一、函数定义与相等

$$\underset{\text{对应法则}}{f}: \underset{\text{定义域}}{A} \to \underset{\text{陪域}}{B}$$

值域是陪域的子集

$f = g$ iff. $\mathrm{dom}(f) = \mathrm{dom}(g)$

$\forall x\,(x \in \mathrm{dom}(f) \to f(x) = g(x))$

$\mathrm{codom}(f) = \mathrm{codom}(g)$

若 A, B 非空有限，则 f 有 $|B|^{|A|}$ 种选择

二、函数的性质

$f(X \cup Y) = f(X) \cup f(Y)$ 并集的象

$f(X \cap Y) \subseteq f(X) \cap f(Y)$ 交集的象

$\forall x_1, x_2 \in A,\ f(x_1) = f(x_2) \to x_1 = x_2$ 单射

$\forall x_1, x_2 \in A,\ x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)$

$\forall y \in B,\ \exists x \in A,\ f(x) = y$ 满射

$f(A) = B$

(一一对应) 单射 + 满射 双射 → 反函数 f^{-1}

$\forall x \forall y\,(x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y))$ 递增

$\forall x \forall y\,(x < y \Rightarrow f(x) < f(y))$ 严格递增

三、函数的运算

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ 复合函数

$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ 复合函数结合律

满射的复合是满射

单射的复合是单射

双射的复合是双射

$f^{-1} \circ f = 1_A$, $f \circ f^{-1} = 1_B$

$f \circ g$ 是满射 $\Rightarrow$ f 满射

$f \circ g$ 是单射 $\Rightarrow$ g 单射

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ 函数的加法

$f \cdot g(x) = f(x)\, g(x)$ 函数的乘法