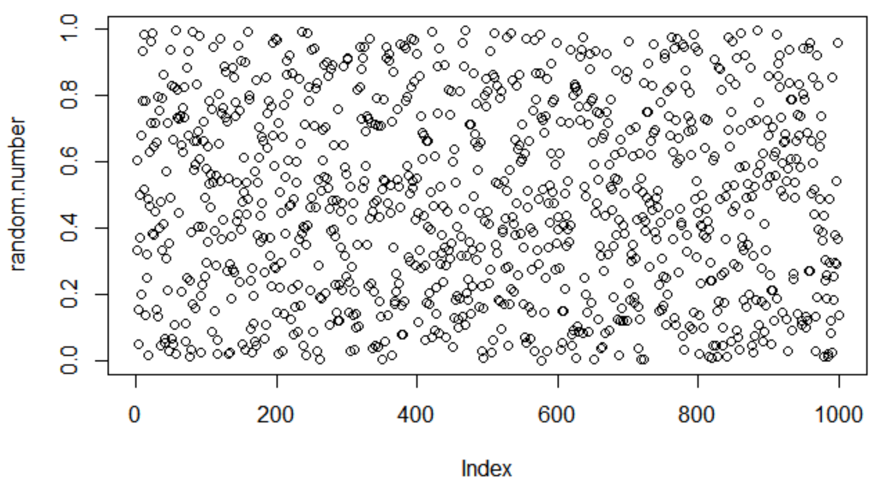
1. R의 기본 난수발생기를 이용하여 1000개의 U(0,1)의 난수를 발생시키시오. 발생된 난수에 대하여 콜모고로프-스미르노프 검정(ks.test), 산점도, Up-and-Down 검정 등 여러가지 검정법을 적용하시오.

```
> # Q1
> #랜덤 난수 생성
> random.number = runif(1000)
> #콜모고로프-스미르노프 검정
> ks.test(random.number,punif, 0, 1)

        One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  random.number
D = 0.016869, p-value = 0.9385
alternative hypothesis: two-sided

> #산점도 그리기
> plot(random.number)
> run.list = c()
> for(i in 1:length(random.number) - 1){
+   #값이 증가하면 1, 그렇지 않으면 0 추가
+   if (isTRUE(random.number[i] < random.number[i+1])) {run.list = append(run.list,1)}
+   else {run.list = append(run.list,0)}
+ }
> library(tseries)
> #tseries 패키지의 run test
> runs.test(factor(run.list))

        Runs Test

data:  factor(run.list)
Standard Normal = 11.614, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: two.sided
```



2. $I = \int_0^1 \cos x dx$에 대하여 적중법, 표본평균 몬테칼로 적분법, 주표본기법에 의해 $N = 1000$인 경우의 적분값을 구하시오. 오차한도 0.001에서 신뢰도 99%가 되도록 하려면 각 방법에서 필요한 표본의 수는 얼마인가 구하시오. 본래 p와 I등 미지수는 크기가 작은 사전모의실험(pilot simulation)을 통해서 구하는 것이 일반적이나 이 문제에서는 분산식에서 p와 I는 참값을 대입하여 계산하시오.

```
> # Q2
> f = function(x){
+   return(cos(x))
+ }
> #적분값의 참값 I
> I = integrate(f,0,1)
> I
0.841471 with absolute error < 9.3e-15
> #표본 수는 1000개
> N = 1000
> hit.or.miss = function(n){
+   #column의 개수가 2, row의 개수가 2n개인 행렬 생성
+   set.seed(777)
+   temp = matrix(runif(2*n), ncol = 2)
+   #1번째 Column은 x좌표, 2번째 Column은 Y좌표
+   colnames(temp) = c('x', 'y')
+   #주어진 영역 내에 점이 들어가는지 확인
+   mean(f(temp[,1]) > temp[,2])
+ }
> sample.mean.monte.carlo = function(n){
+   set.seed(777)
+   #적률법
+   random.number = runif(n)
+   return(sum(f(random.number)) / n)
+ }
> #중요 함수 생성 - cos(x)의 테일러 전개의 근사식
> importance.function = function(x){
+   return(6*(1 - 0.5 * x^2) / 5)
+ }
> importance.sampling = function(n){
+   set.seed(777)
+   random.number = runif(n)
+   return(sum(f(random.number) / importance.function(random.number))/n)
+ }
> hit.or.miss(1000)
[1] 0.867
> sample.mean.monte.carlo(1000)
[1] 0.847855
> importance.sampling(1000)
[1] 0.8435058
```

적분값의 추정값을 $\hat{I}$라 하면, $\hat{I} - 2.58\frac{s}{\sqrt{n}} \leq I \leq \hat{I} + 2.58\frac{s}{\sqrt{n}}$ 이므로 신뢰고 99%에서의 오차는 $2.58\frac{s}{\sqrt{n}}$ 이고, 오차한도 0.001에서 신뢰도 99%를 만족할 조건은 $2.58\frac{s}{\sqrt{n}} \leq 0.001$ 입니다.

부등식을 미지수 n에 대한 부등식으로 바꾸면, $2.58\frac{s}{0.001} \leq \sqrt{n}$ 이므로 $2.58^2\frac{s^2}{10^{-6}} \leq n$ 입니다.

한편, 적중법, 표본평균 몬테칼로 적분법, 주표본 기법의 적분값 추정값을 각각 $\hat{I}_1$, $\hat{I}_2$, $\hat{I}_3$ 이라 할 때,

$$Var(\hat{I}_1) = c^2(b-a)^2\frac{p(1-p)}{N} = \frac{p(1-p)}{N}$$

$$Var(\hat{I}_2) = \frac{b-a}{N}\int_a^b g^2(x)\,dx - \frac{I^2}{N} = \frac{1}{N}(\int_0^1 \cos^2 x\,dx - I^2)$$

$$Var(\hat{I}_3) = \frac{1}{N}(\int_a^b \frac{g^2(x)}{f(x)}\,dx - I^2) = \frac{1}{N}(\int_0^1 \frac{5\cos^2(x)}{6(1-0.5x^2)}\,dx - I^2)$$

단, 교수님의 지침에 따라 $\hat{I}_1$에서의 p는 참값 I를 사용하였으며, $\hat{I}_3$에서의 중요함수는 $\cos x$의 테일러 전개의 근사식인 $f(x) = \frac{6}{5}(1-\frac{1}{2}x^2)$를 사용하였습니다. (단, 0에서 1까지의 적분값을 1로 만들어주기 위해서 테일러 전개식에 $\frac{6}{5}$을 곱하여 사용했습니다.)

```
> g.square = function(x){
+   return(cos(x) * cos(x))
+ }
> g.square.div.f = function(x){
+   return((cos(x) * cos(x))/importance.function(x))
+ }
> #적중법의 최소 표본 수
> 2.58 * 2.58 * I$value * (1 - I$value) / 10^(-6)
[1] 887947.6
> #표본 평균 몬테칼로 기법의 분산
> var.sample.mean = integrate(g.square,0,1)
> #표본 평균 몬테칼로 기법의 최소 표본 수
> 2.58 * 2.58 * (var.sample.mean$value - I$value^2) / 10^(-6)
[1] 128141.9
> #주표본기법의 분산
> var.importance = integrate(fff, 0, 1)
> #주표본기법의 최소 표본 수
> 2.58 *  2.58 * (var.importance$value - I$value^2) / 10^(-6)
[1] 1297.525
> #각 기법에서 최소 표본 수 검산
> #적중법
> 2.58 * sqrt(I$value * (1 - I$value)) / sqrt(887947)
[1] 0.001
> 2.58 * sqrt(I$value * (1 - I$value)) / sqrt(887948)
[1] 0.0009999998
> #표본평균 몬테칼로 기법
> 2.58 * sqrt(var.sample.mean$value - I$value^2) / sqrt(128141)
[1] 0.001000004
> 2.58 * sqrt(var.sample.mean$value - I$value^2) / sqrt(128142)
[1] 0.0009999998
> #주표본 기법
> 2.58 * sqrt(var.importance$value - I$value^2) / sqrt(1297)
[1] 0.001000203
> 2.58 * sqrt(var.importance$value - I$value^2) / sqrt(1298)
[1] 0.0009998172
```