

## 一、二重极限

1. 利用定义:  $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta, \text{ 当 } 0 < \rho(P, P_0) < \delta \text{ 时, 恒有}$

$$|f(P) - A| = |f(x, y) - A| < \varepsilon, \text{ 则}$$

$$\lim_{P \rightarrow P_0} f(P) = A \quad \text{或} \quad \lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y) = A$$

注意: ① 放缩成  $r(x, y) < \varepsilon$  时必须保证  $\lim r(x, y) = 0$ ,

这样才能找到合适的  $\delta$  满足定义

② 利用绝对值不等式 + 柯西不等式 (构造距离)

2. 一元函数极限的各种求法仍可应用于二元函数中

1) 极限的四则运算

2) 无穷小量  $\times$  有界变量 = 无穷小量

3) 等价无穷小/因子替换

4) 夹逼准则

5) 连续函数性质

6) 单调有界准则

3. 对于未定型可以取特定路径来猜极限

如果取不同路径所得到的极限值不同

可极限不存在。

4. 有时可利用换元将二元转化成一元

## 二、累次极限

1. 视为嵌套的单元极限求解

2. 累次极限与二重极限无必然联系

## 三、证连续性

$f(x, y)$  在  $(x_0, y_0)$  处连续

$$\Leftrightarrow \lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y) = f(x_0, y_0)$$