

LEZIONE 7

Applicazioni del modello di comportamento per i consumatori

La scelta intertemporale

Mario Gilli

lezione 07

1

CAPITOLO 6

Applicazioni del modello di comportamento dei consumatori

Parte prima

- Il modello di scelta intertemporale
- Grafici: curve di indifferenza e insiemi di bilancio
- La derivazione delle funzioni individuali di offerta di risparmio o di domanda di indebitamento

Mario Gilli

lezione 07

2

RIEPILOGO

- La statica comparata esplora come le variabili decisionali (in questo caso le domande) variano al variare di dati parametri (in questo caso reddito e prezzi).
- Il modo in cui la domanda varia con i prezzi e il reddito dipende dalla forma delle preferenze.
- Possiamo distinguere beni normali e beni inferiori e beni di Giffen

Mario Gilli

lezione 07

3

ARGOMENTI OGGETTO DI STUDIO IN QUESTA LEZIONE (1)

- Questa lezione utilizza il modello del consumatore che massimizza l'utilità per analizzare il comportamento di un agente nel mercato finanziario, cioè
- quando decide se e quanto risparmiare o prendere a prestito.
- Questo significa considerare la decisione relativa all'**allocazione ottimale del consumo nel tempo**.

Mario Gilli

lezione 07

4

ARGOMENTI OGGETTO DI STUDIO IN QUESTA LEZIONE (2)

- In particolare, esaminiamo l'allocazione ottimale del reddito in consumo nel tempo.
 - Questo è importante perché **spesso la gente riceve il reddito nel tempo in un modo che non corrisponde al flusso di consumo preferito**.
- Gli individui necessitano di ri-accomodare il flusso intertemporale di reddito.

Mario Gilli

lezione 07

5

L'ENIGMA (1)

- Perché un giovane decide di iscriversi all'università?
- Semplificando, alla fine degli studi superiori un giovane fronteggia due opportunità:
 1. andare a lavorare oppure
 2. continuare a studiare.
- Cosa vi ha indotto ad iscrivervi all'università invece di entrare subito nel mercato del lavoro?
- Da un punto di vista economico, la scelta di iscriversi all'università invece di lavorare significa rinunciare ad un maggiore reddito oggi (il reddito da lavoro senza laurea) in cambio di un probabile maggior reddito futuro (il reddito da lavoro di un laureato).

Mario Gilli

lezione 07

6

■ L'ENIGMA (2)

- Nella scelta in esame è intrinsecamente coinvolto un aspetto intertemporale:
- una scelta oggi che condiziona le proprie opportunità future.
- E' possibile riformulare il modello di scelta del consumatore esposto nel capitolo precedente in modo da permettere l'analisi dei problemi di scelta intertemporali?
- Sì, con opportuni accorgimenti.

Mario Gilli

lezione 07

7

■ Il modello di scelta intertemporale

- Due soli periodi, oggi e domani, $t=1, 2$.
- Oggetto di scelta è il livello di consumo nei due periodi c_1, c_2
- In questo contesto intertemporale un paniere di consumo è costituito da una coppia di numeri c_1, c_2
- Secondo il modello di comportamento del consumatore un consumatore ordinerà i possibili panieri c_1, c_2 tramite una funzione di utilità.

Mario Gilli

lezione 07

8

■ Esempio:

- un consumatore deve scegliere tra i seguenti panieri di consumo oggi e domani (3; 3), (2; 6), (5; 1), (1; 4)
- ed è caratterizzato dalla seguente *funzione di utilità*

$$u(c_1, c_2) = \ln(c_1) + 0,5 \ln(c_2)$$
- Le utilità dei quattro panieri sono
- $u(3; 3) = \ln(3) + 0,5 \ln(3) = 1,64$
- $u(2; 6) = \ln(2) + 0,5 \ln(6) = 1,59$
- $u(5; 1) = \ln(5) + 0,5 \ln(1) = 1,61$
- $u(1; 4) = \ln(1) + 0,5 \ln(4) = 0,69$.
- Pertanto, un consumatore con la funzione di utilità che abbiamo ipotizzato sceglie (3; 3).

Mario Gilli

lezione 07

9

■ Il mercato finanziario e il vincolo di bilancio intertemporale (1)

- Dopo aver specificato
- 1. gli oggetti di scelta (panieri di consumo oggi e consumo domani) e
- 2. il modo di ordinare questi panieri (funzione di utilità),
- dobbiamo precisare **se e come è possibile trasferire risorse tra periodi.**

Mario Gilli

lezione 07

10

■ Il mercato finanziario e il vincolo di bilancio intertemporale (2)

- In altre parole è necessario specificare
- le possibilità di trasferimento intertemporale delle risorse e cioè formalmente
 - **il vincolo di bilancio intertemporale.**
- Solo con questi tre elementi
 1. insieme di scelta
 2. utilità
 3. vincoli
- possiamo scrivere un modello ben definito del **problema di scelta intertemporale del consumatore.**

Mario Gilli

lezione 07

11

■ Il mercato finanziario e il vincolo di bilancio intertemporale (3)

- Se desideriamo trasferire risorse da oggi a domani, possiamo risparmiare
- in modo da avere domani un reddito maggiorato dell'ammontare risparmiato e dal rendimento finanziario della somma risparmiata.
- Il rendimento del risparmio è il *tasso d'interesse* i moltiplicato per la somma risparmiata.

Mario Gilli

lezione 07

12

■ Il mercato finanziario e il vincolo di bilancio intertemporale (4)

- Viceversa se desideriamo trasferire risorse da domani a oggi,
- allora ci indebitiamo e ci impegnano a restituire domani il debito più un interesse su tale somma.
 - **Quindi è il mercato finanziario che ci permette di trasferire risorse intertemporalmente.**

Mario Gilli

lezione 07

13

■ MODELLO DI SCELTA INTERTEMPORALE NEI MERCATI FINANZIARI (1)

- **IPOTESI:**
- due periodi, nel quale gli individui ottengono
 - un reddito y_1 nel periodo 1 e
 - un reddito y_2 nel periodo 2
- Assumiamo un bene di consumo solo e un prezzo pari a 1 in entrambi periodi
- Denotiamo con c_1 e c_2 i livelli desiderati di consumo (reale) nei due periodi.

Mario Gilli

lezione 07

14

■ MODELLO DI SCELTA INTERTEMPORALE NEI MERCATI FINANZIARI (2)

- Per potere rappresentare le opportunità di scambio intertemporale dobbiamo specificare
 1. la ricchezza del consumatore in termini di reddito oggi e reddito domani,
 2. il costo o il guadagno di trasferire denaro da un periodo all'altro.

Mario Gilli

lezione 07

15

■ MODELLO DI SCELTA INTERTEMPORALE NEI MERCATI FINANZIARI (3)

- In un contesto intertemporale
 1. la **ricchezza del consumatore** è il flusso di reddito percepito dall'agente nei diversi periodi della sua vita
 - Nel nostro modello semplificato quindi è un vettore di numeri non negativi $(y_1; y_2)$
 2. il **costo o il guadagno di trasferire denaro da un periodo all'altro** è il tasso d'interesse
 - Nel nostro modello semplificato quindi è un numero non negativo i

Mario Gilli

lezione 07

16

■ MODELLO DI SCELTA INTERTEMPORALE NEI MERCATI FINANZIARI (4)

- E' possibile che l'individuo sia soddisfatto di consumare il suo reddito y_1 nel periodo 1 e il suo reddito y_2 nel periodo 2
- Cioè $c_1 = y_1$ e $c_2 = y_2$
- Tuttavia l'individuo può invece preferire riarrangiare il consumo prendendo o dando a prestito tra i due periodi
- Quindi $c_1 \neq y_1$ e $c_2 \neq y_2$

Mario Gilli

lezione 07

17

■ MODELLO DI SCELTA INTERTEMPORALE NEI MERCATI FINANZIARI (5)

- Formalmente l'**ammontare risparmiato** è il reddito di oggi meno il consumo di oggi, cioè $y_1 - c_1$
- questa somma maggiorata del suo rendimento, cioè $i(y_1 - c_1)$ permette al consumo di domani di eccedere il reddito di domani

$$c_2 \leq y_2 + (y_1 - c_1) + i(y_1 - c_1)$$
- che può essere riscritto come

$$c_2 + (1+i)c_1 \leq y_2 + (1+i)y_1 \quad (1)$$
- L'equazione (1) rappresenta quindi il vincolo di bilancio intertemporale quando il **consumatore risparmia**.

Mario Gilli

lezione 07

18

MODELLO DI SCELTA INTERTEMPORALE NEI MERCATI FINANZIARI (6)

- Analogamente l'ammontare per cui ci si **indebita** è il consumo di oggi meno il reddito di oggi, cioè $c_1 - y_1$
- domani deve essere restituita questa somma maggiorata del costo dell'indebitamento, cioè di $i(c_1 - y_1)$
- Di conseguenza il reddito di domani deve eccedere di tale somma il consumo di domani: $y_2 \geq c_2 + (c_1 - y_1) + i(c_1 - y_1)$
- che può essere riscritto come

$$c_2 + (1+i)c_1 \leq y_2 + (1+i)y_1 \quad (2)$$
- L'equazione (2) rappresenta quindi il vincolo di bilancio intertemporale quando **il consumatore si indebita**.

Mario Gilli

lezione 07

19

MODELLO DI SCELTA INTERTEMPORALE NEI MERCATI FINANZIARI (7)

- Assumiamo **mercati dei capitali perfetti**, cioè
 - il **tasso d'interesse ottenuto sui risparmi è uguale al tasso d'interesse pagato sui debiti**, quindi il vincolo di bilancio intertemporale è unico
 - l'individuo può **prendere a prestito e risparmiare quanto desidera ad un tasso di interesse dato e costante i**
 - il **tasso di interesse dato e costante i** non varia al variare della somma risparmiata o mutuata
 - il **tasso di interesse dato e costante i** non varia al variare dell'individuo che si rivolge al mercato finanziario

Mario Gilli

lezione 07

20

Vincolo di bilancio intertemporale (1)

$$\underbrace{c_1 + \frac{c_2}{1+i}}_{\text{Valore attuale del consumo}} = \underbrace{y_1 + \frac{y_2}{1+i}}_{\text{Valore attuale delle dotazioni}}$$

NB: il consumatore può spendere tutto il reddito nel periodo in cui lo percepisce: cioè il vincolo di bilancio intertemporale passa per il paniere $\{c_1=y_1, c_2=y_2\}$.

Mario Gilli

lezione 07

21

Vincolo di bilancio intertemporale (2)

Vincolo di bilancio intertemporale in valore futuro:

$$c_2 = y_2 + \underbrace{(y_1 - c_1)(1+i)}_{\text{Reddito da capitale}}$$

$c_1 < y_1$: reddito da capitale (+) = proventi dai risparmi
 $c_1 > y_1$: reddito da capitale (-) = interessi lordi pagati

Vincolo di bilancio intertemporale in valore attuale:

$$c_1 = y_1 + \underbrace{\frac{y_2 - c_2}{1+i}}_{\text{Valore corrente dei risparmi futuri}}$$

Mario Gilli

lezione 07

22

MODELLO DEL PROBLEMA DI SCELTA INTERTEMPORALE

- Il **problema di scelta intertemporale del consumatore** consiste nel selezionare il **migliore** paniere di consumo oggi e consumo domani tra quelli che può permettersi data la sua ricchezza e dato il funzionamento del mercato finanziario sinteticamente rappresentato dal vincolo di bilancio
- Il modello quindi è rappresentato dal seguente programma:

$$\max u(c_1, c_2)$$

$$\text{c.v.} \quad c_1(1+i) + c_2 \leq y_1(1+i) + y_2$$

Mario Gilli

lezione 07

23

SOLUZIONE AL PROBLEMA DI SCELTA INTERTEMPORALE (1)

- Anche nella soluzione al problema di scelta intertemporale si eguaglia il **valore soggettivo** del consumo oggi e del consumo domani
- Il **prezzo del consumo oggi è $(1+i)$ e il prezzo del consumo domani è 1**.
- Quindi nella **soluzione del problema di scelta intertemporale del consumatore**:

$$\frac{UM_1}{1+i} = UM_2$$
- Inoltre la soluzione deve soddisfare anche il vincolo di bilancio: $c_1(1+i) + c_2 \leq y_1(1+i) + y_2$

Mario Gilli

lezione 07

24

SOLUZIONE AL PROBLEMA DI SCELTA INTERTEMPORALE (2)

- Nella soluzione del problema di scelta intertemporale del consumatore
 - se il consumo nei due periodi è strettamente positivo devo eguagliare i valori soggettivi,
 - si ha un consumo nullo nel periodo in cui il valore soggettivo è strettamente minore del valore soggettivo del consumo nell'altro periodo.

Mario Gilli lezione 07 25

Esempio:

- Supponiamo che
 - La funzione di utilità sia $u(c_1, c_2) = \ln(c_1) + 0,5 \ln(c_2)$
 - Il tasso d'interesse è il 5% e quindi $i=0,05$
 - Il flusso di reddito sia $y_1 = 150, y_2 = 157,5$
- Pertanto i valori soggettivi del consumo nei due periodi sono

$$\frac{1}{1,05c_1} = \frac{1}{2c_2}$$
- Oltre a valori soggettivi uguali, abbiamo l'equazione di bilancio $1,05c_1 + c_2 = 315$
- Quindi la soluzione è: $c_1^* = 200$ e $c_2^* = 105$
- Cioè l'agente è un mutuatario: $c_1 > y_1$ & $c_2 < y_2$

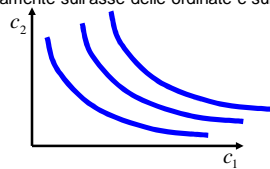
Mario Gilli lezione 07 26

ANALISI GEOMETRICA DEL PROBLEMA DI SCELTA INTERTEMPORALE

Mario Gilli lezione 07 27

Grafici: curve di indifferenza e insiemi di bilancio

Il problema di scelta intertemporale può essere rappresentato graficamente riferendoci al consumo domani e al consumo oggi come ai due beni rappresentati rispettivamente sull'asse delle ordinate e sull'asse delle ascisse



La funzione di utilità del consumatore è rappresentata tramite una *mapa di curve di indifferenza* o insiemi dei livelli della funzione di utilità, u , del consumatore

Mario Gilli lezione 07 28

Mappa d'indifferenza e funzione di utilità intertemporale

Funzione di utilità intertemporale: $U = u(c_1, c_2)$

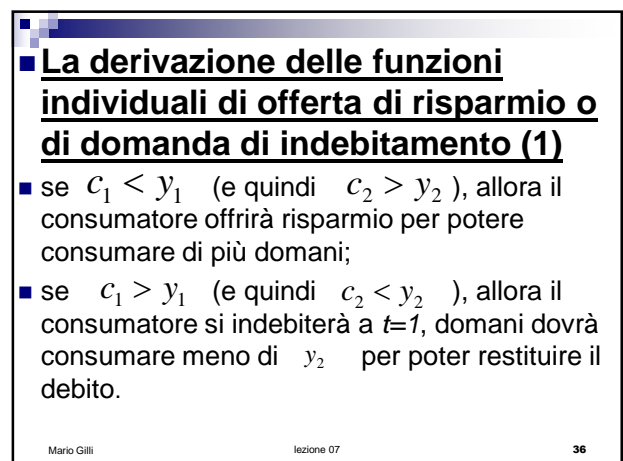
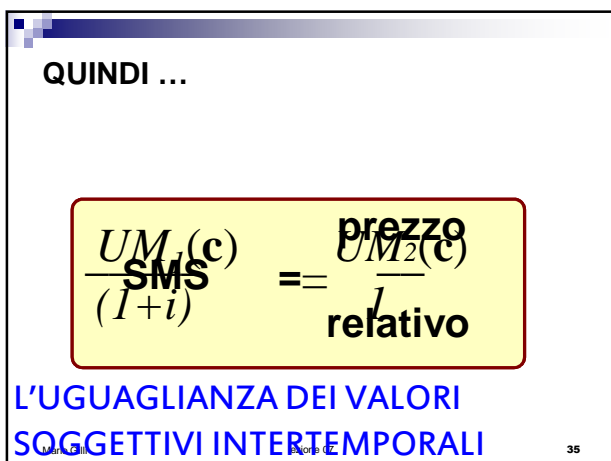
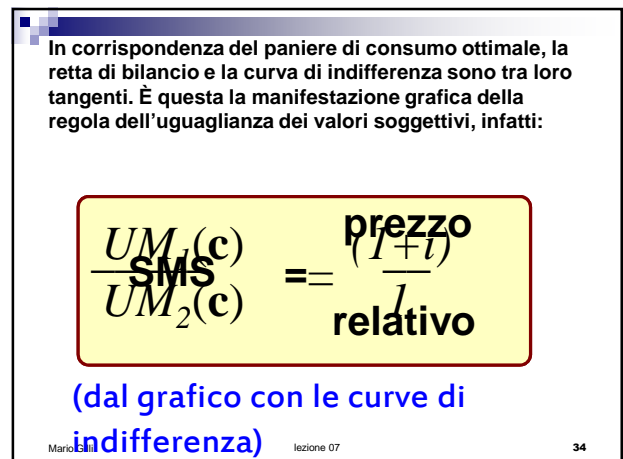
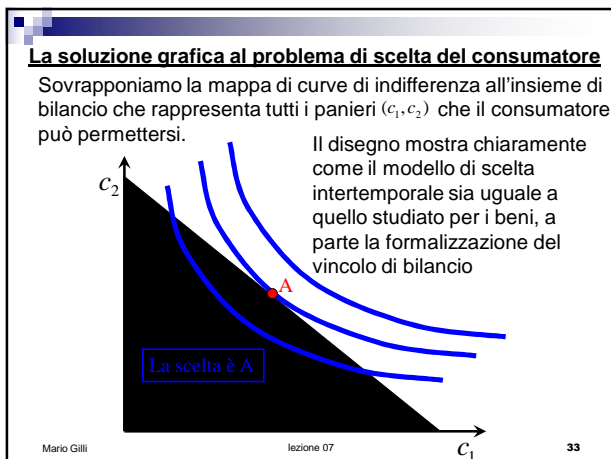
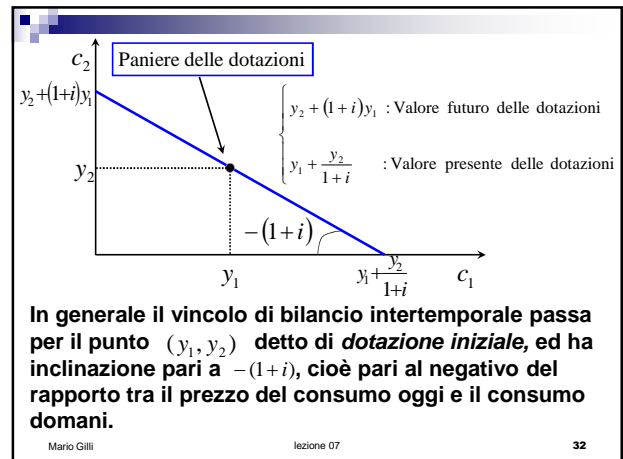
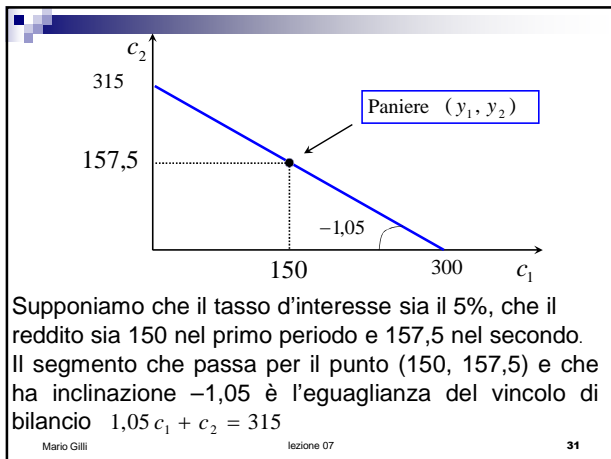
Curve di indifferenza intertemporale: $u(c_1, c_2) = \text{costante}$

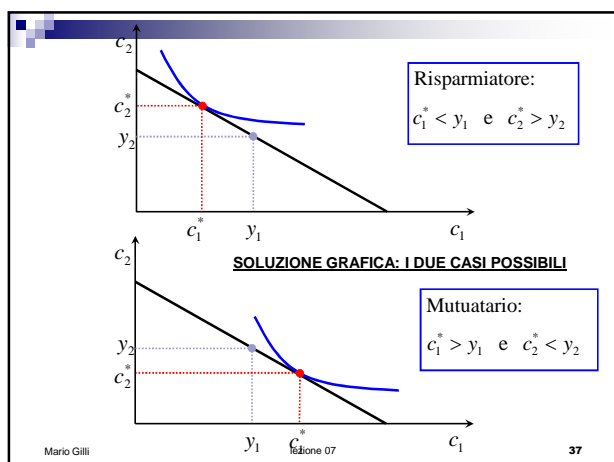
Mario Gilli lezione 07 29

Curve di indifferenza e vincolo di bilancio: la soluzione grafica al problema di scelta del consumatore

- Dobbiamo rappresentare nel grafico non solo la funzione obiettivo da massimizzare (la mappa di curve di indifferenza), ma
- pure il vincolo di bilancio intertemporale.

Mario Gilli lezione 07 30





La derivazione delle funzioni individuali di offerta di risparmio o di domanda di indebitamento (2)

La derivazione dell'offerta di risparmio o della domanda di indebitamento richiede di mettere a sistema l'eguaglianza tra valori soggettivi e il vincolo di bilancio intertemporale espresso in funzione dei parametri i, y_1, y_2 :

$$\begin{cases} \frac{UM_1}{(1+i)} = UM_2 \\ c_2 = -(1+i)c_1 + y_1(1+i) + y_2 \end{cases}$$

Mario Gilli lezione 07 38

Esempio: $u(c_1, c_2) = \ln(c_1) + 0,5 \ln(c_2)$

Il sistema che consente di derivare il livello di consumo desiderato è:

$$\begin{cases} \frac{1}{(1+i)c_1} = \frac{1}{2c_2} \\ c_2 = -(1+i)c_1 + y_1(1+i) + y_2 \end{cases}$$

che implica:

$$c_1^* = \frac{2y_1}{3} + \frac{2y_2}{3(1+i)}$$

Quindi $c_1^* > y_1$ se e solo se $i < \frac{2y_2 - y_1}{y_1}$

Mario Gilli lezione 07 39

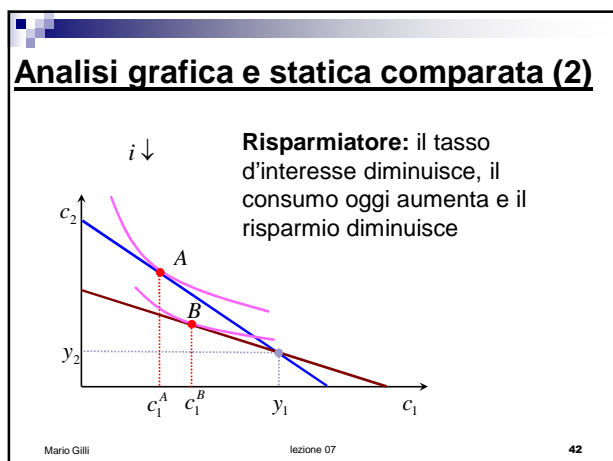
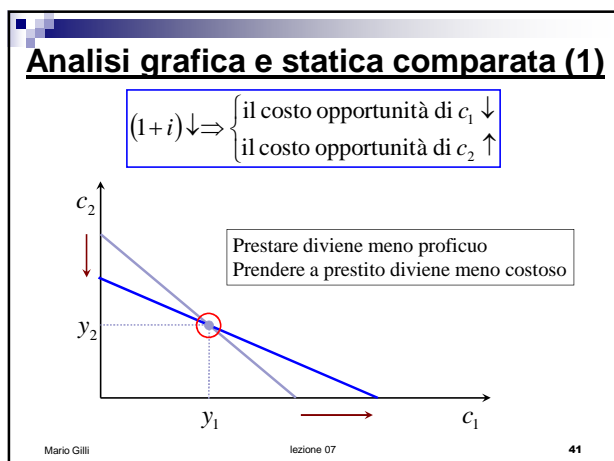
Esempio:

Pertanto il nostro consumatore

- si indebita per un ammontare $c_1^* - y_1 = \frac{2y_2}{3(1+i)} - \frac{y_1}{3}$ se $i < \frac{2y_2 - y_1}{y_1}$
- risparmia per un ammontare $y_1 - c_1^* = \frac{2y_2}{3(1+i)} - \frac{y_1}{3}$ se $i > \frac{2y_2 - y_1}{y_1}$
- consuma in ogni periodo esattamente il suo reddito senza ricorrere al mercato finanziario se $i = \frac{2y_2 - y_1}{y_1}$

Se si indebita un aumento di i riduce la domanda di prestiti, se risparmia un aumento di i aumenta l'offerta di risparmio.

Mario Gilli lezione 07 40



Analisi grafica e statica comparata (3)

Nel disegno precedente:

$$i \downarrow \Rightarrow c_1 \uparrow, c_2 \downarrow \Rightarrow s \downarrow$$

In generale, per un risparmiatore:

$$i \downarrow \Rightarrow \begin{cases} c_1 \uparrow, c_2 \downarrow \Rightarrow s \downarrow \\ c_1 \downarrow, c_2 \downarrow \Rightarrow s \uparrow \end{cases}$$

Mario Gilli

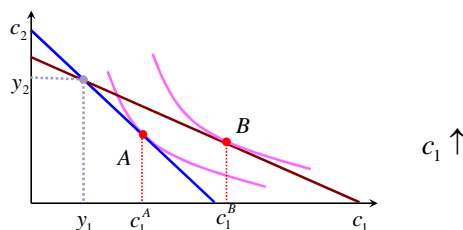
lezione 07

43

Analisi grafica e statica comparata (4)

$i \downarrow$

Mutuatario: il tasso d'interesse diminuisce, il consumo oggi aumenta e il risparmio diminuisce



Mario Gilli

lezione 07

44

Analisi grafica e statica comparata (5)

Nel disegno precedente:

$$i \downarrow \Rightarrow c_1 \uparrow, c_2 \downarrow \Rightarrow s \downarrow$$

In generale, per un mutuuario:

$$i \downarrow \Rightarrow \begin{cases} c_1 \uparrow, c_2 \downarrow \Rightarrow s \downarrow \\ c_1 \uparrow, c_2 \uparrow \Rightarrow s \downarrow \end{cases}$$

Mario Gilli

lezione 07

45

Riepilogo

- Il modello economico del consumatore che massimizza l'utilità può essere usato anche per analizzare il comportamento individuale nel mercato finanziario.
 - Per studiare le scelte di offerta di risparmio o di domanda di prestiti, è necessario formulare il problema di scelta del consumatore in un contesto intertemporale.
 - Il modello di scelta intertemporale è costituito da una funzione di utilità che stabilisce un ordine tra le possibili opzioni del consumatore, che consistono in panieri di consumo oggi e consumo domani, e da un vincolo di bilancio che rappresenta i costi e i guadagni degli scambi intertemporali sui mercati finanziari.

Mario Gilli

lezione 07

46

Il problema intertemporale del consumatore consiste nel scegliere il paniere di consumo oggi e consumo domani migliore (che massimizza l'utilità) tra tutti quelli che egli può permettersi, dato il tasso d'interesse e la sua ricchezza, espressa come reddito oggi e reddito domani.

- La soluzione del problema intertemporale del consumatore coincide con quella vista nel capitolo precedente: i valori soggettivi del consumo oggi e del consumo domani per quantità strettamente positive devono essere uguali ai valori soggettivi dei beni che non vengono consumati.
- Usando questa regola con riferimento a un generico tasso d'interesse e a livelli di reddito pure generici, è possibile derivare la domanda di prestiti o l'offerta di risparmio in funzione di queste variabili, in particolare del tasso d'interesse.
- La comprensione dei meccanismi di derivazione delle funzioni di domanda o offerta individuali è aiutata dall'analisi grafica delle mappe di curve di indifferenza, tramite gli esercizi di statica comparata.

Mario Gilli

lezione 07

47