【例9-17】求下列向量组

的秩及一个最大线性无关组，并将其余向量用最大线性无关组表示。

分析：容易发现用定义的形式很难求秩和最大线性无关组，为此我们从方程组和矩阵之间的关系以及方程组和向量组之间的关系可以得到，向量组的秩及其最大线性无关组应该与其对应的矩阵的秩以及矩阵的最高阶非零子式之间有某种关系，为此我们给出：

定理：矩阵的秩等于其行向量组的秩，也等于其列向量组的秩。

略证：设A的秩为r，则在A中存在r阶子式，从而所在的r线性无关，又A的所有的r+1阶子式，因此中的任意个列向量都线性相关，因此所在的列是A列向量组的最大线性无关组，所以列向量组的秩等于r。

类似可证矩阵A行向量组的秩等于r。

同时从证明的过程可以发现：若是矩阵A的一个最高阶非零子式，则所在的r列即是A的列向量组的一个最大线性无关组；同时所在的r行即是A的行向量组的一个最大线性无关组。

我们现在求解上面的问题，把上面的4个向量看成某矩阵A的4列进行求解。

解：



所以，

是的一个最大线性无关组。（当然易见亦是的一个最大线性无关组）。

为了把用线性表示，把A再变成行最简形矩阵



易见。