**【例10-41】** 已知小麦亩产服从正态分布，传统小麦品种平均亩产800斤，现有新品种产量未知，试种10块，每块一亩，产量为：

775,816,834,836,858,863,873,877,885,901

问：新产品亩产是否超过了800斤？

假设检验就是概率意义上的反证法。要证明命题H1：，可以首先假设H0：。本体中容易计算样本均值超过800了，有没有可能超过800的原因是由于抽样的随机性引起的？是否总体均值根本没有变化？我们看如下的统计量：



容易看出，如果新品种确有增产效应，应偏大，不利于H0，取，查表求临界值，使得，即构造不利于H0，有利于H1的小概率事件，如果在一次试验中该小概率事件发生了，就有理由拒绝H0，认为H1成立。

严格逻辑意义上的反证法思路如下：欲证H1成立，先假设其否命题H0成立，然后找出逻辑意义上的矛盾，从而推翻H0成立，严格证明H1成立。假设检验的思路类似，只不过引出的不是矛盾，而是小概率事件在一次实验中发生。

我们称想要证明的命题H1为备择假设，对立的命题H0称为原假设，面对样本，我们必须表态是接受原假设还是拒绝原假设，这有可能出现两类错误。如果客观上原假设的确成立，面对样本的异常我们拒绝了原假设，这种“以真为假”的错误我们称为第一类错误，发生的概率用表示；如果客观上备择假设成立，我们却接受了原假设，这种“以假为真”的错误我们称为第二类错误，用发生的概率用表示。假设假设检验一般首先控制第一类错误，即：当我们拒绝原假设时有比较充足的理由，犯错误的概率不超过预设的，称为显著性水平。常用的显著性水平有



这种预设显著性水平的假设检验也称为显著性检验，以后我们提到的假设检验都是显著性检验。对于显著性检验，当接受原假设时，可以认为是拒绝的证据不足。

对于例3.1的问题，取，当时拒绝原假设。这里称为检验统计量，所确定的的取值范围称为拒绝域。

x=[775,816,834,836,858,863,873,877,885,901];

T=(mean(x)-800)/(std(x)/sqrt(9)),

ta=tinv(0.95,9),

计算结果T=4.1669>ta=1.8331，故拒绝原假设，认为确有增产。

之所以查表求临界值，是因为当初计算机及数学软件尚未普及，人们利用稀有的计算机资源计算出了一些关键的临界值，供没有计算机的人们膜拜使用。因此上述解题套路是几乎所有教科书上使用的方法，不妨称为“查表法”。

由于计算机及数学软件的普及，统计方法的使用套路也应该更新，如果写作业写论文都用计算机打字，真正数学计算反而要翻书本查表，怎么看也都很滑稽。

其实，Matlab可以计算常用分布在任意一点的分布函数的值，例如对于上述T=4.1669，可以直接计算分布函数在该点的值：

p=tcdf(T,9)

计算结果为0.9988，超过了。或者计算出1-p=0.0012，小于我们预设的显著性水平。面对0.0012这个值，我们拒绝了原假设，就是使用了概率意义上的反证法。我们可以做一个比喻：张三每天上网游戏，期末考试肯定不及格，我们说：“要想张三及格，除非明天太阳从西边出来”。这里原假设是“及格”，备择假设“不及格”是我们想证明的东西。其等价的逆否命题是：因为明天太阳不会从西边出来，所以张三一定不及格。这是我们说话的内含逻辑。“太阳从西边出来”是不可能事件，我们使用的是语文上“夸张”的修辞方法以表达对张三的极度鄙视。

现在，面对新品种亩产数据，我们的结论是：要说没有增产效应，除非明天下大雹子。这里没有“夸张”，因为1-p=0.0012大约为千分之一，是类似于不可能事件的极小概率事件，和明天下大雹子一样罕见（大约三年才得一见）。我们计算出来的1-p越小，说明备择假设成立的证据越充足。

几十年前，对于自由度为9的分布，我们只能将

1.3830，1.8331 ，2.2622，2.8214

等少数几个值印在书上，现在我们可以计算p=tcdf(T,9)在任意一点分布函数的值。