{5.000}x^2 - 1.000$ La funzione di ricavo totale è $RT(x) = x\left(6 - \frac{3}{5.000}x\right) = 6x - \frac{3}{5.000}x^2$ La funzione di costo totale è $CT(x) = 1.000 + x + \frac{x^2}{5.000}$

QUINDI

La funzione di profitto marginale è $\pi'(x) = 5 - \frac{8}{5.000}x$ La funzione di ricavo marginale è $RMa(x) = 6 - \frac{6}{5.000}x$

La funzione di costo marginale è $CMa(x) = 1 + \frac{2}{5000}x$

τ'(x) è una funzione lineare con pendenza negativa:

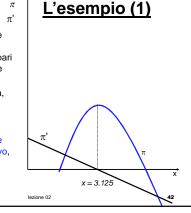
è positiva per x = 0, rimane positiva per un po', successivamente diventa pari a zero poi diventa e rimane negativa.

Pertanto il profitto aumenta, raggiunge un picco e in seguito diminuisce.

Il profitto è massimizzato quando il profitto marginale passa da positivo a negativo, ossia quando

5 - 8x/5.000 = 0, cioè x = 25.000/8 = 3.125

Mario Gilli



il ricavo marginale è lineare con pendenza negativa L'esempio (2) il costo marginale è una funzione lineare con pendenza positiva Per x = 0, il ricavo marginale è superiore al costo marginale, ossia RM(0) = 6 > 1 = CM(0). Il ricavo marginale rimane a un livello superiore al costo marginale fino a quando le due funzioni si intersecano una volta, dopodiché il costo marginale RMa supera il ricavo marginale. Il profitto è quindi massimizzato nel punto in cui il ricavo marginale è pari al costo marginale, ossia nella soluzione all'equazione 6 - 6x/5.000 = 1 + 2x/5.000, che è x = 3.125x = 3.125lezione 02 43

Ritorniamo al primo enigma

- La costruzione di un palco di lusso costa € 300.000; ipotizziamo che questo sia il costo marginale.
- La questione era espressa in questi termini: se vengono costruiti 25 palchi di lusso, ciascuno può essere venduto a un milione di euro; pertanto, perché fermarsi a 25?
- Un milione di euro è il prezzo per palco se il costruttore dello stadio fabbrica e vende 25 palchi. Se ne aggiunge uno, per venderne 26, potrebbe dover abbassare il prezzo di tutti.
- Se chiede un unico prezzo per tutti i palchi, valutando la costruzione del ventiseiesimo palco egli deve considerare l'effetto marginale che si produrrà sul ricavo totale.
- Sapere che il ventiseiesimo palco avrà un prezzo superiore al suo costo vi fornisce solamente un dato parziale.

Mario Gilli lezione 02 44

PRIMA CONCLUSIONE

- Gli economisti considerano i valori marginali perché creano modelli per il comportamento di agenti come massimizzazione di alcune funzioni e
- quando massimizzate una funzione, gli effetti marginali devono costituire la vostra preoccupazione primaria
- L'effetto marginale indica solamente che non potete trovarvi in cima alla collina se il terreno sotto i vostri piedi è inclinato verso l'alto in una direzione o nell'altra
- tuttavia allerta a ragionare considerando l'impatto marginale delle possibili decisioni.

Mario Gilli lezione 02 **45**

Il secondo enigma: la massimizzazione vincolata

- Nell'esempio dei poiuyt l'impresa non è vincolata nella determinazione delle sue quantità di produzione.
- Molti problemi economici tuttavia pongono delle limitazioni alle variabili:
 - il problema consiste nel trovare la scelta di variabili che massimizzano la funzione obiettivo rispettando tali vincoli.
- Vi sono metodi matematici per risolvere i problemi di massimizzazione vincolata, utilizzando strumenti quali le lagrangiane, che spesso tuttavia non chiariscono che cosa stia effettivamente accadendo.

rio Gilli lezione 02 **46**

Riprendiamo il secondo enigma (1)

- Possiamo risolverlo trasformandolo in un problema a una variabile senza vincoli, ipotizzando che il promoter voglia allocare tutti i 40.000 posti.
- Se W è il numero dei posti allocati ai tifosi del Milan, rimangono 40.000 – W posti per i tifosi dell'Inter e gli incassi del promoter ammontano a

 $R(W,M) = W(20 - \frac{W}{2.000}) + 10(40.000 - W)$

- La variabile W è vincolata, in quando non può essere un numero negativo e non può essere maggiore di 40.000;
- tuttavia, se usiamo il calcolo differenziale per massimizzare gli incassi in W ignorando tali vincoli, troveremo che nella soluzione sono comunque soddisfatti.
- Questo metodo funziona, ma non può essere facilmente generalizzato e nasconde il ragionamento intuitivo.
- Affrontiamo quindi il problema in un altro modo.

Riprendiamo il secondo enigma (2)

- Lo stadio contiene solamente 40.000 posti. Pertanto la domanda da porsi non è "a quale squadra dobbiamo allocare il posto marginale?", bensì
- Al margine, dovremmo riallocare i posti tra le due tifoserie?
- Vi è una contropartita nell'allocare i posti ai tifosi dell'Inter anziché a quelli del Milan. Pertanto, ogniqualvolta gli incassi marginali relativi a un posto aggiuntivo ai tifosi dell'Inter superano gli incassi marginali per un posto aggiuntivo a quelli del Milan, è ragionevole riallocare i posti spostandoli dai secondi ai primi.
- Per massimizzare gli incassi, gli incassi marginali derivanti da un tifoso aggiuntivo dell'Inter devono essere pari agli incassi marginali derivanti da un tifoso aggiuntivo del Milan.

lezione 02 8

■Riprendiamo il secondo enigma (3)

- Le funzioni degli incassi marginali sono le derivate $R(W, M) = W(20 - \frac{W}{2.000}) + 10M$ parziali di
- cioè $\frac{\partial R(W,M)}{\partial W} = 20 \frac{2W}{2.000}$
- La soluzione al problema del promoter si trova nel $\frac{\partial R(W,M)}{\partial W} = \frac{\partial R(W,M)}{\partial M}$ punto in cui
- cioè $20 \frac{2W}{2.000} = 10$ $W^* = 10.000$ $M^* = 30.000$ NB: uguagliare gli incassi marginali non significa garantire che la risposta sia corretta

Ľ'elasticità (1)

- Come sintetizzare in un numero l'informazione fornita dalla curva di domanda?
- Elasticità è un termine generale che gli economisti impiegano per descrivere la reattività di una quantità in seguito alle variazioni di una seconda quantità.
- L'elasticità della domanda D(p) in corrispondenza di un dato prezzo è il tasso di variazione percentuale della quantità domandata per una variazione del prezzo pari a un punto percentuale rispetto al prezzo dato

lezione 02

L'ELASTICITA DELLA DOMANDA AL PREZZO (2)

L'inclinazione della curva di domanda dipende dalle unità di misura usate e quindi non è un buon indicatore.

E' necessario depurare questa informazione, ad esempio considerando le variazioni percentuali. Questa è esattamente l'elasticità al prezzo, una misura della "sensibilità" della quantità domandata rispetto alle variazioni di prezzo che non dipende dalle unità di misura in cui sono espressi prezzo e quantità

$$\upsilon \equiv \frac{\Delta x / x}{\Delta p / p}$$

Cioè il rapporto tra la variazione percentuale della quantità domandata e la variazione percentuale del prezzo

L'elasticità della domanda (3)

- Usando le derivate $v(p) = D'(p) \times \frac{p}{x} = D'(p) \times \frac{p}{D(p)}$
- Calcolando l'elasticità nel punto p₀

$$v(p_0) = D'(p_0) \times \frac{p_0}{x_0} = D'(p_0) \times \frac{p_0}{D(p_0)}$$

- **Esempio**: se la funzione di domanda è D(p) = 1.000(20 p), allora $v(p) = -1000 \times \frac{p}{1000(20 p)} = -\frac{p}{20 p}$ Calcolata in $p_0 = 5$ $v(5) = -\frac{5}{20 5} = -\frac{1}{3}$

L'elasticità della domanda inversa

- Usando le derivate $v^*(x) = \frac{1}{P'(x)} \times \frac{p}{x} = \frac{1}{P'(x)} \times \frac{P(x)}{x}$
- Calcolando l'elasticità nel punto x₀

$$\upsilon^*(x_0) = \frac{1}{P'(x_0)} \times \frac{p_0}{x_0} = \frac{1}{P'(x_0)} \times \frac{P(x_0)}{x_0}$$

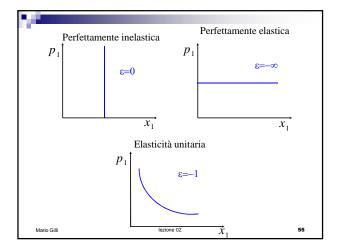
■ Esempio: se la funzione di domanda è

$$v^*(x) = -\frac{1}{1/1000} \times \frac{20 - x/1000}{1/1000} = -\frac{20000 - x}{1/1000}$$

P(x) = 20 − x/1000, allora $v^*(x) = -\frac{1}{1/1000} \times \frac{20 - x/1000}{x} = -\frac{20000 - x}{x}$ ■ Calcolata in $x_0 = 15.000$ $v^*(15000) = -\frac{5000}{15000} = -\frac{1}{3}$ 15000 - 3

■ Elasticità variabile ed elasticità costante

- L'elasticità generalmente varia lungo una data funzione di domanda.
- Nel nostro esempio con D(p) = 1.000(20 p) abbiamo calcolato che al prezzo 5 e alla quantità 15.000 l'elasticità della domanda è -1/3.
- Se invece considerassimo il prezzo 15, corrispondente alla quantità 5.000? $v(15) = v^*(5.000) = -3$.
- Quindi la domanda lineare NON ha elasticità costante.
- Alcune particolari funzioni di domanda presentano un'elasticità costante della domanda.



Riepilogo

- I valori marginali compaiono spesso nelle analisi economiche per il seguente motivo, articolato in due punti:
 - □ nei modelli economici si ipotizza che gli agenti agiscano perseguendo uno scopo; l'azione diretta a uno scopo viene rappresentata nei modelli come massimizzazione di una misura unidimensionale, per esempio il profitto o l'utilità. Un test necessario per verificare di aver raggiunto il massimo consiste nel controllare che nella posizione corrente non sia possibile alcun miglioramento marginale;
 - Quindi gli economisti sanno che devono valutare attentamente gli impatti marginali delle azioni possibili

Mario Gilli lezione 02 **56**

- I valori marginali continui sono semplicemente le derivate (parziali).
- Per un'impresa il profitto aumenta quando il profitto marginale è positivo o, in modo equivalente, quando il ricavo marginale supera il costo marginale. Pertanto, per trovare un livello di produzione che massimizzi il profitto, poniamo il profitto marginale pari a zero oppure poniamo il ricavo marginale pari al costo marginale.
- Il ricavo marginale in genere non è il prezzo ottenuto dall'ultima unità venduta. È' una cifra inferiore, che riflette la perdita di ricavo dovuta al fatto che per vendere l'unità aggiuntiva occorre ridurre il prezzo unitario.

Mario Gilli lezione 02 57

- Per le imprese multiprodotto valgono le stesse regole di massimizzazione del profitto, ricordando che il valore marginale di una qualsiasi misura indica il tasso di variazione di tale misura al variare di una variabile, mantenendo costanti le altre. Il costo marginale e il ricavo marginale indicano la somma dei tassi di variazione del costo totale e del ricavo totale relativi a tutte le attività dell'impresa.
- Per i problemi di massimizzazione vincolata, la regola generale è più complessa ma il modo giusto di procedere consiste nel considerare i contributi marginali di attività diverse che possono essere reciprocamente scambiate.

Mario Gilli lezione 02 **58**