一、连续性的证明

1、定义法： $\varepsilon-\delta$语言（邻域不要去心）即 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

$\forall \varepsilon>0$，$\exists\ \delta>0$，s.t. $\forall\ |x-x_0|<\delta$，$|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$

2、增量法： $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \Delta y=0$

3、组合法： ①初等函数类都是连续函数

②四则运算、反函数、复和函数的连续性

二、间断点的证明与类型判断

1. 证明：定义法 → 连续性三要素有某一个不满足

连续性三要素：(1) x_0处有定义

(2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在

(3) $\lim\limits_{x\to x_0} = f(x_0)$

2、类型判断

- $f(x_0^-)$ 与 $f(x_0^+)$ 均存在 → 第一类间断点
  - $f(x_0^-)\neq f(x_0^+)$ → 跳跃间断点
  - $f(x_0^-)= f(x_0^+)$ → 可去间断点

- $f(x_0^-)$ 与 $f(x_0^+)$ 至少有一个不存在 → 第二类间断点
  - 无穷间断点　　◦ 振荡间断点

三：闭区间上连续函数的性质

1. 零点存在定理 → 介值定理
2. 有界性定理 → 最值定理
3. 闭区间套定理
4. 极限值 = 该点函数值 → 求极限

(若无连续的条件，则思考用定义)